Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» (Финансовый университет)
Калужский филиал Финуниверситета
Кафедра «Бизнес – информатика и высшая математика»

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор Калужского филиала Финуниверситета
_________________ В.А. Матчинов

«01» октября 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Математика

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ: 39.03.01 «Социология»
ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА: «Экономическая социология»
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ: очная
Автор: Никаноркина Н.В.

Одобрено кафедрой «Бизнес – информатика и высшая математика»
Калужского филиала Финуниверситета
(протокол №03 от 01.10.2024 г.)

Калуга, 2024

1. Наименование дисциплины

Дисциплина Б.1.1.2.1 «Математика» представлена в блоке дисциплин цикла математики и информатики обязательной части учебного плана основной образовательной программы по направлению подготовки 39.03.01 «Социология» образовательная программа «Экономическая социология» (очная форма обучения).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
УК – 4	Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач	1.Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.	Знания: основных фундаментальных математических идей, понятий и принципов математического моделирования Умения: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических
		2.Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ	Знания: основных профессиональных пакетов для решения прикладных задач. Умения: применять соответствующие пакеты прикладных задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов
		3.Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.	Знания: основных пакетов прикладных задач, применяемых для решения социологических задач. Умения: применять соответствующее прикладное программное обеспечение для моделирования экономических задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов при анализе социологических анкет
		4.Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	Знания: основных пакетов прикладных задач, применяемых для решения социологических задач. Умения: применять соответствующее прикладное программное обеспечение для моделирования экономических задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов при анализе социологических анкет.
ПКН - 6	Способен разработать инструментарий социологического исследования количественными и качественными методами	1. Разрабатывает инструментарий в строгом соответствии с поставленными целями и задачами исследования, а также исходя из технологий его реализации, в том числе Интернет-технологий.	Знания: теоретических и методических основ разработки инструментария систематизации социологической информации с использованием базовых математических знаний Умения: систематизировать и анализировать отчетные материалы, необходимые для решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях
		2. Применяет приемы, позволяющие избежать	Знания: методов создания инструментария систематизации социологической информации

		исследовательских ошибок на этапе конструирования инструментария.	Умения: использовать готовое программное обеспечение для конструирования инструментария.
		3.Демонстрирует способность проводить анализ и ремонт инструментария по результатам пилотажного исследования.	Знания: основ проведения социологического анализа. Умения: проводить пилотажные исследования с использованием готового программного обеспечения.
		4.Разрабатывает сопроводительные методические документы для качественных и количественных исследований.	Знания: основ планирования социологических исследований. Умения: составлять пояснительные записки для проведения социологических исследований.

3. Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы но дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	6 з.е./216	96	120
Контактная работа - Аудиторные	100	50	50
Лекции	32	16	16
Семинары, практические занятия	68	34	34
Самостоятельная работа	116	46	70
Вид текущего контроля	Контрольная работа/ Контрольная работа	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	зачет/экзамен	зачет	экзамен

4. Нормативно-правовые документы, определяющие процедуру оценивания результатов текущего контроля и промежуточной аттестации студентов

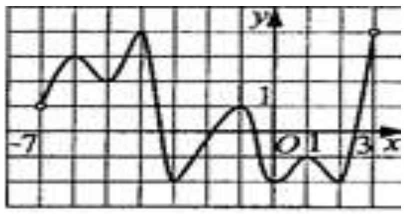
Процедура оценивания результатов текущего контроля и промежуточной аттестации студентов регулируется соответствующими приказами, распоряжениями ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

5. Типовые задания для текущего контроля
Тестовые задания, ситуационные задачи, проблемные вопросы для обсуждения и другие материалы

<table>
<tr><th>Наименование компетенции</th><th>Наименование индикаторов достижения компетенции</th><th>Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции</th><th>Типовые контрольные задания</th></tr>
<tr><td rowspan="3">УК – 4 Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач</td><td>1.Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.</td><td>Знания: основных фундаментальных математических идей, понятий и принципов математического моделирования

Умения: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических</td><td rowspan="3">1.Составить подынтегральную функцию f(x), если известно, что ей принадлежит точка (1, 3) и ее первообразной является многочлен первой степени, старший коэффициент которого равен 3.

2. Функция y = f(x) определена и непрерывна на отрезке [-7;3]. На рисунке изображен график ее производной. Найдите количество экстремумов функции на этом отрезке.



3.Продолжить решение задачи симплекс методом, если известно, что требуется найти минимум функции
<table>
<tr><td>Базисные перем.</td><td>Свободный член</td><td>X_1</td><td>X_2</td><td>X_3</td><td>X_4</td><td>X_5</td></tr>
<tr><td>X_1</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr>
<tr><td>X_3</td><td>2</td><td>0</td><td>-2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>X_5</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0,5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>z</td><td>13</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>
4. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{5}{3n})^{3n}$

5. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2n+3}$ на сходимость

6. Поступление товара на склад определяется функцией u1(x)= 75-0,5x+0,008x^2. Отпуск товара торгующим организациям определяется функцией U2(x)=60-0,6x+0,004x^2, где x – число рабочих дней склада. Найдите запас товара, который образовался за 60 рабочих дней.

4.Найти соотношение национальных доходов стран для</td></tr>
<tr><td>2.Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ</td><td>Знания: основных профессиональных пакетов для решения прикладных задач.

Умения: применять соответствующие пакеты прикладных задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов</td></tr>
<tr><td>3.Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.</td><td>Знания: основных пакетов прикладных задач, применяемых для решения социологических задач.

Умения: применять соответствующее прикладное программное обеспечение для моделирования экономических задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов при</td></tr>
</table>

		анализе социологических анкет	
	4.Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	Знания: основных пакетов прикладных задач, применяемых для решения социологических задач. Умения: применять соответствующее прикладное программное обеспечение для моделирования экономических задач в профессиональной области и интерпретации полученных результатов при анализе социологических анкет.	сбалансированной торговли, если A= $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{1}{4} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{15} & \frac{1}{4} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$ - структурная матрица торговли 7. На основе свойств определителей, разделить данные определители на группы (вычисления не проводить) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 7 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -8 & -12 \\ 0 & 1 & 7 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 6 & 7 & -2 \\ 3 & 0 & 8 \\ 9 & 7 & 6 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 8 \\ -2 & 0 & 8 \\ 6 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \end{vmatrix}$. 8.Провести разбиение множества матриц М= $\{A,\ B,\ C, X,\ У,\ P\ \}$ на группы, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & 5 & 11 \end{pmatrix}$, $У = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -2 \\ 8 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 9 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Для каждого разбиения указать соответствующее основание. 9.Разделить на группы задачи линейного программирования, исходя из метода решения 10) Z(X) = $4x_1+2x_2 \rightarrow$ min при ограничениях

			$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \ge 10 \\ x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \ge 3 \end{cases}$ $x_i \ge 0 \quad (i = 1,2)$ 11) $Z(X)=3x_1+x_2-2x_3+x_4-2x_5 \rightarrow \max$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 = 2 \\ x_j \ge 0 \ \forall j \end{cases}$ 3) $Z(X) = -x_1+3x_2+x_3-4x_4 \rightarrow \max$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_j \ge 0 \ \forall j \end{cases}$ 12.В суточный рацион включают два продукта питания $П_1$ и $П_{2,}$, причем продукта $П_1$ должно войти в дневной рацион не более 200 ед. Стоимость 1 ед. продукта $П_1$ составляет 2тыс. рублей, продукта $П_2$ – 4 тыс. рублей. Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта, минимальные нормы потребления даны в таблице

Питательные вещества	Минимальная норма потребления	Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта	
		$П_1$	$П_2$
А	120	0,2	0,2
В	160	0,4	0,2

Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.

Провести экономический анализ задачи по пределам возможного изменения коэффициентов целевой функции, т.е. по диапазону стоимости единицы продуктов при котором не происходит изменения оптимального решения.

13.Экономическая система состоит из трех отраслей, для которых матрица прямых затрат А и вектор конечного продукта Y известны:

$$A = \begin{pmatrix} 0.33 & 0.32 & 0.21 \\ 0.22 & 0.31 & 0.0 \\ 0.11 & 0.25 & 0.35 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 200 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix}.$$

Определить: 1) Матрицу коэффициентов полных материальных

			затрат В. 2) Проверить продуктивность матрицы А. 2) Вектор валового выпуска X. 3) Межотраслевые поставки продукции x_{ij} 3.Функция полезности имеет вид U(x,y)=2ln(x-1)+3ln(y-1). Цена единицы первого блага равна 8, второго – 16. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 1000. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей. 14.Торговая фирма продает товары в 5 различных городах Калужской области, покупательская способность жителей которых представлена в таблице

Регион	***Объем рынка***
Козельск	1000
Киров	500
Медынь	300
Мосальск	700
Кондрово	600

Для реализации товаров фирма располагает 5 торговыми агентами, каждый из которых направляется в один из городов. Профессиональный уровень агентов различен. В таблице представлены доли реализуемых торговым агентом покупательных способностей

Агент	***Реализация потенциала рынка***
Иванов	0,4
Кривов	0,2
Петров	0,3
Федоров	0,6
Юдин	0,5

Необходимо так распределить торговых агентов по регионам, чтобы получить максимальную выручку от продажи товаров.

15.На предприятии имеются три группы станков, каждая из которых может выполнять пять операций по обработке деталей (операции могут выполняться в любом порядке). Максимальное время работы каждой группы станков соответственно равно 100, 250, 180 ч. Каждая операция должна выполняться соответственно 100, 120, 70, 130 ч.

Определить, сколько времени и на какую операцию нужно использовать каждую группу станков, чтобы обработать максимальное количество деталей. Производительность каждой группы станков на каждую операцию задана матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 10 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 12 & 10 \end{pmatrix}.$$

16. На предприятии имеется четыре технологических способа изготовления двух видов изделий сырья. В таблице

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>представлены данные о числе изделий, изготавливаемых по каждой из технологий из единицы сырья.
<table>
<tr><td rowspan="2">Изделие</td><td colspan="4">Выход из единицы сырья</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>А</td><td>3</td><td></td><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Б</td><td>11</td><td>2</td><td>7</td><td>12</td></tr>
</table>
Найти условия выбора технологий при производстве из 129 единиц сырья 469 изделий А и 1050 изделий Б.</td>
</tr>
<tr>
<td>ПКН – 6 Способен разработать инструментарий социологического исследования количественным и качественными методами</td>
<td>2. Разрабатывает инструментарий в строгом соответствии с поставленными целями и задачами исследования, а также исходя из технологий его реализации, в том числе Интернет-технологий.</td>
<td>Знания: теоретических и методических основ разработки инструментария систематизации социологической информации с использованием базовых математических знаний

Умения: систематизировать и анализировать отчетные материалы, необходимые для решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях</td>
<td rowspan="3">1. Спрос на товар равен 10 единицам при цене 300 руб. за штуку и 20 единицам при цене 290 руб. за штуку. Поставщик согласен продать 8 единиц товара по цене 840 руб. и 5 единиц по цене 600 рублей. Найти точку рыночного равновесия.
2. Предприятие купило автомобиль стоимостью 580тыс. рублей. Ежегодная амортизация составляет 10% от цены. Написать уравнение, определяющее стоимость автомобиля в зависимости от времени t, построить график. Найти стоимость автомобиля а) через 5 лет; б) через 6 лет и 3 месяца.
3. Постоянные издержки при производстве ручных часов составляют 12 тыс. рублей в месяц, а переменные – 300 руб. за одни часы. Цена часов 500 рублей. Написать функции дохода и издержек. Построить графики. Найти точку безубыточности.
4.Оптовый склад продает фрукты. За неделю было продано 200ц. яблок, 150 ц. апельсинов, 130ц. груш, 105ц. винограда и 130 ц. абрикосов. Записать вектор объема продаж за месяц, а также вектор объема планируемых продаж за три месяца, если за неделю было продано яблок и абрикосов на 2% и 5% соответственно больше планируемого объема, груш на 4% меньше планируемого. Объемы продаж апельсинов и винограда совпали с планируемыми. Определить планируемый доход от продажи за месяц, три месяца, если цена 1 кг яблок – 56 руб., апельсинов – 55 руб., груш – 112 руб., винограда – 143 руб., абрикосов – 235 руб.

4. Цены на два вида товаров равны соответственно p_1=32 и p_2=24 ден. ед. Определите, при каких количествах x и y продаж этих товаров прибыль будет максимальной, если функция общих издержек имеет вид: $C(x,y)=1,5x^2+2xy+y^2$.

5. В банкомат, находящийся на предприятии, загружены в день зарплаты купюры следующего достоинства: по 5000 рублей – 257, по 1000 рублей – 320, по 500 рублей – 158, по 100 рублей - 876. По штатному расписанию задействованы четыре вида должностей. Зарплата работника по первому виду должностей составляет 32400 рулей, по второму виду – 26600 рублей, по третьему – 17600 рублей, по четвертому 12800 рублей. Сможет ли каждый сотрудник получить зарплату минимальным числом купюр? Сколько сотрудников работает на каждой должности?</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>2. Применяет приемы, позволяющие избежать исследовательских ошибок на этапе конструирования инструментария.</td>
<td>Знания: методов создания инструментария систематизации социологической информации

Умения: использовать готовое программное обеспечение для конструирования инструментария.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>3.Демонстрирует способность проводить анализ и ремонт инструментария по результатам пилотажного исследования.</td>
<td>Знания: основ проведения социологического анализа.

Умения: проводить пилотажные</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>исследования с использованием готового программного обеспечения.</td>
<td rowspan="2">
Останутся ли в банкомате купюры? Какого достоинства? Сколько?

1. Для полива различных участков сада, на которых растут сливы, яблони, груши, служат три колодца. Колодцы могут дать соответственно 180, 90, и 40 ведер воды. Участки сада требуют для полива соответственно 100, 120 и 90 ведер воды. Расстояние (в метрах) от колодцев до участков сада указаны в таблице:
<table>
<tr><td rowspan="2">Колодцы</td><td colspan="3">Участки</td></tr>
<tr><td>сливы</td><td>яблони</td><td>груши</td></tr>
<tr><td>1</td><td>10</td><td>5</td><td>12</td></tr>
<tr><td>2</td><td>23</td><td>28</td><td>33</td></tr>
<tr><td>3</td><td>43</td><td>40</td><td>39</td></tr>
</table>
Как лучше организовать полив?

2. В паутинообразной модели функция спроса имеет вид $D(p) = 16 - 2p$, а функция предложения – $S(p) = 2p - 3$. Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую формулу для последовательности цен. Исследуйте на сходимость данную последовательность цен.
3. Вклад в размере 100 тыс. руб. положен в банк на 2 года. По окончании срока клиент получил 120 тыс. руб. Найти годовую процентную ставку, если начисление процентов осуществлялось непрерывно.
9.Зависимость между издержками производства С и объемом продукции Q выражается функцией $C = 21Q - 0,14 Q^3$. Найти предельные издержки при объеме производства Q = 10.

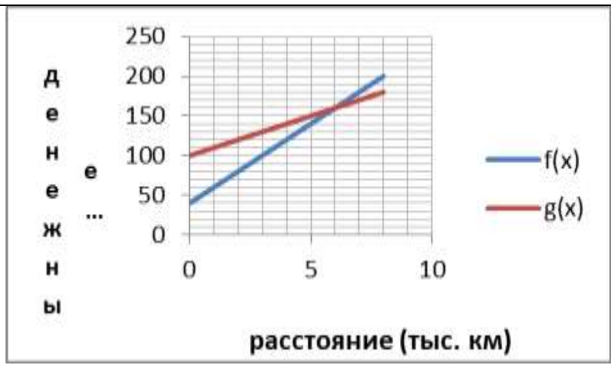
10. Определить объем выпуска продукции за первые 5 часов работы при производительности $f(t) = 11,3e^{-0,417t}$, где t- время в часах.

11.Функции спроса q и предложения s на некоторый товар от его цены x задаются уравнениями: $q = \frac{x+3}{2x+1}$; $s = \frac{x-1}{x+2}$

Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 30 %. Прокомментировать экономический смысл результатов.

12. Графики издержек при перевозке 1 т сырья двумя средствами транспорта представлены на рисунке
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.Разрабатывает сопроводительные методические документы для качественных и количественных исследований.</td>
<td>Знания: основ планирования социологических исследований.

Умения: составлять пояснительные записки для проведения социологических исследований.</td>
</tr>
</table>

			 Определите функции издержек и установите критерий использования транспортных средств. 13.Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 12000 \\ 14000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,9 \\ 0,8 & 0,1 \end{pmatrix}$

6. Материалы для промежуточной аттестации

6.1. Вопросы для подготовки к зачету /экзамену по дисциплине Вопросы для подготовки к зачету 1 семестр

1. Множество. Операции над множествами. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.
2. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.
3. Понятие функции. Свойства функций одной переменной.
4. Функциональные зависимости в экономике.
5. Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности.
6. Простые и сложные проценты. Наращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.
7. Паутинообразная модель рынка одного товара.
8. Числовой ряд. Сходимость ряда. Сумма ряда.
9. Предел функции в точке и на бесконечности.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.
13. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.

14. Точки разрыва и их классификация.
15. Асимптоты графика функции.
16. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной.
17. Производная сложной и неявно заданной функций.
18. Предельные и средние величины в экономике (случай функции одной переменной).
19. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции одной переменной).
20. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа.
22. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
23. Монотонность функции. Условие монотонности.
24. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
25. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
28. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
29. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
30. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
31. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
32. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
33. Среднее значение функции.
34. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.
35. Пространство *Rn*. Множества в пространстве *Rn*. Функции нескольких переменных.
36. Примеры функций нескольких переменных в экономике.

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ
для подготовки к зачету в 1 семестре

1. Выполнить операции на множествами (проверить истинность равенства с помощью диаграмм Эйлера-Венна, описать множество элементов, используя различные способы задания множеств, составить декартово произведение множеств, найти число элементов множества в практико-ориентированной задаче)
2. Изобразить на координатной плоскости комплексное число/числа

3. Перейти от одной формы записи комплексного числа к другой (геометрическая $\leftrightarrow$ алгебраическая $\leftrightarrow$ тригонометрическая $\leftrightarrow$ показательная)
4. Выполнить действия над комплексными числами в алгебраической/тригонометрической формах.
5. Решить уравнение на множестве комплексных чисел
6. По графику функции установить ее свойства
7. По графику определить вид и свойства зависимости между экономическими величинами
8. Найти общий член последовательности
9. Перейти от одного способа задания последовательности к другому (аналитический $\leftrightarrow$ рекурентный $\leftrightarrow$ геометрический $\leftrightarrow$ перечислением элементов $\leftrightarrow$ описательный)
10. Исследовать последовательность на монотонность, ограниченность
11. Найти предел последовательности
12. Найти объем средств, получаемых вкладчиком (кредитором), при различных видах начисления процентов (простых, сложных, непрерывных). Найти нарощенную сумму. Найти дисконтированную стоимость.
13. Найти общий член ряда
14. Исследовать ряд на сходимость. Найти его сумму
15. Доказать, что некоторое число А является пределом функции.
16. Найти предел функции в точке (на бесконечности), используя различные приемы избавления от неопределенностей ($\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, $\frac{0}{0}$, 1^{∞}.)
17. Исследовать функцию на непрерывность в точке (на промежутке, отрезке). Установить вид разрыва
18. Составить уравнения вертикальной, наклонной асимптот графика функции
19. Найти производную функции по определению.
20. Найти производную функции на основе правил дифференцирования
21. Составить уравнение касательной к графику функции
22. Найти производную сложной, неявной, степенно-показательной функции и вычислить ее значение в заданной точке x_0
23. Найти эластичность функции в точке.
24. Найти среднюю и предельную величину в экономике (производительность труда, издержки, доход и т.д.). Дать экономическую интерпретацию значениям найденных величин.
25. Найти равновесную цену, эластичность спроса/предложения от цены
26. Найти дифференциал функции в точке
27. Найти приближенное значение функции в точке
28. Определить свойства функции на основе теорем дифференциального исчисления

29. Исследовать функцию на монотонность
30. Найти экстремум функции, ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке
31. Определить направления выпуклости графика функции, точки перегиба
32. Исследовать свойства функции и построить ее график
33. По свойствам функции построить ее график
34. Найти первообразную функции,
35. Найти неопределенный интеграл, используя метод непосредственного интегрирования, метод замены и интегрирования по частям
36. Найти неопределенный интеграл от дробно-рациональной функции
37. Вычислить определенный интеграл, используя различные методы интегрирования
38. Решить практико-ориентированную задачу на применение определенного интеграла в экономике
39. Найти несобственный интеграл.
40. Найти площадь криволинейной трапеции, фигуры на плоскости, ограниченной графиками функций
41. Найти частную производную функции двух (трех) переменных.
42. Найти производную по направлению, градиент фнп

Вопросы для подготовки к экзамену во 2 семестре

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные функции нескольких переменных.
3. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
4. Предельные и средние величины в экономике (случай функции нескольких переменных).
5. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции нескольких переменных).
6. Производная сложной функции.
7. Производная по направлению и градиент.
8. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума.
9. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.
10. Условный экстремум. Метод подстановки.
11. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
12. Глобальный экстремум.
13. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
14. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.
15. Уравнения с разделяющимися переменными.
16. Однородные уравнения первого порядка.

17. Линейное уравнение первого порядка.
18. Уравнение Бернулли.
19. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
20. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.
21. Арифметические векторы.
22. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц.
23. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц.
24. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.
25. Обратная матрица.
26. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.
27. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
28. Прямые на плоскости.
29. Прямые и плоскости в пространстве.
30. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике.
31. Линейное (векторное) пространство.
32. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
33. Линейные преобразования пространства Rn (линейные операторы).
34. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
35. Линейная модель обмена (модель международной торговли).
36. Симметрические матрицы и квадратичные формы.
37. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.
38. Кривые второго порядка.
39. Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике.
40. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
41. Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений.
42. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.
43. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности.
44. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
45. Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация.

46. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач.
47. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.
48. Несимметричная пара двойственных задач.
49. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация.
50. Транспортная задача.
51. Задача, двойственная к транспортной.
52. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.
53. Вырожденная транспортная задача.

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ
для подготовки к экзамену во 2 семестре

1.	Найти частные производные функции двух переменных
2.	Найти градиент, производную по направлению функции нескольких переменных
3.	Найти локальный экстремум функции двух переменных
4.	Найти условный экстремум функции двух переменных
5.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных
6.	Решить дифференциальное уравнение
7.	Выполнить действия над матрицами
8.	Найти матрицу обратную данной
9.	Решить матричное уравнение
10.	Вычислить определитель квадратной матрицы
11.	Найти ранг матрицы
12.	Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы
13.	Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера
14.	Исследовать систему линейных уравнений на совместность
15.	Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. Найти общее, частное решение системы. Найти базисные решения системы линейных уравнений
16.	Решить систему линейных однородных уравнений. Найти фундаментальную систему решений.
17.	Составить уравнение прямой на плоскости, если она задана: а) точкой и направляющим вектором б) двумя точками в) точкой и нормальным вектором г) точкой и угловым коэффициентом д) длинами отрезков, отсекаемых прямой на осях координат
18.	Составить уравнение прямой, проходящей через заданную точку а) параллельно некоторой прямой б)перпендикулярно некоторой прямой в) и образующей при пересечении с заданной прямой угол α
19.	Найти угол между прямыми на плоскости
20.	Найти расстояние от точки до прямой
21.	Составить уравнение плоскости, заданной

	а) точкой и нормальным вектором б) двумя направляющими векторами и точкой в) тремя точками
22.	Составить уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и а) параллельно данной плоскости б) перпендикулярно данной плоскости
23.	Найти угол между плоскостями
24.	Составить уравнение прямой в пространстве, а) заданной точкой и направляющим вектором б) заданной двумя точками в) являющейся линией пересечения двух плоскостей г) заданной точкой и проходящей параллельно линии пересечения двух плоскостей
25.	По заданным элементам линии второго порядка составить ее каноническое уравнение
26.	По уравнению линии второго порядка определить вид линии, ее элементы и из менты, изобразить линию на плоскости
27.	Определить тип поверхности второго порядка
28.	Выполнить действия над комплексными числами в алгебраической форме
29.	Выполнить действия над комплексными числами в тригонометрической форме
30.	Выполнить действия над комплексными числами в показательной форме
31.	Выполнить действия над многочленами
32.	Найти корни многочлена
33.	Найти каноническое разложение многочлена
34.	Разложить правильную дробь в сумму элементарных дробей.
35.	Выполнить действия над векторами (сложение векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов)
36.	Найти норму вектора
37.	Составить линейную комбинацию векторов
38.	Установить линейную зависимость (линейную независимость векторов)
39.	Определить, образует ли система векторов базис пространства
40.	Найти координаты вектора в «новом» базисе, если известна матрица перехода от «старого» базиса к «новому» и координаты вектора в «старом» базисе
41.	Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора
42.	Найти матрицу линейного оператора
43.	Привести к диагональному виду матрицу линейного оператора
44.	Найти квадратичную форму, соответствующую матрице
45.	Записать квадратичную форму в матричном виде.
46.	Привести квадратичную форму к каноническому виду
47.	Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность
48.	Решить систему линейных неравенств с двумя переменными графически
49.	Решить задачу линейного программирования графически
50.	Решить задачу линейного программирования симплекс-методом
51.	Составить двойственную задачу линейного программирования, решить ее и найти решение исходной задачи.
52.	Решить задачу линейного программирования методом искусственных переменных

53.	Решить задачу целочисленного программирования
54.	Найти опорное решение транспортной задачи
55.	Найти оптимальное решение транспортной задачи.
56.	Составить и исследовать математическую модель экономической ситуации, описывающую процесс нахождения оптимального - плана производства продукции, - рациона питания, - плана распределения финансовых средств, - плана перевозки товара.
57.	Составить математическую модель, учитывающую запаздывание во времени: а) цикла производства продукции от цикла реализации; б) роста потребления от роста национального дохода

6.2. Типовые задачи для проведения промежуточной аттестации

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1- 10 указать номер (номера) правильного ответа

1 Областью определения функции $y = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2-x+2} + x^2 - 2x$ является

1) множество всех действительных чисел
2) множество значений переменной x$\in(-\infty,\ -2]\cup[2,\ \infty)$
3) множество значений переменной x$\in(-2,\ 2,]$
4) множество всех действительных чисел, кроме x=± 2.

2 Областью определения функции $y = 1 + 3\cdot 2^{x-3}$ является

1) множество значений переменной x$\in[3,\ \infty)$
2) все значения переменной x, кроме x=3
3) множество всех действительных значений x
4) множество всех значений y

3. Областью определения функции $y = \dfrac{\ln(x-3)^2}{\sqrt{x^2-4}} - \sin(2x+4)$ является

1) все значения переменной x, кроме x=± 2
2) все значения переменной x, кроме x=5
3) множество значений переменной x$\in(-\infty,\ -2)\cup(2,\ \infty)$
4) множество значений переменной x$\in(-\infty,\ -2)\cup(2,\ 5)\cup(5,\infty)$

4 Функция $y = 4 + 2\cos(x-1)$ является

1) возрастающей
2) знакоположительной

3) периодической

4) четной

5 Функция $y = -3e^{x+1} - 2$ является

1) не возрастающей

2) убывающей

3) знакоотрицательной

4) общего вида

6.Даны множества A=[-3; 5], B=[0; 7]. Множество [0; 5] является результатом:

1) объединения множеств A и B
2) нахождения разности B\A
3) нахождения разности A\B
4) пересечения множеств A и B.

7. Даны множества A=(-∞; 20], B=[10; 27]. Множество [20; 27] является результатом:
   1) объединения множеств A и B
   2) нахождения разности B\A
   3) нахождения разности A\B
   4) пересечения множеств A и B.

8.Даны множества A=[-25; 0], B=[-10; 10). Множество [-25; 10) является результатом:

1) объединения множеств A и B
2) нахождения разности B\A
3) нахождения разности A\B
4) пересечения множеств A и B.

9. Мнимая единица – это

1) квадратный корень из отрицательного числа;

2)буква i;

3) число, квадрат которого равен -1;

4) отрицательное число, квадрат которого равен -1.

10. Тригонометрическая форма записи комплексного числа –

1)r (Cos φ+ i Sin φ); 2)r (Cos φ- i Sin φ); 3)r (i Cos φ+ Sin φ);

4)r (i Cos φ- Sin φ); 5)r (Cos φ+ Sin φ)

11. Произведение двух комплексных чисел z_1=–a + ib и z_2= c + id равно

1)ac + bd; 2)ac - bd + iad; 3)ac – ibd;

4)ac – bd; 5)(ac – bd) + i (ad + bc)

12. Частное от деления комплексного числа $z_1 = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ на комплексное число $z_2 = R(\cos\beta + i\sin\beta)$ равно

1) $rR(\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta))$;

2) $\frac{r}{R}(\cos\frac{\alpha}{\beta}+i\sin\frac{\alpha}{\beta})$;

3) $\frac{r}{R}(\cos(\alpha-\beta)+i\sin(\alpha-\beta))$

13. Сумма комплексных чисел $z_1=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$ и $z_2=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$ равна

1) 2 + i; 2) 4 + 2i; 3) 1 – i; 4) 4 – i

14. Сумма комплексных чисел $z_1 = 5 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$ равна

1) 7; 2)6 - i; 3)6 + i; 4) 6.

15. Значение функции $f(z)=2z-2i$ в точке $z_0=1+2i$ равно …

1) 2; 2) 2 + 2i; 3) 1; 4) 2 – 6i

16. Остаток от деления многочлена степени m на многочлен степени n – это

1) многочлен степени m-n
2) многочлен степени n-1
3) многочлен степени меньше чем
4) многочлен степени меньше n

17. Для деления многочлена на двучлен x-c применяют:

1) метод неопределенных коэффициентов;
2) метод деления уголком;
3) алгоритм Евклида
4) схему Горнера.

Задания альтернативного выбора

18. Указать номера истинных утверждений:

1) Результатом объединения множеств A=(1, 4) и B={2, 4} является множество C=(1, 4].

2) Результатом пересечения множеств A=(1, 4) и B=(-2, 5) является множество C=(4, 5).

3) Разность множеств X=(2,5) и У={2, 5} – это множество X=(2,5)

4) Разность множеств X=(2,5) и У=[2, 5] – это множество C={2, 5}

5) Разность множеств X=[3, 8] и Y=(3,8) и – это множество C={3,8}

6) Равенство $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$ является ложным

7) Равенство A\(B\C)=(A\B)\C является истинным

8) Решением системы неравенств $\begin{cases}2x+10\ge 0\\ x^2-1\ge 0\end{cases}$ является [-5, -1]

9) Решением системы неравенств $\begin{cases}x\sqrt{x-4}\le 0\\ 2x\ge 2\end{cases}$ является пустое множество

10) Множества A=(3, 6) и B=[3, 6]\{3, 6} являются равными.

19. Указать истинные утверждения

1) $z^n = r^n(\cos(\alpha n + 2\pi к) + i\sin(\alpha n + 2\pi к))$, к = 0,1,…n-1
2) $\mathrm{Arg}(z_1 + z_2) = \mathrm{Arg}\, z_1 + \mathrm{Arg}\, z_2$
3) $(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}) = 1$
4) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos\frac{\alpha + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2\pi k}{n})$, $k = 0,1,\ldots n$
5) $z^n = r^n(\cos(\alpha k + 2\pi n) + i\sin(\alpha k + 2\pi n))$, к = 0,1,…n-1
6) $\mathrm{Arg}(z_1 z_2) = \mathrm{Arg}\, z_1\ \mathrm{Arg}\, z_2$
7) $(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}) = -i$
8) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos\frac{\alpha + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2\pi k}{n})$, $k = 0,1,\ldots n-1$

20. Указать ложные утверждения

1) $z^n = r^n(\cos(\alpha n) + i\sin(\alpha n))$,
2) $\mathrm{Arg}(z_1 z_2) = \mathrm{Arg}\, z_1 + \mathrm{Arg}\, z_2$
3) $(\cos\frac{3\pi}{2} - i\sin\frac{3\pi}{2}) = -i$
4) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos\frac{\alpha + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2\pi k}{n})$, $k = 0,1,\ldots n$
5) $z^n = r^n(\cos(\alpha n + 2\pi к) + i\sin(\alpha n + 2\pi к))$, к = 0,1,…n-1
6) $\mathrm{Arg}(z_1 + z_2) = \mathrm{Arg}\, z_1\ \mathrm{Arg}\, z_2$
7) $(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}) = 1$
8) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos\frac{\alpha + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2\pi k}{n})$, $k = 0,1,\ldots n-1$

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнение

В заданиях 21-36 заполнить пропуски

21. Если $A=\{2,3,7,10\}$, $B=\{2n | n\in N\}$, то $A\cap B=$ ____________________ .

22. Если $A=\{-1,3,5,10\}$, $B=\{2n+1 | n\in N\}$, то $A\cap B=$ ________________ .

23. Если $A=\{3,6,9,12\ldots\}$, $B=\{2n | n\in N\}$, то $A\cap B=$ _________________ .

24. Частным от деления многочлена 5 степени на многочлен 2 степени является многочлен ______ степени.

25. Если $A=\{(x,y)\in R^2 | x^2+y^2=5\}$, $B=\{(x,y)\in R^2 | y=2x\}$, то $A\cap B$ – это ____ .

26. Если $A=\{(x,y)\in R^2 | x^2+y^2=9\}$, $B=\{(x,y)\in R^2 | x^2+y^2<9\}$, то $A\cup B$ – это ____

27. Если A={(x,y)∈R^2|2x+y=8}, B={(x,y)∈R^2| 4x+2y=10}, то A∩B – это ____ .

28. Если A=[2,6), A∩B={2}, то B= ____________________ .

29. Сумма комплексных чисел z_1 = *-5 + 4i и* z_2 = *1 +6i* равна ___________

30. Число *z = 2+2 i* в тригонометрической форме имеет вид _____________

31 Число *z = 1- i* в тригонометрической форме имеет вид _____________

32. Если сумма комплексных чисел $z_1 = 5 + 3i$ и z_2 равна $6+i$, то число z_2 = ___________

33. Число $z = 2\sqrt{2}\ (\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ в алгебраической форме имеет вид

____

34.Число $z = 3\sqrt{2}\ (\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$ в алгебраической форме имеет вид _____________

35. Сумма многочленов $3x^3$*-5x+1* и *-7*x^2*+5x* равна ________________

36. Нормированный многочлен от одной переменной неприводимый на множестве действительных чисел имеет вид ________________________

Задания на конструирование

37. Используя характеристическое свойство , записать множество целых чисел: а) кратных 3; б) больших -10; в) кратных 2 и 5.

38. Используя математическую символику, описать множество, геометрической интерпретацией которого является круг с центром в точке (1, -1), радиус которого равен 3.

39. Составить два множества, пересечением которых является отрезок [1, 4].

40. Составить два множества, разностью которых является промежутку (2, 3).

41. Составить множества A и B, если разность A/B это промежуток (2, 5), а пересечение отрезок [5,9].

42. Записать в алгебраической форме комплексное число, действительная часть которого равна пяти, а мнимая трем.

43. Записать в алгебраической форме, действительная часть которого равна «0», а мнимая –«-2»

44. Записать в алгебраической форме комплексное число, геометрическим представлением которого является радиус-вектор $\overline{p} = (-2,\ 0)$.

45. Записать в алгебраической форме два комплексных числа, сумма которых есть число *-3-5i.*

46. Записать в алгебраической форме два комплексных числа, если известно, что действительная часть второго числа в два раза больше действительной части первого числа, мнимые части у чисел противоположны, а сумма этих чисел разна 9.

Тестовые задания на соответствие

47. Установить соответствие между результатом действий над множествами A и B (1 столбец) и множеством C (2 столбец)

1	2
A∩B, если A={3n-1|n∈N, n<16}, B={2n| n∈N, n<23}	А) C=B∪X, где X={6n-1}
A∪B, если A={3n-1|n∈N, n<16}, B={2n| n∈N, n<23}	Б) C=X
A\B, если A={3n-1|n∈N, n<16}, B={2n| n∈N, n<23}	В) C=D, где D={2+6n|n∈N, n<8}
A∩B\B, если A={3n-1|n∈N, n<16}, B={2n| n∈N, n<23}	Г) C=A
	Д) C=B

48. Установить соответствие между функцией, ее областью определения и четностью

Функция	Область определения
1. $y = -3 - \ln(-2x - 4)$	А) (-∞, -2]
2. $y = \sqrt{(-2 + x)^2}$	Б) (-∞, -2) ∪ (-2, ∞)
3. $\frac{1}{-x-2}$	В) (-∞, -2)
3. y=-x-2	Г) (-2,∞)
	Д) -∞,∞)

49. Комплексным числам, представленным в первом столбце, поставить в соответствие результат их суммирования из второго столбца

1	2
1. z_1=-2+i z_2=-5-7i	3.57.1 2+6i
2. z_1=13-4i z_2=-15+8i	Б) 0
3. z_1=-18+3i z_2=14-3i	В) -4-6i
4. z_1=-2+4i z_2=-2-4i	Г) -7-6i

5. z_1=7-i z_2=-5+7i	Д) -4
	Е) -2+4i

50. Комплексным числам, представленным в первом столбце, поставить в соответствие их произведение, записанное во втором столбце.

1	2
1.z_1=-5+i z_2=-2-3i	А) 8+48i
2. z_1=3-4i z_2=-8+8i	Б) 8
3. z_1=-8+3i z_2=4-3i	В) 20
4. z_1=-2+4i z_2=-2-4i	Г) 7+13i
5. z_1=7-i z_2=-5+7i	Д) -23+36i
	Е) 13+13i

51. Комплексным числам, представленным в первом столбце, поставить в соответствие точку координатной плоскости, являющуюся геометрическим представлением их разности

1	2
2. z_1=-3+i z_2=-2-7i	А) B(-14; -3)
2. z_1=5-2i z_2=8-8i	Б) C(-6; -3)
3. z_1=-10-5i z_2=-4-2i	В) A(-5; -6)
4. z_1=-12+4i z_2=-6+6 i	Г) D(-3; 6)
5. z_1=-7-3i z_2=-6+3i	Д) K(-1;8)
	Е) M(-1; -6)

Задания для развернутого решения

52. Выяснить с помощью диаграмм Эйлера-Венна верно ли приведенное равенство $(A \cup B) \cup C = (\overline{A} \cup \overline{B}) \cup \overline{C}$

53. Выяснить с помощью диаграмм Эйлера-Венна верно ли приведенное равенство $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap (C \setminus A))$.

54. Выяснить с помощью диаграмм Эйлера-Венна верно ли приведенное равенство $(A \cap B) \setminus C = (C \cap B) \setminus A$.

55. Даны два множества $A = \{-1;0;1;4;5\}$ и $B = \{x \mid x = 2n - 5, n \in N, x \le 5\}$. Определите, чему равно объединение, пересечение, разность этих множеств.

56. Даны два множества $A = \{-2;0;1;2;4;5\}$ и $B = \{x \mid x = 3n - 1, n \in N, x \le 7\}$. Найти объединение, пересечение, разность и разность этих множеств.

57. Даны два множества $A=\{-2;0;1;2;3;4;7\}$ и $B=\{x\ |x=3n-2, n\in N, x\le 9\ \}$. Найти объединение, пересечение, разности этих множеств.

58. Даны два множества $A=\{-3;0;1;2;3;5\}$ и $B=\{x\ |x=2n+11, n\in N, x\le 7\ \}$. Найти объединение, пересечение, разности этих множеств

59. Изобразите геометрически: а) пересечение, б) объединение, в) разность множеств А и В, если А = $\{\ (x,y)|x^2+y^2\le 4\}$, В = $\{\ (x,y)|y>-2x+1)\}$.

60. Для комплексных чисел $z_1 = 5 + 3i$ и $z_2 = 1 - 2i$ найти сумму, произведение, разности и частные.

61. Изобразить на комплексной плоскости множество всех точек z, удовлетворяющих условиям: $|z|\le 3,\ \frac{\pi}{4}\le Argz\le\frac{\pi}{3}, \operatorname{Re} z\le 2$

62. Изобразить на комплексной плоскости множество всех точек z, удовлетворяющих условиям: $|z|\ge 4,\ 0\le Argz\le\frac{\pi}{3}, \operatorname{Im} z\le 5$

63. Изобразить на комплексной плоскости множество всех точек z, удовлетворяющих условиям: $|z|\le 3,\ \frac{\pi}{4}\le Argz\le\frac{\pi}{3}, \operatorname{Re} z\le 2$

64. Вычислить $z_1\cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ z_2^3,\ \sqrt[3]{z_2}$, используя правила умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня из комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, если $z_1=-4-4i,\ z_2=-1+i\sqrt{3}$.

65. Для комплексных чисел $z_1 = 4 - i$ и $z_2 = -3- 5i$ найти сумму, произведение, разности и частные.

66.Выполнить действия $\frac{(2+i)^7+(2-i)^7+554}{i+1}$

67.Выполнить действия $\frac{(1+2i)^5-(1-2i)^5}{38-38i}$

68. Выполнить действия $\frac{(1+2i)^6-117-31i}{(1+i)(i+2)}$

69. Выполнить действия $\frac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$

70. Вычислить корень четвертой степени из 1.

71. Вычислить корень четвертой степени из 4.

72. Вычислить корень третьей степени из 3.

73. Вычислить корень шестой степени из i.

74. Решить уравнение на множестве действительных и комплексных чисел: 1) $x^3+8=0$; 2) $x^2+x+2=0$; 3) $x^4+x^3+2x^2+4x-8=0$; 4) $x^4+x^2-2=0$; 5) $x^4-x^3+x^2-3x-6=0$; 6) $x^3+2x^2+2x=0$

75.Разложить многочлен $x^6+3x^5-6x^4-10x^3+21x^2-9x$ на линейные множители. Определить кратность каждого корня.

76. Разложить на линейные множители многочлен $x^6-x^5-15x^4+25x^3+50x^2-132x+72$. Определить кратность каждого корня.

77.Разложить на линейные множители многочлен $x^6-10x^5+35x^4-44x^3-9x^2+54x-27$. Определить кратность каждого корня.

78.Разложить многочлен $x^6-3x^5-3x^4+11x^3+6x^2-12x-8$ на линейные множители. Определить кратность каждого корня.

79. Разложить многочлен $x^6+5x^5+3x^4-5x^3-4x^2$ на линейные множители. Определить кратность каждого корня.

80. Найти все корни многочлена $x^4+2x^3-x^2-2x+10$, если известно, что -2 + i является его корнем.

81. Найти все корни многочлена $x^4-8x^3+24x^2-32x+20$, если известно, что 3 + i является его корнем.

82. Найти все корни многочлена $x^4-6x^3+15x^2-18x+10$, если известно, что 2 - i является его корнем.

83. Найти все корни многочлена $x^4-4x^3+11x^2-14x+10$, если известно, что 1+ i является его корнем.

84. Разложить многочлен на неприводимые множители на множестве действительных и комплексных чисел:

а) $2x^2+3x-7$; б) x^3+2x^2+14x; в) x^4+4;

4) $2x^2+6x-11$: 5) $2x^3+2x^2+5x$; 6) x^4+1.

85. Представить дробь $\dfrac{x^2+4}{x(x^2-9)^2}$ в виде суммы элементарных дробей10.

86. Представить дробь $\dfrac{x^2}{x^6+27}$ в виде суммы элементарных дробей

87. Представить дробь $\dfrac{2x-1}{x(x+1)^2(x^2+x+1)}$ в виде суммы элементарных дробей.

88. Представить дробь $\frac{1}{(x^4-1)^2}$ в виде суммы элементарных дробей.

89. Представить дробь $\frac{x}{(x+1)(x^2+1)^2}$ в виде суммы элементарных дробей .

90. Представить рациональную дробь в виде многочлена и суммы простейших дробей $\frac{2x^4+x^3-2x+1}{2x^3+x^2+x+2}$

91. Записать многочлен $-2x^4+4x^3-2x^2+3x-1$ по степеням двучлена *x+2*

92. Записать многочлен $3x^4-2x^3+x^2-4x+2$ по степеням двучлена *x-1*

93. Записать многочлен $-x^4+2x^3-x^2+5x-3$ по степеням двучлена *x-2*

7.35 Построить график функции $y=4+2\cos(x-1)$, используя метод преобразований. Показать все этапы построения.

94. Построить график функции $y=2-\sin(x+3)$, используя метод преобразований. Показать все этапы построения.

95. Построить график функции $y=-3-\ln(x+2)$, используя метод преобразований. Показать все этапы построения.

96. Построить график функции $y=1+3\cdot 2^{x-3}$, используя метод преобразований. Описать все этапы построения.

97. Построить график функции *y= -2+ln(x-1)*, используя метод преобразований. Описать все этапы построения.

98. Найти область определения функции $y=\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-3x+2}+x^2-2x$.

99.Найти область определения функции $y=\frac{\ln(x-5)^2}{\sqrt{x^2-1}}-\sin(2x+4)$.

100. Найти область определения функции $y=\frac{\ln^2(x+4)}{x^3+27}+\sqrt{-x+1}$.

101. Дан график функции $y=f(x)$. Известно, что он получен из графика функции $y=3^x$ с помощью следующей последовательности действий:

1) перенос оси абсцисс на вектор $\bar{a}=(0,-3)$;

2) зеркальной отражение графика относительно оси абсцисс;

3) увеличение ординаты каждой точки графика в 2 раза;

4) перенос оси ординат на вектор $\bar{b}=(1,0)$.

Записать формулу, определяющую функцию $y = f(x)$.

102. Дан график функции $y = f(x)$. Известно, что он получен из графика функции $y = (\frac{1}{3})^x$ с помощью следующей последовательности действий:

1) перенос оси абсцисс на вектор $\bar{a} = (0,2)$;
2) уменьшение ординаты каждой точки графика в 2 раза;
3) перенос оси ординат на вектор $\bar{b} = (-3,0)$;
4) зеркальной отражение графика относительно оси абсцисс

Записать формулу, определяющую функцию $y = f(x)$.

В заданиях 103-106 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

103. Из 100 учащихся девятых классов: 10 отличников, 30 – занимаются в различных кружках по интересам, 20 – занимаются спортом; 3 отличника занимаются спортом, 5 отличников занимаются в кружках, 9 спортсменов занимаются еще в кружках, а двое отличников занимаются спортом и посещают кружки. Сколько учащихся являются только отличниками? Сколько учащихся являются только участниками кружка? Сколько учащихся не являются ни отличниками, ни спортсменами, ни участниками кружка?

104. Среди 100 деталей прошли обработку на первом станке 42 штуки, на втором – 30, а на третьем – 28. Причем на первом и втором станке обработано 5 деталей, на первом и третьем -10 деталей, на втором и третьем -8 деталей, на всех трех станках обработано 3 детали. Сколько деталей обработано только на первом станке и сколько деталей не обработано ни на одном из станков?

105. В группе из 25 студентов 10 человек играет в футбол, 9 человек – в настольный теннис, четверо – в обе игры. Сколько студентов группы не играет ни в одну из этих игр?

106. В группе из 28 студентов 5 человек занимается в студенческом драматическом кружке, 9 человек – занимаются волейболом, , четверо – настольным теннисом. Один студент посещает и драматический кружок, и обе спортивные секции. Сколько студентов группы не посещает ни кружок, ни данные спортивные секции?

107. Предприятие купило автомобиль стоимостью 580тыс. рублей.Ежегодная амортизация составляет 10% от цены. Написать уравнение, определяющее стоимость автомобиля в зависимости от времени t, построить график. Найти стоимость автомобиля а) через 5 лет; б) ччерез 6 лет и 3 месяца.

108. Цена телевизора 10000 рублей, остаточная стоимость равна нулю, а срок службы составляет 5 лет. Построить график функции, определяющей стоимость телевизора в зависимости от срока службы t. За сколько нужно продать телевизор после трех с половиной лет эксплуатации, чтобы получить прибыль 100 рублей.

109. Постоянные издержки при производстве ручных часов составляют 12 тыс. рублей в месяц, а переменные – 300 руб. за одни часы. Цена часов 500 рублей. Написать функции дохода и издержек. Построить графики. Найти точку безубыточности.

110. Спрос на товар равен 10 единицам при цене 300 руб. за штуку и 20 единицам при цене 290 руб. за штуку. Поставщик согласен продать 8 единиц товара по цене 840 руб. и 5 единиц по цене 600 рублей. Найти точку рыночного равновесия.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях1 – 16 указать правильные ответы (ответ)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^3-4n^2+7n-1}{2n^5-3n-4}$ равен

1) ∞; 2) 6; 3) 0; 4)3.

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^3-4n^2+7n-1}{2n^5-3n^3-4}$ равен

1) 0; 2) -2; 3) 3; 4) ∞.

3 $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\dfrac{5}{3n})^{3n}$ равен

1) ∞; 2) e^3; 3) 1; 4) e^5.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{2n+7}{2n+3})^{3n}$ равен

1) 1; 2) ∞; 3) e^6; 4) e^3.

5. Известно, что $\lim\limits_{x\to2}f(x)=3, \lim\limits_{x\to2}g(x)=-1.$ Предел при $x\to2$ функции $y=3\cdot f(x)\cdot g^2(x)$ равен

1) 8; 2)10; 3)4; 4)9.

6. Предел последовательности $\left(\dfrac{16n+5}{\sqrt[3]{64n^3+6n^2+8}}\right)$ при n→∞ равен:

1) $\dfrac{1}{4}$; 2) 0; 3) 4; 4) ∞

7. Известно, что $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=3, \lim\limits_{x\to 2} g(x)=-1.$ Предел при $x\to 2$ функции $y=3\cdot f(x)\cdot g^2(x)$ равен

1) 8
2) 10
3) 4
4) 9

8. Предел функции $y=\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$ при x→8 равен

1) $\dfrac{12}{15}$; 2) $\dfrac{12}{10}$; 3) $\dfrac{12}{25}$; 4) $\dfrac{12}{5}$.

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2-1}+\sqrt{n^2+3}}{5n-4}$ равен

1) ∞; 2) 0,4; 3) 0,2; 4) 0.

10. $\lim\limits_{n\to 2}\dfrac{6n^3-12n^2}{n^2-4}$ равен

1) ∞; 2) 6; 3) -12; 4) 0.

11. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-8}$ равен

1) $-\dfrac{1}{4}$; 2)-0,0625; 3) $-\dfrac{1}{16}$; 4) 0.

12. Точками разрыва функции $y=\dfrac{x^2-4}{2x^2+3x}$ являются

1) x = 2; 2) x = 3; 3) x = -2; 4) x = $\dfrac{1}{2}$;

5) x = 0; 6) x = -3; 7) x= $-\dfrac{3}{2}$; 8) x = $-\dfrac{2}{3}$.

13. Функция $y=\begin{cases} 5-4x, \text{ если } x<0 \\ 0, \text{ если } 0\le x\le 3 \\ \dfrac{3}{x-3}, \text{ если } 3<x\le 5 \\ 2x-3, \text{ если } x>5 \end{cases}$

имеет разрыв 2-ого рода в точках:

1) x=0; 2) x=3; 3) x=5

14. Для дробно-рациональной функции $y=\dfrac{(x+25)(2x^2+x+10)}{(x^2+1)(x^2-4)(x^2+2x+1)}$

точками разрыва являются …

1) $x=1$; 2) $x=-1$; 3) $x=2$; 4) $x=-2$; 5) 4

15. Функция $y = \begin{cases} 4-4x, \; если \; x\langle 1 \\ 0 \;, если \; 1 \le x \le 3 \\ \dfrac{2x}{x-3}, \; если \; 3 < x \le 5 \\ 2x, \; если \; x > 5 \end{cases}$

имеет разрыв 1-ого рода в точках

1) x=1; 2) x=3; 3) x=5; 4) x=0

16. Прямая y = 1 является горизонтальной асимптотой функции

1) $y = \frac{1+x^2}{x}$ 2) y = e^{-x} — x 3) $y = -\frac{1-x^2}{1+x^2}$

4) $y = \frac{1+x^2}{x^3}$ 5) $y = \frac{1+x^2}{x^2}$

Задания альтернативного выбора

17. Указать номера истинных утверждений

1) Если функция определена в точке, то она в ней непрерывна;

2) Если функция непрерывна в каждой внутренней точке отрезка [a, b], непрерывна в точке a справа и в точке b слева, то функция непрерывна на отрезке [a, b].

3) Если функция непрерывна в точке, то она в ней определена;

4) Предел отношения синуса некоторого угла к величине этого угла равен 1.

5) Если в некоторой точке предел функции справа равен бесконечности, то эта точка является точкой разрыва второго рода.

6) Если некоторая точка *a* является для функции f(x) точкой разрыва второго рода, то предел слева данной функции в точке *a* равен бесконечности.

7) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^{3n} = 1.$

8) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1.$

18. Указать номера ложных утверждений

1) Логарифмическая функция непрерывна при всех действительных значениях аргумента.

2) Для того, чтобы раскрыть неопределенность $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ надо применить правило Лопиталя.

3) Если некоторая точка а является для функции f(x) точкой разрыва второго рода, то предел справа данной функции в точке а равен бесконечности.

4) Если некоторая точка а является для функции f(x) точкой разрыва второго рода, то хотя бы один из односторонних пределов данной функции в точке а равен бесконечности.

5) Если предел функции в точке а равен бесконечности, то функцию называют бесконечно большой в данной точке.

6) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e.$

7) Если функция определена в точке, то она в ней непрерывна.

8) Предел суммы двух функций в точке а равен сумме пределов этих функций в точке а, если последние существуют.

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнения

В заданиях 19 -25 заполнить пропуски

19. Предел функции $y=\dfrac{2x^3-5x^2+1}{x^3-4x}$ при x→∞ равен

____

20. $x=5$ является точкой ____________________________________ для функции z=$\begin{cases} x-3, & \text{если } x\le 5 \\ (6-x)^2, & \text{если } x>5. \end{cases}$

21.Предел последовательности, общий член которой a_n= $\left(\dfrac{2n-4}{2n+1}\right)$ равен _____________________ .

22. Если $\lim\limits_{x\to a}Cf(x)=Ca^2,$ то *f(x)*=_____________________;

23. Если $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=8,$ то *f(x)*=__________________________;

24. Если $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{x+1}=3,$ то *f(x)*= ________________________ ;

25. Число точек разрыва функции $f(x)=\dfrac{(x+2)(x-3)^2}{x^4(x-3)(x-1)^3}$ равно

____

Задания на конструирование

26. Составить функцию, предел которой в точке 2 равен 5

27. Составить функцию, при нахождении предела которой в точке 1 получают неопределенность типа $\left[\frac{0}{0}\right]$. В результате ее раскрытия получают значение предела равное -1.

28. Составить функцию, предел которой на бесконечности равен 2.

29. Составить функцию, если известно, что при вычислении ее предела на бесконечности получают неопределенность типа $\left[1^{\infty}\right]$. В результате ее раскрытия получают значение предела e^3.

Задания на соответствие

30. Установить соответствие между функцией и ее точками разрывЗа

Функция	Возможные точки разрыва
1. $y=\dfrac{x^2-9}{x-3}$	А) -3
2. $y=\dfrac{2}{x+3}$	Б)2
3. $y=\sqrt{x-2}$	В)-2
4. $y=e^{\frac{x+2}{x^2-4}}$	Г) 3

В заданиях 8.31-8.32 установить соответствие между функцией и ее пределом

31.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+4x^2+1}{3x^3+2x^2+2}$	а) ∞
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+6x+2}{x^3+4x+1}$	б) 0
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+6x^2+2}{x^3+2x^2+x}$	в) $\dfrac{2}{3}$
4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+2x^2+3}{3x^3+x-1}$	г) 1

32.

1. $y=\dfrac{1}{x^2+2x+1}$	а) 0
2. $y=2^{\frac{1}{x}}$	б) 1
3. $y=\sin\dfrac{1}{x-4}$	в) -1
4. $y=\ln\left(\dfrac{2}{x+3}-9\right)$	г) 4
	д) - 3

Задания для развернутого решения

В заданиях 33-38 вычислить предел

33 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^3}{2x^2-1}-\frac{x^2}{x-5}\right)$, 34 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^5+1}}{\sqrt{x^3-1}+x^3}$,

35 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+4x^2)}{\arcsin^2 6x}$, 36 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x+7}{2x-3})^{6x^2+4}$;

37 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x^4+1}+x}{x^2-12x+20}$, 38 $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{7x}{2x^2-4})^{x+9}$

39 Исследовать функцию на непрерывность в точке x = 4 и установить тип точки разрыва

$$y=\begin{cases}4-x^2, \; если \; x\langle 0\\ 4 \;, если \; 0\langle x\le 4\\ \frac{1}{x-4}, \; если \; x\rangle 4\end{cases}$$

В заданиях 40 - 42 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

40 Вклад в размере 10млн руб. положен в банк под 12% годовых. Найти размер вклада через 5 лет при начислении процентов: а) ежегодном, б) поквартальном, в) непрерывном.

41 Вклад в размере 100 тыс. руб. положен в банк на 2 года. По окончании срока клиент получил 120 тыс. руб. Найти годовую процентную ставку, если начисление процентов осуществлялось непрерывно.

42 Вклад был положен в банк под 8% годовых. Найти первоначальный размер вклада, если через 5 лет при непрерывном начислении процентов клиент получил 420 тыс. руб.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1-15 указать номер (номера) правильного ответа

1 Если предел отношения последующего члена к предыдущему члену знакоположительного числового ряда равен 2, то ряд

1) сходится

2) расходится

3) может сходиться

4) может сходиться или расходиться

2 Сумой числового ряда называется

1) сумма n первых слагаемых ряда

2) предел n –ого члена ряда

3) n-ая частичная сумма ряда

4) предел последовательности частичных сумм ряда

3 признак Лейбница неприменим для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$

2) $\sum \frac{1}{3n+1}$

3) $\sum \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$

4) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\ldots$

4Ряд $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\ldots$, полученный умножением членов гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ на $\frac{1}{2}$,

1) сходится
2) расходиться
3) может сходиться
4) может сходиться или расходиться

5 Ряд $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\ldots$

1) сходится
2) расходиться
3) может сходиться
4) может сходиться или расходиться

6. Если предел корня n-ой степени из общего члена ряда при n$\to\infty$ равен 0,5, то

1) ряд расходится;
2) ряд сходится;
3) вопрос о сходимости ряда не решен;
4) ряд может как сходиться, так и расходиться;

7 Если ряд, составленный из абсолютных величин членов знакопеременного ряда, расходится, то знакопеременный ряд:

1) расходится;
2) сходится;
3) может как сходиться, так и расходиться;
4) является абсолютно сходящимся;

5) является условно сходящимся

8 Геометрический ряд

1) сходится
2) расходится
3) может как сходиться, так и расходиться
4) сходится при условии, что $|q| \le 1$

9 Для того, чтобы исследовать ряд $\sum \frac{2^n}{n!}$ на сходимость, надо использовать

1) признак Даламбера;
2) предельный признак сравнения;
3) радикальный признак Коши
4) следствие из необходимого условия сходимости
5) признак Лейбница

10Для того, чтобы исследовать ряд $\sum \frac{n^2}{(n+1)^4}$ на сходимость, надо использовать

1) признак Даламбера;
2) предельный признак сравнения;
3) радикальный признак Коши
4) следствие из необходимого условия сходимости
5) признак Лейбница

11 Для того, чтобы исследовать ряд $\sum \frac{(-1)^n}{(n+1)^4}$ на сходимость, надо использовать

1) признак Даламбера;
2) предельный признак сравнения;
3) радикальный признак Коши
4) следствие из необходимого условия сходимости
5) признак Лейбница

12 Для того, чтобы исследовать ряд $\sum \frac{1}{(n+1)^n}$ на сходимость, надо использовать

1) признак Даламбера;
2) предельный признак сравнения;
3) радикальный признак Коши

4) следствие из необходимого условия сходимости

5) признак Лейбница

13Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ - сходится. Тогда $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2a_{n+1}^2+9}}{\sqrt{3a_n+4}}$ равен

1) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 2) ∞ 3) $\sqrt{\frac{11}{7}}$ 4) $\frac{3}{2}$

Задания альтернативного выбора

14 Указать номера рядов, которые можно исследовать на расходимость, используя следствие из необходимого условия сходимости

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^2}$ 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^4}$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n^2-1}$ 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{3n+1}$ 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-1}{5n^2}$ 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{7n}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+2}{5n}$ 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{3n^3}$

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнения

В заданиях 15 - 18 заполнить пропуски

15Сумма первых четырех членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n!$ равна ______________

16Сумма первых трех членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2}$ равна ____________

17 Сумма первых четырех членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2}$ равна ________

18 Сумма первых трех членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3}$ равна _____________

Тестовые задания на соответствия

19 Установить соответствие между числовым рядом и признаком, используемым для исследования ряда на сходимость

Числовой ряд	Признак сходимости
1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3}$	А) Признак Лейбница
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{7n}$	Б) Предельный признак сравнения

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}$	В) Предбный признак Коши
4. $\sum\frac{n^2}{(n+1)^4}$	Г) Признак Даламбера
5. $\sum\frac{1}{(n+1)^n}$	Д) Необходимое условие сходимости
6. $\sum\frac{(2n)!}{(n+3)^2}$	

Задания с развернутым решением

20 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{3^{n+1}}$ на сходимость

21 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{3n+1}$ на сходимость

22 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n+1}}{2n-1}$ на сходимость.

23 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{3^{n-1}}$ на сходимость.

24 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2n+3}$ на сходимость.

I. Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1-26 указать правильные (правильный) ответы

1. Первая производная функции показывает
   1) направление функции
   2) приращение функции
   3) скорость изменения функции;.
   4) приращение аргумента функции;
   5) ускорение функции

2. Дифференциал функции равен
   1) отношению приращения функции к приращению аргумента
   2) произведению приращения функции на приращение аргумента
   3) произведению производной на приращение аргумента
   4) приращению функции
   5) приращению аргумента

3 Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке, равен

1) отношению значения функции к значению аргумента в этой точке

2) значению дифференциала функции в этой точке
3) значению тангенса производной функции в этой точке
4) значению производной функции в этой точке
5) значению функции в этой точке

4 Вторая производная функции показывает
1) направление функции
2) направление выпуклости функции (вверх, вниз)
3) приращение функции
4) ускорение, если функция описывает закон движения
5) характер монотонности функции (возрастание, убывание).

5. Если функция возрастает в точке x_0, то
1) ее производная в этой точке равна 0;
2) существует такая окрестность этой точки, значения функции в точках которой не больше, чем значение функции в точке x_0;
3) ее значение в этой точке положительно;
4) она определена в данной точке
5) ее производная в этой точке положительна

6 Дифференциал постоянной равен
1) произведению данной постоянной на величину dx;
2) бесконечно большой величине;
3) этой постоянной;
4) нулю.

7 Если точка $M_0\,(x_0;y_0)$ является точкой перегиба функции $y = f(x)$, то верно, что
1) слева от точки x_0 первая производная положительная, а справа первая производная отрицательна;
2) слева от точки x_0 вторая производная положительная, а справа вторая производная отрицательна;
3) слева от точки x_0 первая производная отрицательная, а справа вторая производная положительная;
4) слева от точки x_0 вторая производная отрицательная, а справа вторая производная положительная;
5) первая производная в точке x_0 не равна нулю;
6) вторая производная в точке x_0 равна нулю.

8 Производная функции $y = cos(3x + \frac{\pi}{2})$ при $x=0$ равна
1) 1; 2) 3; 3) -1; 4) -3

9 Производная функции $y = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$ в точке $x = 1$ равна:
1) 1; 2) 2; 3) 0; 4) –2; 5) 4.

10 Производная второго порядка функции $y = (x-1)\ln x$ равна…

1) $\frac{x-1}{x^2}$ 2) $\frac{x+1}{x^2}$ 3) $\ln x-\frac{1}{x}+1$ 4) $\frac{1-x}{x^2}$ 5) $\frac{-1}{x^2}$

11. Производная функции $\frac{\ln 2x}{x}$ равна

1) $\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{\frac{1}{2}-\ln 2x}{x^2}$ 3) $\frac{1-\ln 2x}{x^2}$ 4) $\frac{1+\ln 2x}{x^2}$

12 Производная функции $y=e^{-x}\cdot(\cos x+\sin x)$ равна

1) $2\sin xe^{x}$; 2) $-2\sin xe^{-x}$; 3) $-2\sin xe^{x}$; 4) $2\sin xe^{-x}$.

13 Производная функции y=e^x — 0,5 x^2 равна

1) y'= xe^{x-1}-0,5x^3 2) y'= xe^{x-1}–x 3) y'= e^x - x

4) y'= e^x - 0,5 x 5) y'= xe^x —x 6) y'= e^{x+1} - x

14.Если $y=\sqrt[4]{(8x-3)^3}$, то dy равен

1) $-\frac{\sqrt[4]{8x-3}}{6}\cdot dx$; 2) $\cdot\sqrt[4]{8x-3}\cdot dx$; 3) $\frac{6}{\sqrt[4]{8x-3}}\cdot dx$; 4) $\frac{\sqrt[4]{8x-3}}{6}\cdot dx$

15 Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции y=e^{-x} в точке x=ln5, равен:

1)5; 2)1/5; 3)-5; 4)-1/5; 5)1.

16 Абсцисса точки пересечения с осью OX касательной к графику функции $y=\frac{1}{(x+1)^2}$ в точке M(0; 1) равна:

1) -1; 2) 1; 3) ½; 4) 1; 5)2

17 Абсцисса точки пересечения с прямой y = $\frac{1}{2}$ касательной к графику функции $y=\frac{1}{2x}$ в точке M(1;0,5) равна:

1) -4 2) 0 3) 1/4 4) 1/2 5) 1

18 Ордината точки пересечения с осью *Oy* касательной к графику функции $y=\frac{1}{x}$ в точке $\left(2;\ \frac{1}{2}\right)$ равна

1) $\frac{1}{2}$ 2) 0; 3) -$\frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) 1.

19 Наименьшее значение y из области значений функции y = 2x^2 +12x +4 равно

1) 11; 2) -25; 3) -7; 4) 2

20 Зависимость между издержками производства С и объемом продукции Q выражается функцией С = 33Q - 0,09Q^3. Тогда предельные издержки при объеме производства Q = 10 равны

1) 24; 2) 6; 3) 240; 4) 30,3

21 Если $y' = (x+2)^2(x-3)$, то точками экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции $y(x)$ являются

1) x = 3 – точка max
2) x = 3 – точка min
3) x = –2– точка max; x =3 — точка min
4) x = –2– точка min, x=3 -точка max
5) точек экстремума нет

22 Если $y' = (x+1)^2(x-2)$, то точками экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции $y(x)$ являются

1) x = 2 – точка max
2) x = 2 – точка min
3) x = –1 – точка max; x =2 — точка min
4) x = –1 – точка min, x=2 -точка max
5) точек экстремума нет

23 Если точка M_0 $(x_0; y_0)$ является точкой экстремума функции $z = f(x,y)$, то верно что

1) 1) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$
2) 2) $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 1$
3) 3) $f'_x(x_0, y_0) < f'_y(x_0, y_0) < 0$
4) $f'_x(x_0, y_0) > f'_y(x_0, y_0) > 0$
5) $f'_x(x_0, y_0) \neq f'_y(x_0, y_0)$.

24 Какая из функций убывает на всей области определения

1) $y = \frac{2x}{1+x^2}$; 2) $y = \frac{2x}{1-x^2}$; 3) $y = \frac{1-x^2}{x}$
4) $y = x^3 — x^2$; 5) $y = x^3 + x^2$

25 Если функция в точке а имеет конечную производную, то уравнение касательной имеет вид

1) $y = f(a) - f'(a)(x-a)$ 2) $y = f(a) + f'(a)(x+a)$
3) $y = f(a) + \frac{1}{f'(a)}(x-a)$ 4) $y = f'(a) + f(a)(x-a)$

26 Две материальные точки движутся прямолинейно по законам $S_1(t) = 2{,}5t^2 - 6t + 1, S_2(t) = 0{,}5t^2 + 2t - 3$. В какой момент времени их скорости равны?

1)3 2)2 3)5 4)0 5)1

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнение

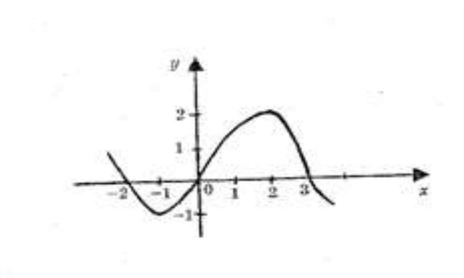
В заданиях 27 –38 заполнить пропуски

27. Производной функции f(x) в точке x_0 называется_____________________отношения приращения функции $\Delta f(x_0)$ к приращению независимой переменной Δx, при_______________.

28 Производная функции y = $y=\frac{(x+1)^3}{\sqrt[5]{(x-3)^2}}$ в точке x = 3 равна _____________ .

29 Производная y′ функции, заданной уравнением $-xy^{3}+x\ln y^{2}+x-e=0$, равна ___________________________.

30 Укажите на графике функции движения S (t)



точки на оси абсцисс (промежутки), в которых скорость:

а) v(t)=0, б) v(t)>0, в) v(t)<0.

31Количество целых значений x на интервале возрастания функции $f(x)=-4x^3-11x^2-8x+5$ равно _______-

32Сумма значений функции $y=x^4-6x^2$ в точках перегиба равна ___________ .

9.33Значение функции $y=(x\ln x-x)^2$ в точке максимума равно _______

34 Если $y=4\cdot\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, то y'(4)= _____________ .

35 Минимальное значение функции $z=(x^2+y^2)-2x+2y$ равно ________. Оно определяется в точке К ( ).

36 Приращением функции f(x) в точке x_0 называется __________________между значением функции в точке $x=x_0+\Delta x$ и значением функции в точке x_0

37 Если $x^3 - x^2y^4 + 3xy^2 - 1 = 0,$ то $y' =$______________________ .

38 Зависимость между издержками производства C и объемом продукции Q выражается функцией C = 21Q - 0,14 Q^3. Тогда предельные издержки при объеме производства Q = 10 равны ______________________

39. Даны шаги А, Б, В, Г, Д, Е. Записать последовательность шагов, выполнение которой позволяет найти производную функции.

Шаг А: Найдем предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$ (если этот предел существует);

Шаг Б: Найдем приращение функции $\Delta y = f(x) - f(x + \Delta x)$,

Шаг В: Зададим приращение аргумента $\Delta x \neq 0$ и найдем $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$;

Шаг Г: Определим знак приращения функции,

Шаг Д : Составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$;

Шаг Е: Найдем приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.

Задания на конструирование

40 Составить функцию, график производной которой – прямая параллельная оси абсцисс и проходящая через точку (0, 3).

41 Составить функцию, график производной которой – парабола, ветви которой направлены вверх, старший коэффициент равен 1, проходит через точки M(1, 0) и P(-2,6).

42 Составить функцию, если ее производная $y' = -\sin(x+\pi/3)+x^2$

43 Составить функцию, если ее производная $y'=2/x+\cos(3x)$

Задания на соответствие

44 Установить соответствие между функцией и ее производной

Функция	Производная
1. $y = \sqrt{(x^3 + 2x + 1)}$	А) $e^{x^3-1} \cdot 3x^2$
2. $y = e^{x^3-1}$	Б) $0,5(3x^2+2)$
3. 2sin2x	В) e^{x^3-1} .
	Г) 2cos2x
	Д) 2cos2x+2sin2

	Е) $\dfrac{3x^2+2}{2\sqrt{x^3+2x+1}}$
	Ж) 4cos2x

45 Установить соответствие между функцией и угловым коэффициентом касательной к ней в точке $x_0=-1$

Функция, точка	Угловой коэффициент касательной
1.$y=x^2-3x$,	А) -1
2. $y=4e^{3x+3}$	Б) 1
3. $-3\sin^2 2(x+1)+4$	В) -5
4. $\ln(x+2)+2^3$	Г) 4
	Д)-8

Задания для развернутого решения

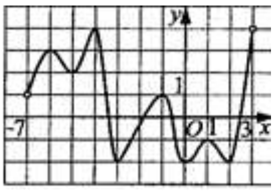
46 Найти производную функции y = $3x^2-2x+1$.

47 Найти производную функции $y=(2x^2-1)^3$.

48. Найти производную функции y = $3x^2+Sinx+2$.

49 Найти производную функции $y=\ln(-4x^3+x)$.

50 Функция y = f(x) определена и непрерывна на отрезке [-7;3]. На рисунке изображен график ее производной. Найдите количество экстремумов функции на этом отрезке.



51Найти значение функции $y=(x\ln x-x)^2$ в точке максимума.

52 Найти точку максимума функции $y=\dfrac{x}{2}-arctgx$.

53 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3+x^2$ на отрезке $[-1;\ 2]$.

54 Найти наибольшее и наименьшее значения (глобальные максимум и минимум) функции $y=\dfrac{2x}{1+x^4}$ на отрезке $[-2;\ 0{,}5]$

55 Исследовать функцию и построить ее график: $y=\dfrac{1}{\sin x+\cos x}$

56 Исследовать функцию и построить ее график: $y=\dfrac{1}{1-e^x}$

57 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctgx}{tgx}$

58 Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+\cos x}{x+\frac{\pi}{4}}$

В заданиях 59- 65 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

59 Себестоимость продукции y связана с объемом выпускаемой продукции x уравнением: $y=6\ln(1+3x)$. Определить среднюю и предельную себестоимость выпускаемой продукции при объеме, равном 10 ед.

60 Функция сбережения некоторой страны имеет вид: $S(x)=25-0{,}53x-0{,}41x^{\frac{2}{3}}$, x - совокупный национальный доход.

Найти: а) предельную склонность к потреблению; б) предельную склонность к сбережению, если национальный доход составляет 27.

61 Функции спроса q и предложения s на некоторый товар от его цены x задаются уравнениями: $q=\frac{3x-1}{3x+2}$; $s=\frac{x-5}{x-8}$

Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 10 %. Прокомментировать экономический смысл результатов.

62 Функции спроса q и предложения s на некоторый товар от его цены x задаются уравнениями: $q=\frac{x+3}{2x+1}$; $s=\frac{x-1}{x+2}$

Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 30 %. Прокомментировать экономический смысл результатов .

63 Функции спроса q и предложения s на некоторый товар от его цены x задаются уравнениями: $q=\frac{3x-1}{3x+2}$; $s=\frac{x-5}{x-8}$

Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 10 %. Прокомментировать экономический смысл результатов.

64 Определить оптимальное для производителя значение выпуска x при условии, что весь товар реализуется по фиксированной цене p за единицу и функция издержек C(x)= $10+x+\frac{1}{3}x\sqrt{x}$ (p=8).

65 Монополия устанавливает фиксированную цену *p=380* за единицу товара. Издержки при производстве x единиц товара описываются функцией $C(x)=229x+x^2$. Количество реализуемого товара *K(x)* зависит от *x* следующим образом $K(x)=x-(\sqrt{x_0}+\sqrt{x})^2$.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1 – 16 указать номер (номера) правильного ответа

1Функция $F(x)=\frac{a}{b}x^b+2x^2+cx+d$ является первообразной функции $f(x)=(2x+1)^2$, если

1) a=4, b=3, c=1, d=0
2) a=8, b=1, c=1, d=0
3) a=12, b=1, c=0, d=0
4) a=4, b=3, c=1, d- любое
5) a=4, в=3, c=1, d= 1

2. Если $F(t)=\int \ln(2-4t)dt$, то производная $F'(t)$ равна

1) $\frac{\ln(2-4t)}{4}$ 2) $\frac{-2}{2-4t}$ 3) $\frac{1}{2(2-4t)}$ 4) $\frac{1}{2-4t}$ 5) $\ln(2-4t)$

3 Интеграл $\int\left(\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right)dx$ после замены переменной t=ln(x+1) примет вид

1) $\int\left(\frac{lnt}{t}\right)dt$ 2) $\int\left(\frac{dt}{t}\right)$ 3) $\int\ tdt$ 4) $\int\left(\frac{t}{lnt}\right)dt$ 5) $\int\ lnt\,dt$

4Если $F(t)=\int \ln(3+2t)dt$, то производная $F'(t)$ равна

1) $\frac{\ln(3+2t)}{2}$ 2) $\frac{2}{3+2t}$ 3) $\frac{1}{2(3+2t)}$ 4) $\frac{1}{3+2t}$ 5) $\ln(3+2t)$

5 Множество первообразных функции $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+4}$ имеет вид

1) $\ln\left|x^2-5x+4\right|+C$ 2) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-4}{x-1}\right|+C$

3) $\frac{1}{2}\left(x^2-5x+4\right)^2+C$ 4) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-1}{x-4}\right|+C$

6. Определенный интеграл $\int_{-1}^{1} x^3 \cos\frac{\pi x}{4} dx$ равен

а) $\frac{\pi}{2}$ б) 0 в) $2\sqrt{2}$ г) $\frac{\pi^2}{4}$

7 Определенный интеграл $\int_{-1}^{1} x^4 \sin x dx$ равен

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) 0 3) $2\sqrt{2}$ 4) $\frac{\pi^2}{4}$

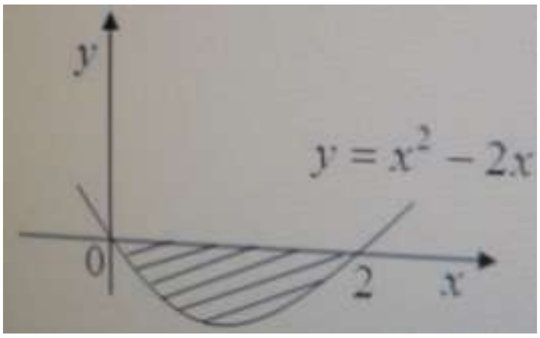
8 Определенный интеграл $\int_{1}^{8} (\frac{4\sqrt[3]{x}}{3} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}) dx$ равен …

а) 18 б) 31/2 в) 33/2 г) 39/2

9 Площадь фигуры, ограниченной параболой y = $-x^2 + 4$ и осью OX равна

1) 8 2)32 3) 16 4)16/3.

10 Площадь фигуры, изображенной на рисунке



равна

1) $\frac{4}{3}$ б) $\frac{8}{3}$ в) $\frac{20}{3}$ г) $\frac{5}{3}$

11 Несобственный интеграл $\int_{e}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$

1) расходится 2) равен ½ 3) равен - ½ 4) равен $1/\ln^2 2$

Интеграл $\int_{-1}^{7} \frac{dt}{\sqrt{3t+4}}$ равен

1) 8; 2) 6; 3) $\frac{8}{3}$; 4) 2

12 Определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами (0; 0); (2; 8); (0; 8), имеет вид …

1) $\int_0^2 4x dx$ 2) $\int_0^2 (4x-8) dx$ 3) $\int_0^2 (8-4x) dx$ 4) $\int_0^2 \left(8 - \frac{x}{4}\right) dx$

13Интеграл $\int \frac{\ln x}{x^3}dx$ равен

1) $\frac{-1-2\ln x}{x^2}+C$; 2) $C-\frac{1+2\ln x}{4x^2}$; 3) $\frac{-1}{x^2}-\frac{\ln x}{2x^2}+C$; 4) $\frac{1+2\ln x}{4x^2}+C$.

14 Ненулевая функция $y=f(x)$ является нечетной на отрезке $[-5;5]$. Тогда $\int_{-5}^{5} f(x)dx$ равен

1) $2\int_0^5 f(x)dx$ 2) 0 3) $10\int_0^1 f(x)dx$ 4) $\frac{1}{10}\int_0^1 f(x)dx$

15 Первообразными функции $y=\sin 10x$ являются …

1) $10\cos 10x$ 2) $-\cos 10x-45$

3) $-0{,}1\cos 10x$ 4) $-0{,}1\cos 10x+31$

16 Площадь S фигуры, ограниченной параболой $4y=8x-x^2$ и прямой 4y=x+6, равна

1) $S=5\frac{7}{24}$; 2) $S=5\frac{1}{24}$; 3) $S=\frac{25}{24}$; 4) $S=5\frac{5}{24}$.

17 Пусть V(t) – объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t, тогда математическая модель для нахождения V(t) может иметь вид …

$$1) V(t)=\begin{cases} 500+\int_0^t (48t-2t^2)dt, \ 0\le t\le 8 \\ 500+\int_0^t (48t-2t^2)dt-200\int_8^t dt, \ 8 \langle \ t \ \langle \ 18 \\ 24t^2-\frac{2t^3}{3}-1500, \ 18\le t\le 24 \end{cases}$$

$$2) \ V(t)=\begin{cases} 200+\int_0^t (48t-2t^2)dt, \ 0\le t\le 8 \\ 200+\int_0^t (48t-2t^2)dt-500\int_8^t dt, \ 8 \langle \ t \ \langle \ 18 \\ 24t^2-\frac{2t^3}{3}-1500, \ 18\le t\le 24 \end{cases}$$

$$3) \ V(t)=\begin{cases} 200+48t-2t^2, \ 0\le t\le 8 \\ 200+48t-2t^2-500\int_8^t dt, \ 8 \langle \ t \ \langle \ 18 \\ 48t-2t^2-1500, \ 18\le t\le 24 \end{cases}$$

$$4)\ V(t)=\begin{cases} 500+48t-2t^2,\ 0\le t\le 8 \\ 500+48t-2t^2-200\int\limits_8^t dt,\ 8\ \langle\ t\ \langle\ 18 \\ 48t-2t^2-1500,\ 18\le t\le 24 \end{cases}$$

Тестовые задания открытого типа
Задания на дополнение

В заданиях 18-27 заполнить пропуски

18Если функция F(x) является первообразной функции f(x) на некотором промежутке, то все первообразные функции ________ записываются в виде ________________, где С – произвольная постоянная.

19 Если функция F(x) является первообразной функции f(x) на некотором промежутке, а функция G(x) тоже является первообразной функции f(x) на этом промежутке, то их разность равна ___________.

20 Если в неопределенном интеграле $\int(7x+1)2^{5x}dx,$ применяя метод интегрирования по частям положить, что *u(x) = 7x+1,* то функция *v(x*) будет равна ________________________________

21 Если в неопределенном интеграле $\int(-2x+6)3^{-x}dx,$ применяя метод интегрирования по частям положить, что *u(x) = -2x+6,* то функция *v(x*) будет равна ________________________________

22 Неопределенный интеграл $\int(x^3-\frac{3}{x}+\sin x)dx$ равен _________________________

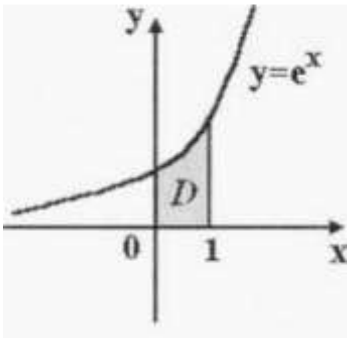
23 Неопределенный интеграл $\int(x^{-2}-\frac{6}{2x+4}+\sin x)dx$ равен _________________________

24 Неопределенный интеграл $\int(x^{-3}-4\ln(-3x+2))dx$ равен ________________________________

25 Интеграл $\int\left(\frac{\sin(x-3)}{\cos(x-3)}\right)dx$ после замены переменной t =cos (x-3) примет вид ________________________________

26Если в неопределенном интеграле $\int 5x^2\ln x dx,$ применяя метод интегрирования по частям, положить, что *u(x) = lnx,* то первообразная будет иметь вид __________________

27 Площадь криволинейной трапеции D равна



равна ____________________

Задание на конструирование

28 Составить подынтегральную функцию f(x), если известно, что ей принадлежит точка (1, 5) и ее первообразной является многочлен первой степени, старший коэффициент которого равен 3.

29 Составить подынтегральную функцию f(x), если известно, что ей принадлежит точка (1, 5) и ее первообразной является многочлен второй степени $a_2x^2+a_1x+c$, у которого старший коэффициент a_2 в два раза больше коэффициента a_1.

Задания на установление соответствия

30.Установите соответствие между неопределенными интегралами и разложениями подынтегральных функций на элементарные дроби.

Неопределенный интеграл	**Разложениями подынтегральные ф нкци**
1. $\int \frac{5}{x^2(x-1)}dx$	А. $\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x^2+7}$
2. $\int \frac{5x-1}{(x-1)(x-3)}dx$	Б. $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x}+\frac{C}{x-1}$
3. $\int \frac{7x+3}{(x-2)(x^2+7)}dx$	В. $\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3}$
4 $\int \frac{9x-8}{(x+1)^2(x^2+36)}dx$	Г. $\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+C}{x^2+7}$
	Д. $\frac{A}{(x+1)^2}+\frac{B}{x+1}+\frac{Cx+D}{x^2+36}$

31 Установите соответствие между подынтегральной функцией и первообразной

Подынтегральная функция f(x)	Первообразная F(x)
1. f(x) = $3x^2$-4x+5	А) F(x) = -0,5cos(2x-4)
2. f(x) = Sin (2x-4)	Б) F(x) = 2cos(2x-4)
3. f(x) = 12x-4	В) F(x) = $x^{3\,-}$2x+5x-1

	Г) F(x) = -2cos(2x-4)
	Д) F(x) = $6x^{2}$ - 4x

Задания для развернутого решения

32 Найти $\int(-x^3+2x^2-x)dx$

33 Найти $\int(-4x^3-x^2-1)dx$.

34 Найти $\int(2x^2+x\ \ +2)dx$.

35 Найти $\int(-x^3+x^2+5)dx$.

36 Разложить на простейшие рациональные дроби рациональную дробь, стоящую под знаком интеграла

$$\int\frac{5}{x^2(x-1)}dx$$
.

37 Представить интеграл I в виде суммы нескольких интегралов, если

а) I = $\int\frac{x^3-3x}{x^2+x}$; б) I= $\int\frac{t^3+t-1}{t^3+t^2}dt$

38 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями y = x^2 и y = 4x – x^2

39 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями y^2 = 2x + 4 и x = 0

40 Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной линиями y = x^2, x = 1, x = 2, y = 4.

41 Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной линиями y = x * $\sqrt{-x}$, x = - 4, y = 0.

В заданиях 42-46 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

42 Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 8 до 18 часов (8 < t < 18) с постоянной скоростью уборки снега 200 $ì^3/÷$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=48t-2t^2$, где S (t) – объем снега (в $м^3$), выпавшего за время t (в часах), $0\le t\le 24$. В момент времени t = 0 на улицах города лежит 500 $м^3$ снега.

43 Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 8 до 18 часов (8 < t < 18) с постоянной скоростью уборки снега 200 ì ^{3}/÷. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt} = 48t - 2t^2$, где S (t) – объем снега (в ì ^{3}), выпавшего за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. В момент времени t = 0 на улицах города лежит 500 ì ^{3} снега. Определите объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t = 3 часов, t = 15 часов.

44 Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 8 до 18 часов (8 < t < 18) с постоянной скоростью уборки снега 200 ì ^{3}/÷. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt} = 48t - 2t^2$, где S (t) – объем снега (в ì ^{3}), выпавшего за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. В момент времени t = 0 на улицах города лежит 500 ì ^{3} снега. Пусть снегоуборочные машины не работали в обеденное время (12 < t < 13). Найти объем снега, лежащего на улицах города в конце дня (t = 24 ч) .

45 Мощность y потребляемой городом электроэнергии выражается формулой

$$y = \begin{cases} a, \ \text{если}\ t < 6 \\ a + b\sin\frac{\pi(t-6)}{18}, \ \text{если} \end{cases} \quad t \ge 6,5.$$

где t – текущее время суток. Найти суточное потребление электроэнергии при a = 15000 кВт, b = 12000 кВт.

46 Определить объем выпуска продукции за первые 5 часов работы при производительности $f(t) = 11{,}3e^{-0{,}417t}$, где t- время в часах.

47 Поступление товара на склад определяется функцией $u_1(x)= 75-0{,}5x+0{,}008x^2$. Отпуск товара торгующим организациям определяется функцией $U_2(x)=60-0{,}6x+0{,}004x^2$, где x – число рабочих дней склада. Найдите запас товара, который образовался за 60 рабочих дней.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1 -10 указать номер (номера) правильного ответ

1Если $z=2x^3-y$, то уравнение линий уровня имеет вид:

1) $y=2x^3$; 2) $y=2x^3-c$; 3) $2x^3-y=c$; 4) $z=y$.

2. Если $z = e^{-x}\cos xy$, то частная производная z'_x равна

1) $-e^{-x}\cdot\sin xy$; 2) $-e^{-x}\cdot\cos xy + e^{-x}\sin xy$;

3) $-e^{-x}\cdot\cos xy - y\cdot e^{-x}\cdot\sin xy$; 4) $e^{-x}\cdot\cos xy - e^{-x}\cdot\sin xy.$

3 Если $z=2\ln x-\sqrt{(x^2+xy)}$, то частная производная z'_y равна

1) $\frac{2}{x}-\frac{2x+y}{2\sqrt{(x^2+xy)}}$; 2) $-\frac{x}{2\sqrt{(x^2+xy)}}$;

3) $-\frac{y}{2\sqrt{(x^2+xy)}}$; 4) $-\frac{x^2+x}{2\sqrt{(x^2+xy)}}$.

.4 Для функции $z=x^2\ln(x+y)$ z''_{xy} равна

1) $\frac{2x}{x+y}$; 2) $2x\cdot\ln(x+y)+\frac{x^2y}{x+y}$; 3) $\frac{-2x}{(x+y)^2}$; 4) $\frac{3x^2+2xy}{(x+y)2}$.

5 Полный дифференциал dz от функции $z=3x^2y^5$равен

1) $dz=6xy^4dx+12xy^5dy$; 2) $dz=6xy^5dx+15x^2y^4dy$

3) $dz=24xy^3dx+30xy^6dy$; 4) $dz=xy^4dx+xy^6dy$

6 Частная производная $\frac{dz}{dx}$функции $z = xye^{x+2y}$ равна

1) $e^{x+2y}y(1+x)$ 2) $e^{x+2y}x(1+2y)$; 3)0; 4) e^x

7 Если z = x^2 -5xy +2y^2 -2, то градиент z в точке A(1, 1) равен

1) (3, -2) 2) (1,1) 3) (-3, -1) 4) $\sqrt{10}$ 5) -4

8 Частная производная функции $z=e^{x+y^3}$ по переменной y в точке $M(0;1)$ равна

1) 3 2) 2e 3) e 4) 3e

9 Смешанная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ для функции $f=\cos x-5x^2y$ равна

1) $-10x$ 2) 0 3) $\sin x-10xy$ 4) -10y

10 Градиент скалярного поля $U=xy+yz+xz+7$ равен нулевому вектору в

а) (1; 1; 1) б) (0; 0; 0) в) (-1; 0; 1) г) (0; 1; 1)

Тестовые задания открытого типа

В заданиях 11-17 заполнить пропуски

11Частные производные функции $z=e^{-x}\cos xy$ равны:

$z'_x=$______________ $z'_y=$___________________ .

12 Частные производные функции $z=\sin(xy)\ln(x^2+y^2)$ равны

$z'_x=$ ________________________________

$z'_y =$ ________________________________

13 Вторая частная производная функции $z=x^2y^2 + yx$ по переменной x равна ___________________________________

14 Если $z = 3x^2 + 6xy + 5x + 2y^2$, то градиент z в точке A(-1, 1) равен _____________. Модуль градиента z равен __________________

15 Если $u = \ln(2 + x^3 + y^2 - z)$, то значение выражения $(u'_x + u'_y + u'_z)$ в точке M(1;1;0) равно _____________________________

16 Модуль градиента функции нескольких переменных $u = x + y^2 + 2yz - z^3$ в точке A(2; -1; 0) равен _________________

17 Если $z = y^{x^2} + 2x\sqrt[3]{(xy^2 + y)}$, то в точке (1, 0) градиент функции z равен _______________ .

Тестовые задания на соответствия

18 Установить соответствие между функцией двух переменных и уравнением линии уровня

Функция	Линия уровня
1. $z = \sqrt[3]{x^3 - 2y}$	1.2.1 y=$\frac{5x+1}{2xc}$
2. $z = \frac{2x + y}{x^2 - 1}$	Б) y= $2x^2$-c
3. Z=$2x^2$-y	В) y= $0,5(x^3-c^3)$
4. Z=$\frac{5x+1}{2xy}$	Г) y= $\frac{e^c}{x}$
5. Z=ln(xy)	Д) y=cx^2-2x-c
	Е) y= $\frac{x}{e^x}$

19 Установить соответствие между функцией нескольких переменных и значением ее частной производной в указанной точке

Функция	Значение частной производной
1. $z = \sqrt{x^3 - 2y}$	А) $z'_y(1,\ 1) = 1$
2. $z = \frac{2x + y}{x^2 - 2}$	Б) $z\ _x(2,0) = 8$
3. Z=$2x^2$-y	В) $z'_y(2,0) = 0$

4. Z=$\frac{5x+1}{2xy}$	Г) $z'_y(2{,}0)=1$
5. Z=ln(xy)	Д) $z'_x(1{,}0)=-1{,}5$

Задания с развернутым решением.

20 Найти и изобразить на координатной плоскости область определения функции $z=\sqrt[4]{x^2-y}$

121. Найти и изобразить на координатной плоскости область определения функции $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$

22. Найти и изобразить на координатной плоскости область определения функции $z=y\sqrt{x}$

23 Найти и изобразить линии уровни функции $z=2x-y-1$

24 Найти и изобразить линии уровни функции $z=x^2-y-2$

25 Найти частные производные функций первого и второго порядков $z=x^2y+\sin(xy)+\sqrt{2x-y}$

26 Найти частные производные функций первого и второго порядков $z=\dfrac{x^2+y}{2x-1}+\ln(xy)$

27. Найти экстремумы функции $z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$

28 Найти экстремумы функции $z=x^2y-x\ln y$

29 Найти градиент функции $z=x^3+3xy^2-15x-12y$ и его модуль в точке (1,-1)

30 Найти градиент функции $z=-x^2-xy+y^2+3x+6y$ и его модуль в точке (-1, 2)

31 Исследовать функцию $z=xy$ на экстремум при условии, что *x+2y=1*

32 Исследовать функцию $z=-2xy+x+y$ на экстремум при условии, что *x+y=1*.

33 $\iint\limits_D (x+y^2)dxdy$, где *D* ограничена прямыми *y=x, y=2x, y=-x+4*.

34 $\iint\limits_D \frac{x}{y}dxdy$, где *D* ограничена линиями *y=e*^{x}*, y=e*^{2x}*, x=2.*

35 $\iint\limits_D (\sqrt{x}+\sqrt{y})dxdy$, где *D* ограничена линиями *y=x*^{2}*, y=4x*^{2}*, x=2.*

В заданиях 36-39 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи.

36 Функция полезности имеет вид U(x,y)=2ln(x-1)+3ln(y-1). Цена единицы первого блага равна 8, второго – 16. На приобретение этих благ может быт затрачена сумма, равная 1000. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей.

37. Пусть производственная функция есть функция Кобба-Дугласа $Y(K,L)=1000K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}$ найдите среднюю и предельную производительность труда, среднюю и предельную фондоотдачи, эластичности по труду и по фондам.

38 Цены на два вида товаров равны соответственно p_1=32 и p_2=24 ден. ед. Определите, при каких количествах x и y продаж этих товаров прибыль будет максимальной, если функция общих издержек имеет вид: $C(x,y)=1{,}5x^2+2xy+y^2$.

39. На заводе производятся два вида товаров, цены на которые 45 и 50 ден.ед. Функция затрат, связанная с их производством, имеет вид $C(x,y)=0{,}1x^2+0{,}05xy+0{,}2y^2$, где x и y – количество товаров первого и второго видов. Найдите экстремумы функции прибыли. Проверьте правило экономики: предельная цена товара равна предельным издержкам на производство этого товара.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1 –11 Указать номер (номера) правильного ответа

1 Какое из следующих выражений является общим решением дифференциального уравнения $y'=xy-3x$

1) $3+Ce^{\frac{x^2}{2}}$ 2) $Ce^{\frac{x^2}{2}}$ 3) $\frac{x^2}{2}-\frac{3x^2}{2}$ 4) $Ce^{\frac{x^2}{2}}-3$

2 Какое из следующих выражений является общим решением дифференциального уравнения $y'\cdot\sin x=y\cdot\cos x$

1) $C\cdot\sin x+x^2$ 2) $C\cdot\sin x-x$

3) $C\cdot\sin x-3x$ 4) $C\cdot\cos x-2$ 5) $C\cdot\sin x$

3 Общим решением дифференциального уравнения

$y''-12y'+35y=0$ является

1. $C_1e^{-5x}+C_2\sin(7x)$ 2. $C_1\cos(5x)+C_2\sin(7x)$ 3. $C_1e^{8x}+C_2e^{4x}$ 4. $C_1e^{5x}+C_2e^{7x}$

4 Частное решение дифференциального уравнения $(x^2-1)\cdot y'=2x\cdot y$ при y(2) = 6 имеет вид

1) x^2+1 2) $\frac{x^2-1}{2}$ 3) $\ln\left|x^2-1\right|$ 4) $2(x^2-1)$ 5) $2x^2+2$

5 Общее решение дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2}=\frac{dx}{1+x^2}$ имеет вид

1) $-\frac{1}{y}=arctgx+C$ 2) $\frac{1}{y}=\ln\left(1+x^2\right)+C$ 3) $-\frac{1}{y}=arctgx\frac{1}{x}+C$

4) $\frac{1}{y}=-\ln\left(1+x^2\right)+C$

6 Общий вид частного решения $\bar{y}$ линейного неоднородного уравнения второго порядка $y''+4y=\cos 2x$ будет выглядеть как …

а) $\bar{y}=A\cos 2x$ б) $\bar{y}=A\cos 2x+B\sin 2x$

в) $\bar{y}=x\left(A\cos 2x+B\sin 2x\right)$ г) $\bar{y}=Ax\cos 2x$.

7Дано дифференциальное уравнение $y'=\left(2k-2\right)x^3$, тогда функция $y=x^4-3$ является его решением при k равном

а) 3 б) 1 в) 0 г) 2

8Общее решение дифференциального уравнения $y'''=2x+1$ имеет вид

1) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{6}x^3+\frac{C_1}{2}x^2+C_2x+C_3$

2) $y=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{6}x^3+C$

3) $y=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{6}x^3+\frac{C_1}{2}x^2+C_2x+C_3$

4) $y=x^4+x^3+C_1x^2+C_2x+C_3$

9 Общее решение $\bar{y}$ линейного однородного уравнения второго порядка $y''+4y=0$ будет выглядеть как

1) $\bar{y}=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$ 2) $\bar{y}=C_1+C_2e^{4x}$ 3) $\bar{y}=C_1e^{2x}+C_2e^{-2x}$

4) $\bar{y}=C_1+C_2e^{-4x}$

10 Дифференциальное уравнение $\left(2x-y\right)dx+\left(x+2y\right)dy=0$ заменой $u=\frac{y}{x}$ приводится к уравнению с разделенными переменными, которое имеет вид

1) $\frac{1+2u}{1-2u+u^2}du=-\frac{2}{x}dx$ 2) $\frac{1+2u}{3+u}du=dx$

в) $\frac{1+2u}{2-u}du=dx$ г) $\frac{1+2u}{1+u^2}du=-\frac{2}{x}dx$

11 Дифференциальным уравнением первого порядка является

1) $2xy=y'-xe^{-x^2}$ 2) $y-5y=e^{-5x}$

3) $\frac{y''}{y'}\sqrt{x-1}=1$ 4) $dy=(5-x)ydx$

Тестовые задания открытого типа

В заданиях 12-16 заполнить пропуски

12 Частное решение дифференциального уравнения $x^2y'+y^2=0$ при y(-1)=1 имеет вид ________________________________

13 Для дифференциального уравнения $y'=xe^x$

$y_{общее}=$____

14 Для дифференциального уравнения $y'=x^3y$

$y_{общее}=$____

15 Для дифференциального уравнения $y''+y'-2y=0$

$y_{частное}=$____, если $y(0)=1,\ y'(0)=-1$

16 Для дифференциального уравнения $y''+y'-2y=e^{-2x}$

$y_{общее}=$____

Тестовые задания на соответствие

17 Установите соответствие между дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями

1. $y^{IV}-4y'''-y''=0$	а) $\lambda^4-4\lambda^3-\lambda^2=0$
2. $y^{IV}-4y'''-y''+y'=0$	б) $\lambda^3-\lambda^2-\lambda=0$
3. $y^{IV}-4y'''-y'+y=0$	в) $\lambda^4-4\lambda^3-\lambda+1=0$

18 Установить соответствие между формулой, определяющей дифференциальное уравнение, и его названием

Вид дифференциального уравнения	Название дифференциального уравнения
1. $dy=f(x)g(y)dx$	А. Линейное однородное уравнение 2 порядка
2. $y''+p(x)y'+q(x)y=r(x)$	Б. уравнение в полных дифференциалах
3. $y'=g(y)$	В. Линейное неоднородное уравнение 2 порядка

4. $y' = g(\frac{y}{x})$	Г. Уравнение с разделяющимися переменными
5. $y' + f(x)y = g(x)$	Д. Уравнение Бернулли
	Е. Уравнение решаемое понижением порядка
	Ж.Однородное уравнение 1 порядка

19 Установить соответствие между формулой, определяющей дифференциальное уравнение, и его названием

Вид дифференциального уравнения	Название дифференциального уравнения
1. $dy = f(x)dx$	**А.** Уравнение с разделяющимися переменными
2. $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)y^n$	**Б.** Уравнение в полных дифференциалах
3. $y'' = g(x, y')$	**В**. Линейное неоднородное уравнение 2 порядка
4. $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$	**Г**. Неполное уравнение
5. $y' + f(x)y = 0$	**Д**. Уравнение Бернулли
	Е. Уравнение 2 порядка, решаемое понижением порядка
	Ж.Однородное уравнение 1 порядка

20 Установить соответствие между дифференциальным уравнением и методом его решения

Дифференциальное уравнение	**Способ решения**
1. $y'' = 2y'$	А) Используется замена функции y(x) на произведение функций u(x)v(x)
2. $y' = x + 1$	Б) Используется прием составления и нахождения корней характеристического уравнения. Вид общего решения определяется их кратностью и принадлежностью множеству действительных чисел
3. $y' + (x+1)y = e^x$	В) Используется замена вида $z(y) = y'$
	Г) Применяется непосредственное интегрирование
	Д) Используется замена вида $z = \frac{y}{x}$

21 Установить соответствие между дифференциальным уравнением и способом его решения

Дифференциальное уравнение	Способ решения
1. $y' = y^2 x$	А) Используется замена вида $z = \frac{y}{x}$
2. $y'' + 3y' - 2y = 0$	Б) Используется прием составления и нахождения корней характеристического уравнения. Вид общего решения

	определяется их кратностью и принадлежностью множеству действительных чисел
3. $(x^2+y^2)dx = xydy$	В) Используется замена вида $z(y) = y'$
	Г) Применяется непосредственное интегрирование
	Д) Используется прием уединения функций от различных переменных в части уравнения, содержащей дифференциал от соответствующей переменной

22 Установить соответствие между дифференциальным уравнением и видом его частного решения

Дифференциальное уравнение	Вид частного решения
1. $y'' - 4y = x^2 - 2x$	А) $u_{\text{÷àñòíîå}} = x^2(c_0 + c_1x + c_2x^2)$
2. $y'' + 2 = x^2 + 1$	Б) $u_{\text{÷àñòíîå}} = (c_0 + c_2x^2)$
3. $y'' - 2y' = x^2 - 1$	В) $u_{\text{÷àñòíîå}} = x(c_0 + c_1x + c_2x^2)$
	Г) $u_{\text{÷àñòíîå}} = (c_0 + c_1x + c_2x^2)$

23 Установить соответствие между дифференциальным уравнением и видом его частного решения

Дифференциальное уравнение	Вид частного решения
1. $y'' - 4y' = x - 2x^2$	А) $u_{частное} = x^2(c_0 + c_1x + c_2x^2)$
2. $y'' - 2y = x + 1$	Б) $u_{частное} = (c_0 + c_2x^2)$
3. $y'' - 2 = x^2 - 1$	В) $u_{частное} = x(c_0 + c_1x + c_2x^2)$
	Г) $u_{частное} = (c_0 + c_1x + c_2x^2)$
	Д) $u_{частное} = (c_0 + c_1x)$

IV. Задания с развернутым решением

24. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = x^3$, если y(0)=3.

25 Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = 3x^2$, если y(1)=3

26 Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = \sin x$, если $y(\pi) = 3$.

27 Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = 4x^3 - 2x$, если y(2)=14.

28 Найти общее решение дифференциального уравнения
$y' + 2xy = x$

29. Найти общее решение дифференциального уравнения
$y' + 3x^2y = x^2$

30 Найти общее решение дифференциального уравнения
$y' + y\sin x = \sin x$

31 Найти общее решение дифференциального уравнения
$y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$

32. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 5y' + 4y = e^{3x}$

33 Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 6y = e^{x}$

34 Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' - 15y = x^2$

В заданиях 35-38 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи.

35 Для некоторой фирмы функция предельной выручки от продажи своей продукции имеет вид $MR=10-0,2q$ (q – объем продукции). Найти общую выручку.

36 Функция зависимости выработки сырья от времени (в час.) имеет вид $q(t)=2\text{-}3e^{-3t}$.Найти зависимость объема произведенной продукции $Q(t)$ от времени, если $Q(5)=30$.

37 Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют соответственно вид $y = 50 - 2p - 4p'_t$, $y = 70 + 2p - 5p'_t$. Найти зависимость равновесной цены от времени, если p(0)=10, и определить, является ли равновесная цена устойчивой.

38 Найти динамику цены p на товар, если прогноз спроса и предложения описываются соотношениями

а) $D(t) = 3p'' - p' - 2p + 18;\quad S(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$;

б) $D(t) = p'' - 2p' - 2p + 10;\quad S(t) = 2p'' + 2p' + 4p + 4$.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1-16 указать правильные (правильный) ответы

1 Если $\bar{a} = (x, y, p)$, то x, y, p называют

1) показателями вектора $\bar{a}$;
2) координатами вектора $\bar{a}$;
3) характеристиками вектора $\bar{a}$;
4) компонентами вектора $\bar{a}$.

2 Скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{c}$ – это

1) вектор, координаты которого равны произведению соответствующих координат векторов $\bar{a}$ и $\bar{c}$;

2) число, равное произведению длин векторов $\bar{a}$ и $\bar{c}$ на косинус угла между ними;

3) число, равное сумме произведений соответствующих координат векторов $\bar{a}$ и $\bar{c}$;

4) вектор, координаты которого равны сумме соответствующих координат векторов $\bar{a}$ и $\bar{c}$.

3 Сумма векторов $\bar{a}_1 = (-3,\ 4,\ 1)$ $\bar{a}_2 = (6,\ -1,\ 4)$ равна

1) $\bar{c} = (3,\ 3,\ 3)$; 2) 11; 3) 3; 4) $\bar{c} = (3,\ 3,\ 5)$.

4 Произведение вектора $\bar{x} = (-1,\ 2,\ 4)$ и числа 5 – это

1) $\bar{c} = (-5,\ 2,\ 4)$; 2) 25; 3) $\bar{c} = (-5,\ 10,\ 20)$; 4) -5.

5 Если

$\bar{a} = (-7,\ 2,\ 0), \bar{b} = (-4,\ -3,\ 5), \bar{c} = (-7,\ 2,\ -4)$, то

$\bar{d} = \bar{a} + 2 \cdot \bar{b} - \bar{c}$ – это вектор

1) $\bar{d} = (-18,\ 1,\ 1)$; 2) $\bar{d} = (-8,\ -6,\ 6)$;

3) $\bar{d} = (8,\ -6,\ 6)$; 4) $\bar{d} = (-8,\ -6,\ 14)$;

6 Скалярное произведение векторов $\bar{x} = (2,\ 3,\ -1)$ и $\bar{y} = (-1,\ -3,\ -2)$ равно:

1) -2; 2) -7; 3) -11; 4) -9; 5) (-2, -9, 2).

7 Матрица размера m x n – это

1) прямоугольная таблица, содержащая n строк и m столбцов;
2) прямоугольная таблица, содержащая m чисел в n строках;
3) прямоугольная таблица, составленная из чисел и содержащая n строк и m столбцов;
4) прямоугольная таблица, составленная из чисел и содержащая m строк и n столбцов.

8 В матрице А= $\begin{pmatrix} -4 & -6 & 2 \\ 2 & 4 & 7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) Элемент a_{32} равен 7
2) Элемент a_{33} равен 1
3) Сумма элементов a_{31} a_{23} и a_{13} равна 5
4) Сумма элементов a_{12} и a_{32} равна 2
5) Элемент a_{13} равен элементу a_{21}.

9 Матрица $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ является

5) диагональной;
6) нулевой;
7) треугольной;
8) верхней треугольной.

10 Нулевой матрицей называется

1) квадратная матрица, все элементы которой равны нулю;
2) матрица, содержащая нулевую строку или столбец;
3) матрица, все элементы которой равны нулю;
4) квадратная матрица, все недиагональные элементы которой равны нулю.

11 Матрица размера 5 х 7 содержит

1) 5 строк и 7 переменных;
2) 5 строк и 7 столбцов;
3) 12 элементов;
4) 5 столбцов и 7 строк;
5) 35 элементов

12 Теорема Лапласа – это теорема, на основании которой вычисляют

1) определитель, начиная с определителя четвертого порядка
2) матрицу обратную данной матрице
3) определитель любого порядка
4) произведение двух матриц

13 Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Транспонированная матрица A' равна:

1) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

14 Укажите, какая пара матриц может быть перемножена

1) $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 7 \\ 0 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -8 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 5 & 8 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 4 & -6 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -7 & 1 \end{pmatrix}$.

15 Определитель порядка n равен нулю, если

1) он содержит две равные строки;

2) элементы одной его строки равны сумме соответствующих элементов двух других строк;

3) это определитель диагональной матрицы;

4) это определитель единичной матрицы.

16 Определитель $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -7 & 5 \end{vmatrix}$ равен

1) -33; 2) 33; 3) -23; 4) 23; 5) -156

Какие из данных матриц имеют себе обратные:

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

Задания альтернативного выбора

17 Укажите истинные утверждения

1) Матрицы одинаковых размеров можно складывать.

2) При сложении матриц справедлив коммутативный закон.

3) Любые две квадратные матрицы можно перемножить.

4) Для того, чтобы можно было умножить две матрицы, число столбцов в первой матрице должно быть равно числу строк второй матрицы.

5) Результатом произведения двух матриц является матрица, каждый элемент которой равен произведению соответствующих элементов матриц-множителей.

6) Для того, чтобы матрицу возвести в n степень ($n \in N, n > 1$), надо каждый ее элемент возвести в эту степень.

7) Каждый элемент матрицы обратной данной есть число обратное соответствующему элементу исходной матрицы.

18. Укажите ложные утверждения

1) Определитель произведения двух матриц равен произведению определителей этих матриц.

2) Определитель суммы двух матриц равен сумме определителей этих матриц.

3) Определитель матрицы, все элементы какой-либо строки которой равны между собой, равен нулю.

4) Значение определителя матрицы не изменится , если ее транспонировать.

5) Алгебраическое дополнение элемента матрицы равно ее минору.

6) Минором элемента a_{ij} матрицы A называется определитель матрицы, полученной из матрицы A вычеркиванием i строки и j столбца.

7) Определитель квадратной матрицы, все элементы которой равны 1, равен 1.

Тестовые задания открытого типа
Задания на дополнение

В заданиях 19-28 заполнить пропуски

19 Норма вектора $\bar{a}=(-2, -3, 11)$ равна __________

20 Если $\bar{a}=(1,\ 0,\ -3), \bar{b}=(12,\ -13,\ 2),$ то сумма векторов $\bar{a}+\bar{b}=$_________ .

21Если $\bar{a}=(-2,\ 4,\ -11), \bar{b}=(10,\ 3,\ 1),$ то скалярное произведение $\bar{a}\cdot\bar{b}=$_______ .

22 Если a = _______ , с = _______ , то матрица $\begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 0 & 2a & 0 \\ 0 & 0 & c-3 \end{pmatrix}$ является скалярной

23 Если a =______ , b=______, c= _______ то матрица $\begin{pmatrix} a+b & 0 & 0 \\ 0 & a-2c & 0 \\ 0 & 0 & a-1 \end{pmatrix}$ является нулевой.

24 Обратной матрицей к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ является матрица _____ .

25 Решение матричного уравнения $AXC=B+C$ с невырожденными матрицами A и C определяется по формуле X=___________.

26Решением матричного уравнения $X\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^t \cdot = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$ является ___________________________ .

27 $|A\cdot B|=$_______________; 28 $|A'|=$_________.

Задания на конструирование объектов

В заданиях 29 – 32 составить матрицу, удовлетворяющую заданным условиям

29 Диагональная матрица третьего порядка, сумма диагональных элементов которой равна 9.

30 Матрица, след которой равен 7, и элементами являются целые числа.

31 Матрица-строка, у которой элемент второго столбца меньше элемента четвертого столбца .

32 Квадратная матрица, у которой сумма числа строк и столбцов равна 6 и сумма диагональных элементов равна 10.

Тестовые задания на соответствие

В заданиях 33 – 36 установить соответствие между утверждениями, записанными в столбцах таблицы:

33

Вид матрицы	Матрица
1. Единичная матрица	А) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
2. Нулевая матрица	Б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
3. Диагональная матрица	В) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
4. Неквадратная матрица	Г) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
5. Скалярная матрица	Д). $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
6. Треугольная матрица	Е) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$
7. Матрица-строка	Ж) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
8. Квадратная матрица	З) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

9. Матрица-столбец	И). $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

34

Определитель	Значение определителя
1. $\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$	А) 0
2. $\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$	Б) 40
3. $\begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$	В) 24
	Г) -40

35

Выражение	Значение выражения
1. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$	А) $\begin{pmatrix} 16 & 3 \\ -16 & -3 \end{pmatrix}$
2. $\left(\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\right)'$	Б) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 16 & 25 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}^2$	В) $\begin{pmatrix} 16 & -16 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$
	Г) $\begin{pmatrix} 16 & 3 \\ 10 & -13 \end{pmatrix}$

36

Матрица	Алгебраическое дополнение
1. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$	А) A_{12}=-2
2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -7 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	Б) A_{12}= 2
3. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & -7 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$	В) A_{22}=5
	Г) A_{22}=1

Задания в развернутой форме

37 Найти произведение матриц АВ, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.

38 Найти $3A \cdot B - 2C'$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 9 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

В заданиях 39-41 вычислить определитель и ранг матрицы

39 $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ -3 & 4 & 2 \\ -1 & 14 & 14 \end{pmatrix}$, 40 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$, 41 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В заданиях 42-44 найти ранг матрицы

42 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & -2 \end{pmatrix}$; 43 $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 2 & 10 & 9 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$; 44 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 8 & 16 & 11 \\ 2 & -4 & -16 & -10 \end{pmatrix}$

В заданиях 45-47 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

45 Предприятие производит три типа продукции, используя четыре вида сырья. Нормы затрат ресурсов i-ого вида на производство единицы продукции j-ого типа заданы матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Количество выпускаемой продукции определяет матрица-столбец $\begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix}$. Стоимость одной единицы затраченных ресурсов каждого вида характеризует матрица строка (10, 20, 10, 10). Необходимо найти полную стоимость затрат производства.

46 Хлебопекарня выпекает хлеб пяти видов: подовый, дарницкий, бородинский, формовой, парижский. Объемы производства хлеба в день составляют соответственно 1500, 1250, 910, 2100 и 1150 штук. Записать вектор объема производства хлеба а) в неделю, б) в месяц.

47 Оптовый склад продает фрукты. За неделю было продано 200ц. яблок, 150 ц. апельсинов, 130ц. груш, 105ц. винограда и 130 ц. абрикосов. Записать вектор объема продаж за месяц, а также вектор объема планируемых продаж за три месяца, если за неделю было продано яблок и абрикосов на 2% и 5% соответственно больше планируемого объема, груш на 4% меньше планируемого. Объемы продаж апельсинов и винограда совпали с планируемыми. Определить планируемый доход от продажи за месяц, три месяца, если цена 1 кг яблок – 56 руб., апельсинов – 55 руб., груш – 112 руб., винограда – 143 руб., абрикосов – 235 руб.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1 – 10 указать правильные ответы(ответ)

1 Если матрица системы n уравнений квадратная и ее определитель не равен нулю, то система

1) не имеет решений;
2) имеет единственное решение;
3) имеет не более n решений;
4) имеет ровно n решений;
5) имеет бесконечно много решений.

2 При решении системы по правилу Крамера используют формулы

1) $x_i = \dfrac{\Delta}{\Delta_i}$; 2) $x_i = \dfrac{\Delta_i}{\Delta}$; 3) $x_i = \dfrac{\Delta_{i+1}}{\Delta_i}$; 4) $x_i = \Delta \cdot \Delta_i$; 5) $x_i = \Delta - \Delta_i$.

3 Метод Гаусса

1) используется для решения систем уравнений;

2) используется для решения систем линейных уравнений;

3) можно использовать для решения систем n линейных уравнений с n переменными;

4) используется для вычисления определителей.

4. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - z = 5, \\ x - 2y + 3z = -3, \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$ является вектор

1) (3, 1,1); 2) (1, 5, 2); 3) (-1, 3, 2);
4) (1, 1, 0); 5) нет правильного ответа.

5. Формулы Крамера

1) используются для решения систем уравнений;

2) используются для решения любых систем линейных уравнений;

3) могут быть использованы для решения систем n линейных уравнений с m переменными;

4) используются для вычисления определителей;

5) используются для решения систем линейных уравнений, в которых число переменных равно числу уравнений.

6 Дана система уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_3 = 2, \\ -x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 1, \end{cases}$. Количество ее базисных решений равно

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 0.

7 Если ранг матрицы системы равен рангу ее расширенной матрицы, то

1) система имеет единственное решение;

2) система имеет бесконечное число решений

3) система может иметь не более одного решения;

4) число решений системы не менее одного.

8 Указать, какая из точек A (1,-1), B (1,1), D (2, -3), E (2, 5) принадлежит прямой m, заданной уравнением 2x - y = 1?

a. A, 2) B, 3) D, 4) E.

9 Прямой $2x - y + 7 = 0$ принадлежат точки

а) $A(0;0)$	б) $B(0;7)$	в) $C(1;-9)$
г) $D(1;9)$	д) $E(-2;-3)$	е) $F(-2;3)$

10 Направляющим вектором прямой называется:

1) единичный вектор, параллельный данной прямой

2) любой ненулевой вектор перпендикулярный данной прямой

3) любой ненулевой вектор параллельный данной прямой

4) любой ненулевой вектор

11 Прямые $\ell_1 : 2x + 3y - 1 = 0$ и $\ell_2 : y = \frac{2}{3}x + 4$

1) параллельны
2) перпендикулярны
3) при пересечении образуют острый (тупой) угол

12 Прямые $\ell_1 : -2x + 2y + 3 = 0$ и $\ell_2 : y = -x + 4$

1) параллельны
2) перпендикулярны
3) при пересечении образуют острый (тупой) угол

13 Всякая прямая, параллельная прямой $m: x - y = 2$, имеет угловой коэффициент, равный:

1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) -2; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $-\frac{1}{2}$.

14 Всякая прямая, перпендикулярная прямой $\ell: 2x + 4y = 1$, имеет угловой коэффициент, равный:

1) $-\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 2; 4) -2; 5) $-\frac{1}{4}$

15 Графическим изображением системы неравенств $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ является

1) точка ; 2) прямая: 3) плоский треугольник;

4) многоугольник; 5) неограниченная многоугольная область;

6) пустое множество; 7) луч

16 Графическим изображением системы неравенств $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq -6 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8 \\ x_1 \leq 5 \end{cases}$ является

1) Ø: 2) плоский угол; 3) плоский треугольник;

4) неограниченная многоугольная область; 5) точка; 6) луч

17 Неравенство $x_1 - 1 \geq 0$ является следствием системы

1) $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -1 \\ x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Задания альтернативного выбора

18 Укажите номера истинных утверждений.

1) Формулы Крамера используются для решения систем линейных уравнений, содержащих три и более переменные.

2) Если определитель матрицы системы не равен нулю, то система совместна.

3) Если определитель матрицы системы линейных днородных уравнений не равен нулю, то система имеет только нулевое решение.

4) Число базисных решений системы линейных уавнений равно числу ее неосновных переменных.

5) В матрице системы линейных уравнений можно менять местами строки.

6) Если ранг матрицы совместной системы меньше числа переменных в системе, то система несовместна.

7) Формулы Крамера можно использовать для нахождения решения системы линейных уравнений, в которой число переменных больше числа уравнений.

19 Укажите номера ложных утверждений

1) Для нахождения решения системы линейных уравнений при условии что определитель матрицы системы не равен нулю, используются формулы $x_i = \frac{\Delta}{\Delta_i}$.

2) Если число неосновных переменных системы 5 линейных уравнений с 7 переменными равно 2, то число основных переменных равно 3.

3) Матрица системы линейных уравнений состоит из коэффициентов при переменных.

4) В матрице системы линейных уравнений нельзя менять местами столбцы.

5) Если определитель матрицы системы равен нулю, то система несовместна.

6) Если хотя бы один из свободных членов системы линейных уравнений равен 0, то ее называют системой линейных однородных уравнений.

Если ранг матрицы системы линейных уравнений равен рангу ее расширенной матрицы, то система совместна и имеет единственное решение.

20 Укажите истинные утверждения

1) $Ax + By + C = 0$ - общее уравнение прямой в пространстве.

2) $Ax + By + C = 0$, где $A^2 + B^2 = 0$ - общее уравнение прямой на плоскости.

3) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_2}{y_1-y_2}$ - уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$.

4) $y=kx$ - уравнение прямой с угловым коэффициентом

5) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$ - уравнение прямой в отрезках.

6) $\alpha(x-x_0)+\beta(y-y_0)=0$ - уравнение прямой на плоскости, заданной нормальным вектором $\bar{n}(\alpha,\beta)$ и точкой $M(x_0,y_0)$

7) $Ax+By+Cz+D=0$- уравнение прямой в пространстве

8) $\frac{x-x_1}{a}=\frac{y-y_1}{b}=\frac{z-z_1}{c}$ - каноническое уравнение прямой в пространстве, где x_1,y_1,z_1 - координаты направляющего вектора $\bar{s}(x_1,y_1,y_1)$, a,b,c - координаты точки $A(a,b,c)$, принадлежащей прямой

9) $\frac{x-x_1}{a}=\frac{y-y_1}{b}=\frac{z-z_1}{c}$ - каноническое уравнение прямой в пространстве, заданной точкой $A(x_1,y_1,z_1)$ и вектором $\bar{s}(a,b,c)$

10) $\frac{x-x_1}{a}=\frac{y-y_1}{b}=\frac{z-z_1}{c}$- каноническое уравнение прямой в пространстве, заданной точкой $A(x_1,y_1,z_1)$ и нормальным вектором $\bar{n}(a,b,c)$

21 Укажите ложные утверждения

1) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ - уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$.

2) $Ax+By+C=0$ - общее уравнение прямой на плоскости, если А ≠ -В.

3) $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}$ - уравнение прямой, заданной точкой $A(x_0,y_0)$ и направляющим вектором $\bar{s}(b,a)$.

4) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=c$ - уравнение прямой, проходящей через точки $A(a,0)$ и $B(0,b)$.

5) $y=kx+b$ - уравнение прямой на плоскости, заданной угловым коэффициентом k и точкой $M(x,b)$.

6) $y-y_1=kx$ - уравнение прямой на плоскости, заданной точкой $A(x_1,y_1)$ и угловым коэффициентом k.

7) $x\cos\varphi+y\sin\varphi-\rho=0$, где φ - угол, образованный прямой с осью Oy, ρ - расстояние от начала координат до прямой.

8) Система $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$

определяет множество прямых в пространстве

9) $\frac{x-x_1}{a}=\frac{y-y_1}{b}=\frac{z-z_1}{c}$ - каноническое уравнение прямой в пространстве, заданной точкой $A(x_1,y_1,z_1)$ и направляющим вектором $\bar{s}(a,b,c)$.

10) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z+z_0)=0$ - уравнение плоскости, заданной направляющим вектором $\bar{s}(A,B,C)$ и точкой $A(x_0,y_0,z_0)$

22 Укажите истинные утверждения

1) Если прямые $l_1: y=k_1x+b_1$ и $l_2: y=k_2x+b_2$ перпендикулярны, то $k_1k_2=1$

2). Если $k_1k_2=-1$, то прямые $l_1: y=k_1x+b_1$ и $l_2: y=k_2x+b_2$ совпадают

3) Если $A_1A_2\neq -B_1B_2$, то прямые l_1 и l_2,заданные соответственно уравнениями $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$ и $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$, не являются взаимно перпендикулярными

4)Если $A_1B_2+A_2B_1\neq 0$, то прямые l_1 и l_2, заданные соответственно уравнениями $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$, не могут быть взаимно перпендикулярными

5) Угол φ между прямыми l_1 и l_2, заданными соответственно уравнениями $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$, определяется по формуле $\varphi=\arccos\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$

6) Острый угол φ между прямыми l_1 и l_2, заданными соответственно уравнениями $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$, определяется по формуле $\varphi=\arccos\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}-\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$

7) Острый угол φ между прямыми, заданными соответственно уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ определяется по формуле $\varphi = arctg\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2}$

8) Угол φ между прямыми, заданными соответственно уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ определяется по формуле $\varphi = arctg\left|\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2}\right|$

9) Угол φ между прямыми, заданными соответственно уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ определяется по формуле $\varphi = arctg\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2}$

10) Расстояние d от точки $M(x_0, y_0)$ до прямой $l: Ax + By + C = 0$ определяется по формуле $d = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнения

В заданиях 23 -35 заполнить пропуски

23 Если ранг матрицы системы не более ранга ее расширенной матрицы, то система линейных уравнений ________________________________

24 Система линейных однородных уравнений имеет единственное решение, если ____ .

25 Если система n линейных уравнений с n переменными имеет единственное решение, то ____ .

26 Если определитель системы линейных уравнений равен 0, то ____ .

27 Если ранг системы линейных уравнений с тремя переменными равен 2, то ____ .

28 Система линейных алгебраических уравнений ________________ тогда и только тогда, когда ________________основной матрицы равен рангу ее___________________________матрицы.

29 Если A(2,-1), B(0,4), то общее уравнение прямой AB имеет вид ______________________ .

30 Если $M(2;-4)$, $N(-4;2)$, то общее уравнение прямой, проходящей перпендикулярно к отрезку MN через его середину, имеет вид _________________________ .

31 Общее уравнение прямой, проходящей через точки А(2, -1) и В(3, -5) имеет вид ________________ .

32 Общее уравнение плоскости, заданной точкой А(-1,2,-3) и нормальным вектором $\bar{n}$ (2, -3, 5), имеет вид ____________________________ .

33 Общее уравнение плоскости, заданной точкой $A(1,-1,3)$ и нормальным вектором $\bar{n}(3,2,-4)$, имеет вид ______________________

34 Каноническое уравнение прямой, заданной точкой $A(-3,1,0)$ и направляющим вектором $\bar{s}(-1,2,4)$, имеет вид ___________________ .

35 Каноническое уравнение прямой, заданной точкой $\grave{A}(-3,4,-1)$ и направляющим вектором $\bar{s}(-3,2,-5)$, имеет вид _______________

Задания на конструирование объектов

В заданиях 36 – 23 составить систему линейных уравнений, удовлетворяющую заданным условиям

36 Составить систему линейных однородных уравнений с тремя переменными.

37 Составить систему линейных уравнений, свободные члены которой числа неположительные.

38 Составить систему линейных уравнений, ранг матрицы которой равен двум, а ранг расширенной матрицы – трем.

39 Составить систему линейных уравнений, для которой определитель матрицы системы равен нулю.

40. Составить систему линейных однородных уравнений, имеющую единственное решение.

41 Составить общее уравнение прямой на плоскости, если известно, что $\bar{n}=(-1,4)$– ее нормальный вектор.

42 Составить уравнение прямой параллельной прямой *y=-5x+1.*

43 Составить уравнение прямой в отрезках, пересекающей оси координат в точках А(3, 0) и В(0, -2).

44 Составить уравнение плоскости, если $\bar{n}=(2,-3,5)$ее нормальный вектор.

45 Составить уравнение прямой на плоскости, образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

46 Составить уравнение прямой в пространстве, если известно, что $\bar{a}=(1,\ 2,-6)$ ее направляющий вектор.

47 Составить систему линейных неравенств с двумя переменными, решением которой является: а) точка; б) множество упорядоченных пар, являющихся координатами точек луча; в) множество упорядоченных пар, являющихся координатами точек прямой; г) множество упорядоченных пар, являющихся координатами точек четырехугольной замкнутой области.

Тестовые задания на соответствие

48 Утверждениям первого столбца поставить в соответствие утверждения второго столбца

1	2
1. Совокупность чисел (1, -1, 0) – решение системы линейных уравнений	А) $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$
2. Четыре переменных содержит система	Б) $\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$
3. Система линейных однородных уравнений – это система	В) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$
4. Двум равен ранг системы	Г) $\begin{cases} -x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
	Д) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 2 \\ -5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

49

1	2
1. Общее уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку (2, -1)	А. Уравнение прямой в отрезках
2. Вектор $\bar{a}(1,-3)$ является направляющим вектором прямой	Б. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-4} = 1$
3. Каноническое уравнение прямой на плоскости, заданной точкой $A(0,-1)$ и направляющим	В. Уравнение прямой, проходящей через точки $M(3,-1)$ и $N(1,-3)$

вектором $\bar{s}(2,-3)$	
4. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-4}=1$	Г. $n(3,-1)$
5. Общее уравнение прямой, образующей угол $\alpha=-\frac{\pi}{4}$ с положительным направлением оси абсцисс, это уравнение вида	Д. $2x-y-5=0$
6. Уравнение прямой, заданной точкой $A(0,-1)$ и нормальным вектором $\bar{n}(2,-3)$	Е. $3x+y-7=0$
7. Уравнение прямой, пересекающей ось абсцисс в точке (1, 0), ось ординат – в точке (0, -4)	Ж. $x+y+1=0$
8. Нормальным вектором прямой $y=3x+1$ является вектор	З. $2x-3(y+1)=0$
9. $\frac{x-3}{-2}=\frac{y+1}{-2}$	И. $\frac{x}{2}+\frac{y+1}{-3}=0$
10. $x-3=y+1$	К. $x+y+5=0$
	Л. $\bar{n}(3,1)$

50

1	2
1. Прямая с угловым коэффициентом 3, проходящая через точку (1, -2), определяется уравнением	А. $x\cos\frac{5\pi}{6}+y\sin\frac{5\pi}{6}+2=0$
2. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+6}{-1}$	Б. $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$
3. Уравнение прямой в отрезках, отсекающей на осях абсцисс и ординат отрезки длины 2 и 5 соответственно	В. $x\cos\frac{\pi}{6}+y\sin\frac{\pi}{6}+1=0$
4. Общее уравнение прямой, нормальный вектор $\bar{k}$ которой имеет координаты (3, -1)	Г. $y+2=3(x-1)$
5. Уравнение прямой, угловой коэффициент которой равен 3	Д. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(1,-6)$ параллельно вектору $\bar{s}(5,-1)$

6. Уравнение прямой, пересекающей ось абсцисс в точке (-2, 0), ось ординат – в точке (0, 5)	Е. $3x - y + 12 = 0$
7. Точка $A(1,-2)$ принадлежит прямой, заданной уравнением	Ж. Каноническое уравнение прямой, заданной точкой (-1, 6) и направляющим вектором $\overline{p}(5,-1)$
8. Прямая, проходящая через начало координат, задана уравнением	З. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = 1$
9. Нормальное уравнение прямой, образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha = \frac{2\pi}{3}$	И. $y = -2x$
10. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+6}{-1}$	К. $3x - y - 5 = 0$
	Л. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-5} = 1$

51

1	2
1. Вектор $\overline{q}(2,-8)$ является направляющим вектором прямой	А. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{-1}$
2. Уравнение прямой, проходящей через точки $M(1,-1)$ и $N(2,0)$	Б. $y - 3 = \frac{2}{3}(x+1)$
3. $x\cos\frac{\pi}{3} + y\sin\frac{\pi}{3} + 1 = 0$	В. $y + 1 = \frac{2}{3}(x-3)$
4. Общее уравнение прямой, нормальный вектор $\overline{n}$, который имеет координаты (-5, 1)	Г. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{-8}$
5. Прямая, угловой коэффициент которой равен 1	Д. $x - 1 = y + 1$
6. $x\cos\frac{5\pi}{6} + y\sin\frac{5\pi}{6} + 3 = 0$	Е. Нормальное уравнение прямой, единичный нормальный вектор которой образует с осью абсцисс

	угол $\alpha=\frac{\pi}{3}$
7. Прямая, заданная угловым коэффициентом $k=\frac{2}{3}$ и точкой $A(3,-1)$	Ж. $-5x+y-2=0$
8. Прямая, проходящая через точку $K\left(0,\frac{11}{3}\right)$	З. $8x+2y-1=0$
9. Каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $A(2,0)$	И. нормальное уравнение прямой, образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha=\frac{5\pi}{6}$
10. Прямая, пересекающая ось абсцисс в точке $\left(\frac{1}{8},0\right)$	К. $5x-y+4=0$
	Л. Нормальное уравнение прямой, образующей с положительным направлением оси абсцисс угол α $=\frac{\pi}{3}$

Задания для развернутого решения

В заданиях 52- 54 решить систему линейных уравнений тремя способами (методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса)

$$52\ \begin{cases}-2x+y-3z=2\\ 6x-y+5z=0\\ -x+3y-z=3\end{cases};\quad 53\ \begin{cases}-2x+y-3z=2\\ 3x-2y+z=-8\\ x+3y-4z=1\end{cases};\quad 54\begin{cases}-x+2y-z=0\\ -2x+4y-5z=-9\\ -x+y-3z=-8\end{cases}$$

В заданиях 55-56 найти общее, одно частное и два базисных решения системы

$$55\ \begin{cases}x_1-2x_2+3x_3-x_4=7\\ -2x_1+x_2-x_3+3x_4=-6\\ 4x_1-5x_2+7x_3-5x_4=20\end{cases};\quad 56\ \begin{cases}-x_1+4x_2-x_3+5x_4=5\\ -4x_1+2x_2-3x_3-x_4=-2\\ 11x_1-16x_2+9x_3-13x_4=-11\end{cases}$$

В заданиях 57-58найти общее решение системы линейных однородных уравнений. Найти фундаментальную систему решений

57 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + \quad x_3 - 11x_4 = 0 \\ -x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 13x_4 = 0 \\ -7x_1 + 2x_2 - x_3 + 16x_4 = 0 \end{cases}$; 58 $\begin{cases} -x + 8y - 2z = 0 \\ 4x - 2y + 5z = 0 \\ -3x + 4y - 2z = 0 \end{cases}$

В заданиях 59-60 найти решении системы линейных уравнений в зависимости от параметра а

59 $\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_{34} = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}$; 60 $\begin{cases} ax_1 - \quad x_2 + \quad x_3 = 0 \\ 2x_1 + \quad x_2 - 3ax_3 = 1 \\ -x_1 + ax_2 - x_3 = -1 \end{cases}$

61 Составить уравнение прямой в пространстве, если известно, что она является линией пересечения плоскостей $\alpha : 2x + y - z + 1 = 0$ и $\beta : 3x + 2y + 2z - 1 = 0$.

62 Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A, B, C, если $A(2,\ 3,\ 1)$, $B(0,\ 1,\ -1)$, $C(1,\ -3,\ 2)$.

63 Составить уравнение прямой ℓ перпендикулярной прямой ℓ_1 и проходящей через точку A, если $\ell_1 : 3x - y + 1 = 0;\quad A(1;1)$.

64 Составить уравнение прямой ℓ, проходящей через точку A так, что угол между ней и данной прямой ℓ_1 равен φ, если $A(1;-1),\quad \ell_1 : x + y - 2 = 0,\quad \varphi = \dfrac{\pi}{3}$;

65 Даны вершины ΔMNK. Составить уравнения высот и медиан треугольника, если $M(1;-1)$, $N(2;0)$, $K(-3;4)$

В заданиях 66- 73 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи

66 В банкомат, находящийся на предприятии, загружены в день зарплаты купюры следующего достоинства: по 5000 рублей – 257, по 1000 рублей – 320, по 500 рублей – 158, по 100 рублей -876. По штатному расписанию задействованы четыре вида должностей. Зарплата работника по первому виду должностей составляет 32400 рулей, по второму виду – 26600 рублей, по третьему – 17600 рублей, по четвертому 12800 рублей. Сможет ли каждый сотрудник получить зарплату минимальным числом купюр? Сколько сотрудников работает на каждой должности? Останутся ли в банкомате купюры? Какого достоинства? Сколько?

67 Строительной фирме для отделки помещений было выделено 2888 денежных единиц для покупки 20 банок краски темно-бирюзового, бирюзового и светло-бирюзового оттенков по цене 120, 148 и 200 денежных единиц за банку соответственно. На момент покупки выяснилось, что цены на темно-бирюзовую и светло-бирюзовую краску снизились на 5 и 7 процентов соответственно. После совершения покупки остались средств в размере 116 денежных единиц. Какое количество банок краски купили.

68 На предприятии имеется четыре технологических способа изготовления двух видов изделий сырья. В таблице представлены данные о числе изделий, изготавливаемых по каждой из технологий из единицы сырья.

Изделие	Выход из единицы сырья			
	1	2	3	4
А	3	5	3	5
Б	11	2	7	12

Найти условия выбора технологий при производстве из 129 единиц сырья 469 изделий А и 1050 изделий Б.

69 Дана матрица прямых затрат А= $\begin{pmatrix} 0,3 & 0,25 \\ 0,15 & 0,12 \end{pmatrix}$ и вектор конечной продукции Y = $\begin{pmatrix} 300 \\ 100 \end{pmatrix}$. Необходимо найти:

1) матрицу полных затрат S;
2) объем валовой продукции X, если вектор конечной продукции увеличить на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}$.

70 Данные баланса (ден. един.) трех отраслей промышленности за некоторый период времени представлены в таблице

№ отрасли	Отрасль	Потребление			Валовый выпуск
		1	2	3	
1	Добыча и переработка углеводородов	5	35	20	100
2	Энергетика	10	10	20	100
3	Машиностроение	20	10	10	50

Найти объем валового выпуска каждого вида продукции, если конечное потребление по отраслям запланировать соответственно в объемах 40, 60, 10 денежных единиц.

71 Графики издержек при перевозке 1 т сырья двумя средствами транспорта представлены на рис.1

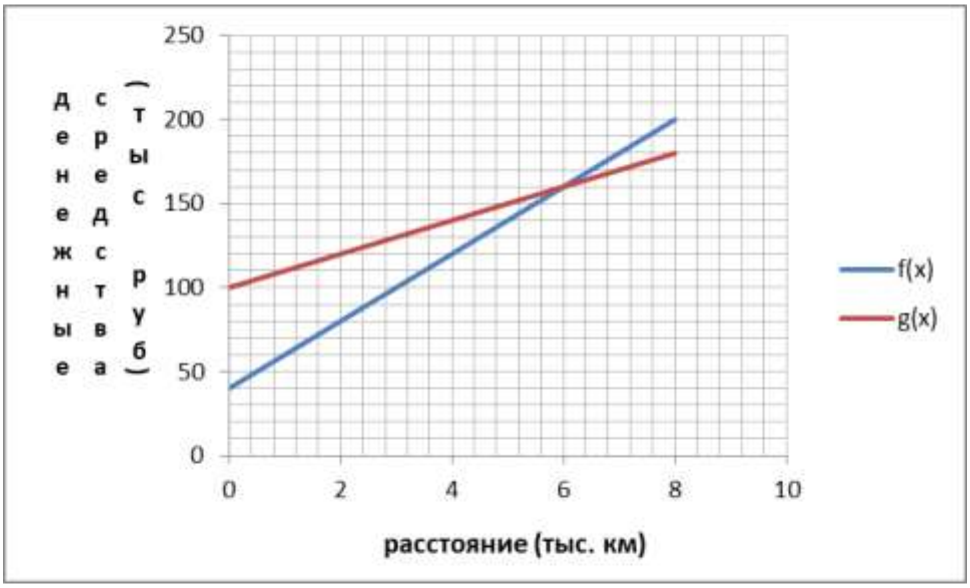


Рис.1

Определите функции издержек и установите критерий использования транспортных средств.

72 Графики функций предложения и спроса на муку в период 1920-1935г.г. представлены на рис.2. Определить равновесную цену, функции проса и предложения и динамку их взаимного изменения в зависимости от цены.

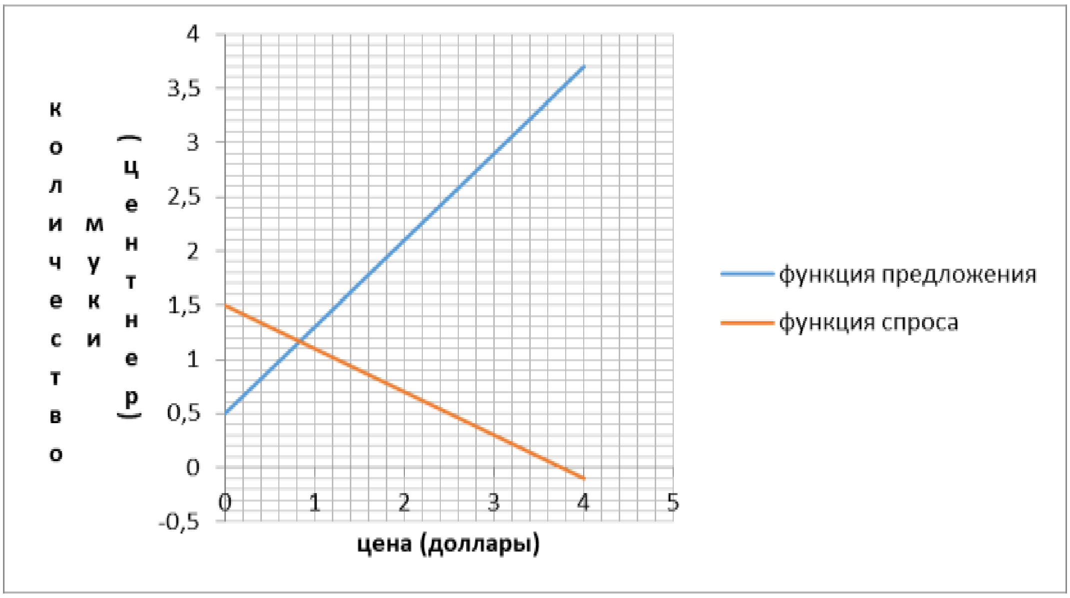


Рис.2

73 Издержки *y* рублей на изготовление партии деталей определяются по формуле y=ax+b, где *x* – объем товара. Для первого варианта технологического процесса y=1,45x+20. Для второго варианта известно, что y=157,5 руб. при x=100 лет и y=452 ,5 руб. при x=300 лет. Произвести оценку двух вариантов технологического процесса и найти себестоимость продукции для обоих вариантов при x=200 лет.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1-7 укажите номера (номера) правильного ответа (правильных ответов)

1 Суммой двух векторов одинаковой размерности *n* называют

1) число равное сумме всех компонентов векторов-слагаемых;

2) вектор, компоненты которого равны сумме соответствующих компонентов векторов-слагаемых;

3) вектор, норма которого равна сумме норм векторов-слагаемых;

4) вектор размерности *n*.

2 Вектор a_m называется линейной комбинацией векторов $a_1, a_2 \dots a_{m-1}$ векторов , если:

1) он равен сумме произведений этих векторов на положительные действительные числа;

2) он равен сумме произведений этих векторов на ненулевые действительные числа;

3) если найдутся такие действительные числа k_1 ,k_2,... k_{m-1}, что вектор $a_m = k_1\, a_1 + k_2\, a_2 + \dots k_{m-1}\, a_{m-1}$;

4) он равен сумме произведений этих векторов на произвольные действительные числа.

3 Даны системы векторов. Укажите, какие системы векторов являются линейно независимыми.

1) $\bar{a}_1 = (2,\ 1,\ 0)$ $\quad \bar{a}_2 = (3,\ -1,\ 1)$ $\quad \bar{a}_3 = (1,\ 0,\ 0)$;

2) $\bar{a}_1 = (2,\ 3,\ 1)$ $\quad \bar{a}_2 = (4,\ 6,\ 2)$ $\quad \bar{a}_3 = (-2,\ -3,\ -1)$;

3) $\bar{a}_1 = (-1,\ 1,\ 0)$ $\quad \bar{a}_2 = (-2,\ -3,\ 1)$ $\quad \bar{a}_3 = (0,\ 1,\ 2)$;

4) $\bar{a}_1 = (1,\ 5,\ 0)$ $\quad \bar{a}_2 = (2,\ 0,\ 2)$ $\quad \bar{a}_3 = (3,\ 5,\ 2)$;

4 Норма вектора $\bar{a} = (2,\ -1)$ равна

1) 1; 2) 5; 3) $\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{3}$, 5) 3 .

5 Норма вектора $\bar{a} = (3,\ 4)$ равна

1) -1; 2) 7; 3) 25; 4) 5, 5) 1.

6 Нормированными являются векторы

1) $\bar{a} = (1,\ 1)$; 2) $\bar{a} = (2,\ 0,\ -1)$; 3) $\bar{a} = \left(\frac{2}{3},\ -\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; 4) $\bar{a} = (-1,\ 0)$; 5) $\bar{a} = (4,\ -3)$; 6) $\bar{a} = \left(\frac{1}{4},\ \frac{3}{4}\right)$

7 Если А=$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ матрица перехода к новому базису, то вектор

$\bar{x} = (1,-3)$ в новом базисе равен

1) $\bar{x} = (7,-9)$; 2) $\bar{x} = (-3,-3)$; 3) $\bar{x} = (-1,1)$; 4) $\bar{x} = (1,-11)$.

Задания альтернативного выбора

8. Укажите истинные утверждения

1) Скалярным произведением векторов является вектор

2) Если среди векторов $a_1, a_2 \dots a_m$ есть нулевой, то эти векторы линейно зависимы.

3) Совокупность n линейно независимых векторов пространства V называют базисом этого пространства.

4) Если в линейном пространстве максимальное число линейно-независимых векторов равно n, то это пространство является n- мерным.

5) Скалярное произведение двух n – мерных векторов равно сумме произведений их координат (компонентов).

6) Длиной вектора в евклидовом пространстве называется квадратный корень из его скалярного квадрата.

7) Два вектора называются ортогональными, если их скалярное произведение не положительно.

Тестовые задания открытого типа
Задания на дополнение

В заданиях 9–12 заполнить пропуски

9 Если $\bar{x} = (7,-9)$, $\bar{a} = (4,\ -3)$, то линейная комбинация $2\bar{x} - 3\bar{a}$ –это ________________

10 Если $\bar{c} = (-3,2)$, $\bar{a} = (-4,\ 7)$, то линейная комбинация $-\bar{x} - 2\bar{a}$ –это ________________

11 Если А=$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ матрица перехода от базиса 1 к базису 2, то вектор $\bar{a} = (-1,\ 2)$, заданный в базисе 1, в базисе 2 равен _______________ .

12 Если векторы $\bar{a}_1 = (-2,\ 1,\ 0)$ $\bar{a}_2 = (4,\ 2,\ 1)$ $\bar{a}_3 = (6,\ 9,\ \lambda)$ линейно независимые, то $\lambda =$ _______________ .

Задания на конструирование

13 В трехмерном пространстве составить три вектора таким образом, чтобы один из них был линейной комбинацией двух других.

14 Составить такие векторы $\bar{a},\ \bar{c},\ \bar{p}$, чтобы выполнялось равенство $\bar{p} = -\bar{a} + 3\bar{c}$.

15 Составить два базиса, если известна матрица A= $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ перехода от первого базиса ко второму.

III.Задания с развернутым решением

16 Определить, являются ли линейно зависимыми векторы $\bar{a}_1 = (2,\ 1,\ 0),\quad \bar{a}_2 = (3,\ -1,\ 1),\quad \bar{a}_3 = (1,\ 0,\ 0)$.

17 В некотором базисе заданы векторы $\bar{a}_1 = (2,\ 1,\ 0),\quad \bar{a}_2 = (3,\ -1,\ 1),\quad \bar{a}_3 = (1,\ 0,\ 5)$. Определить, является ли вектор $\bar{c} = (-7,\ 3,\ 17)$ их линейной комбинацией.

18 Определить, образуют ли базис некоторого пространства векторы $\bar{a}_1 = (3,\ -2,\ 0),\ \bar{a}_2 = (4,\ 0,\ 1),\ \bar{a}_3 = (-2,\ 0,\ 1)$.

19 Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\bar{a}_1 = (1,\ 5,\ 0)\quad \bar{a}_2 = (2,\ 0,\ 2)\quad \bar{a}_3 = (3,\ 5,\ 2)$

20 В некотором базисе задан вектор $\bar{x} = (2,\ 1,\ -3)$. Найти координаты этого вектора в базисе $(e_1^* = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3,\ e_2^* = -\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3,\ e_1^* = 5\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3)$.

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В заданиях 1-7 укажите номера (номера) правильного ответа (правильных ответов)

1 Линейный оператор $\bar{A}$ задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Если $\bar{x} = \bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$, то $\bar{y} = \bar{A}(\bar{x})$ равен

1) $\bar{y} = (1,-6)$; 2) $\bar{y} = (-5,-1)$; 3) $\bar{y} = (4,\ 2)$; 4) $\bar{y} = -5\bar{e}_1 - \bar{e}_2$.

2 Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ – матрица линейного оператора $\bar{f}$, то характеристическое уравнение данного линейного оператора имеет вид:

1) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 \\ 2-\lambda & 0 \end{vmatrix} = 0$;   2) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 \\ 2 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$;

3) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1-\lambda \\ 2-\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = 0$;   4) $\begin{vmatrix} 1 & -1-\lambda \\ 2-\lambda & 0 \end{vmatrix} = 0$.

3 Сумма собственных значений линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, равна

1) 6;   2) 3;   3) 3 + $\sqrt{3}$;   4) $\sqrt{13}$;   5) -6:   6) -3.

4 Сумма собственных значений линейного оператора, заданного матрицей A= $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, равна:

1) 3;   2) 9;   3) 13;   4) 10.

5 .Матрица квадратичной формы $L(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 - x_2^2 + 6x_2x_3$ имеет вид

1) $\begin{pmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & \sqrt{6} \\ 0 & \sqrt{6} & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

6 Матрица квадратичной формы $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 - 8x_2x_3$ имеет вид

1) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

7 Матрицей квадратичной формы не может быть матрица:

1) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & 5 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 7 & 1 & -4 \\ -1 & 6 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & -6 \\ 0 & -6 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

8 Положительно определёнными являются квадратичные формы

1) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3$;

2) $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_2x_3$;

3) $L(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 6x_1x_2 + 5x_2^2$;

4) $L(x_1x_2) = -x_1^{\ 2} + 2x_1x_2 + 2x_2^{\ 2}$;

5) $L(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^{\ 2} + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 3x_2^{\ 2} - 2x_2x_3 + 4x_3^{\ 2}$.

9 Отрицательно определёнными являются квадратичные формы

1) $L(x_1, x_2) = 3x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2} + 2x_1x_2$

2) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\ 2} + 4x_1x_2 - 3x_2^{\ 2} - 2x_2x_3 + x_3^{\ 2}$

3) $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\ 2} + 4x_1x_2 + 5x_2^{\ 2} - 2x_2x_3 - 4x_3^{\ 2}$

4) $L(x_1, x_2) = 2x_1^{\ 2} + 8x_1x_2 - 3x_2^{\ 2}$

10 Даны кривые второго порядка:

$$L_1 : x^2 + (y-3)^2 = 1$$
$$L_2 : y^2 = 13x$$
$$L_3 : \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

Какой из них принадлежат точки: $M\left(1;\ 3\right)$, $N\left(-2;\ -2\right)$, $P\left(4;\ -2\right)$.

1) L_1; 2) L_2, L_3; 3) L_3; 4) L_2.

11 Из точек $K\left(1;\ 0\right)$, $M\left(2;\ 2\right)$, $N\left(2;\ -5\right)$ выбрать те, которые не принадлежат ни одной из данных кривых второго порядка:

$$L_1 : -x^2 + (y-2)^2 = 3$$
$$L_2 : \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{10} = 1$$
$$L_3 : x^2 - y^2 = 1$$
$$L_4 : (y+1)^2 = 8x$$

1) M, K; 2) M; 3) N, M, K; 4) M, N

12 Уравнениями: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$; $(x - x_0)^2 = 2py$; $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ заданы соответственно:

а) окружность, парабола, эллипс;

б) точка, парабола, гипербола;

в) точка, парабола, эллипс;

г) пара пересекающихся прямых, парабола, эллипс.

13 Большая и малая полуоси эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ равны:

1) 4 и 2; 2) 8 и 4; 3) 16 и 4; 4) 20 и 12

14 Даны кривые второго порядка. $L_1:(y+1)^2=-8(x+1)^2$;

$L_2:\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(2y-2)^2}{2}=1$; $L_3:\frac{(x+1)^2}{3}-\frac{(5y+5)^2}{2}=1$ $L_4:\frac{(y+1)^2}{-1}-\frac{x^2}{-1}=1$.

Центр в сочке $\left(-1;\ -1\right)$ имеют:

1) L_1; 2) L_2, L_3; 3) L_4; 4) L_2; 5) L_3.

15 Укажите уравнение прямой, проходящей через один из фокусов эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ и вершину параболы $(y-1)^2=2(x-2)$.

1) $x+y-3=0$; 2) $x+(\sqrt{41}-2)y-\sqrt{41}=0$;

3) $x+y+3=0$; 4) $x-2y+3=0$.

Задания альтернативного выбора

16. Укажите истинные утверждения

1) Матрица линейного оператора может быть квадратной

2) Матрица линейного оператора должна быть квадратной

3) Уравнение$|A-\lambda E|$=0 называют операционным уравнением матрицы.

4) λ - это собственный вектор линейного оператора.

5) Многочлен $|A-\lambda E|$ называют характеристически многочленом матрицы

6) Сумма элементов каждого столбца структурной матрицы торговли не должна быть больше 1 .

7) Элементами структурной матрицы торговли не могут быть отрицательные числа.

8) Только правильные дроби могут быть элементами структурной матрицы торговли.

9) Любая квадратичная форма должна быть или положительно или отрицательно определенной.

10) Критерий Сильвестра позволяет установить знакоопределенность квадратичной формы.

17 Укажите ложные утверждения

1) Элементами матрицы структурной торговли не могут быть отрицательные числа и нуль.

2) Линейный оператор – это отображение векторного пространства V в векторное пространство U.

3) Линейный оператор – это отображение векторного пространства V в векторное пространство V.

4) Если $\lambda=0$, то линейный оператор называется нулевым.

5) Матрица может быть преобразована к диагональному виду, если линейный оператор имеет собственные векторы.

6) Любая квадратная матрица может быть преобразована к диагональной.

7) Квадратичная форма всегда содержит только две переменные.

8) Квадратичная форма от трех переменных может содержать хотя бы одну из переменных в третьей степени.

9) Если угловой минор Δ_1 матрицы квадратичной формы равен нулю, то форма не может быть положительно определенной.

10) Если угловой минор Δ_1 матрицы квадратичной формы равен нулю, то форма является отрицательно определенной.

18 Укажите истинные утверждения

1) Прямые x=0 и y=0 являются осями симметрии эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

2) Парабола $(x+2)^2=4(y-5)$ симметрична относительно прямой *x= -2*.

3) Центр гиперболы $\frac{x^2}{a^2}-\frac{(y+4)^2}{b^2}=1$ это точка M(0, 4).

4) Уравнение $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}=1$ задает окружность с центром в точке (0, 0) и радиусом 4.

5) Уравнение $2x^2-x+2y^2-1=0$ задает окружность.

6) Эксцентриситет эллипса определяется по формуле $\varepsilon=\frac{c}{a},\ \ c=\sqrt{a^2-b^2}$.

7) Прямые x=3 и y=4 – оси симметрии гиперболы $\frac{(x-3)^2}{a^2}-\frac{(y-4)^2}{b^2}=1$.

8) Уравнение $x^2-6x-y^2+2y+8=0$ задает пару пересекающихся прямых.

9) Уравнение $x^2-2x-3=0$ задает пару параллельных прямых.

10) Если *a*=*b*, то уравнение $\frac{(x-3)^2}{a^2}-\frac{(y-4)^2}{b^2}=1$ определяет окружность с центром в точке *A(3, 4)*.

19 Укажите ложные утверждения

1) Уравнение $\frac{(x+3)^2}{a^2} - \frac{(y+4)^2}{b^2} = 1$ определяет на плоскости эллипс с центром в точке P(3, 4).

2) Прямые x=2 и y=-5 – оси симметрии гиперболы $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-5)^2}{9} = 1$.

3) Парабола $(x-1)^2 = 4(y+1)$ симметрична относительно прямой *y= 1*.

4) Эксцентриситет эллипса $\frac{(x+2)^2}{a^2} - \frac{(y-5)^2}{p^2} = 1$определяется по формуле $\varepsilon = \frac{c}{a}$, $c = \sqrt{a^2 - p^2}$

5) Уравнение $x^2 - 2x = 0$ задает пару параллельных прямых.

6) Точка M(3; -1) является вершиной параболы $(y-3)^2=2x+2$.

7) Уравнение $x^2 +4x - y^2 +y-2=0$ определяет на плоскости эллипс.

8) Точка A(5, 4) – один из фокусов эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

9) Точка M(2. -1) принадлежит гиперболе $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.

10) Уравнение $4x^2 +2x +4y^2 +y-2=0$ определяет на плоскости окружность.

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнение

В заданиях 20–33 заполнить пропуски

20 Образ вектора $\bar{x}(2,1)$ при линейном операторе, заданном матрицей $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ есть вектор ____________________ .

21 Собственные значение линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, равны _________________________ .

22 Характеристическое уравнение линейного оператора, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, имеет вид ______________________ .

23 Матрица квадратичной формы $L(x_1, x_2) = 3x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2} + 2x_1x_2$ имеет вид ___________________________

24 Матрица квадратичной формы $L(x_1, x_2) = -x_1^{\ 2} + 6x_2^{\ 2} - x_1x_2$ имеет вид ___________________________ .

25 Матрица квадратичной формы $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1^{\ 2} + 6x_2^{\ 2} + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + x_2x_3$ имеет вид _______________________.

26 Матрица А=$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ является матрицей квадратичной формы _________________________ .

27 Матрица А=$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ является матрицей квадратичной формы _________________________ .

28 Матрица А=$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ является матрицей квадратичной формы _________________________ .

29Матрица А=$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 8 & 5 \\ 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ является матрицей квадратичной формы _________________________ .

30 Уравнениями $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{7} = 1$; $(x+2)^2 = 12$; $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = -1$ заданы _____________ , ____________________ и _____________________ .

31 Для нахождения эксцентриситета эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$ применяют формулу ________________ .

32 Для параболы $(y-1)^2 = 4(x-3)$ уравнение _________________ задает ось симметрии .

33 Уравнение $-\frac{(x-2)^2}{81} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ задает __________________ , симметричную относительно ________________ с центром в _______________ .

Задания на конструирование

В заданиях 34- составить векторы, удовлетворяющие заданным условиям.

34 Составить в пространстве R^2 матрицу линейного оператора, если его собственные значения равны 3 и -1.

35 Составить структурную матрицу торговли, след которой равен:

а) $\frac{5}{6}$; б) 1,5; в) 0,5.

36 Составить квадратичную форму от трех переменных, у которой сумма коэффициентов при квадратах переменных равна 0. Записать матрицу данной квадратичной формы.

37 Составить квадратичную форму от двух переменных, которая является а) положительно определенной; б) отрицательно определенной; в) знакопеременной.

38 Составить уравнение гиперболы, вещественная и мнимая оси которой совпадают с осями абсцисс и ординат и равны 6 и 4.

39 Составить уравнение гиперболы, вещественная и мнимая оси которой совпадают с осями абсцисс и ординат и равны 6 и 4.

40 Составить уравнение гиперболы, действительная (вещественная) и мнимая оси которой совпадают соответственно с осями ординат и абсцисс и равны 2 и 5.

41 Составить уравнение окружности с центром в точке P(4, -7), полуосями 3 и 2.

Тестовые задания на соответствие

Утверждения первого столбца завершить утверждениями второго столбца

42

1	2
Для матрицы A=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$характеристическое уравнение имеет вид	А) $\lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0$
71 Квадратичная форма, у которой сумма коэффициентов при квадратах переменных равна -5, имеет вид	Б) $L(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 8x_2^2 + 5x_3^2 - x_1x_2 + 2x_2x_3$
3.Наименьшее собственное значение линейного оператора, заданного матрицей A=$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ равно	В) 5
4.Сумма собственных значений линейного оператора, заданного матрицей	Г) -3

А=$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0{,}5 & 2 \end{pmatrix}$, равна	
	Д) $\lambda^2+6\lambda-1=0$
	$L(x_1,x_2)=7x_1^2-12x_2^2-2x_1x_2$

43

1	2
1. Квадратичная форма от двух переменных, у которой сумма квадратов коэффициентов равна 16, имеет вид	А) 3
2. Модуль разности собственных значений линейного оператора, заданного матрицей А=$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ равна	Б) -4
3.Наименьшее собственное значение линейного оператора, заданного матрицей А=$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ равно	В) $L(x_1,x_2)=-4x_1^2-2x_2^2+22x_1x_2$
4.Сумма собственных значений линейного оператора, заданного матрицей А=$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ равна	Г) 2
	Д) $L(x_1,x_2)=x_1^2+12x_2^2+3x_1x_2$
	Е) 5

44

Квадратичная форма	Матрица
1. $L(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2+6x_1x_2+2x_1x_3+x_2^2+3x_3^2$.	А)

	$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ -3 & -1 & -4 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$
2. $L(x_1, x_2, x_3) = -x_1{}^2 + 7x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3 - 9x_2{}^2 + 3x_3^2.$	Б) $\begin{pmatrix} -1 & 3{,}5 & -1 \\ 3{,}5 & -9 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
3. $L(x_1, x_2, x_3) = 5x_1{}^2 - 6x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3 - x_2{}^2.$	В) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

Утверждениям в первом столбце поставить в соответствие условия из второго столбца

45

1	1
Эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ растянут вдоль оси абсцисс.	А) если $a = -1$
2. Парабола $(y+5)^2 = 3(x-1)$ симметрична относительно прямой	$y=-5$
3. Уравнение $x^2 - 2x + y^2 = a$ определяет на плоскости точку	В) если $a=0$
4. Уравнение $(y-1)^2 = (x+2)^2 + a$ определяет на плоскости две прямые	Г) $x=1$
	если $a > 1$

46

1	2
1. Эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ растянут вдоль оси ординат.	А) если $a > b$
2. Вершиной параболы $(y+2a)^2 = 3(x-b)$ является точка (4,1)	Б) если $a=2, b=-1$
3. Уравнение $x^2 - 2x + y^2 = a + b$ определяет на плоскости пару параллельных прямых	В) если $a<b$
4. Вершина эллипса $\frac{(x+a)^2}{a^2} + \frac{(y+b)^2}{b^2} = 1$ – точка (2, -1)	Г) если $a=-2, b=1$
	Д) если $a > -b$

47

Уравнение	Название линии	
1 $\frac{x-1}{4}+\frac{y-2}{8}=1$	А	эллипс
2 $(x-1)^2=-3y$	Б	гипербола
3 $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{в^2}=1$	В	окружность
4 $(x-4)^2+y^2=0$	Г	парабола
5 $x+2=2(y-1)^2$	Д	прямая
6 $(x+3)^2-4=0$		

Задания с развернутым решением

48 Определить, являются ли векторы $\bar{a}_1=(2,\ 1,\ 0)$,

$\bar{a}_2=(3,\ -1,\ 1)$, $\bar{a}_3=(1,\ 0,\ 0)$ линейно зависимыми.

49 В некотором базисе заданы векторы $\bar{a}_1=(2,\ 1,\ 0)$, $\bar{a}_2=(3,\ -1,\ 1)$, $\bar{a}_3=(1,\ 0,\ 5)$. Определить, является ли

вектор их линейной комбинацией.

50 Определить, образуют ли базис некоторого пространства векторы $\bar{a}_1=(3,\ -2,\ 0)$, $\bar{a}_2=(4,\ 0,\ 1)$, $\bar{a}_3=(-2,\ 0,\ 1)$.

51 Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\bar{a}_1=(1,\ 5,\ 0)$ $\bar{a}_2=(2,\ 0,\ 2)$ $\bar{a}_3=(3,\ 5,\ 2)$

52 В некотором базисе задан вектор $\bar{x}=(2,\ 1,\ -3)$. Найти координаты этого вектора в базисе $(e_1^*=2\bar{e}_1-\bar{e}_2+4\bar{e}_3,\ e_2^*=-\bar{e}_1-3\bar{e}_2+2\bar{e}_3,\ e_1^*=5\bar{e}_1+2\bar{e}_2-\bar{e}_3)$.

53 Найти базис, в котором линейный оператор, заданный матрицей A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, имеет диагональный вид.

54 Определить, приводится ли к диагональному виду матрица A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$. Если приводится, то записать ее диагональный вид.

Найти образ $\vec{y}=\tilde{A}(\vec{x})$ вектора $\vec{x}=2\vec{e}_1-\vec{e}_2$, если матрица $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$.

55 Привести квадратичную форму **L =** $x_1^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3+4x_3^2$ к каноническому виду. Найти ранг квадратичной формы. Выяснить, является ли квадратичная форма знакоопределенной. Определить, является ли квадратичная форма положительно или отрицательно определенной. В ответе записать: 1) канонический вид квадратичной формы, 2) ранг квадратичной формы, 3) главные миноры квадратичной формы, 4) вывод о знакоопределенности квадратичной формы, 5) вывод о том, является ли квадратичная форма положительно или отрицательно определенной.

56 Дана квадратичная форма $L(X)=-x_1^2+2x_1x_3-3x_2^2+4x_2x_3$. Найти ее матрицу А и, используя критерий Сильвестра, исследовать форму на знакоопределенность.

57 Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $L(x_1,x_2,x_3)=2x_1^{\ 2}+2x_1x_2-4x_1x_3+3x_2^{\ 2}-2x_2x_3+4x_3^{\ 2}$.

58 Представить квадратичную форму L = $x_1^2-2x_1x_2+2x_2^2-4x_3^2$ в каноническом виде.

59 Привести к каноническому виду квадратичную форму **L =** $4x_1^2+4x_1x_2+8x_1x_3-3x_2^2+4x_3^2$. Найти ранг квадратичной формы.

60 Представить в матричном виде квадратичную форму $L(x_1,x_2,x_3)=-x_1^{\ 2}+2x_2^{\ 2}+4x_1x_2-8x_2x_3$.

61 Установить, какую линию второго порядка определяет уравнение

$x^2-4y^2-2x-16y-3=0$. Найти фокусы, вершины, оси симметрии,

эксцентриситет кривой . Изобразить кривую.

62 Линия второго порядка задана уравнением $9x^2+4y^2-18x+40y+73=0$. Определить тип, свойства линии второго порядка и построить ее изображение.

63 Определить тип и свойства кривой второго порядка, заданной уравнением

1) $25x^2+4y^2-50x-24y-39=0$; 2) $x^2-2x+y^2-3=0$;

4) $9x^2+22y^2-900=0$; 3) $x^2+y^2-2x-3y=0$;

5) $x^2-2x-2y^2-4x-6y+3=0$

63 Установить, какие линии на плоскости определяет уравнение $(x-k)^2+(k+2)(y+3)^2=2k+1$ в зависимости от значений параметра k.

64 Стороны ΔABC заданы уравнениями: $\grave{A}B: x-2y+1=0$, $BC: x+y-5=0$, $\grave{A}C: 3x-y-1=0$. Составить уравнение эллипса, если известно, что его фокусы расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат. Абсцисса одного из фокусов равна ординате вершины *B*, а большая полуось – длине стороны *AC*.

В заданиях 65-66 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи.

65 Найти соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли, если А – структурная матрица торговли равна

а) А=$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{15} & \frac{1}{4} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{15} & \frac{1}{4} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$; б) А=$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{5} & \frac{4}{7} \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$; в) А=$\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{6} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & 0 \end{pmatrix}$/

66 Найти равновесный вектор национальных доходов модели международной торговли для структурной матрицы торговли А=$\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}7 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$, если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 ден. ед

Тестовые задания закрытого типа

Задания множественного выбора

В задания 1 - укажите номер (номера) правильного ответа (правильных ответов)

1 Линейное программирование изучает

1) методы нахождения производной сложной функции.

2) методы нахождения площади фигуры, ограниченной заданными прямыми.

3) методы нахождения экстремума линейной функции на множестве, заданном системой уравнений и/или неравенств.

4) методы нахождения значения линейной функции на множестве, заданном системой уравнений и/или неравенств.

2 Задачи линейного программирования, в которых все ограничения являются уравнениями, а все переменные удовлетворяют условию неотрицательности, относят к

1) стандартным задачам 2) каноническим задачам

3) двойственным задачам 4) смешанным задачам

3 Для того, чтобы задача линейного программирования с двумя переменными могла быть решена геометрическим методом, необходимо, чтобы выполнялось условие:

1) переменные могут принимать только неотрицательные значения;

2) задача является стандартной;

3) задача является канонической;

4) ограничениями задачи являются неравенства

4. Графическим методом решаются ЗЛП, если выполняется условие

1) $n > 2$

2) $n \le 2$

3) $n\text{-}m \ge 2$,

4) $n\text{-}m > 2$, где n – число переменных, m – число уравнений системы ограничений.

5 Для того, чтобы задача линейного программирования, содержащая больше двух независимых переменных, могла быть решена геометрическим методом, необходимо, чтобы выполнялись условия:

1) n-r ≤ 2

2) переменные могут принимать только неотрицательные значения;

3) задача является стандартной;

4) задача является канонической ;

5) ограничениями задачи являются неравенства

6 Когда задача линейного программирования имеет единственную оптимальную точку, то она:

1) Находится в вершине

2) Любая точка, являющаяся внешней по отношению к многоугольной области допустимых решений;

3) Любая точка с неотрицательными координатами;

4) Любая внутренняя точка многоугольной области

7 Задача линейного программирования является канонической

1) $Z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 \to \min$, если система ограничений имеет вид

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 \ge 3 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 \le 1 \\ -x_1 + x_2 + 5x_3 \ge 2 \end{cases}$$

$x_j \ge 0 \ \forall j$,

2) $Z = -4x_1 + 2x_2 - 7x_3 \to \max$, если система ограничений имеет вид

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$
$x_j \ge 0 \;\; \forall j,$

3) $Z = 6x_1 - x_2 \to \min$, если система ограничений имеет вид

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 \ge 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \ge -2 \\ -2x_1 + 8x_2 + x_3 \ge 1 \end{cases}$$
$x_j \ge 0 \;\; \forall j,$

4) $Z = x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max$, если система ограничений имеет вид

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \\ -4x_1 + -x_2 + 3x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$$

8. Среди предложенных задач выберите задачи, представленные в стандартном виде

1) $Z(X) = x_1 + x_2 + 2x_3 \to \min$, при ограничениях $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \ge 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \ge 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 \ge -1, \end{cases}$

$x_i \ge 0 \quad (i = 1,2,3)$

2) $Z(X) = 5x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \to \max$, при ограничениях $\begin{cases} -2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \end{cases}$

$x_i \ge 0 \quad (i = 1,2,3,4)$

3) $Z(X) = 7x_1 + 3x_2 \to \max$, при ограничениях $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \le 20, \\ 8x_1 + 4x_2 \le 38, \end{cases}$

$x_i \ge 0 \quad (i = 1,2)$

4) $Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 \to \max$, при ограничениях $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 \ge 3, \\ x_2 + 2x_3 \ge 1, \end{cases}$ *где* $x_i \ge 0 \quad (i = 1,2,3)$

9 Среди задач линейного программирования укажите задачи, представленные в стандартном виде:

1) $z(x) = 4x_1 – 7x_2 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 6x_2 \geq -2 \\ 3x_1 - x_2 \leq 5 \\ x_1 \leq 2 \end{cases}$

2) $z(x) = 2x_1 – 3x_2 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 2 \end{cases}$

$x_1, x_2 \geq 0$

3) $z(x) = x_1 + 3x_2 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ 5x_1 + 3x_2 \leq -1 \\ x_1 \leq 2 \end{cases}$

4) $z(x) = -x_1 – x_2 + 5x_3 \to \max$ при ограничениях

10 Полуплоскости, заданной неравенством $2x_1 - x_2 \geq -3$, принадлежит

1) начало координат
2) точка, лежащая на оси ординат и удаленная от начала координат на 3 единицы
3) точка, лежащая на оси абсцисс и удаленная от начала координат на 2 единицы
4) каждая точка с координатами ($2a$+3, a),

10 Определите, какие из задач линейного программирования могут быть решены графически

1) $z(x) = 2x_1 – 3x_2 \to \max$

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 2 \end{cases}$

2) $z(x) = 2x_1 – 3x_4 + 3x_5 \to \max$

$\begin{cases} x_1 - x_3 + 3x_5 = 2 \\ x_2 - x_4 = 1 \end{cases}$

3) $z(x) = 2x_1 – 3x_2 - 5x_4 \to \min$

$\begin{cases} x_1 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$

4) $z(x) = x_1 + 3x_2 \to \min$

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 8 \\ 3x_1 + 6x_2 \geq -1 \\ x_1 - 2x_2 \geq 0 \end{cases}$

11 Если целевая функция одной из пары двойственных задач не ограничена, то

1) в другой задаче целевая функция тоже не ограничена;
2) другая задача не имеет решения;
3) другая задача имеет единственное решение;
4) в другой задаче система ограничений несовместна.

12 Матрицы коэффициентов при переменных в системах ограничений взаимно двойственных задач являются по отношению друг к другу

1) транспонированными, 2) противоположными, 3) обратными.

13 Признаком оптимальности при решении задачи минимизации линейного программирования симплексным методом является:

1) неотрицательность элементов столбца свободных членов;

2) неотрицательность элементов Z-строки;

3) неположительность элементов столбца свободных членов;

4) неположительность элементов Z-строки.

14. Решая задачу минимизации целевой функции Z*(x)* симплекс-методом, был найден опорный план, записанный в таблице:

БП	**Св**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$
$\mathbf{x_2}$	2	-2	1	1	0
$\mathbf{x_4}$	9	-1	0	1	1
Z(x)	-1	16	0	-5	0

Этот план является:

1) оптимальным и единственным;

2) оптимальным, но не единственным;

3) не оптимальным. Задача не имеет оптимального решения;

4) не оптимальным. Нужно перейти к новому плану, произведя итерацию относительно разрешающего элемента "-2";

5) не оптимальным. Нужно перейти к новому плану, произведя итерацию относительно разрешающего элемента "1".

15. Укажите таблицу, в которой правильно определен разрешающий элемент при решении задачи минимизации

1)

Баз. перем.	*Св. член*	X_1	X_2	X_3
X_4	0	-2	7	-3
X_5	5	4	-8	5
X_6	3	**-6**	2	1
Z(X)	2	-1	-5	6

2)

Баз. перем.	Св. член	X_1	X_2	X_3
X_4	0	**-2**	7	-3
X_5	5	4	-8	5
X_6	3	-6	2	1
Z(X)	-2	-1	-5	6

3)

Баз. перем.	*Св. член*	X_1	X_2	X_3
X_4	0	-2	7	-3
X_5	5	4	-8	5

4)

Баз. перем.	Св. член	X_1	X_2	X_3
X_4	0	-2	7	-3
X_5	5	4	-8	**5**

X_6	3	-6	2	1
Z(X)	2	-1	-5	6

X_6	3	-6	2	1
Z(X)	-2	-1	-5	6

16 Транспортная задача является:

1) задачей, в которой переменные удовлетворяют системе ограничений, содержащей $m \cdot n$ уравнений

2) стандартной задачей линейного программирования;

3) задачей линейного программирования, в которой целевая функция содержит $m+n$ переменных;

4) задачей минимизации линейного программирования.

17 Система ограничений транспортной задачи является системой:

1) однородных линейных уравнений

2) линейных уравнений;

3) линейных неравенств;

4) уравнений и неравенств при условии, что все переменные неотрицательны.

18. Даны транспортные задачи. Определите, какие из них являются задачами закрытого типа.

1)

	20	25	30
25			
25			
20			

2)

	50	16	15
41			
18			
22			

3)

	15	8	14
12			
5			
18			

4)

	20	16	18
12			
32			
10			

19 Даны транспортные задачи. Указать номера тех из них, которые являются задачами с неправильным балансом

1)

	10	25	30
20	3	5	1
30	1	2	4
15	3	6	1

2)

	12	15	40
15	3	5	1
35	1	2	4
23	3	6	1

3)

	10	25	30
20	3	5	1
30	1	2	4

	10	25	30
13	3	5	1
30	1	2	4
15	3	6	1

Задания альтернативного выбора

20 Выберите ложные утверждения:

1) Если исходная задача является задачей максимизации целевой функции, то двойственная также задача максимизации целевой функции;

2) При перемещении линии уровня в направлении нормального вектора $\vec{n}(c_1, c_2)$ значение целевой функции $Z(X) = c_1x_1 + c_2x_2$ не меняется.

3) Если исходная задача является задачей максимизации целевой функции, то двойственная – задачей минимизации целевой функции.

4) Число переменных в исходной и двойственной задачах всегда должно быть одинаковым.

Тестовые задания открытого типа

Задания на дополнения

Заполните пропуски:

21 Каждой задаче линейного программирования соответствует другая задача, называемая по отношению к исходной - ____________________________

22 Каноническая задача линейного программирования с n переменными может быть решена графически, если выполняется условие ______________________

23 График линии уровня целевой функции в задаче линейного программирования – это _____________________

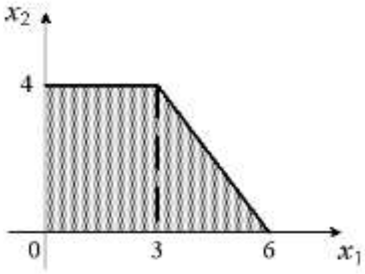
24 Для целевой функции $Z = 3x_1 - 4x_2$ линия нулевого уровня определяется уравнением __________________________________ . Нормальный вектор этой прямой $\bar{n} = ($ $)$.

25 Число базисных (основных) переменных в задаче линейного программирования равно __________________

26 Если b_3 удовлетворяет условию ___________________ , то транспортная задача, заданная таблицей, является задачей с открытой моделью

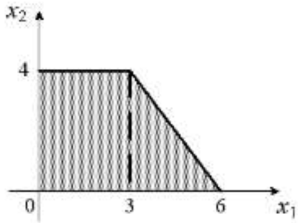
a_i \ b_j	20	50		80
30				
40				
90				

27 Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = x_1 - 5x_2$ равно ________________

28 Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $z = 3x_1 + 5x_2$ равно __________________

Конструктивные задания

29. Составить задачу линейного программирования с двумя переменными, у которой областью допустимых решений является упорядоченная пара (x,y), представляющая координаты точки. Найти решение задачи.

30. Составить задачу линейного программирования с двумя переменными, у которой областью допустимых решений является множество упорядоченных пар (x,y), представляющих координаты точек треугольника Решить задачу.

Задания с развернутым решением

31 Продолжить решение задачи симплекс методом, если известно, что требуется найти минимум функции

Базисные перем.	Свободный член	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_2	1	1	1	0	0	1
X_3	11	2	0	1	0	11
X_4	6	3	0	0	1	1

z	2	4	0	0	0	2

32 Продолжить решение задачи симплекс методом, если известно, что требуется найти минимум функции

Базисные перем.	Свободный член	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	4	1	2	0	4	0
X_3	2	0	-2	1	1	0
X_5	1	0	1	0	0,5	1
z	13	0	2	0	1	0

33 Продолжить решение задачи симплекс методом, если известно, что требуется найти минимум функции

Базисные перем.	Свободный член	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	2	1	2	0	0	1
X_3	3	0	3	1	0	-6
X_4	8	0	-1	0	1	4
z	18	0	-1	0	0	-2

34 Решая задачу максимизации целевой функции Z*(x)* симплекс-методом, был найден опорный план, записанный в таблице:

БП	**СП**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$
$\mathbf{x_1}$	6	1	2	2	0
$\mathbf{x_4}$	2	0	-1	2	1
Z(x)	-6	0	-1	-4	0

Составьте следующую симплекс-таблицу и сделайте обоснованный вывод о завершении решения

35 Составьте задачу, двойственную данной

$Z(X) = -x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 - 3 \to \min$ при ограничениях

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \le 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \qquad \textit{где} \quad x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 2, \end{cases}$$

36 Решите графическим методом задачу линейного программирования

а) $Z(X) = 4x_1 + 2x_2 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \ge 10 \\ x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \ge 3 \end{cases}$

$x_i \ge 0 \quad (i = 1,2)$

б) $X) = 2x_1 + 4x_2 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 - 5x_2 \le 5 \\ x_1 + x_2 \ge 4 \end{cases}$

$x_i \ge 0 \quad (i = 1,2)$

В заданиях 37-39 составить математическую модель и найти решение, соответствующее условию задачи.

37 В суточный рацион включают два продукта питания $П_1$ и $П_2$, причем продукта $П_1$ должно войти в дневной рацион не более 200 ед. Стоимость 1 ед. продукта $П_1$ составляет 2тыс. рублей, продукта $П_2$ – 4 тыс. рублей. Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта, минимальные нормы потребления даны в таблице

Питательные вещества	Минимальная норма потребления	Содержание питательных веществ в 1 ед. продукта	
		$П_1$	$П_2$
А	120	0,2	0,2
В	160	0,4	0,2

Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.

Провести экономический анализ задачи по пределам возможного изменения коэффициентов целевой функции, т.е. по диапазону стоимости единицы продуктов при котором не происходит изменения оптимального решения.

38 Найти оптимальное сочетание посевов трех культур: пшеницы, гречихи и картофеля. Эффективность возделывания названных культур (в расчете на 1 га) характеризуется показателями, значения которых приведены в таблице. Производственные ресурсы: 6000 га пашни, 5000 чел.-дней труда механизаторов, 9000 чел.-дней ручного труда. Критерий оптимальности –максимум прибыли.

Показатель	Пшеница	Гречиха	Картофель
Урожайность, ц	20	10	100
Затраты труда механизаторов, чел-дн	0,5	1	5
Затраты ручного труда, чел-дн	0,5	0,5	20
Прибыль от реализации 1 ц продукции, ден. ед.	4	10	3

39. Для полива различных участков сада, на которых растут сливы, яблони, груши, служат три колодца. Колодцы могут дать соответственно 180, 90, и 40 ведер воды. Участки сада требуют для полива соответственно 100, 120 и 90 ведер воды. Расстояние (в метрах) от колодцев до участков сада указаны в таблице:

Колодцы	Участки		
	сливы	яблони	груши
1	10	5	12
2	23	28	33
3	43	40	39

Как лучше организовать полив?

6.3. Пример экзаменационного билета с указанием компетенций, проверяемых в каждом вопросе

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)
Калужский филиал Финуниверситета

Кафедра «Бизнес – информатика и высшая математика»
Дисциплина Математика
Семестр 2
Направление 39.03.01 - Социология
Образовательная программа «Экономическая социология»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № __

1. УК – 4, ПКН – 6 . Какое (какие) из следующих выражений не может быть общим решением дифференциального уравнения второго порядка.
1) $C\cdot\sin x + x^2$; 2) $C_1\cdot\sin x - C_2 x$; 3) $\sin x - 3x$; 4) $C_1\cdot\cos x - 2C_2 - C_3 x$.

2. УК – 4, ПКН – 6 . Найти значения a, b, c , если известно, что матрица $A=\begin{pmatrix} a & 2a+b & 0 \\ 0 & a-b+2c & 0 \\ 0 & 0 & -c \end{pmatrix}$ является единичной.

3. УК – 4, ПКН – 6 . Решить матричное уравнение

$$X\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}^t$$

4. УК – 4, ПКН – 6 . Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(2; -5) перпендикулярно прямой $\ell: -x+2y=2$.

5. УК – 4, ПКН – 6 . Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и их решение методом замены. Примеры.

6. УК – 4, ПКН – 6 . Предприятие планирует выпуск двух видов продукции *I* и *II*, на производство которых расходуется три вида сырья *A*, *B* и *C*. В таблице дан расход каждого вида сырья на производство единицы изделия каждого вида и прибыль от реализации единицы изделия каждого вида.

Виды сырья	Виды продукции		Запасы сырья
	I	*II*	
A	4	2	16
B	1	1	12
C	2	7	14
Пр	2	4	

Найти оптимальный план производства и остаток каждого вида сырья.

Подготовил:
Утверждаю:
Зав. кафедрой ______________________

6.4. Примеры заданий с указанием компетенций, проверяемых на зачете

1. Сравните достаточные условия экстремума функции и запишите действия, которыми отличается алгоритм нахождения точек экстремума функции на основании второго достаточного условия экстремума по сравнению с первым достаточным условием экстремума. Укажите преимущества использования второго достаточного условия экстремума (ПКН-6)

2. Установите соответствие между утверждениями, записанными в первом и втором столбцах таблицы (ПКН-6).

Утверждение 1	Утверждение 2
1. Для установления сходимости знакоположительных рядов применяют	I. Признак Лейбница
2. Признак сходимости рядов, в котором определяется предел отношения предыдущего члена ряда к следующему - это	II. Признак сравнения
3. Числовой ряд называют сходящимся, если	III. Признак Даламбера
4.Признак, в котором для установления сходимости числового ряда находят отношение его общего члена и общего члена эталонного ряда – это	IV. Сумма ряда – положительное число
2. Для установления сходимости знакопеременного ряда применяют	V. Последовательность частичных сумм ряда имеет конечный предел
	VI. Предельный признак сравнения

3. Найти функции предельных и средних издержек, построить их графики. Вычислить предельные и средние издержки при объеме производства x = 10ед., определить минимальные предельные и средние издержки, если функция издержек $C(x)= x^3+2x^2+7x$ (УК-4, ПКН-6).

4. Найти производную функции $y=sin^2(3x+5)$ и вычислить ее значение в точке $x_0=\frac{\pi}{2}$ (УК-4)

5. (5 баллов) Исследовать функцию $y = x^3 - x^2$ на монотонность (УК-4, ПКН-6).

6. Найти интеграл $\int x\cos xdx$ (УК-4)

7. Вычислить предел (УК-4)

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^3-x^2+5x}{-2x^3-6x}$ б) (4 балла) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-x^2+5}{x^3-x^2}\right)^{4x^3}$

7. Формы внеаудиторной самостоятельной работы студентов, предусмотренные учебным планом

7.1 Тематика курсовых работ по дисциплине (не предусмотрено учебным планом)

7.2 Варианты контрольных работ

1 семестр

Вариант 1

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-6x+8}{x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-3x+1}{2x^2-5x+6}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{tg2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{2x-3}$;

2. Найти производную функции:

а) $y=cos^3\left(x^2+\sqrt{x}\right)$; б) $xy^2-2x^3y+7=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\frac{x^2-4x-5}{x+1}$

4. Найти интеграл

а) $\int\frac{\ln x}{x^3}dx$; б) $\int\limits_1^{\infty}(x^2+2e^x+\frac{1}{x^2})dx$;

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-12q+49$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=12-0,04p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 40-0,5p, S=28+2,5p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 20%?

Вариант 2

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-6x+8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+2}{2x^2-5x+6}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x}{\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{5x-6}$;

2. Найти производные функций:

а) $y=\ln^3\left(\sqrt{x^2+2x+1}\right)$; б) $-4xy^3+2xy-y^2-11x=0$;

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x^3}$

4. Найти интеграл

а) $\int\sqrt{\sin x}\cos x dx$; б) $\int\limits_1^\infty(\ln x-e^x)dx$;

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-14q\ +144$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=16-0,02p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек/
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 32-0,2p, S=16+1,8p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 30%?

Вариант 3

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x+1}{2x^3-5x+6}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 15x}{6x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{3-4x}$;

2. Найти производные функций:

а) $y=3^{\sqrt{\cos^3 x+1}}$; б) $-3x+2x^2y^2+6y-5xy-12=0$;

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\frac{x^3}{3}-4x^2+12x+1$

4. Найти интеграл

а) $\int x\cos(x^2)dx$; б) $\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,dx$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=4q^2-16q+25$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=18-0,01p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 42-0,4p, S=24+1,6p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 40%?

Вариант 4

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{x+3}{x^2+7x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x-1}-\sqrt{x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x}{\arcsin x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{6x-5}{6x-7}\right)^{2x+3}$;

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{\ln^2(2x+1)+x^3}$; б) $5x^2-12xy^2+6xy-2x^2y-1=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\frac{2x^2}{2x-1}$

4. Найти интеграл

а) $\int\frac{x^2+2x}{x^3+3x^2+5}dx$; б) $\int\limits_0^{\infty} e^{-x}Sinx\,dx$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=3q^2-36q+150$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=24-0,03p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.

4) Найдите прибыль.

5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены р на товар имеют вид D= 26-0,2р, S=12+1,2р. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 30%?

Вариант 5

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2+2x-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2+x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-3x}{\arcsin 2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x^2-5}{6x^2-7}\right)^{x^2+1}$;

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{cos\left(2x^3+1\right)}$; б) $-2x^2y+4xy^2+6xy-2x+7=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$

4. Найти интеграл

а) $\int\dfrac{x-3}{x^2-6x\ -4}dx$; б) $\int\limits_0^\infty \ln x\ dx$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=2q^2-24q\ +98=0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид $q=20-0,1p$, где p – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.

2) Постройте график предельных издержек.

3) Составьте функцию дохода от продажи q единиц товара по цене p.

4) Найдите прибыль.

5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены р на товар имеют вид D= 32-0,4р, S=14+1,4р. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 20%?

Вариант 6

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+8x+15}{x^2+4x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^4-3x^2}-\sqrt{x^4+x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg3x}{\arcsin 5x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+8}{2x^2+6}\right)^{-x^2}$

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{\sin\left(-x^2+x\right)}$; б) $x^2y^2-2xy^2+6x^2y-2y+5x=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$

4. Найти интеграл

а) $\displaystyle\int\frac{2x-1}{2x^2-2x+5}dx$; б) $\displaystyle\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}}$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-24q+169=0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=12-0,2p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи q единиц товара по цене p.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6 Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 24-0,2p, S=14+0,8p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 20%?

Вариант 7

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+2x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+x+5}{2x^2+x+4}\right)^{3x^2-2x}$

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{\left(-x^2+\ln x\right)^2+2x}$;

б) $2x^2y^3+5x^2y+3xy^2-2xy+5x-2=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{x+1}$

4. Найти интеграл

а) $\int x^2 \sin x dx$; б) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$

6. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-14q+64=0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=18-0,2p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 35-0,3p, S=15+0,7p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 10%?

Вариант 8

1.Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2-7x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x^2-4x}-\sqrt{2x^2+8x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2 5x}{\sin^2 x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-3x+5}{2x^2-3x}\right)^{x^2+x}$

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{\left(-x^2\ln x\right)+2x}$; б) $-x^3y^3+2x^2y^3+3xy^2-xy+5y-2x=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\frac{2x}{1-x^2}$

4. Найти интеграл

а) $\int x^2 cosxdx$; б) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^2+2x+3}$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-18q+100=0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=10-0,2p*, где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.

5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 16-0,02p, S=14+0,08p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 10%?

Вариант 9

1.Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+5x-14}{x^2-6x+8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+2x}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 5x}{x\sin 3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+1}{3x}\right)^x$

2. Найти производные функций:

а) $y=\sqrt{x^3+2x}\cdot sinx$; б) $y^3+2x^2y^2+3xy^2-xy-2x+3=0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+x}$

4. Найти интеграл

а) $\int 2xccosxd$; б) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{dx}{x^2+3x+5}$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=q^2-16q+81=0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид *q=12-0,1p,* где *p* – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи *q* единиц товара по цене *p*.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 21-0,5p, S=16+0,5p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 20%?

Вариант 10

1. Вычислить предел:

а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-4x-21}{x^2-2x-15}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^4+2x^2}-\sqrt{x^4+4x^2}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot tgx}{\arcsin^2 5x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{x^2+1}\right)^{2x^2}$

2. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{\sin\left(-3x^2 + 2x\right)}$;

б) $x^3 y^2 - 2xy^4 + 6x^2 y^2 - 2xy + 5x + 3 = 0$

3. Провести исследование функции и построить ее график $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2$

4. Найти интеграл

а) $\int \frac{x-1}{x^2 - 2x - 3} dx$;   б) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

5. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q) = q^2 - 16q + 49 = 0$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид $q=10\text{-}0{,}2p$, где p – цена единицы продукции.

1) Найдите минимум: а) полных издержек; б) средних издержек.
2) Постройте график предельных издержек.
3) Составьте функцию дохода от продажи q единиц товара по цене p.
4) Найдите прибыль.
5) Постройте графики дохода и прибыли.

6. Функции спроса D и предложения S от цены p на товар имеют вид D= 22-0,4p, S=12+0,6p. Найти эластичность спроса и предложения при равновесной цене. Как изменится равновесная цена при уменьшении предложения на 20%?

Контрольная работа №2 (2 семестр)
Вариант 1

1. Исследуйте функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид u(x,y)= 0,5ln(x-2)+2ln(y-1), где x, y – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =1000 д.е., а цены товаров равны 0,2 д.е. и 4 д.е., соответственно.
2) Постройте график функции полезности.
3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.
4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.
5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.
6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 4y' - 21y = 5x - 2$

4. Найти матрицу X из уравнения $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}' \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 12000 \\ 14000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}9 \\ 0{,}8 & 0{,}1 \end{pmatrix}$

7. Детская молочная кухня в суточный рацион питания для одного трехмесячного ребенка включает два продукта питания: смесь№5 и В-рис, причем смеси №5 должно войти в дневной рацион не более 400 г. Стоимость 100 г смеси №5 составляет 0,7 д.ед., В-риса – 0,9 ден. ед. Содержание питательных веществ в 100 г продукта, минимальные нормы потребления указаны в таблице. Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.

Питательные вещества	Минимальная норма потребления (г)	Содержание питательных веществ в 100 г продукта	
		Смесь №5	В-рис
Белки	14	2,8	3,2
Углеводы	32,9	4,7	8,3

Вариант 2

1. Исследуйте функцию $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

u(x,y)=4ln(x-1)+3ln(y-4), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =80 д.е., а цены товаров соответственно равны 6 д.е. и 2 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 2y' - 15y = 3x - 4$

4. Найти матрицу X из уравнения $\left(\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + X^t \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 140000 \\ 200000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 \\ 0,4 & 0,8 \end{pmatrix}$

7. Лесхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц вещества А и 12 единиц В. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одного животного, чтобы затраты были минимальны?

Питательные вещества	Содержание питательных веществ в 1 кг корма	
	А	В
А	2	1
В	2	4
Цена 1 кг корма (д. ед.)	2	3

Вариант 3

1. Исследуйте функцию $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ на экстремум
2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

u(x,y)= 2ln(x-4)+5ln(y+2), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в *I* =700 д.е., а цены товаров равны 20 д.е. и 35 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 7y' + 12y = e^{2x}$

4. Найти матрицу X из уравнения $\left(X\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^t + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right)^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 800000 \\ 204000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}7 & 0{,}5 \end{pmatrix}$

7. Производство двух видов лесопродукции должно пройти три операции. Затраты времени на каждой операции на одно изделие, прибыль от реализации одного изделия в таблице. Сколько изделий каждого вида должно произвести предприятие, чтобы получить максимум прибыли, причем число изделий А должно быть не менее 10, а В - не более 70 единиц

Изделия	Затраты на одно изделие			Прибыль (д. ед.)
	1	2	3	

1	11	7	16	25
2	6	8	9	38
Фонд времени на каждую операцию	600	700	1300	

Вариант 4

1. Исследуйте функцию $z = x^4 + y^4 - x^2 - y^2 - xy$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид u(x,y)= 2ln(x+3)+5ln(y+1), где x, y – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =30 д.е., а цены товаров равны соответственно 4 д.е. и 1 д.е.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 7y' + 6y = e^{-3x}$

4. Найти матрицу X из уравнения $X^t\left(\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \right)^t - \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 320000 \\ 264000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,6 \\ 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$.

7. АО “Прицеп” выпускает 4,5-тонные прицепы и кормораздатчики “Ванюша” по цене 40,3 и 74,3 тыс. руб. соответственно. По результатам маркетинговых исследований спрос на изделия первого вида составляет не менее 1200 ед. в год. Для производства прицепов используются сталь и чугун, запасы которых на предприятии составляют 25000 и 4500 т соответственно. Для изготовления 1тыс. прицепов норма расхода стали составляет 1615 т, а чугуна — 385 т. Для изготовления 1тыс. кормораздатчиков расходуется: стали — 2022 т, чугуна — 478 т. Себестоимость прицепов — 34,66, а кормораздатчиков — 63,9 тыс. руб. Найти оптимальное решение по производству прицепов и кормораздатчиков, чтобы прибыль от выпускаемых изделий была максимальной.

Вариант 5

1. Исследуйте функцию $z = x^3 - 3x^2 - 3y^2 - 4y$ на экстремум
2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

u(x,y)= 3ln(x+1)+4ln(y+3), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =1000 д.е., а цены товаров равны 10 д.е. и 20 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 4y' - 21y = -3x + 2$

4. Найти матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \left(\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} -x_1+2x_2-3x_3-4x_4=3 \\ 2x_1+3x_2-4x_3-5x_4=-5 \\ x_1-3x_2-2x_3+x_4=-1 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x=\begin{pmatrix}1200000\\2400000\end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}3\\0{,}9 & 0{,}7\end{pmatrix}$.

7. Предприятие располагает тремя производственными ресурсами (сырьем, оборудованием, электроэнергией) и может организовывать производство продукции двумя различными способами. Расход ресурсов и амортизации оборудования за один месяц и общий ресурс при каждом способе производства заданы в таблице

Производственный ресурс	Расход ресурсов за один месяц при работе		Общий ресурс
	По 1 способу	По 2 способу	
сырье	1	2	4
оборудование	1	1	3
электроэнергия	2	1	8

Определить, сколько месяцев по каждой технологии должно работать предприятие, если прибыль от реализации продукции, выпускаемой каждым из способов за один месяц, составляет соответственно 300 ден. ед. и 400 ден. ед.

Вариант 6

1. Исследуйте функцию $z=x^2+3xy^2+y^2-15x-12y$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

u(x,y)= 4ln(x-5)+ ln(y+2), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =1000 д.е., а цены товаров равны 10 д.е. и 30 д.е. соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 2y' - 15y = 3e^{-2x}$

4. Найти матрицу X из уравнения $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 3200000 \\ 5600000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}7 \\ 0{,}2 & 0{,}5 \end{pmatrix}$

7. В суточный рацион включают два вида продуктов питания $П_1$ и $П_2$. Продукта питания $П_1$ должно войти в дневной рацион не более 200 ед. Стоимость дной единицы продукции $П_1$составляет 2 ден. ед., продукта $П_2$ - 4ден.ед. В таблице указаны содержание питательных веществ в единице каждого продукта и минимальные нормы потребления. Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей

Питательные вещества	Минимальная норма потребления	Содержание питательных веществ в одной единице продукта	
		$П_1$	$П_2$
А	120	0,2	0,2
В	160	0,4	0,2

Вариант 7

1. Исследуйте функцию $z = xy + \dfrac{50}{x} + \dfrac{20}{y}$ $(x > 0, y > 0)$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид

u(x,y)= 6ln(x+2)+2ln(y-5), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в I =18 д.е., а цены товаров равны 2 д.е. и 1 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 8y' + 15y = 5e^{4x}$

4. Найти матрицу X из уравнения $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}' X + \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ -2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 2800000 \\ 6000000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,7 \\ 0,6 & 0,3 \end{pmatrix}$

7. Фирма выпускает изделия двух типов: А и В. При этом используется сырье четырех видов. Расход сырья каждого вида на изготовление единицы продукции и запасы сырья заданы в таблице. Выпуск одного изделия А приносит доход 300 руб., одного изделия В -200 руб. Составить план производства, приносящий фирме наибольший доход.

Изделия	Сырье			
	1	2	3	4
А	2	1	0	2
В	3	0	1	1
Запасы сырья	21	4	6	10

Вариант 8

1. Исследуйте функцию $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид u(x,y)= 7ln(x-1)+4ln(y-5), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет в *I* =1400 д.е., а цены товаров равны 7 д.е. и 14 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 2y' - 48y = 4e^{-2x}$

4. Найти матрицу X из уравнения
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}' \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Исследовать систему линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 11x_2 - 3x_3 - 15x_4 = 1 \end{cases}$$
на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 3500000 \\ 5600000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}8 \\ 0{,}6 & 0{,}2 \end{pmatrix}$

7. Обработка деталей А и В может производиться на трех станках, причем каждая деталь должна последовательно обрабатываться на каждом из станков. Прибыль от реализации детали А 100 рублей, детали В – 160 рублей. В таблице приведены данные о нормах времени обработки деталей и времени работы станков. Определить производственную программу, максимизирующую прибыль при условии, что спрос на детали А не менее 300 шт., на детали В – не более 200шт.

Станки	Норма времени на обработку одной детали, час.		Время работы станка, час.
	A	B	
1	0,2	0,1	10
2	0,2	0,5	180
3	0,1	0,2	100

Вариант 9

1. Исследуйте функцию $z = 2x^3 - xy^2 + y^2 + 5x^2$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид u(x,y)= ln(x-6)+2ln(y+2), где *x, y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет *I* =200 д.е., а цены товаров равны 10 д.е. и 5 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - y' - 42y = -x + 1$

4. Найти матрицу X из уравнения $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} X$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x = \begin{pmatrix} 10000000 \\ 8000000 \end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}7 & 0{,}5 \end{pmatrix}$

7. Фирма выпускает два вида мороженого: пломбир и эскимо. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы продуктов приведены в таблице:

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Пломбир	Эскимо	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное не более, чем на100кг. Также установлено, что спрос на шоколадное мороженое не превышает 350 кг в сутки. Отпускная цена сливочного мороженого 16 ден. ед., шоколадного - 14 ден. ед. Какое количество мороженого каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальный?

Вариант 10

1. Исследуйте функцию $z = 8x^3 - 6xy^2 - y^3 - 9y^2$ на экстремум

2. Функция полезности потребителя для двух товаров имеет вид u(x,y)= 8ln(x+5)+3ln(y-7), где *x*, *y* – количества приобретаемых товаров.

1) Определите максимальную полезность товаров, если потребитель имеет бюджет *I* =4000 д.е., а цены товаров равны 10 д.е. и 20 д.е., соответственно.

2) Постройте график функции полезности.

3) Изобразите допустимое множество, кривые безразличия и оптимальную точку.

4) Найдите уравнение кривой безразличия, на которой находится оптимальная точка потребления, и изобразите ее.

5) Вычислите норму замены второго товара первым в оптимальной точке.

6) Определите функцию спроса для первого товара и постройте ее график.

7) Вычислите эластичность спроса на первый товар по цене при данных ценах и заданном бюджете потребителя.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 10y + 9y = e^{4x}$

4. Найти матрицу X из уравнения $X\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 4\\ -1 & 1\end{pmatrix}'$

5. Исследовать систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+x_4= 4\\ 2x_1-4x_2 \qquad +x_4=5\\ x_1-4x_2-3x_3-x_4=-2\end{cases}$ на совместность. В случае совместности найти общее и не менее двух базисных решений.

6. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран $x=\begin{pmatrix}4600000\\ 2800000\end{pmatrix}$, а структурная матрица имеет вид $\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}3\\ 0{,}9 & 0{,}7\end{pmatrix}$

7. Ремонтный завод “Хоперский” выпускает насосы двух типов: топливные и водяные. В комплектацию этих изделий входят четыре основных вида деталей: корпус, платик, манжета, шестерня. Для изготовления топливного насоса требуется один корпус, четыре платика, четыре манжеты и одна шестерня, для изготовления водяного насоса — 1, 2, 4 и 3 комплектующих деталей соответственно. От реализации одного топливного насоса завод имеет прибыль 50 рублей, а от одного водяного — 200 рублей. На складе завода имеется следующий запас комплектующих: корпусов — 6 штук, платиков — 8 штук, манжет — 12 штук, шестерней — 9 штук. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход .