

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
Новороссийский филиал
Кафедра «Информатики, математики и общегуманитарные
науки»

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры информатики,
математики и общегуманитарных
дисциплин

« 29 » 08 2019 г., протокол № 1
Заведующий кафедрой

Н.А.Гаража

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль): Анализ и управление рисками организации

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Новороссийск 2019

Составители: к.экон. наук Зайковский Б.Б.

Рекомендованы решением кафедры «информатики, математики и общегуманитарных дисциплин» протокол № от 30.08.2019 г.

Методические рекомендации к составлены в соответствии с ОС ВО Финуниверситета по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом Финансового университета при Правительстве РФ № 1588/о от 08 сентября 2014 года.

Изучение дисциплины должно способствовать развитию у обучающихся стремления к творческому мышлению, к овладению навыками самостоятельной работы современными информационными технологиями.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ СЛУШАТЕЛЯМИ

Цели и задачи

Цель дисциплины — целями изучения дисциплины

1. Дидактическая - приобретение студентами теоретических знаний о понятии и особенностях использования математических моделей в различных финансовых операциях.
2. Методическая - доведение до студентов содержания основ знаний по рассматриваемой дисциплине, рекомендуемой литературы, акцентирование внимания студентов на наиболее значимых характеристиках изучаемой проблематики.
3. Воспитательная - формирование у студентов убежденности в необходимости нести ответственность за принимаемые решения.
4. Формирование компетенций.

Задачи дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- ориентироваться в разнообразных экономических процессах, явлениях и грамотно их интерпретировать;
- современный математический аппарат;
- основные макроэкономические показатели и принципы их расчета.

Уметь:

- анализировать основные экономические события в своей стране и за ее пределами, находить и использовать информацию, необходимую для ориентирования в основных текущих проблемах экономики;
- применять математические методы для расчета экономических показателей и анализа экономических событий и проблем
- изучать большие системы современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применять современные компьютеры в проводимых исследованиях.

Владеть:

- навыками применения современного математического аппарата для решения стандартных математических задач;
- способностью использовать экономические знания в профессиональной деятельности;

- навыками работы с маркетинговой информацией, постановки цели и выбору путей ее достижения в сфере маркетинговой деятельности.

Иметь представление:

Об изучении информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа.

Виды и задачи профессиональной деятельности по дисциплине

- ознакомление с основными научными концепциями применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности;

- повторение теоретических основ ;

- изучение механизма анализа основных экономических событий в своей стране и за ее пределами;

- решение задач;

- ознакомление с использованием информации, необходимой для ориентирования в основных текущих проблемах экономики.

4. Методические указания и порядок изучения дисциплины «Финансовая математика».

Преподавание основывается на взаимосвязи достижений экономики как науки и практики применения современного математического аппарата для характеристики экономических процессов, происходящих на макро и микроуровнях. Экономика тесно связана с другими дисциплинами – теория риска, современный менеджмент, теория игр и исследование операций, а также с психологией, социологией. Смежные дисциплины позволяют более глубоко уяснить сущность финансовых отношений и особенности их математического моделирования.

Основным методом изучения курса является самостоятельная работа, включающая изучение теоретических и практических моделей, учебных пособий.

Занятия с обучающимися проводятся в форме лекционных и практических занятий.

Практические занятия— метод репродуктивного обучения, обеспечивающий связь теории и практики, содействующий выработке у студентов умений и навыков применения теоретических знаний, полученных из учебников, учебных пособий и в ходе самостоятельной работы.

Лабораторные занятия представляют собой, как правило, занятия по решению различных прикладных задач. В итоге у каждого обучающегося

должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи и интуиция. В связи с этим вопросы о том, сколько нужно задач и какого типа, как их расположить во времени в изучаемом курсе, какими домашними заданиями их подкрепить, в организации обучения очень важны. Отбор системы упражнений и задач для практического занятия, ставит задачу целостного представления о предмете и методах изучаемой науки, причем методическая функция выступает здесь в качестве ведущей.

Лекция 1. Введение в курс «Финансовая математика»

1.1. Предмет и метод курса «Финансовая математика»

Финансовая математика – это наука, изучающая методы и методики определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также модели управления инвестициями, капиталом и его составляющими.

Объект финансовой математики – финансовые операции и сделки и их технико-экономическое обоснование, направленное на извлечение прибыли.

Предмет – финансовые и актуарные оценки показателей эффективности этих операций и сделок, а также доходов отдельно взятых участников этих сделок, определяемых в виде процентных ставок, норм и коэффициентов, скидок, доходов и дивидендов, ренты и маржи, котировок ценных бумаг, курсов валют, курсовых разниц и пр.

В курсе финансовой математики систематически излагаются методы количественного анализа, используемые при принятии управленческих решений в финансовой сфере. Рассматриваются методы учета факторов времени, инфляции, оценки потоков платежей, операций с ценными бумагами и др.

Финансовая математика охватывает определенный круг методов вычислений, необходимость в которых возникает всякий раз, когда в условиях сделки или финансово-банковской операции оговариваются конкретные значения трех видов параметров:

- 1) стоимостные характеристики (размеры платежей, долговых обязательств, кредитов и т. д.);
- 2) временные данные (даты и сроки выплат, продолжительность льготных периодов, отсрочки платежей и т. д.);
- 3) процентные ставки (последние иногда задаются в открытой форме).

1.2. Применение методов финансовой математики в практической работе

Методы финансовой математики используются в расчетах параметров, характеристик и свойств инвестиционных операций и стратегий, параметров

государственных и негосударственных займов, ссуд, кредитов, в расчетах амортизации, страховых взносов и премий, пенсионных начислений и выплат, при составлении планов погашения долга, оценке прибыльности финансовых сделок.

Методы финансовой математики чаще всего применяются при решении следующих практических задач:

- исчисление конечных сумм денежных средств, находящихся во вкладах, займах, ценных бумагах путем начисления процентов;
- учет ценных бумаг;
- установление взаимосвязи между отдельными параметрами сделки и определение параметров сделки, исходя из заданных условий;
- определение эквивалентности параметров сделки для получения равной отдачи от затрат, произведенных различными способами;
- анализ последствий изменения условий финансовой операции;
- исчисление обобщающих характеристик и отдельных параметров денежных средств, рассматриваемых как финансовые потоки;
- разработка планов выполнения финансовых операций;
- расчет показателей доходности финансовых операций и др.

На практике методы финансовой математики применяют в работе финансовых организаций, торговых фирм и инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж.

1.3. Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах

Финансовые процессы определяются многими факторами или параметрами, которые с достаточной долей условности можно отнести к двум типам: внутренним и внешним.

К *внутренним факторам* относятся те, которые определяют основные, существенные и непосредственные характеристики финансового процесса. К ним относятся, например, такие, как структура портфеля активов, участвующих в сделке, контрактные характеристики сделки, такие, как способ начисления процентов в кредитных сделках, выбранная схема погашения и т. п., а также факторы, определяющие начальные условия сделки: величину инвестируемого капитала, начальный момент инвестиций.

К *внешним* относятся факторы, определяющие рыночную среду, т.е. условия, в которых протекает финансовый процесс: такие, как фактор времени, текущие и будущие рыночные цены, инфляционные ожидания и др. Рассмотрим некоторые из них.

Инфляционные ожидания – существенный фактор, влияющий на уровень процентных ставок. Снижение покупательной способности денег за период кредитования приводит к уменьшению реального размера заемных средств,

возвращаемых кредитору. Соответственно кредиторы пытаются компенсировать снижение реальных доходов за счет увеличения процентных ставок по активным операциям.

Конкуренция на рынке финансовых ресурсов также оказывает влияние на уровень банковских процентных ставок. Чем выше конкуренция среди заемщиков, тем выше процентные ставки по кредитам. Чем выше конкуренция среди кредиторов, тем они ниже.

Развитие рынка ценных бумаг выступает одним из факторов ценообразования на кредитном рынке. Организованный рынок государственных и корпоративных долговых обязательств является альтернативой прямому банковскому кредитованию, поэтому важнейшие параметры рынка ценных бумаг (доходность, объемы совершаемых операций, ожидания инвесторов, состояние инфраструктуры) и денежно-кредитного рынка находятся в прямой зависимости.

Открытость национальной экономики, международная миграция капиталов, обменный курс валют, состояние платежного баланса страны – факторы, также влияющие на национальную систему процентных ставок.

Фактор риска присущ практически любой финансовой сделке. С позиции макроэкономики риск зависит от экономической, политической и прочих составляющих и часто не поддается управлению.

Система налогообложения определяет размер чистой прибыли, остающейся в распоряжении налогоплательщика. Меняя ставки налогообложения, порядок взимания налогов, применяя систему льгот, государство стимулирует определенные экономические процессы. Этот порядок справедлив и для денежно-кредитного рынка. Например, инвестор может отдать предпочтение менее доходным государственным ценным бумагам, при наличии по ним определенных налоговых льгот.

Задание внутренних и внешних факторов финансового процесса полностью определяет его динамику. Так, задание схемы начисления процентов и процентной ставки полностью определяет процесс накопления денежной суммы вклада.

Внешние факторы, как правило, не поддаются управлению, однако при проведении финансово-экономических расчетов их необходимо учитывать. Это относится, прежде всего, к учету влияния инфляции, налоговой системы, финансовых рисков. Внутренние факторы могут рассматриваться двояко: как управляющие параметры, либо как параметры, значение которых необходимо определить в ходе выполнения расчетов.

Особую роль среди этих факторов играет *фактор времени*. В силу особой важности этого фактора, его влияние на финансовые процессы будет рассмотрена более подробно.

1.4. Фактор времени в рыночной экономике

В условиях рыночной экономики при проведении долгосрочных финансовых операций важную роль играет фактор времени. «Золотое» правило бизнеса гласит: «Денежная сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра». Поэтому в финансовых расчетах фактор времени играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Действительно, всегда найдутся организации и частные лица (заемщики), нуждающиеся в кредитах на тот или иной период и готовые платить за такой заем (ссуду). Таким образом, в большинстве случаев увеличение стоимости капитала происходит в результате предоставления его в долг и взимания процентной ставки.

Фактор времени в финансовой сфере учитывается с помощью процентной ставки. В узком смысле процентная ставка представляет собой цену, уплачиваемую за использование заемных денежных средств. Однако в финансовом менеджменте ее также часто используют в качестве измерителя уровня (нормы) доходности производимых операций, исчисляемого как отношение полученной прибыли к величине вложенных средств и выражаемого в долях единицы (десятичной дробью) или в процентах.

1.5. Виды процентов

Методы финансово-экономических расчетов различны в зависимости от вида применяемых процентов. Относительно момента выплаты или начисления дохода за пользование предоставленными денежными средствами проценты на *обычные* (декурсивные) и *авансовые* (антисипативные).

Отрезок времени между двумя следующими друг за другом процедурами начисления процентов или срок финансовой операции, если проценты начисляются один раз, называется *периодом начисления процентов*.

Обычные проценты начисляются в конце периода относительно исходной величины средств. Доход, определяемый обычным процентом, выплачивается в конце периодов финансовой операции. Такие проценты применяют в большинстве депозитных и кредитных операций, а также в страховании.

Авансовые (антисипативные) проценты начисляются в начале периода относительно конечной суммы денег. Доход, определяемый авансовым процентом, выплачивается в момент предоставления кредита. Такая форма расчетов называется авансовой или учетом. При этом базой расчета процентов служит сумма денег с процентами (сумма погашения долга). Исчисленные таким образом проценты взимаются вперед и являются авансом. Так

рассчитывают проценты в некоторых видах кредитования, операциях с дисконтными ценными бумагами, в международных расчетах.

Рассмотренным двум видам процентов на практике соответствуют определенные процентные ставки. Это, во-первых, обычная ставка процентов - *rote of interest* которая рассчитывается как отношение дохода, полученного за определенный период времени к величине капитала, предоставляемого в кредит. Во-вторых, учетная (антисипативная) ставка - *discount rote*. Учетная ставка рассчитывается, как отношение дохода, полученного за определенный период времени к ожидаемой сумме погашения долга.

Простейшим видом финансовой операции является однократное предоставление в долг некоторой суммы с условием, что через n лет будет возвращена большая сумма .

В экономической литературе первый показатель также называют «процентная ставка», «процент», «рост», «ставка процента», «норма прибыли», «доходность», а второй - «учетная ставка», «дисконт». Обе ставки взаимосвязаны, т.е. зная один из показателей, можно рассчитать другой по формулам .

В зависимости от условий проведения финансовых операций, начисление процентов может осуществляться с применением простых, либо сложных процентов.

Простые проценты, как правило, используются в краткосрочных финансовых операциях, срок проведения которых меньше года. Базой для исчисления процентов за каждый период в этом случае служит первоначальная (исходная) сумма сделки.

Сложные проценты широко применяются в долгосрочных финансовых операциях со сроком проведения более одного года. Однако могут быть использованы и в краткосрочных финансовых операциях, если это предусмотрено условиями сделки. При этом база для начисления процентов меняется за счет присоединения ранее начисленных процентов, т.е. она включает в себя как исходную сумму сделки, так и сумму уже накопленных к этому времени процентов.

Практика расчетов процентов основывается на теории наращения денежных средств по арифметической или геометрической прогрессии. Арифметическая прогрессия соответствуют простым процентам, геометрическая - сложным.

Пример. Предприниматель получил на два года кредит в размере 100 тыс. руб. В конце срока он должен возвратить 140 тыс. руб. Определите годовые процентную и учетную ставки.

1.6. Наращение и дисконтирование

Процесс, в котором по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую в будущем к получению сумму, в финансовых вычислениях называется процессом *наращения*. Процесс, в котором по заданной ожидаемой в будущем к получению сумме и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга называется процессом *дисконтирования*.

Экономический смысл метода наращивания состоит в определении величины, которая будет или может быть получена из некоторой первоначальной (текущей) суммы в результате проведения операции. Другими словами, метод наращивания позволяет определить будущую величину текущей суммы через некоторый промежуток времени, исходя из заданной процентной ставки.

Дисконтирование представляет собой процесс нахождения современной на заданный момент времени суммы по ее известному или предполагаемому значению в будущем, исходя из заданной процентной ставки.

В экономическом смысле величина, найденная в процессе дисконтирования, показывает современное (с позиции текущего момента времени) значение будущей величины. Таким образом – дисконтирование – это по сути дела зеркальное отражение наращивания. Используемую при этом процентную ставку называют нормой дисконта.

Лекция 2. Простые проценты

2.1. Расчеты при начислении простых процентов

Начисление простых процентов может происходить дискретно в зависимости от условий договора раз в год, полугодие, квартал или месяц. Иногда проценты начисляют и за более короткий срок.

Пусть задана исходная стоимость денег. Формулой можно воспользоваться, например, для исчисления суммы погашения ссуды, предоставленной под простые проценты; размера срочного вклада с процентами и пр.

Множитель называется множителем наращивания простых процентов. Он показывает, во сколько раз увеличилась сумма вклада (или долга) к концу срока финансовой операции.

Пример. Вклад 100 000 рублей размещен в сберегательный банк на 3 года под обычные простые проценты 4,5 % годовых. Определите наращенную сумму вклада.

Наращение суммы вклада (процентные деньги) составит 13500 рублей.

В рассмотренном примере срок финансовой операции составляет 3 года. Однако, как правило, к наращению по простым процентам прибегают при выдаче краткосрочных ссуд, срок которых менее года ($n < 1$). Рассмотрим более общий случай, когда n не является целым числом.

Отметим, что при использовании формулы (5) размерности n и i должны быть согласованы. Если n измеряется в годах, то i – ставка годовых процентов (показывает рост за год).

В случае если продолжительность финансовой операции не равна целому числу лет, периоды начисления процентов n выражают дробным числом, как отношение продолжительности финансовой сделки в днях к количеству дней в году (или отношение продолжительности финансовой сделки в месяцах к числу месяцев в году).

Обозначим срок операции (time), В качестве временной базы выберем продолжительность года, выраженную в тех же единицах.

Иногда при расчете простых процентов предполагают, что год состоит из 12 месяцев по 30 дней в каждом. Проценты, рассчитанные по временной базе $Y=360$ дней, называются *обыкновенными* или *коммерческими* процентами (ordinary interest). При использовании действительной продолжительности года (365 или 366 дней) получают *точные* проценты (exact interest).

Число дней финансовой операции также можно измерить приближенно и точно. В первом случае ее продолжительность определяется из условия, согласно которому месяц принимается равным 30 дням. Точное число дней финансовой операции определяется путем подсчета числа дней между датой ее начала и датой ее окончания по календарю. Первый и последний день финансовой операции считается за один день. На практике для подсчета ее продолжительности можно пользоваться. В таблицах приведены порядковые номера дней в году (для обычного и високосного годов соответственно). Срок проведения финансовой операции рассчитывается как разность между порядковыми номерами даты ее окончания и даты начала. Таким образом, на практике применяют три варианта расчетов:

Точные проценты с точным числом дней ссуды.

Этот вариант дает самые точные результаты. Он обозначается $365/365$. Он применяется центральными банками многих стран и крупными коммерческими банками, например в Великобритании.

Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды.

Этот метод, иногда называемый банковским (Banker's Rule), распространен в ссудных операциях коммерческих банков, в частности во Франции. Он обозначается как $365/360$. Этот вариант дает несколько больший результат, чем применение точных процентов.

Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

Такой метод применяется тогда, когда не требуется большой точности, например при промежуточных расчетах. Он принят в практике коммерческих банков Германии. Этот метод обозначается как $360/360$.

Вариант расчета с точными процентами и приближенным числом дней ссуды лишен смысла и не применяется.

Пример. Ссуда в размере 1 млн. руб. выдана 20 января до 5 октября включительно под 18 % годовых. Какую сумму должен заплатить должник в конце срока? Найти решение тремя способами.

Определим точное число дней ссуды. Дате 20 января соответствует № 20. Дате 5 октября - № 278. Таким образом, точное число дней ссуды составит 258 дней (278 – 20).

Определим приближенное число дней ссуды. При этом продолжительность каждого месяца принимается за 30 дней. Количество полных месяцев срока ссуды равно 8 (с 20 января по 20 сентября). Срок от 20 сентября по 5 октября составляет 15 дней: (30-20)+5. Приближенное число дней ссуды рассчитывается таким образом: $8 \cdot 30 + 15 = 240 + 15 = 255$ дней.

Определим величину долга в конце срока тремя методами:

1. Точные проценты с точным числом дней ссуды (365/365):
2. Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (365/360)
3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды (360/360)

2.2 Переменные процентные ставки

В условиях динамично меняющегося состояния финансового рынка при заключении финансового соглашения может быть установлена не только постоянная на весь период финансовой сделки, но и переменная, изменяющаяся во времени процентная ставка.

Пример. Банк предлагает вкладчикам следующие условия по срочному годовому депозиту: первое полугодие процентная ставка 12% годовых, каждый следующий квартал ставка возрастает на 2,5%. Проценты начисляются только на первоначально внесенную сумму вклада.

Определите наращенную за год сумму, если вкладчик поместил в банк на этих условиях 400,0 тыс. руб.

2.3. Реинвестирование

Если по прошествии некоторого периода зафиксированная к данному моменту наращенная сумма инвестируется вновь, то такая операция называется *реинвестированием* (повторным инвестированием) или капитализацией полученных на каждом этапе наращения средств. В этом случае проценты начисляются на уже наращенные в предыдущем периоде суммы, т.е. происходит многократное наращение.

Пример. Клиент поместил в банк 500,0 тыс. руб. Какова будет наращенная за 3 месяца сумма вклада, если за первый месяц начисляются проценты в размере 10% годовых, а каждый последующий месяц процентная ставка возрастает на 5% с одновременной капитализацией процентного дохода?

Лекция 3. Простые учетные ставки

Простые ставки ссудных (декурсивных) процентов применяются обычно в краткосрочных финансовых операциях, когда интервал начисления совпадает с периодом начисления и составляет, как правило, срок менее одного года, или когда после каждого интервала начисления кредитору выплачиваются проценты.

Дата выдачи и дата погашения ссуды всегда считаются за один день.

В зависимости от того, чему принимается равной продолжительность сделки, размер процентной ставки может быть различным. При этом возможны два варианта:

- (точный процент): используется точное число дней ссуды, определяемое по специальной таблице, где показаны порядковые номера каждого дня года; из номера, соответствующего дню окончания займа, вычитают номер первого дня. В году принимается 365-366 дней, в квартале 89-92 дня, в месяце 28-31 день;
- (обыкновенный процент): берется приблизительное число дней ссуды, когда продолжительность полного месяца принимается равной 30 дням; этот метод используется, когда не требуется большая точность, например, при частичном погашении займа. Приближенное число дней в году – 360, в квартале – 90.

Исходя из сказанного, расчет может выполняться тремя способами:

- обыкновенный процент и точное число дней 365/366 (Бельгия, Франция);
- обыкновенный процент и приближенное число дней 360 (Германия, Дания, Швеция);
- точный процент и точное число дней 365/366.

При антисипативном способе начисления процентов сумма получаемого дохода рассчитывается исходя из суммы, получаемой по прошествии интервала начисления (т.е. из наращенной суммы). Эта сумма и считается величиной получаемого кредита (или ссуды). Проценты начисляются в начале каждого интервала начисления, заемщик получает эту сумму за вычетом процентных денег. Такая операция называется дисконтированием по учетной ставке, а также коммерческим или банковским учетом.

Антисипативный способ начисления простых процентов. Сумма получаемого дохода рассчитывается исходя из наращенной суммы PV . PV — это величина получаемого кредита. Заемщик получает в начале периода начисления процентов сумму $P = PV - D$, где D — это дисконт (разность между размером кредита PV и непосредственно выданной суммой P). Такая операция называется дисконтированием по простой учетной ставке (банковским учетом).

Пусть d — простая учетная ставка, n — период начисления процентов (в годах).

Тогда $D = nd$, $P = PV - D = PV - nd$, $P = PV(1 - nd)$.

На практике простые учетные ставки применяются при учете (покупке) векселей.

Пример. Кредит $PV = 7000$ руб. выдается на $n = 0,5$ года по простой учетной ставке $d = 11\%$ годовых. Тогда заемщик получит сумму $P = PV(1 - nd) = 7000(1 - 0,5 \times 0,11) = 6615$ руб.

Задача. Кредит $PV = 8000$ руб. выдается на $n = 0,25$ года (один квартал) по простой учетной ставке $d = 12\%$ годовых. Какую сумму получит заемщик?

Если период начисления меньше года (например, с 18 марта по 20 октября), то полагают $i = t/K$, где K — продолжительность года (в днях), t — период начисления (в днях). Тогда $P = PV(FV - dt/K)$.

Пример. Вексель на сумму $PV = 20000$ руб. с датой погашения 27 ноября 2014 года был учтен банком 11 августа 2014 года по простой учетной ставке $d = 12\%$ годовых. Продолжительность года $K = 365$ дней. Определим, какая сумма была выплачена банком.

$FV = 21$ (август) + 30 (сентябрь) + 31 (октябрь) + 27 (ноябрь) - 1 = 108 дней,
 $P = PV(1 - dt/K) = 20000(1 - 0,12 \times 108/365) \approx 19289,86$ руб.

Задача. Вексель на сумму $PV = 15000$ руб. с датой погашения 25 октября 2014 года был учтен банком 9 сентября 2014 года по простой учетной ставке $d = 15\%$ годовых. Продолжительность года $K = 365$ дней. Определить, какая сумма была выплачена банком.

Математическое дисконтирование по простым процентам

В финансовой практике часто приходится решать задачу, обратную вычислению наращенной суммы, которая может быть сформулирована таким образом: определить сумму, которую необходимо инвестировать в данный момент времени, с тем, чтобы через некоторый определенный период получить при установленной ставке процента требуемую наращенную сумму. Для решения этой задачи применяется операция дисконтирования.

Дисконтирование позволяет по известным наращенной сумме, процентной ставке и сроке финансовой операции определить современную стоимость этой наращенной суммы.

Другими словами дисконтирование позволяет определить, какую первоначальную сумму надо дать в долг, чтобы получить в конце срока сумму при условии, что на долг начисляются проценты по ставке.

В зависимости от вида процентной ставки применяются два вида дисконтирования: математическое дисконтирование и банковский (коммерческий) учет. В первом случае при расчете применяют обычные (декурсивные), а во втором – авансовые проценты.

Рассмотрим, как производится математическое дисконтирование.

Пример. Заемщик должен возвратить кредит единовременным платежом с процентами за период 2 года. Проценты по кредиту составили 12% годовых. Какую сумму получил заемщик в момент заключения кредитного договора и чему равен дисконт, если сумма к возврату составляет 1 500 000 рублей?

Решение: $FV=1500\ 000$ рублей; $n=2$ года; $i=0,12$

Пример. Какую сумму инвестор должен внести сегодня под 16% годовых, чтобы через 180 дней после подписания договора накопить 310 тыс. руб. при условии, что начисляются простые точные проценты.

Решение: $FV=310\ 000$ рублей; $t=180$ дней; $i=0,16$; $Y=365$ дней.

Банковское дисконтирование (учет) по простым процентам

При начислении авансовых (антисипативных) процентов доход, получаемый кредитором, начисляется в начале периода финансовой операции относительно конечной суммы долга и выплачивается в момент предоставления кредита. Операция предварительного начисления процентов называется *дисконтированием по учетной ставке*, а также *банковским* или *коммерческим учетом*.

Банковский, или коммерческий учет используется при операциях с векселями и другими краткосрочными обязательствами.

Суть этой операции заключается в том, что банк или другие финансовые учреждения до наступления срока платежа по векселю покупает его у владельца (векселедержателя) и берет весь риск по получению денег на себя. При этом цена, по которой банк покупает вексель, должна быть меньше той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока (т.е. цены, выплачиваемой по векселю вместе с причитающейся ему частью дисконта).

Получив при поступлении срока деньги по векселю, банк, таким образом, реализует дисконт. Прежний владелец векселя с помощью учета векселя получает деньги ранее указанного в нем срока. То есть в определенном выигрыше оказываются обе стороны сделки.

При банковском учете проценты за пользование ссудой начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока ссуды.

Применительно к учету векселя, это означает, что проценты начисляются на сумму, которую должен выплатить должник в конце срока векселя. Ставка, по которой в этом случае начисляются проценты, отличается от декурсивной ставки процентов.

Пример. Вексель выдан на сумму 1 млн. руб. с уплатой 17 ноября.

Владелец векселя учел его в банке 23 сентября по учетной ставке 20%. Определите полученную при учете сумму (без уплаты комиссионных) и дисконт.

Решение: $FV=1000\ 000$ рублей; $d=0,2$.

Определим срок, до погашения векселя t : 17 ноября - №321;

23 сентября - № 266. Следовательно $t=266-321=55$ дней;

Дисконтирование по учетной ставке обычно производится по временной базе, равной 360 дням, следовательно, $Y=360$ дней.

Дисконт банка составил 30556 рублей (1000000- 969444).

Простая учетная ставка может быть использована при расчете суммы, которую получит владелец векселя при его погашении в момент наступления срока платежа.

Пример. Вексель, учтен в банке по учетной ставке 18% годовых за 150 дней до его погашения. При этом владелец векселя получил 925000 рублей. Определите номинал векселя.

Примечание. Номинал – это сумма денег указанная на векселе, которую получит владелец векселя при его погашении в момент наступления срока платежа.

Решение: $PV=925\ 000$ рублей; $d=0,18$; $t=150$ дней.

Лекция 4. Сложные проценты

4.1. Нарращение по сложным процентам

В среднесрочных и долгосрочных финансово-кредитных операциях в случае, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, для наращивания применяются сложные проценты. База для начисления сложных процентов увеличивается с каждым периодом выплат. Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, называется капитализацией процентов.

Предположим, что клиент положил в банк сумму, под процентную ставку. Через один период наращивания (например, через год) на его счете будет сумма, равная FV . Полученная сумма может быть вновь инвестирована под процентную ставку d на следующий процентный период.

Величина d называется множителем наращивания по сложным процентам. Для облегчения расчетов со сложными процентами составлены таблицы множителей наращивания и множителей дисконтирования.

Пример. Какой величины достигнет долг, равный 1000 000 рублей, через 5 лет при росте по сложной ставке 15,5% годовых?

Решение: $PV= 1000\ 000$ рублей; $i = 0,155$; $n=5$.

4.2. Переменные процентные ставки

Неустойчивость кредитно-денежного рынка заставляет модернизировать «классическую» схему, например, с помощью применения изменяющихся во времени переменных ставок. В частности, в контракте может быть предусмотрено применение *плавающих ставок*, когда фиксируется не сама

ставка, а ее базовое значение и маржа (widows: 2; orphans: 2"> В случае если значения переменных ставок фиксируются в контракте, общий множитель наращенного определяется как произведение частных множителей.

Пример. Ссуда в размере 1000000 руб. выдана на 5 лет под 12% годовых плюс маржа 0,5% в первые два года и 0,75%-в оставшиеся. Определить наращенную величину долга.

Наращение составит 814072 руб.

4.3. Наращение при дробном числе лет.

Наращение по сложной процентной ставке при дробном числе лет может производиться двумя методами: точным и смешанным.

Точный метод. Формула наращенного сложных процентов, выведенная для целых положительных n , может применяться и для нецелых N .

Пример. 13 января в банк положили сумму 1000\$, до востребования под ставку 6% годовых сложных процентов. Какую сумму снимет вкладчик 1 сентября.

Решение: 13 января - № 13; 1 сентября - № 244.

Следовательно $t=244-13=231$. $PV=1000\$$; $i=0,06$.

Смешанный метод наращенного по сложным процентам. Если начисление процентов происходит за период, превышающий один год, и при этом период финансовой операции, выраженный в годах, является дробным числом, то с точки зрения инвестора (кредитора) наибольший эффект может быть получен при начислении процентов по смешанной схеме начисления процентов.

Смешанный метод (смешанная схема) начисления процентов – это такой метод, который предусматривает использование на разных временных интервалах различных схем начисления процентов. Такой метод позволяет комбинировать простые и сложные проценты с целью получения наибольшего эффекта.

Пример. Кредит в размере 3 млн. руб. выдан на 3 года и 160 дней под 16,5% сложных годовых. Найти сумму долга на конец срока двумя методами.

Как видим, смешанный метод дает более высокий результат.

4.4. Сравнение множителей наращенного по простым и сложным процентам

Для того чтобы выяснить, какой схемой начисления процентов целесообразно пользоваться при проведении долгосрочных и среднесрочных финансовых операций, и какой – при проведении краткосрочных, сравним величины множителей наращенного по простым и по сложным процентам. Для этого выберем единый уровень процентной ставки, равный 10% годовых. Временной базой будем считать год, равный 365 дням. Значения множителей наращенного занесем в таблицу.

Способ начисления

Значение множителя наращенного в зависимости от срока операции

30 дней 180 дней 1 год 5 лет 10 лет 20 лет 50 лет.

Простые проценты 1,008221,049321,101,52,03,06,0

Сложные проценты 1,007861,048121,101,610512,593746,72750117,39085

Таким образом, с точки зрения инвестора (кредитора) при долгосрочных финансовых операциях больший эффект достигается при применении сложных процентов, при краткосрочных операциях для наращивания, с его точки зрения, выгоднее применять простые проценты.

4.5. Наращение процентов m раз в году

Иногда в финансовых операциях в качестве периода наращивания процентов используется не год, а, например, полугодие, квартал, месяц или другой период времени. В этом случае проценты начисляются m раз в году. В контрактах, как правило, фиксируется не ставка за процентный период, а годовая ставка процентов, которая в этом случае называется номинальной.

Пусть годовая (номинальная) ставка равна, срок финансовой операции лет, а число периодов начисления процентов в году равно. Тогда каждый раз проценты начисляются по ставке i .

Пример. Какой величины достигнет долг, равный 1 млн. руб. через пять лет при применении сложной ставки 15,5% годовых, если проценты начисляются ежеквартально?

Решение; $PV = 100\ 000$ рублей; $n = 5$ лет; $i = 0,155$; $m = 4$.

4.6. Номинальная и эффективная процентные ставки

Предположим, что по требованию клиента, банк начисляет проценты ежеквартально, хотя в договоре указана годовая процентная ставка i .

Если проценты начисляют ежеквартально, то количество начислений в год m , а начисление будет производиться по ставке i .

Таким образом, фактически годовая ставка наращивания составит 12,55%. В этом случае говорят, что эффективная ставка составляет 12,55%, а объявленная номинальная ставка - 12%.

Таким образом, *номинальной* называется процентная ставка, используемая для расчетов, для фиксирования в договорах.

Эффективная ставка процента измеряет тот реальный относительный доход, который получают в целом за год от начисления процентов. Иначе говоря, эффективная ставка, это годовая ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что m разовое начисление процентов по ставке i .

Пример. Найдите эффективную ставку процента, если номинальная ставка равна 24% при ежемесячном начислении процентов.

Решение: $i = 0,24$; $m = 12$.

26,8%

4.7. Математическое дисконтирование по сложной ставке процентов

Для того чтобы определить, какую денежную сумму FV следует вложить под сложные проценты сегодня, чтобы получить в определенный момент в будущем заданную сумму, следует применить дисконтирование.

Пример. Сумма 500 000 рублей будет выплачена через 5 лет. Определите ее современную стоимость при условии, что применяется ставка сложных процентов 12% годовых.

Решение: $FV = 500\,000$ рублей; $n = 5$ лет; $i = 0,12$.

Лекция 5. Дисконтирование и его сущность

5.1. Непрерывное наращение и дисконтирование

До сих пор мы рассматривали в качестве процентного периода некоторый фиксированный промежуток времени (год, квартал, месяц, день). Уменьшая этот промежуток (до часа, минуты, секунды) и увеличивая частоту начисления процентов, можно перейти к непрерывному наращению процентов.

Пусть номинальная годовая ставка равна i .

При начислении процентов m раз в году по ставке i эффективная годовая ставка

Пример. На сумму 10 000 рублей начисляются проценты по ставке 8% годовых. Определить наращенную сумму через 3,5 года.

Пример. Какую сумму следует поместить на банковский депозит, чтобы через 5 лет получить 300 000 рублей, если проценты начисляются непрерывно по ставке 8%?

5.2. Банковское дисконтирование (учет) по сложной учетной ставке

В практике учетных операций иногда применяют *сложную учетную ставку*. В этих случаях каждый раз учетная ставка применяется не к первоначальной сумме как при простой учетной ставке, а к сумме, уже дисконтированной на предыдущем этапе.

Пример. Ценная бумага на сумму 500 000 рублей, учтена за 3 года до срока погашения по сложной учетной ставке 15% годовых. Какова сумма дисконта?

Пример. В условиях предыдущего примера рассчитать сумму, которую получит владелец ценной бумаги при поквартальном дисконтировании.

Сравнение результатов свидетельствует о том, что для банка более частое дисконтирование не выгодно, так как при этом увеличивается сумма, выдаваемая владельцу ценной бумаги при ее досрочном учете.

Сравнивая между собой банковское дисконтирование по простой и сложной учетным ставкам, получим следующее:

- результаты финансовой операции для банка выгоднее с применением учета по сложным процентам, так как в этом случае дисконтный множитель будет меньше, чем в случае применения простых процентов, и, следовательно, величина выдаваемой суммы будет меньше.

5.3. Нарращение по сложной учетной ставке

Пример. Кредит в размере 350000 рублей выдан на 2,5 года. По условиям договора начисление процентов производится по сложной учетной ставке 12% годовых. Определить наращенную сумму, если проценты начисляются:

- а) ежегодно;
- б) по полугодиям.

5.4. Номинальная и эффективная учетные ставки

Предположим, дисконтирование производится m раз в году, т.е. за весь период финансовой операции, каждый раз по ставке i , где номинальная учетная ставка, которая прописывается в контрактах.

Эффективная учетная ставка характеризует фактическое дисконтирование за год.

Для одних и тех же условий эффективная учетная ставка меньше номинальной.

Пример. Ценная бумага на сумму 500000 рублей, срок платежа по которой наступает через 3 года, продана с дисконтом по номинальной учетной ставке 12% при ежемесячном дисконтировании. Определить сумму дисконта и эффективную учетную ставку.
11,36%.

Лекция 6. Эффективная ставка при начислении процентов

6.1. Доходность финансовых операций.

Одной из важнейших проблем финансового менеджмента является оценка эффективности финансовых операций с целью определения наилучшего варианта инвестирования денежных средств. Результат финансовой операции может оцениваться с помощью показателей дохода или прибыли. Однако один и тот же финансовый доход в разных случаях может быть получен на основе инвестирования значительно отличающихся по объему денежных средств. Поэтому в качестве показателя эффективности финансовой операции, как правило, выбирают показатель доходности, рассчитанный на основе сопоставления дохода, полученного за определенный промежуток времени, с произведенными затратами.

Предположим, некоторая сумма предоставлена в долг с условием, что через лет n будет возвращена большая сумма.

В качестве показателя доходности может служить:

- а) обычная годовая ставка процентов;
- б) сложная годовая ставка процентов, определенная из формулы наращивания по сложным процентам;
- в) эффективная ставка процентов, если известна номинальная ставка процентов i , и проценты начисляются m раз в год.

Пример. Ссуда в размере 2,5 млн. рублей выдана под простые проценты на 2 года, с условием возвратить в конце срока 3,5 млн. руб. Определить доходность этой операции на основе простой и сложной процентных ставок.

Решение: 20% или 18,3%.

Пример. На вклад, помещенный в банк под 16% годовых, проценты начисляются ежеквартально. Оцените доходность этой операции на основе эффективной процентной ставки.

Решение: $i=0,16$; $m=4$.

В некоторых финансовых операциях общий доход может исчисляться как результат сложения доходов от разных источников. Так, банки кроме взимания процентной ставки за кредит часто устанавливают комиссионное вознаграждение за осуществление операций по расчетным счетам клиентов а также удерживают с клиента определенную сумму, покрывающую затраты банка по каждой операции.

Следовательно, измерение доходности любой финансовой операции сводится к учету всех источников дохода, нахождению суммарного дохода за определенный период времени и сопоставлению его с затратами. Для кредитных операций – это сумма денег, предоставленная в кредит. Для владельца ценных бумаг – это сумма, затраченная для их приобретения. При этом все выплаты должны быть приведены к одному моменту времени, чаще всего к сроку начала или окончания финансовой операции.

Таким образом, в общем случае оценка доходности сводится к определению расчетной процентной ставки, отражающей общую доходность на вложенный капитал.

Пример. Ссуда 100 тыс. рублей выдана на 240 дней под 12% годовых. Проценты простые обыкновенные. При выдаче ссуды удержаны комиссионные в размере 1 тыс. рублей. Определить полную доходность финансовой операции в виде сложной процентной ставки.

Решение: $PV=100$ тыс. руб.; $t = 240$ дней; $Y = 360$ дней.

Сумма долга с процентами составит:

Затраты составили 99 тыс. руб. (100-1). Определим полную доходность финансовой операции в виде сложной процентной ставки из равенства: следовательно, полная доходность этой финансовой операции составляет 13,94%.

6.2. Расчет средней процентной ставки

В условиях нестабильности финансового рынка процентные ставки могут быть непостоянны во времени. В связи с этим возникает задача определения такого

значения процентной ставки, которое определяло бы уровень доходности за весь период финансовой операции. Для решения этой задачи определяют среднюю процентную ставку с помощью уравнения эквивалентности, которое ставит в соответствие коэффициенту наращивания, определенному на основе годовой процентной ставки последовательность коэффициентов наращивания, задающих схему проведения данной финансовой операции.

а) Предположим, что в течение периода времени установлена ставка простых процентов, в течение периода времени N действует ставка простых процентов N и т.д. Всего число периодов начисления процентов - N . В этом случае срок финансовой операции определяется суммой: N

Обозначим процентную ставку ссудных процентов, характеризующую среднюю доходность за конверсионный период, символом N .

Средняя ставка N (равно как и N) — это взвешенная средняя арифметическая величина, при расчете которой каждому значению процентной ставки ставится в соответствие интервал, в течение которого данное значение ставки использовалось.

В общем виде определение средней ставки может быть сформулировано следующим образом.

Средняя процентная ставка — это ставка, дающая такое наращивание, которое эквивалентно наращиванию с применением ряда разных по значению процентных ставок, применяемых на различных интервалах времени.

Пример. На долг в 400 000 рублей согласно контракту предусматривается начислить годовые простые точные проценты по схеме/

Требуется оценить доходность этой кредитной операции в виде простой годовой процентной ставки и найти сумму долга с процентами.

Решение: N

б) Допустим, что доходность операции с плавающей процентной ставкой на каждом интервале начисления была выражена через сложный процент. В этом случае средняя процентная ставка, которая равноценна последовательности ставок за весь период финансовой операции, может быть получена из следующего уравнения эквивалентности: N .

N Следовательно, сложная средняя процентная ставка рассчитывается по формуле средней геометрической взвешенной.

Пример. Сложная процентная ставка по ссуде определена на уровне 8,5 % плюс маржа 0,5 % в первые 2 года и 0,75 % в последующие 3 года. Требуется определить среднюю ставку сложных процентов.

Решение:

Нили 9,15% годовых.

6.3. Учет инфляции при оценке результатов финансовых операций

Инфляция возникает в результате изменения баланса между денежной массой и объемом созданных в стране благ и услуг. В результате повышается общий уровень цен в экономике, что влечет к снижению покупательной способности денег. Поскольку инфляционные процессы оказывают значительное влияние на реальную доходность финансовых операций, необходимо учитывать их влияние в финансовых вычислениях. В связи с этим наряду с номинальной процентной ставкой, оценивающей доходность финансовой операции без поправки на инфляцию, следует определять реальную процентную ставку. Последняя позволяет оценить доходность с учетом инфляции, характеризующейся снижением покупательной способности денег.

Падение покупательной способности денег за период характеризуется с помощью индекса покупательной способностью денег. Этот индекс принимают равным обратной величине индекса цен за тот же период.

Пример. Цены на товары и услуги в отчетном периоде возросли на 5%. Как изменилась покупательная способность денег?

Решение: Индекс цен равен $1 + 0,05 = 1,05$

Тогда индекс покупательной способности денег

Реально наращенная сумма денег с учетом инфляции (S) может быть рассчитана, исходя из номинально наращенной суммы денег N по формуле где N- номинально наращенная сумма денег.

Пример. Два вклада в размере 100000 руб. были размещены на три года под 12% годовых. Причем один вклад был размещен под простые проценты, а другой – под сложные. За этот период (3 года) цены на товары и услуги вследствие инфляции выросли на 30%. Определите реальные наращенные суммы по каждому из вкладов.

Таким образом, реальная доходность по первому вкладу составила 1,5% годовых, а по второму - 2,7% .

6.4. Расчет реально наращенной суммы денег с учетом покупательной способности

Реально наращенная сумма денег может быть рассчитана на основе наращения первоначальной суммы денег N, скорректированной с учетом инфляции. При этом формулы наращения выбирают разные, в зависимости от применяемого процента (простой или сложный), а инфляционное влияние следует оценивать по сложному проценту, т.к. обесцениваются уже обесцененные деньги. Так, если наращение производится по простым процентам, то процесс наращения при наличии инфляции описывается формулой: N.

Где N- первоначальная сумма денег, размещенная на вкладе;

N- годовая декурсивная ставка процента по вкладу;

γ - средний годовой темп инфляции;

N - срок вклада.

Формула N , характеризует процесс наращивания в условиях инфляции: ставка доходности является фактором роста денег и находится в числителе, а показатель инфляции является фактором их обесценивания и находится в знаменателе.

При сравнении годовой ставки процента по вкладу и среднего годового темпа инфляции возможны три случая:

1) $N > \gamma$, тогда $S > N$, т.е. только часть наращенной суммы денег «поглощается» инфляцией. Это наиболее оптимальный результат.

Темпы наращивания денег по ставке процента опередили темп их обесценивания, в связи с этим, первоначальная сумма денег сохранила свою покупательную способность, и даже был получен некоторый прирост денег по вкладу.

2) $N = \gamma$, тогда $S = N$, т.е. все наращивание по вкладу «поглощено» инфляцией. Следовательно, роста реальной суммы нет. В этом случае ставка процента по вкладу позволила лишь сохранить покупательную способность первоначальной суммы вклада от инфляции.

3) $N < \gamma$, тогда $S < N$. Т.е. инфляция «поглотила» все наращивание и даже часть первоначальной суммы денег, размещенной на вкладе. Такое положение называют «эрозией капитала». В этом случае темпы роста инфляции опередили темпы роста наращивания денег по ставке процента. Это наихудший результат, при котором не удастся спасти вложенные деньги от обесценивания в условиях инфляции.

Пример. Первоначальная сумма вклада составляет 6000 руб. Вклад размещен на 3 года под 4,5% годовых. В течение срока вклада ожидается средний годовой темп инфляции на уровне 7%. Требуется определить наращенную сумму денег с учетом инфляции.

Т.о. инфляция «поглотила» все наращивание и даже часть первоначальной суммы вклада. Данная финансовая операция не позволила сохранить деньги от инфляции. По истечении срока вкладчик по покупательной способности получил сумму денег меньшую, чем та, которую он разместил на вкладе. Иначе говоря, произошла «эрозия капитала». Это стало возможно потому, что среднегодовой темп роста инфляции опередил наращивание денег по декурсивной ставке процента.

Пример. Ежемесячный уровень инфляции составляет 7% (по отношению к предыдущему месяцу). Исчислить реально наращенную стоимость вклада в 200 тыс. руб., хранящегося на счете до востребования в сбербанке в течение 7 месяцев по ставке 10% годовых. Проценты простые.

Отметим, что в проектном анализе часто не вычисляют S , довольствуются сравнением N и γ путем вычисления N – реальной процентной ставки или нетто-

ставки - ставки доходности уменьшенной под влиянием инфляции. Ее находят из соотношения:

Пример. Определить целесообразность помещения средств на год под 20% годовых, если прогнозируемый уровень инфляции 15%.

Решение: $N = 0,2$; $\gamma = 0,15$.

$N = N_0,0435$

Реальная положительная ставка - 4,35%, т.е. реальный доход по операции будет 4,35% от каждой единицы вложенных средств, обесцененной за год на 13% ($N_0,87$ или 87% $100 - 87 = 13\%$)

6.5. Учет инфляции при определении процентной ставки

Инфляция уменьшает реальную ставку процента. В результате реальная ставка процентов составит N . При достаточно большой инфляции, когда N ставка процентов N может стать отрицательной. В случае если кредитор не отреагирует на инфляцию достаточным увеличением ставки по кредитам, он будет работать себе в убыток. Увеличение процентной ставки должно компенсировать обесценивающее влияние инфляции. Этого можно достичь, опираясь на наращение по ставке N , которая определяется из соотношения N Следовательно, N .

Замечание. При невысокой инфляции величины N и $N_{\text{малы}}$, поэтому их произведением можно пренебречь. В этом случае поправка на инфляцию ограничивается величиной темпа инфляции N , и ставку корректируют по формуле: N .

Пример. Кредит в 300000 рублей выдается на 2 года. Прогнозируемый уровень инфляции на этот период 8% в год. Проценты сложные. Какую процентную ставку должен назначить банк, чтобы обеспечить реальную доходность кредитной операции 10% годовых. Определите наращенную сумму долга.

Следовательно, для того чтобы обеспечить требуемый уровень доходности, банк должен назначить процентную ставку 18,8%.

Дисконт банка при этом составит 123403,2 рубля.

Лекция 7. Доходность ссудных и учетных операций. Налог на полученный процент

Ссудные операции. За открытие кредита, учет векселей и другие операции кредитор часто взимает комиссионные, которые повышают доходность операций, так как размер фактически выданной ссуды сокращается. Пусть ссуда в размере B выдана на срок n , и при ее выдаче из нее удерживаются комиссионные в размере C . Фактически выданная ссуда равна BS .

Рассмотрим сначала сделки с начислением простых процентов по ставке I .

Обозначим через $1_{э,пр}$ – фактическую доходность, выраженную через ставку простых процентов, и пусть g – относительная величина комиссионных в сумме кредита, то есть $C=Bg$. Тогда из балансового уравнения $B(1+(1_{э,пр}))=B(1+p)$

Теперь рассмотрим долгосрочную операцию, когда ссуда с удержанием комиссионных выдается под сложные проценты.

Тогда балансовое уравнение имеет вид $(BC)(1+1_{э,сл})=B(1+p)$
 $B(1+i,сл)p=B(1+p)$, так как $C=Bg$.

Учетные операции. Рассмотрим полную доходность банка при осуществлении операции учета с удержанием комиссионных. Пусть при учете применяется простая учетная ставка. После удержания комиссионных и дисконта заемщик получает сумму $B(1-C)$. Если $C=Bg$, то эта сумма составит $B(1-g)$. Балансовое уравнение принимает вид $D(1+ndg)(1+n_{ис,пр})=B$ - полная доходность

Лекция 8. Финансовая эквивалентность

8.1. Принцип финансовой эквивалентности обязательств

В финансовой практике часто возникают ситуации, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один, изменить схему начисления процентов и т.п. В таких случаях возникает вопрос о том, на каких принципах должно основываться изменение контракта.

На практике в качестве такого принципа наиболее часто применяется *принцип финансовой эквивалентности обязательств*, позволяющий сохранить баланс интересов сторон контракта. Этот принцип предполагает неизменность финансовых отношений до и после изменения условий контракта. Так, при изменении способов начисления процентов необходимо учитывать взаимозаменяемость между различными видами процентных ставок.

Эквивалентными называют *процентные ставки*, которые при замене одной на другую приводят к одинаковым финансовым результатам, т.е. отношения сторон не изменяются в рамках одной финансовой операции.

При изменении условий платежей для реализации названного принципа необходимо учитывать разновременность платежей, которые производятся в ходе выполнения условий контракта до и после его изменения.

Эквивалентными считаются такие *платежи*, которые оказываются равными после их приведения по заданной процентной ставке к одному моменту времени, либо после приведения одного из них к моменту наступления другого по заданной процентной ставке.

8.2. Эквивалентность процентных ставок

Для нахождения значений эквивалентных процентных ставок следует составить уравнение эквивалентности.

а) Рассмотрим эквивалентность простой процентной и простой учетной ставок. Предположим, что временная база равна 360 дням.

Полагаем, что начальные и наращенные суммы при применении рассматриваемых ставок должны быть одинаковы. Составим уравнение эквивалентности, исходя из равенства множителей наращения:

Если же временная база для процентной ставки i , как это часто бывает, составляет 365 дней, а для учетной ставки d – 360 дней

Пример. Срок до погашения векселя 100 дней. Операция учета векселя должна принести 20% годовых в виде обычных точных процентов. Какую следует назначить учетную ставку?

Следовательно, для обеспечения заданного уровня доходности необходимо назначить учетную ставку 18,7%.

б) Определим соотношение эквивалентности между простой процентной ставкой наращения и сложной процентной ставкой.

Для решения поставленной цели приравняем множители наращения друг другу:

где N – простая процентная ставка наращения;

n – сложная процентная ставка наращения;

t – срок операции в годах.

Пример. Кредит предоставлен под 20% простых годовых на 0,5 года. Определите доходность финансовой операции в виде сложной годовой процентной ставки.

Решение; $i = 0,2$; $n = 0,5$.

Нили 21%

8.3. Замена и консолидация платежей

В качестве метода, позволяющего осуществить принцип финансовой эквивалентности обязательств, принято использовать метод приведения (с помощью операций дисконтирования и наращения) платежей к одному моменту времени.

При применении метода приведения следует, прежде всего, выбрать базовый момент времени, т.е. момент к которому предполагается приведение всех сумм в расчете.

Дисконтирование применяется, если необходимо привести платежи к более ранней дате, наращение – когда базовый момент времени относится к будущему.

Пример. Выясните, являются ли равноценными два обязательства, если по одному из них должно быть выплачено 2 млн. рублей через 2 года, а по второму

– 2,5 млн. рублей через 3 года. Для сравнения применить сложную процентную ставку 15% годовых.

Как видим, данные обязательства не являются равноценными.

На практике при изменении условий платежей принцип финансовой эквивалентности реализуется путем составления уравнения эквивалентности, согласно которому сумма заменяемых платежей, приведенных к одному моменту времени, приравнивается к сумме платежей по новому соглашению, приведенных к тому же моменту времени. Для краткосрочных контрактов процесс приведения, как правило, реализуется на основе простых процентных ставок, для среднесрочных и долгосрочных – на основе сложных.

Пример. Имеются два кредитных обязательства 400 тыс. руб. и 700 тыс. руб. со сроками уплаты 1 августа и 1 января (следующего года). По согласованию сторон условия обязательств пересмотрены: первый платеж в размере 600 тыс. рублей должник вносит 1 ноября, остальной долг он выплачивает 1 марта. Определите величину второго платежа, если в расчетах используется простая процентная ставка 20% годовых. Проценты точные.

Решение:

За базовую дату примем дату искомого платежа. Все остальные платежи приведем к этой дате - 1 марта.

Срок от 1 августа ($P_1=400$ тыс. рублей) до 1 марта составляет 212 дней ($365-213+60$).

Срок от 1 января ($P_2=700$ тыс. рублей) до 1 марта составляет 59 дней ($60-1$).

Срок от 1 ноября ($P_3=600$ тыс. рублей) до 1 марта составляет 120 дней ($365-305+60$).

Отсюда $P_4=529,65$ тыс. рублей.

Пример. Согласно контракту предприятие должно выплатить 200, 300 и 500 тыс. рублей соответственно через 1,5 года, 2 и 4 года. Предприятие предлагает пересмотреть контракт и вернуть долг одним платежом через 3,5 года. Найдите величину консолидированного платежа, если применяется сложная процентная ставка 18% годовых.

Лекция 9. Ипотечные ссуды

Желающие получить кредит под залог недвижимого имущества должны прежде всего заполнить анкету и написать заявление, где обосновывается потребность в предоставлении ссуды, указывается местоположение недвижимости, финансовое состояние должника и др. Принятие решения о предоставлении кредита включает предварительную оценку недвижимости, сбор и проверку данных о финансовом положении заемщика и последующее использование этой информации в выработке решения относительно предоставления кредита

или отказа в его предоставлении. Организации кредитных отношений в условиях использования ипотеки свойственны: общие черты, характерные для кредитных отношений (срочность, возвратность, обеспеченность, платность) и специфические черты, вызванные особенностями функционирования банка и ссудозаемщика в этой системе. В операциях с ипотечными кредитами наряду с ссудозаемщиком и ссудополучателем участвуют организации, обеспечивающие страхование кредита, представители судебной власти, реализующие право залогодателя в части удержания имущества заемщика за долги в случае невыполнения им своих обязательств.

Базой обеспечения кредитоспособности клиента является, выбор оптимального сочетания между величиной ссуды и стоимостью залога. При этом необходимо исходить из обеспечения платежеспособности клиента и поддержания на должном уровне конкурентоспособности клиента. Для последнего времени характерно увеличение доли кредита в залоговой стоимости. В странах с развитой рыночной экономикой при пользовании ипотечным кредитом предусмотрен комплекс мер по обеспечению сохранности недвижимости, находящейся в залоге. Условия ипотеки требуют от заемщика своевременного осуществления ремонта жилого здания, а также гарантий, что здание не будет использовано для незаконной деятельности. В договоре предусматривается запрещение существенной перестройки или укрупнения дома без особого разрешения банка, полное страхование от пожара, урагана и других стихийных бедствий в пользу банка. Нарушение этих обязательств влечет снижение рыночной стоимости заложенного имущества. В качестве защитного средства от подобных действий ссудозаемщика банк может использовать также право предъявления иска в суд. Ипотека должна быть учреждена подлинным актом - у нотариуса по форме, установленной законом. Документ, составленный во время сделки с недвижимостью участниками сделки, в случае его опротестования третьими лицами должен также представлять собой аутентичный акт.

Закладная должна быть зарегистрирована в особой регистрационной службе по местонахождению объекта недвижимости. Закладная включает правовое описание имущества, в ней обозначаются заемщик и кредитор. Она подписывается всеми сторонами, имеющими свою долю в недвижимости. Закладная содержит сведения о залогодателе, залогодержателе, название кредитного договора или другого обязательства, использование которого обеспечивается по закладной, с указанием даты и места заключения этого договора, суммы обязательства, обеспеченного закладной, сроки и суммы уплаты долга, денежная оценка имущества, на которое установлена ипотека, его местонахождение, наименование правоустанавливающих документов

предмета ипотеки, подписи залогодателя и залогодержателя, наименование органа, зарегистрировавшего ипотеку, с указанием даты и места регистрации. Заимодавцем является ипотечный банк, который, согласно договору, берет на себя обязанность по обслуживанию клиентов. В процессе обслуживания он выполняет сбор месячных счетов, оказывает услуги по депонированию денежных средств, поступающих от клиентов с момента наступления срока оплаты счетов, напоминает клиентам о сроках взносов, финансовое и юридическое консультирование и т. д.

Договор залога (ипотеки) объектов недвижимости заключается в письменной форме. Права залогодержателя по обеспеченному ипотекой обязательству могут быть удовлетворены закладной. Договор ипотеки совершается отдельно от основного кредитного договора. Условие о залоге может быть включено в текст основного договора. Договор об ипотеке обеспечивает объем требований залогодержателя к моменту их удовлетворения. Обязательства должника сверх общей твердой суммы требований залогодержателя, указанной в договоре, не считаются обеспеченными ипотекой. Договором предусматриваются требования залогодержателя по уплате основной суммы долга по обеспеченному ипотекой обязательству, процентов за пользование кредитами, возмещение убытков и неустоек в случае просрочки или неисполнения обязательств, уровень процентов за неправомерное пользование чужими денежными средствами, судебных и других издержек и др.

Договор ипотеки и кредитный договор, содержащий соглашение об ипотеке, подлежат нотариальному удостоверению и государственной регистрации. В договоре ипотеки указываются описание объекта, право на имущество залогодателя, наименование органа, зарегистрировавшего право залогодателя. Если право залогодателя удостоверяется закладной, то в договоре об ипотеке записывается это условие. Право залогодержателя на имущество возникает с момента заключения договора ипотеки. Заложенное имущество считается обремененным ипотекой с момента возникновения права залога. При осуществлении своих прав владелец закладной должен предъявить ее обязанному лицу. При залоге закладной и ее передаче в депозит нотариуса должник вносит платежи тоже в депозит нотариуса. При полном исполнении обязательства по ипотеке залогодержатель должен передать закладную залогодателю, а при выплатах частями – сделать об этом отметки на закладной. Доказательство, обеспеченное ипотекой, считается неисполненным, если закладная находится у залогодержателя или на ней нет отметки о выплатах. Обязательство, обеспеченное ипотекой, считается исполненным, если закладная находится у любого из обязанных по ней лиц или в органе

госрегистрации. Аннулирует закладную орган госрегистрации ипотеки путем постановки штампа "погашено" на лицевой стороне.

Обязанное по закладной лицо может отказать предъявителю закладной в случае, если судом принят иск о признании недействительной уступки прав по закладной, если предъявленная закладная недействительна в связи с ее утратой законным владельцем, выдачей дубликата либо в связи с нарушением порядка выдачи закладной или ее дубликата, за которые обязанные по ним лица не отвечают. Закладная может быть заложена путем ее передачи другому лицу – залогодержателю закладной в обеспечение кредитного договора между этим лицом и залогодержателем, названным в закладной залогодержателем. Залог закладной означает залог прошел требования по кредитному договору, принадлежащего ипотечному залогодержателю и обеспеченного ипотекой. В процессе закрытия ипотечной сделки оформляются следующие документы: юридическое право заимодавца на залоговое имущество, титул на владение имуществом, страховой полис, долговое обязательство. Ипотечный банк получает причитающуюся ему сумму от заемщика и передает клиенту документы на владение кредитом, страховку и др. Заемщик также несет ответственность за выплаты процентов за кредит. Удовлетворение требований залогодержателя из стоимости заложенного имущества производится по решению суда за исключением случаев, когда нотариально удостоверенным соглашением залогодателя с залогодержателем, заключенным после возникновения основания для обращения взыскания на предмет ипотеки, предусмотрено удовлетворение требований залогодержателя из стоимости заложенного имущества без обращения в суд. Основаниями для обращения взыскания в суд являются неисполнение или ненадлежащее исполнение обеспеченного ипотекой обязательства, систематическое нарушение сроков внесения периодических платежей, невыполнение требований залогодержателя о досрочном исполнении обеспеченного ипотекой обязательства в предусмотренных законом случаях. Итак, ипотечный кредит может быть получен как под обеспечение недвижимостью, уже имеющейся у вас в собственности, так и под обеспечение покупаемой недвижимости — как готовой, так и строящейся. Обеспечением по кредиту может выступать квартира, дом либо земельный участок.

Ипотечный кредит может быть также использован на другие цели — например, на ремонт квартиры. В нашей стране предоставление кредита на недвижимость может не предусматривать ее залога в качестве обеспечения возврата кредита, в этом случае обеспечением выступают поручители, гарантийный депозит денег и др.

В ипотеку можно приобрести как первичное (новостройки), так и вторичное жилье, а также ряд других видов недвижимого имущества.

Имущество, купленное в кредит, остается у заемщика в его владении и пользовании. Продажа квартиры собственником возможна только с согласия банка-кредитора.

В договоре об ипотеке должны быть указаны:

- предмет ипотеки;
- его оценка;
- существо, размер и срок исполнения обязательства, обеспечиваемого ипотекой;
- площадь объекта недвижимости;
- адрес, по которому он расположен;
- все существенные условия основного обязательства, которое обеспечивается ипотекой;
- право, на котором оно принадлежит залогодателю.

Договор об ипотеке считается заключенным с момента его государственной регистрации.

Условия предоставления кредита на недвижимость обусловлены такими параметрами как высокая стоимость объекта кредитования и, в связи с этим, длительный период погашения задолженности. Что является первоочередным фактором увеличения кредитных рисков, и, как следствие, присутствие более детального для банка и более расходного для клиента рассмотрения вопроса о предоставлении кредита на строительство или приобретение недвижимости.

Максимальный срок предоставления кредита ограничен 20 годами – 5 лет, 10 лет, 15 лет и более. Более длительный срок доступен лишь узкому кругу граждан (отвечающим определенным условиям многодетным семьям и проживающим в сельской местности гражданам РБ).

Банк определяет минимальный и максимальный размер кредита. Зачастую банки требуют внести определенную сумму из ваших собственных средств — от 10 до 30 процентов от стоимости приобретаемого помещения, и выше. Окончательная сумма кредита определяется исходя из потребности, платежеспособности клиента (возможно платежеспособности близких родственников – поручителей).

Процентные ставки в настоящее время в разных банках для рублевых и валютных кредитов можно посмотреть [здесь](#).

В конечном итоге процентная ставка по кредиту и его размер могут варьироваться в зависимости от ряда факторов: наличия подтвержденного дохода, согласия на страхование недвижимости и жизни, покупки квартиры у

партнеров банка, размера внесенных собственных средств, наличия клиентских отношений с банком и др.

Ипотечные кредиты выдаются с фиксированной процентной ставкой, которая сохраняется в течение всего срока кредитования жилья, или с плавающей ставкой, привязанной к ставке рефинансирования.

Помимо процентов за пользование кредитом, часто взимаются комиссии за оформление договора, за снятие или перевод денежных средств, ежемесячная комиссия за сопровождение кредита, страховые взносы, комиссия за досрочное погашение.

Дополнительных расходов потребует подготовка документов вне банка: заключение об оценке стоимости помещения, нотариальное удостоверение договора и прочее. В случае кредитования строительства жилья банк может предоставить отсрочку по оплате основного долга и/или процентов. Кредит предоставляется только правоспособным гражданам РБ (физическим лицам) и иностранным гражданам (лицам без гражданства), имеющим вид на жительство; в возрасте от 18 лет (для мужчин до 28 лет – обязательно наличие военного билета), не имеющим отрицательной кредитной истории. Дополнительно, в зависимости от вида обеспечения возврата кредита, требуемый стаж на последнем месте работы от 3-6 месяцев. Некоторые банки ставят условие, чтобы общий трудовой стаж клиента был не менее определенного срока, а сумма дохода – выше достаточной для погашения кредита. При этом учитывается официальный доход, полученный на территории (р. Следствием отсутствия справки о доходах является ужесточение некоторых условий предоставления кредита, как правило, процентной ставки по кредиту на жильё. Гражданам, достигшим пенсионного возраста, кредит на финансирование недвижимости не предоставляется.

Обязательным требованием банка может быть страхование клиентом недвижимости и жизни.

Типичный набор документов:

- Заявление-анкета на получение кредита;
- Анкеты, заявления поручителей (при необходимости).
- Копии паспортов или видов на жительство кредитополучателя и поручителей, их оригиналы для сверки.
- Копии трудовых книжек либо справки о трудовом стаже кредитополучателя, поручителей, заверенные в установленном порядке.
- Документы о размере получаемого дохода кредитополучателя, поручителя за конкретный период времени (месяцев).
- Согласие кредитополучателя и поручителей на получение кредитного отчета

- Договор, в соответствии с которым осуществляется строительство кредитуемого объекта недвижимости или договор купли-продажи недвижимости на вторичном рынке, зарегистрированный в установленном порядке.

Следует отметить ряд дополнительных документов, предусмотренных как в случае покупки квартиры в кредит, так и кредитовании строительства новой (в том числе и индивидуального жилого дома), обусловленных выбором предлагаемого обеспечения кредита, выбором категории продавца (физическое или юридическое лицо).

По усмотрению банка могут быть затребованы или рекомендованы к предоставлению иные документы.

Перспективы и направления развития ипотечного кредитования

Использование залога недвижимого имущества (ипотеки) имеет важное значение как для экономики государства, так и для субъектов хозяйствования и граждан. На практике этот инструмент чаще всего используется для обеспечения обязательств по кредитным договорам. В то же время посредством широкого применения данного института достигается экономический эффект: происходит увеличение объемов привлечения инвестиций, оживление финансового оборота в экономике. Внедрение ипотеки имеет существенное значение и для развития банковской системы, повышая параметры устойчивости и ликвидности капитала.

Обеспечение населения жильем является важнейшей социально-экономической задачей для нашей страны.

Роль банковского сектора в решении данной проблемы очевидна — на современном этапе экономического развития Российского кредитования населения в области жилищного строительства и покупки готового жилья становится важнейшим направлением деятельности банков.

Банковский кредит в настоящее время рассматривается как важнейший источник финансирования инвестиций в жилищное строительство.

Позитивные тенденции в социально – экономическом развитии страны, а именно снижение стоимости кредитных ресурсов, повышение жизненного уровня населения, обеспеченные совместно проводимыми общеэкономическими и организационными мероприятиями правительства ЦБ, стимулировали отечественные банки активно развивать долгосрочное кредитование физических лиц, в том числе предоставление кредитов на приобретение и строительство жилья на коммерческих (не льготных) условиях.

В первую очередь, перевес доли кредитов, предоставляемых на покупку жилья, связан с низким объемом предложения со стороны строительных организаций, а также с определенным риском при вложении средств в доленое строительство

жилья, который обусловлен несвоевременным исполнением застройщиком своих обязательств, и, как следствие, повышением окончательной стоимости жилья.

На современном этапе, в условиях рыночных преобразований в жилищной сфере страны, переход к внебюджетному финансированию за счет собственных сбережений граждан и привлечения банковских кредитов на общих основаниях будет играть все более значимую роль в дальнейшем развитии жилищного строительства.

Эффективно задействовать механизм коммерческого кредитования жилья возможно путем развития в стране долгосрочного ипотечного кредитования. Ипотека является существенным фактором экономического и социального развития страны. Ее роль может быть особенно заметна для страны с переходной экономикой. Особую роль на начальном этапе создания системы долгосрочного ипотечного кредитования населения призвано играть государство. Оно определяет концепцию развития этой системы, формирует правовую базу. Соответственно и дальнейшее эффективное функционирование системы долгосрочного ипотечного кредитования возможно только при последовательном, единообразном нормативном закреплении принципов ипотечного кредитования в законодательных и подзаконных актах, касающихся тех или иных аспектов ипотеки.

Первым шагом для развития в стране долгосрочного ипотечного кредитования должен был стать принятый депутатами закон ипотечного законодательства, а также регулирование механизма долгосрочного ипотечного кредитования. В законопроекте получили отражение следующие основные моменты: основания возникновения ипотеки, а также имущество, которое может быть предметом ипотеки, обязательства и требования, обеспечиваемые ипотекой особенности договора об ипотеке, понятие закладной как ценной бумаги, порядок перехода прав на предмет ипотеки к другим лицам, порядок обращения взыскания на имущество, являющееся предметом договора об ипотеке, особенности ипотеки отдельных видов имущества и др. Стоит отметить, что разработанный законопроект относится к рамочному документу, для его эффективного применения на практике необходимо будет разработать еще ряд дополняющих его нормативных актов.

Постоянно наблюдаемый рост цен на недвижимость свидетельствует о том, что на рынке жилья недостаточен объем предложения, а после указа Президента "о долевом строительстве многоквартирных жилых домов" многие застройщики потеряли экономический интерес к долевым строительству и стали уходить из этой сферы. В Указе был сделан акцент на защиту интересов дольщиков, тогда как пожелания субъектов хозяйствования работать с прибылью учтены не

были. На рынке долевого строительства жилья остались работать преимущественно строительные организации государственной формы собственности, которые ориентированы на застройку для граждан, имеющих право на получение льготных кредитов, и, как следствие, — снижение темпов жилищного строительства. Среди ряда причин низкого темпа строительства следует отметить основные — нарушение сроков подготовки проектно-сметной документации и освоения отведенных под застройку площадок.

Результат перемен на рынке долевого строительства жилья — резкий рост цен на вторичном рынке. Кредитные ресурсы, направляемые физическими лицами на финансирование приобретения жилья, воспроизводят рост цен квадратного метра. Как следствие — высокий уровень цен на строительство на тех объектах, где государство не регулирует стоимость квадратного метра общей площади жилого помещения.

Лекция 10. Эффективность процентных ставок. Средние процентные ставки

В условиях, когда имеются различные варианты размещения финансовых ресурсов, важно соблюсти принцип эквивалентности. Например, вкладчик рассматривает возможности размещения одной и той же суммы на депозите по сложной и по простой ставкам, получив при этом по одинаковым финансовым результатам альтернатив. Какие % ставки следует при этом использовать? Или банк хочет определить эффективность учетной операции, для чего ему нужно перейти от учетной ставки к ставке наращивания. Различные % ставки обеспечивают равные финансовые результаты называемые эквивалентными.

Эквивалентность простой ставки наращивания i_s и учетной ставки d_s .

Исходное уравнение эквивалентности:

$$P(1+i_s * n) = \frac{P}{1-d_s * n} \Rightarrow i_s = \frac{d_s}{1-d_s * n} \Rightarrow d_s = \frac{i_s}{1+i_s * n}$$

Эквивалентность простых и сложных ставок наращивания при начислении % 1 раз в год.

Средняя % ставка.

Средняя ставка является эквивалентной серии ставок, для которых определена эта средняя, т.е. замена нескольких ставок их средней не меняет результата финансовой операции. Нахождение средней % ставки \bar{i} за период N состоит из подпериодов n_k с известными размерами ставок за каждый подпериод i_k

$$P(1+N*\bar{i}) = P(1+\sum n_k * i_k)$$

$$\bar{i} = \frac{\sum n_k * i_k}{N}$$

Задание 1. Предприятие получило кредит на один год в размере 10 млн. р. с условием возврата 16 млн. р. Рассчитайте процентную и учетную ставки.

Решение: Процентная и учетная ставки будут одинаковы, так как принимаем периодом начисления год и кредит берется тоже на год: $16 \cdot 100 / 10 = 160 \%$

Задание 2. На счете в банке 1,2 млн. р. Банк платит 12,5 % годовых. Предполагается войти всем капиталом в совместное предприятие, при этом прогнозируется удвоение капитала через 5 лет. Принимать ли это предложение?

Решение: Рассчитаем сумму, которая будет на счете в банке по истечении 5 лет:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n$$

FV - будущая стоимость денег

PV - начальная стоимость (текущая)

r - ставка банковского процента (в долях)

n - период капитализации

$$FV = 1,2 \cdot (1 + 0,125)^5 = 2,162 \text{ млн. руб.}$$

А в случае участия в совместном предприятии сумма через пять лет составит:

$$1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ млн. руб.}$$

Поскольку, $2,4 > 2,162$, то выгоднее принять предложение о вхождении в совместное предприятие.

Задание 3. Вы имеете 10 тыс. р. и хотели бы удвоить эту сумму через пять лет. Каково минимально приемлемое значение процентной ставки?

Решение: $FV = PV \cdot (1 + r)^n$

В нашем случае, $PV=10000$, $FV=20000$, $n=5$, тогда

$$r = \sqrt[5]{\frac{20000}{10000}} - 1 = 1,1487 - 1 = 0,1487 \text{ или } 14,87 \%$$

Задание 4. Банк предлагает 15 % годовых. Чему должен быть равен первоначальный вклад, чтобы через 3 года иметь на счете 5 млн. р.?

Решение: $FV = PV \cdot (1 + r)^n$

В нашем случае, $FV=5000000$, $n=3$, $r=15\%$, тогда $PV=5000000 / (1+0,15)^3 = 3287581$ руб.

Задание 5. Каков ваш выбор - получение 5000 долл. через год или 12 000 долл. через 6 лет, если коэффициент дисконтирования равен: а) 0 %; б) 12 %; в) 20 %?

Решение:

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^n}$$

1) $r=0\%$, тогда $PV=FV$, так как $5000 < 12000$, то выгоднее получить 12000 долл. через 6 лет.

2) $r=12\%$, тогда $PV1=5000/(1+0,12)=4464,29$ долл.,
 $PV2=12000/(1+0.12)^6=6079.57$ долл. Так как $6079,57 > 4464,29$, то выгоднее
принять второй проект.

3) $r=20\%$, тогда $PV1=5000/(1+0,20)=4166,67$ долл.,
 $PV2=12000/(1+0.20)^6=4018,78$ долл. Так как $4464,29 > 4018,78$, то выгоднее
принять первый проект.

Задание 6. Найти оптимальную структуру капитала исходя из условий,
приведенных в табл. 10.1.

Таблица 10.1 - Исходные данные

Показатели

Варианты структуры капитала и его цена

1

3

4

5

S

7

Доля собственного капитала

100

90

80

70

60

50

40

Доля заемного капитала

0

10

20

30

40

50

60

Цена собственного капитала

13,0

13,3

14,0

15,0

17,0

19,5

25,0

Цена заемного капитала

–

7,0

7,1

7,5

8,0

12,0

17,0

Взвешенная цена

Решение:

1) $WACC=13*1=13\%$

2) $WACC=0,9*13,3+0,1*7,0=12,67\%$

3) $WACC=0,8*14+0,2*7,1=12,62\%$

4) $WACC=0,7*15+0,3*7,5=12,75\%$

5) $WACC=0,6*17+0,4*8=13,4\%$

6) $WACC=0,5*19,5+0,5*12=15,75\%$

7) $WACC=0,4*25+0,6*17=20,2\%$

Оптимальной структурой капитала будет при минимально значении WACC., то есть при WACC=12,62 %. Это третий вариант.

Задание 7. Проект, требующий инвестиций в размере 160 000 долл., предполагает получение годового дохода в размере 30 000 долл. на протяжении пятнадцати лет. Оцените целесообразность такой инвестиции, если коэффициент дисконтирования - 15 %. Рассчитайте критерии: NPV, PI, IRR, PP.

Решение:

$$NPV = \sum_{i=1}^n S_i / (1 + r)^i - I_0$$

где S_i – денежные поступления в i -м году, I_0 – первоначальные инвестиции, r – норма прибыльности.

NPV=30000/(1+0.15)+ 30000/(1+0.15)²+ 30000/(1+0.15)³+...+ 30000/(1+0.15)¹⁵-160000=26087+22684+19725+17153+14915+12970+11278+9807+8528+7416+6448+5607+4876+ 4240+3687-160000=175421-160000=15421 долл.

Поскольку NPV=15421>0, то проект следует принять.

$$PI = \frac{\sum_{i=1}^n S_i / (1+r)^i}{I_0} = 175421/160000 = 1.096, \text{ так } PI > 1, \text{ то проект следует принять.}$$

IRR равна ставке дисконтирования, при которой NPV=0, или $\sum S_i = I_0$ т.е.

NPV=30000/(1+r)+ 30000/(1+r)²+ 30000/(1+r)³+...+ 30000/(1+r)¹⁵=0, отсюда r=16,97%. Так как IRR=16,97%>15%, то проект следует принять.

$PP = I_0 / S_i = 160000 / 30000 = 5,33 \text{ года}$, т.е. недисконтированный срок окупаемости 5,33 года.

Задание 8. Имеются два объекта инвестирования. Величина требуемых капитальных вложений одинакова. Величина планируемого дохода в каждом проекте не определена и приведена в виде следующего распределения в табл. 10.2.

Таблица 10.2 – Исходные данные

Проект А

ПроектБ

Доход, долл.

Вероятность

Доход долл

Вероятность

3000

0,10

2000

0,1

3500

0,15

3000

0,25

4000

0,40

4000

0,35

4500

0,20

5000

0,20

5000

0,15

8000

0,10

Какой проект предпочтительней? Рассчитать среднее математическое значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, оцените степень риска каждого проекта.

Решение:

1) Среднее математическое значение равно

Проект А: $3000 \cdot 0,1 + 3500 \cdot 0,15 + 4000 \cdot 0,4 + 4500 \cdot 0,2 + 5000 \cdot 0,15 = 4075$

Проект Б: $2000 \cdot 0,1 + 3000 \cdot 0,25 + 4000 \cdot 0,35 + 5000 \cdot 0,2 + 8000 \cdot 0,1 = 4150$

Судя по среднему вероятному доходу, проект Б предпочтительней.

2) Дисперсия

$$G^2 = \sum (x - \bar{x})^2 \cdot n / \sum n$$

Проект А: $G^2 = (3000 - 4075)^2 \cdot 0,1 + (3500 - 4075)^2 \cdot 0,15 + (4000 - 4075)^2 \cdot 0,4 + (4500 - 4075)^2 \cdot 0,2 + (5000 - 4075)^2 \cdot 0,15 = 115562,5 + 49593,75 + 2250 + 36125 + 128343,8 = 331875$

Проект Б: $G^2 = (2000 - 4150)^2 \cdot 0,1 + (3000 - 4150)^2 \cdot 0,25 + (4000 - 4150)^2 \cdot 0,35 + (5000 - 4150)^2 \cdot 0,2 + (8000 - 4150)^2 \cdot 0,1 = 462250 + 330625 + 7875 + 144500 + 1482250 = 2427500$

3) среднее квадратическое отклонение

$$G = \sqrt{G^2}$$

Проект А: $G = \sqrt{331875} = 576,09$

Проект Б: $G = \sqrt{2427500} = 1558,044$

Поскольку среднее квадратическое отклонение у проекта а меньше, то он выглядит предпочтительнее.

4) степень риска оценим через колеблемость признака, или через коэффициент вариации

$$V = \sigma / \bar{X}$$

Проект А: $V = 576.09 / 4075 = 0.143$

Проект А: $V = 1558.044 / 4150 = 0.375$

При V от 0 до 10 %, риск слабый, от 10 до 25% - умеренный, от 25 % - высокий. Тем самым наименее рискованным выглядит проект А.

Ответ: наименее рискованный и предпочтительнее выглядит проект А.

Задание 9. Для организации нового бизнеса требуется сумма в 200 000 долл. Имеются два варианта:

1 Выпуск необеспеченных долговых обязательств на сумму 100 000 долл. под 10 % годовых плюс 100 000 долл. обыкновенных акций номиналом 1 долл.;

2 Выпуск необеспеченных долговых обязательств на сумму 20 000 долл. под 10 % годовых плюс 180 000 долл. обыкновенных акций номиналом 1 долл.

Прибыль до выплаты процентов, налогов и дивидендов прогнозируется по годам в следующем объеме (тыс. долл.): 2006 г. - 40; 2007 г. - 60; 2008 г. - 80. Определите доход на акцию, на который могут рассчитывать акционеры в каждом из вариантов.

Решение:

Доход на акцию = Чистая прибыль / Количество обыкновенных акций

1. Доход на акцию = $(40000 + 60000 + 80000) / 100000 = 1,8$ долл./ акцию

2. Доход на акцию = $(40000 + 60000 + 80000) / 180000 = 1$ долл./ акцию

Задание 10. Компания имеет три источника капитала: облигации, обыкновенные и привилегированные акции. Их оценки даны в табл. 10.3.

Таблица 10.3 - Исходные данные

Источники

Их стоимость

Рыночная стоимость долл

Облигации

10

300 /

Обыкновенные акции

16

400

Привилегированные акции

14

100

Требуется найти средневзвешенную стоимость капитала.

Решение:

Общая стоимость=300+400+100=800 долл.

$WACC=10*300/800+16*400/800+14*100/800=13,5\%$.

Ответ: 13,5%.

Лекция 11. Потребительские кредиты

11.1. Планирование погашения задолженности

Одним из практических приложений финансовой математики является разработка плана погашения средне- и долгосрочных кредитов.

К среднесрочным, как правило, относят кредиты, выданные на срок от 2 до 5 лет. Кредиты, выданные на более длительный срок, являются долгосрочными.

Расходы, связанные с погашением займа, должны включать как текущие выплаты процентов, так и средства, предназначенные для погашения суммы займа, или основного долга. В совокупности они называются расходами заемщика по обслуживанию долга или амортизацией займа.

Существуют различные способы погашения задолженности. Участники кредитной сделки оговаривают их при заключении контракта. В соответствии с условиями контракта составляется план погашения задолженности. Одним из важнейших элементов плана является определение количества выплат в течение года, т.е. определение числа так называемых срочных уплат и их величины.

Срочные уплаты рассматриваются как средства, предназначенные для погашения, как основного долга, так и текущих процентных платежей. При этом средства, направляемые на погашение (амортизацию) основного долга, могут быть равными или изменяющимися, а плата за кредит, вычисленная по сложным процентам, может выплачиваться отдельно. Иногда в течение ряда лет выплачиваются только проценты за кредит, а сам долг погашается в оставшееся время в рассрочку, т.е. несколькими платежами, или разовым платежом.

Погашение кредита может также производиться в виде финансовой ренты, т.е. платежами, вносимыми через равные промежутки времени и содержащими как выплату основного долга, так и процентный платеж за пользование кредитом. Величина срочных уплат зависит от величины кредита, его срока, наличия и продолжительности льготного периода, размера процентной ставки и т.п. Однако, как правило, проценты за кредит должны выплачиваться и в льготном периоде. Рассмотрим некоторые методы разработки планов погашения кредитов.

11.2. Потребительский кредит. Погашение основного долга равными выплатами

Потребительский кредит предоставляется для покупки предметов личного потребления. Существуют различные формы потребительского кредита, отличающиеся друг от друга методами и сроками его погашения. Так, например, кредит может быть предоставлен с отсрочкой платежа и последующим разовым погашением всей суммы. Другой метод предусматривает погашение платежа в рассрочку, частями.

Если кредит, выданный потребителю, будет погашен равными выплатами, то наращенная сумма долга будет определяться по формуле: N . Сумму разового погасительного платежа, если платеж осуществляется m раз в году, можно определить по формуле: N .

Пример. Холодильник ценой 8 тыс. руб. продается в кредит на два года под 10 % годовых. Погасительные платежи вносятся ежемесячно. Определить размер разового платежа.

11.3. Погашение потребительского кредита изменяющимися суммами – правило «78»

При погашении кредита иногда возникает необходимость определить сумму, идущую на погашение основного долга, и суммы процентных платежей. Такая ситуация возможна, например, при досрочном погашении долга. Для решения этого вопроса можно воспользоваться правилом «78».

Для того чтобы объяснить происхождение названия этого правила, рассмотрим следующий пример:

Кредит предоставлен на 1 год с ежемесячным погашением. Сумма порядковых номеров месяцев года равна: $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12=78$. В соответствии с этим правилом уплата при первом платеже составит величину $12/78$ общей начисляемой суммы процентов. А оставшуюся часть платежа пойдет на уплату основного долга. При втором платеже: на оплату процентов идет $11/78$ общей суммы начисления процентов, а оставшаяся часть погашает основной долг и т.д.

В общем случае знаменатель этих дробей можно определить по формуле: N , где k – количество платежей в году.

После определения знаменателя, составляют следующую последовательность дробей: N Величина каждой из этих дробей, в сумме составляющих единицу, показывает какая часть общей начисляемой суммы процентов идет на уплату процентов. Оставшаяся часть платежа идет на погашение основного долга.

Схема с убывающей величиной процентной платы соответствует логике ссудно-заемных операций. Поскольку с течением времени сумма основного долга снижается, то и сумма процентов, начисляемых на непогашенный остаток

долга, должна снижаться. Эта схема страхует кредитора на случай досрочного погашения долга, если эта возможность предусмотрена кредитным договором. При досрочном погашении долга заемщик понесет определенный убыток, т.к. большая часть процентов он уже заплатил в начале срока кредитования.

Пример. Кредит в сумме 15000 рублей выдан на 2 года под 20% годовых. Проценты простые. Погашение задолженности производится ежемесячными платежами. Составить план погашения задолженности.

Решение: N

Наращенная сумма долга в конце периода составит N

Сумма начисленных процентов $D = 21\,000 - 15\,000 = 6\,000$ рублей. Количество платежей в году - 12, следовательно, за весь рассматриваемый период количество платежей $k = 12 \cdot 2 = 24$. Определим значение знаменателя N

Определим величину разового платежа: N

В соответствии с правилом «78» уплата при первом платеже составит величину $24/300$ общей начисляемой суммы процентов (6 000 рублей). Оставшаяся часть платежа пойдет на уплату основного долга. При втором платеже на оплату процентов пойдет $23/300$ общей суммы начисленных процентов, а оставшаяся часть будет направлена на погашение основного долга и т.д.

В соответствие с этим получим следующий план погашения долга:

(руб.)

Остаток основного долга на начало месяца

Сумма погашения процентных платежей

Сумма погашения основного долга

11.4. Погашение займа одним платежом в конце срока

Пусть заем выдан на лет под сложных годовых процентов. К концу -го года его наращенная величина составит . Если предполагается отдать заем одним платежом, то это и есть размер данного платежа.

Пример. Заем величиной 20000 руб. был выдан на 8 лет под 10% годовых. Долг с процентами должен быть погашен одним платежом в конце срока займа.

Определить размер этого платежа.

Решение: N

Величина долга с процентами составит:

11.5. Погашение основного долга одним платежом в конце срока

Расходы заемщика по обслуживанию долга состоят из основного долга, равного самому займу, и процентных денег – платы за пользование кредитом. Пусть заем выдан на лет под сложных годовых процентов. За первый год процентные деньги составят . Если их выплатить в конце года, то останется только долг в размере N.

Если выплачивать в конце каждого года наращенные за этот год процентные деньги N , то сумма долга останется постоянной в течение всего срока ссуды. В конце n -го последнего года выплаты составят величину $n \cdot N$ - процентные деньги за последний год и основной долг.

Пример. Заем величиной 100000 руб. был выдан на 3 года под 15% годовых сложных процентов. Составить схему погашения основного долга, если в течение рассматриваемого срока выплачиваются процентные деньги N , а в конце периода - процентные деньги и основной долг $+ N$.

Решение: N

Определим процентные деньги за использование суммы в 100000 руб. в течение года: N

Составим схему погашения долга:

конец 1 года- 15000 руб.;

конец 2 года – 15000 руб.;

конец 3 года – $15000+100000=115000$ руб.

11.6. Погашение основного долга равными выплатами

Пусть заем выдан на n лет под i сложных годовых процентов. При рассматриваемом способе выплаты долга в конце каждого года выплачивается n -я доля основного долга, т.е. величина N . В конце первого года, кроме того платятся проценты с суммы N , которой пользовались в течение этого года, т. е. $N \cdot i$. Весь платеж в конце первого года равен:

Основной долг при этом уменьшится на N и составит $N(1-i)$.

В конце 2-го года выплата составит N и т.д.

Пример. Заем величиной 5000 \$ выдан на 5 лет под сложные проценты 10% годовых. Составим план погашения задолженности с условием, что основной долг гасится равными выплатами.

Решение:

Основной долг гасится равными выплатами: N

Процентные деньги за первый год составят $5000 \cdot 0,1 = 500$ \$. Таким образом, в конце первого года должник выплатит 1500\$ (1000+500). На начало второго года основной долг уменьшится на 1000\$ и составит 4000\$. Следовательно, процентные деньги за второй год составят $4000 \cdot 0,1 = 400$ \$. Вместе с суммой, направленной на погашение основного долга, это составит 1400 \$, и т. д.

11.7. Погашение займа равными годовыми выплатами

Пусть заем выдан на n лет под i сложных годовых процентов. При рассматриваемом способе его выплаты в конце каждого периода выплачивается одинаковая сумма .

Выплаты можно рассматривать как годовую ренту длительностью N лет с годовым платежом N . Приравняем современную величину этой ренты величине займа. Тогда N ,

где N - коэффициент приведения ренты.

Отсюда определим величину годового платежа: N .

Пример. Заем 5000 \$ выдан на 5 лет под сложные проценты 10% годовых.

Найдите величину годового платежа, если долг должен быть погашен равными годовыми выплатами.

Решение: N

11.8. Погашение займа равными выплатами несколько раз в год

Пусть выплаты размером производятся раз в году в течение N лет. Тогда количество выплат составит $n \cdot N$. На эти выплаты начисляют проценты раз в году по ставке N . Выплаты образуют ренту. Ее наращенная величина может быть определена по формуле:

Пусть N - размер займа. Наращенная величина займа к концу срока составит:

Составим уравнение эквивалентности, приравняв приведенные к концу срока финансовой операции величины займа и ренты:

$N = N$.

Из этого равенства определим размер выплаты N .

Пример. Заем в 10000 \$ выдан на 3 года под 12 сложных годовых процентов.

Выплаты производятся

а) ежеквартально ($n = 4$)

б) ежемесячно ($n = 12$)

Найти величину разовой выплаты.

Пример. Заем в 500 000 руб. выданный на 5 лет под 10% сложных годовых, должен быть погашен ежеквартальными выплатами. Найти величину разовой выплаты.

11.9. Формирование погасительного фонда

Долг может погашаться различными способами. Например, заемщик может создать специальный погасительный фонд и накапливать на нем средства, чтобы погасить долг с процентами одним платежом в конце срока. Очевидно, что это имеет смысл, если у заемщика есть возможность поместить деньги погасительного фонда под более высокие проценты, чем те, под которые он взял заем.

Пусть заем размером N взят в начале года на N лет под ставку N сложных процентов в год. Тогда к концу n -го года долг с процентами составит $N(1+N)^n$. Ежегодные платежи в погасительный фонд образуют ренту с годовым платежом N и годовой ставкой сложных процентов N .

Тогда в фонде к концу N -го года накопится сумма , из которой и будет погашен заем величиной .

Величина разовых платежей может быть определена из равенства:

$$N = N.$$

Пример. Льготный кредит в 9000 \$ взят под 4% годовых на 10 лет. Заемщик имеет возможность поместить валютные средства под 8% годовых. Он намерен образовать погасительный фонд, перечисляя определенную сумму денег в конце каждого года. Определить размер ежегодного платежа в погасительный фонд.

Решение:

Для того, чтобы погасить долг с процентами, необходимо к концу срока накопить в фонде следующую сумму:

Для того, чтобы определить размер ежегодного платежа в накопительный фонд, составим следующее уравнение:

Разрешив его относительно R , получим величину годового платежа:

Лекция 12. Сравнение коммерческих контрактов

12.1. Основные условия сделки

В основные условия сделки (контракта) обычно включают:

- цену или стоимость контракта;
- срок поставки (время от момента заключения контракта до поступления первой партии товара);
- период поставки (интервал времени от момента поступления первой партии товара до завершения поставок);
- уровень и сроки авансовых платежей;
- уровень процентной ставки за кредит;
- метод и срок погашения кредита;
- наличие льготного по платежам периода и т.д.

Сравнение условий контрактов производят по современной (приведённой на дату заключения контракта) величине всех будущих расходов, связанных с осуществлением контракта. Вариант с наименьшей современной величиной расходов считается наиболее выгодным при прочих равных условиях (юридических, технических, организационных и т.д.).

Общий принцип определения современной величины потока платежей покупателя описывается формулой:

$$A = \sum Q_t \times V_t^t + (Z - \sum Q_t) \cdot K,$$

где A - современная величина расходов по контракту;

Q_t - сумма авансового платежа, выплаченного в момент времени t ;

t – период времени от даты заключения контракта до даты выплаты очередного авансового платежа;

Z – стоимость контракта;

V_i^t – дисконтный множитель.

$$V_i^t = \frac{1}{(1+i)^t} = (1+i)^{-t}$$

i – ставка сравнения вариантов (ставка дисконтирования). Правило: ставка сравнения должна быть больше большего процента по кредиту по сравниваемым контрактам (или меньше меньшего).

P.S. Следует отметить, что в приведённых ниже формулах дисконтные множители будут определяться по аналогии – только вместо параметров i и t могут быть свои (другие) параметры, например, вместо t надо будет подставлять $(T+N)$.

K_j – коэффициент приведения расходов, учитывающий условия погашения оставшейся части долга. Как правило, долгосрочные контракты осуществляются за счёт кредитов. Поэтому K_j рассчитывается по приведённым ниже формулам в зависимости от способа погашения кредита, определенного контрактом:

1. Если погашение кредита производится разовым платежом в конце срока, то K_j определяется по формуле:

$$K_1 = (1+g)^N \times V_i^{(T+N)}$$

где g – процентная ставка за кредит, предусмотренная в контракте;

N – срок кредита, включая льготный период, лет;

T – срок поставки, лет;

$V_i^{(T+N)}$ – дисконтный множитель:

$$V_i^{(T+N)} = (1+i)^{-(T+N)}$$

Наращенная сумма долга или сумма к погашению:

$$S = (Z - \sum Q_t) \times (1+g)^N$$

2. Если погашение кредита производится равными срочными платежами, платежами один раз в конце года, то K_j определяется по формуле:

$$K_2 = \frac{a_{N,i}}{a_{N,g}} \times V_i^T$$

где $a_{N,i}$ и $a_{N,g}$ – коэффициенты приведения постоянной годовой ренты со сроком N и ставкой, соответственно i и g . Определяются по формулам:

$$a_{N;g} = \frac{1-(1+g)^{-N}}{g} \quad \text{и} \quad a_{N;i} = \frac{1-(1+i)^{-N}}{i}$$

P.S. Коэффициенты приведения, которые встретятся ниже будут иметь другие параметры, например, вместо N будет $N \times P$, а вместо i будет $\frac{i}{P}$, но принцип расчёта показателя от этого не изменяется.

Годовая сумма расходов, т.е. срочная уплата по обслуживанию долга определится по формуле:

$$\gamma_2 = \frac{Z - \sum Q_i}{a_{N;g}}$$

3. Если погашение кредита производится равными срочными уплатами, но платежи выплачиваются P - раз в году, то K_j определяется по формуле:

$$K_3 = \frac{p \times a_{N;i}^{(p)}}{a_{N \times P; \frac{g}{P}}} \times V_i^T$$

где $a_{N;i}^{(p)}$ – коэффициент приведения P – срочной ренты;
 P – число платежей в году.

Коэффициент приведения определяется по формуле:

$$a_{N;i}^{(p)} = \frac{1-(1+i)^{-N}}{p \times \left[\frac{1}{(1+i)^P} - 1 \right]}$$

Срочная уплата, в этом случае, определяется по формуле:

$$\gamma_3 = \frac{(Z - \sum Q_i) \times p}{a_{N \times P; \frac{g}{P}}}$$

4. Если погашение кредита производится равными срочными уплатами, но контракт предусматривает льготный по платежам период, то K_j считается по формуле:

$$K_4 = g \times a_{L;i} + \frac{a_{(N-L);i}}{a_{(N-L);g}} \times V_i^{(T+L)}$$

где L – продолжительность льготного периода, лет.

Срочная уплата в этом случае определяется по формуле :

$$\gamma_4 = \frac{Z - \sum Q_i}{a_{(N-L);g}}$$

5. Если погашение кредита производится равными срочными уплатами и контракт предусматривает льготный по платежам период, но выплаты по

погашению основного долга будут производиться P – раз в году, то K_j определится по формуле:

$$K_j = g \times a_{\frac{t}{p}}^{(p)} + \frac{P \times a_{\frac{t}{p}}^{(p)} \times V_1^{(T+L)}}{a_{\frac{t}{p}}^{(p)}}$$

где $t = (N - L) \times p$ – общее число выплат за всё время платежей

Срочная уплата:

$$Y_j = \frac{Z - \sum Q_t}{a_{\frac{t}{p}}^{(p)}} \times p$$

Если сравниваем контракты с распределёнными во времени поставками (M - период поставки, т.е. интервал времени от начала первой поставки до завершения поставок), при этом задолженность определяется на конец периода поставки, причём проценты на суммы поставок не начисляются, то современная величина расходов определяется по тем же, приведённым выше формулам, только во все

формулы, служащие для определения K_j , в параметр степени дисконтных множителей добавляется параметр M . Например, вместо V_1^T в формулу подставляется V_1^{T-M} , вместо $V_1^{(T+L)}$ подставляется $V_1^{(T+L-M)}$.

Лекция 13. Расчеты по ценным бумагам

13.1. Операции с акциями. Оценка привилегированных акций

Акция представляет собой долевою ценную бумагу, свидетельствующую об участии ее владельца в собственном капитале компании. Обыкновенная акция дает право на получение плавающего дохода, т.е. дохода, зависящего от результатов деятельности общества, а также право на участие в управлении (одна акция — один голос).

Владелец привилегированной акции, как правило, имеет преимущественное право по сравнению с владельцем обыкновенной акции на получение дивидендов, в форме гарантированного фиксированного процента, а также на долю в остатке активов при ликвидации общества. Дивиденды по таким акциям в большинстве случаев должны выплачиваться независимо от результатов деятельности общества и до их распределения между держателями обыкновенных акций. Таким образом, привилегированные акции являются менее рискованными вложениями средств, однако это отражается на величине дивидендов, уровень которых в среднем, как правило, более низок по сравнению с уровнем дивидендов, выплачиваемых по обыкновенным акциям.

Кроме того, привилегированная акция не дает право на участие в управлении обществом, если иное не предусмотрено уставными документами.

Стоимость акции, указанная на ее бланке называется *номинальной стоимостью* акции.

Внутренняя стоимость представляет собой расчетный показатель, который исчисляется по формуле: N , где N – ожидаемое денежное поступление в k -м периоде; r – приемлемая доходность.

Эмиссионная цена представляет собой цену, по которой акция эмитируется, т.е. продается на первичном рынке. Эта цена может отличаться от номинальной стоимости.

Для учета и анализа наибольшее значение имеет *курсовая (текущая рыночная) цена*. Именно по этой цене акция *котируется* (оценивается) на вторичном рынке ценных бумаг. Курсовая цена зависит от разных факторов: конъюнктура рынка, рыночная норма прибыли, величина и динамика дивиденда, выплачиваемого по акции, и др. Она может определяться различными способами, однако в основе их лежит один и тот же принцип: сопоставление дохода, приносимого данной акцией, с рыночной нормой прибыли. В качестве показателя дохода можно использовать либо дивиденд, либо величину чистой прибыли, приходящейся на акцию.

Оценка целесообразности приобретения акций, как и в случае с облигациями, предполагает расчет теоретической стоимости акции и сравнения ее с текущей рыночной ценой.

Привилегированные акции, как и бессрочные облигации, генерируют доход N , где D – дивиденд, неопределенно долго, поэтому их текущая теоретическая стоимость определяется по формуле современной стоимости вечной ренты: N/r . Таким образом, наиболее простым вариантом оценки привилегированной акции является отношение величины дивиденда к рыночной норме прибыли по акциям данного класса риска (например, ставке банковского процента по депозитам с поправкой на риск).

13.2. Модели оценки обыкновенных акций

Наиболее распространенным методом оценки акций является метод, основанный на оценке их будущих поступлений, т.е. на применении формулы N . В зависимости от предполагаемой динамики дивидендов конкретное представление этой формулы меняется. Базовыми являются три варианта динамики прогнозных значений дивидендов:

- дивиденды не меняются;
- дивиденды возрастают с постоянным темпом прироста;
- дивиденды возрастают с изменяющимся темпом прироста.

Вариант с неизменными дивидендами аналогичен ситуации с привилегированными акциями, т.е. применяется формула $P = \frac{D}{r}$, где D – размер дивиденда, r – требуемая норма прибыли. Если выплачиваются одинаковые дивиденды в течение всего времени, темп прироста дивидендов равен нулю и соответствующая модель называется *моделью нулевого роста*.

Пример. Компания гарантирует выплату дивидендов в размере 6 тыс. руб. на акцию в конце каждого года в течение неопределенно долгого времени. Имеет ли смысл покупать акции этой компании по цене 35 тыс. руб., если можно поместить деньги на депозит под 15% годовых?

Решение: N

Из формулы $P = \frac{D}{r}$ следует, что истинная стоимость акции составляет N , следовательно, целесообразно приобрести акции по предлагаемой цене 35 тыс. руб.

Вариант с постоянными темпами роста дивидендов. В этом случае предполагается, что выплачиваемые дивиденды растут от периода к периоду в одной пропорции. Соответствующая модель называется *моделью постоянного роста*.

Пусть базовая величина дивиденда (т.е. последнего выплаченного дивиденда) равна N . Ожидается, что дивиденды будут ежегодно увеличиваться с темпом прироста N . Тогда по окончании первого года периода прогнозирования будет выплачен дивиденд в размере N , по окончании второго года – $N(1+N)$, по окончании k -го года – в размере $N(1+N)^k$ и т.д. Тогда формула $P = \frac{D}{r}$ примет вид:

Последнее выражение представляет собой геометрическую прогрессию с первым членом N и знаменателем $1+N$. Как известно, при $r > N$, т. е. при $r > N$ сумма может быть найдена по формуле: $P = \frac{D}{r - N}$.

Следовательно, $P = \frac{D}{r - N}$. Данная формула называется моделью Гордона и имеет смысл при $r > N$. Очевидно, что числитель формулы этой представляет собой первый ожидаемый дивиденд фазы постоянно роста.

Пример. Компания за прошедший год выплатила 2,7 тыс. руб. на акцию. Согласно прогнозам дивиденды по акциям этой компании будут расти на 4% ежегодно в течение неопределенно долгого времени. Сделать вывод о целесообразности покупки акций компании по цене 20 тыс. руб., если можно поместить деньги на депозит под 14% годовых.

Решение: N ,

Определим теоретическую стоимость акции: $P = \frac{D}{r - N}$

Так как стоимость акции с позиции инвестора превышает ее цену 20 тыс. руб., то имеет смысл приобрести акцию.

Вариант с изменяющимися темпами прироста дивидендов. При оценке акций, дивиденды которых возрастают с изменяющимся темпом прироста, используется *модель переменного роста*.

а) Предположим, что инвестор прогнозирует, что с высокой вероятностью наступит такой период S , после которого дивиденды будут расти с постоянным темпом N . До наступления S -го периода инвестор прогнозирует величину дивидендов по годам в размере: N

Пример. В течение последующих четырех лет компания планирует выплачивать дивиденды соответственно по 1,2; 1,8; 2; 2,4 долл. на акцию. Ожидается, что в дальнейшем дивиденд будет увеличиваться равномерно с темпом 5% в год. Рассчитайте теоретическую стоимость акции, если рыночная норма прибыли составляет 14%.

Решение: N

Теоретическая стоимость акции: N

Таким образом, в условиях эффективного рынка акции данной компании на момент оценки должны продаваться по цене, примерно равной 21,79 долл.

б) Согласно формуле Гордона текущая цена обыкновенной акции очень чувствительна к параметру N : даже незначительное его изменение может существенно повлиять на цену. Поэтому в расчетах иногда пытаются разбить интервал прогнозирования на подынтервалы, каждый из которых характеризуется собственным темпом прироста. Так, если выделить два подынтервала с темпами прироста N_1 и N_2 соответственно, то формула N принимает вид: N

где N_1 — дивиденд, выплаченный в базисный момент времени;

N_2 — прогноз дивиденда в N_2 -м периоде

N_1 — прогноз темпа прироста дивиденда в первые N_1 периодов;

N_2 — прогноз темпа прироста дивидендов в последующие периоды.

Пример. За прошедший год компания выплатила в качестве дивидендов по 10\$ на акцию. Ожидается, что в течение следующих трех лет дивиденд будет расти на 3% в год, затем темп прироста снизится до 2% в год на весь оставшийся период. Определить теоретическую стоимость акции, если рыночная норма прибыли составляет 10%.

Решение: $D_0 = 10\$$; $g = 0,03$; $q = 0,02$; $S = 3$.

13.3. Оценка доходности операций с акциями

Доходность N бессрочной привилегированной акции, равно как и обыкновенной акции с неизменным дивидендом, находится по формуле N

где N — ожидаемый дивиденд;

N — текущая рыночная цена акции.

Пример. Определить доходность привилегированной акции с постоянным дивидендом, равным 60 руб., если ее текущая рыночная цена составляет 1000 руб.

Решение: N .

Если инвестор приобретает акцию с целью продать ее через некоторое время, то доходность операции с акцией можно ориентировочно определить по формуле:

Где N — рыночная цена акции на момент покупки;

N — ожидаемая цена акции на момент предполагаемой ее продажи;

N — ожидаемое число лет владения акцией;

N — средний дивиденд за N лет (рассчитывается как среднее арифметическое).

Пример. Инвестор приобрел акцию за 5 тыс. руб. и продал через три года за 8 тыс. руб. За первый год инвестору выплатили дивиденд в размере 300 руб., за второй — 450 руб., за третий — 600 руб. Определить доходность операции.

Решение: N

Средний дивиденд за три года: N

Определим доходность финансовой операции: N

Следовательно, доходность операции с акцией составила 29% годовых.

13.4. Расчет доходности по вексельным операциям

Предположим, что вексель продан через некоторое время после его покупки до наступления срока его погашения. Эффективность этой операции может быть измерена с помощью простых или сложных процентов. При этом финансовая результативность зависит от разности цен купли-продажи, которая определяется уровнем учетных ставок и сроками до погашения векселя. Дисконтирование может производиться по простой или сложной учетным ставкам.

Пусть номинал векселя равен N рублей. Вексель был куплен по учетной ставке N за N дней до наступления срока.

а). Дисконтирование производится по простой учетной ставке за N дней до срока погашения.

Цена векселя в момент покупки составила N

N -временная база учета для вексельных операций, как правило, $N= 360$ дней

За N дней до погашения вексель был продан по ставке N по цене N

б) Для средне- и долгосрочных операций с векселями, как правило, применяется сложная учетная ставка.

Пусть цена векселя в момент покупки за N лет до погашения составила: N

За N лет до погашения вексель был продан по ставке N по цене N

Доходность подобных операций может быть оценена с помощью простой или сложной процентных ставок. В первом случае процентная ставка может быть определена по формуле: N

Замечание: Для краткосрочного периода N ; N ;

Во втором случае доходность может быть оценена с помощью сложной процентной ставки по формуле: N

Пример. Вексель номиналом 100 тыс. рублей куплен за 150 дней до его погашения, простая учетная ставка - 15%. Через 30 дней его реализовали по простой учетной ставке 12%. Оцените эффективность финансовой операции в виде простой процентной ставки.

Решение: N

Цена векселя в момент покупки: N

Цена продажи векселя составила: N

Оценим доходность финансовой операции с помощью простой процентной ставки: N или 28,8%

Пример. Вексель номиналом 200000 рублей куплен за 5 лет до срока погашения. Сложная учетная ставка - 10%. Через три года его продали по сложной учетной ставке 8%. Оценить эффективность этой финансовой операции в виде сложной учетной ставки.

Решение: N или 12,75%

Лекция 14. Разновидности облигаций

11.1. Модель оценка финансовых активов

Ценные бумаги классифицируются по ряду признаков. Подробно классификация ценных бумаг рассматривается в курсе «Рынок ценных бумаг». Мы остановимся на наиболее существенных для проведения инвестиционного анализа признаках: функциональное назначение; срок обращения и доход по ценным бумагам.

По функциональному назначению ценные бумаги делятся на *долговые и долевые ценные бумаги* и *платежные документы*.

К долговым ценным бумагам относятся облигации, депозитные и сберегательные сертификаты, банковские книжки на предъявителя.

К долевым ценным бумагам относятся акции.

К платежным документам относятся векселя и чеки.

Обращение ценных бумаг всегда ограничено временными рамками. Существуют ценные бумаги со сроком обращения до одного года, так называемые краткосрочные ценные бумаги. Ценные бумаги, которые имеют срок обращения от одного до пяти лет, называются среднесрочными, а более пяти лет – долгосрочными.

Доходом по ценным бумагам могут быть процентные выплаты в денежной форме, в виде купонных выплат, дивидендов. Все зависит от того, каков порядок погашения, выплаты дохода, и в какой форме доход заложен в условиях выпуска, обращения и погашения ценных бумаг. Согласно этому признаку классификации ценные бумаги можно представить как процентные с постоянным и переменным доходом, купонные, дисконтные, выигрышные и дивидендные.

Рассмотрим, что представляют собой такие виды ценных бумаг, как облигации, акции и векселя.

Облигация – это кредитная ценная бумага, удостоверяющая внесение средств ее владельцем и подтверждающая право владельца требовать ее погашения (выплату номинальной стоимости или номинальной стоимости и процентов) в установленные сроки. При этом условия и сроки погашения (в том числе досрочного) оговариваются в решении о выпуске облигаций.

Доход по облигациям может быть представлен, как разница между ценой покупки и ценой продажи (погашения). Такой вид дохода называется дисконтным. Кроме того, доход может быть в виде процентного (купонного) дохода.

Акции – ценные бумаги, выпускаемые акционерным обществом, свидетельствующие о вложении их владельцами определенной суммы денег в капитал акционерного общества и дающие право получать ежегодный доход – дивиденд. Дивиденды выплачиваются из чистой прибыли общества.

Акции бывают привилегированные и обыкновенные. Владельцы привилегированных акций получают дивиденды обычно в виде не зависящего от размера прибыли процента, Владельцы обыкновенных акций получают часть прибыли, которая остается после оплаты привилегированных акций. Обыкновенные акции дают возможность участвовать в управлении акционерным обществом и получать интересующую акционера информацию. (Облигации такого права не дают). Владельцы привилегированных акций не имеют права голоса.

Вексель представляет собой разновидность письменного долгового обязательства векселедателя оплатить сумму, указанную на векселе, его владельцу (векселедержателю) при наступлении срока платежа или по его предъявлению.

Инвестор, принимая решение о целесообразности приобретения той или иной ценной бумаги, пытается оценить экономическую эффективность планируемой операции. При этом он ориентируется на абсолютные или на относительные показатели. В первом случае речь может идти о цене или стоимости актива, во втором — о его доходности.

Логика рассуждений инвестора в первом случае такова. Ценная бумага имеет две взаимосвязанные абсолютные характеристики: объявленную текущую рыночную цену (N), по которой ее можно приобрести на фондовом рынке, и теоретическую, или внутреннюю, стоимость (N).

Обе характеристики динамично меняются во времени, и с позиции конкретного инвестора часто не совпадают. Дело в том, что по сравнению с ценой, которая реально существует и объективна, поскольку она объявлена и ценная бумага по ней равнодоступна любому участнику рынка, внутренняя стоимость гораздо более неопределенна и субъективна. Под субъективностью в данном случае понимается то обстоятельство, что каждый инвестор имеет свой взгляд на внутреннюю стоимость актива, полагаясь в ее оценке на результаты собственного субъективного анализа.

Любая ценная бумага имеет внутренне присущую ей ценность, которая может быть количественно оценена как дисконтированная стоимость будущих поступлений, генерируемых этой бумагой, т.е. при ее оценке нужно двигаться от будущего к настоящему. Все дело лишь в том, насколько точно удастся предсказать эти поступления, анализируя общую ситуацию на рынке, инвестиционную и дивидендную политику компании, инвестиционные возможности и т.п. Текущая внутренняя стоимость (N) любой ценной бумаги в общем виде может быть рассчитана по формуле: $N = \sum_{t=1}^n \frac{N_t}{(1+r)^t}$,

Где N_t – предполагаемые поступления, r – требуемая данным инвестором норма прибыли, n – период финансовой операции.

Подставляя в эту формулу значения предполагаемых поступлений, требуемую норму доходности и продолжительность периода прогнозирования, можно рассчитать текущую внутреннюю стоимость любого финансового актива. Именно такой подход чаще всего и используется потенциальными инвесторами.

Как видно из формулы оценка теоретической стоимости зависит от трех параметров: ожидаемые денежные поступления, горизонт прогнозирования и норма прибыли, причем последний параметр, вероятно, наиболее существен. Дело в том, что первые два параметра тесно привязаны непосредственно к базисному активу и потому обладают большей степенью объективности. Приемлемая норма прибыли, закладываемая инвестором в анализ, в этом случае в принципе не имеет отношения к базисному активу - она лишь отражает доходность альтернативных вариантов вложения капитала, доступных возможно лишь данному инвестору, что и предопределяет выбор этого параметра. Вот почему именно нормой прибыли обычно варьируют инвесторы в процессе имитационного моделирования. В частности, приемлемая норма прибыли может устанавливаться инвестором такими же способами, как и при

определении процентной ставки в множителе дисконтирования: N , где N – безрисковая доходность (процентная ставка по банковским депозитам или ставка доходности государственных облигаций), N – надбавка за риск.

В качестве относительной оценки финансового актива может служить один из показателей, измеряющих доходность:

а) обычная годовая ставка процентов, рассчитанная по формуле: N ,

б) сложная годовая ставка процентов:

11.2. Оценка облигаций

По способам выплаты дохода различают *облигации с фиксированной или плавающей купонной ставкой и облигации с нулевым купоном*. Для облигации с нулевым купоном эмиссионный курс устанавливается ниже номинального. Разница между ценой приобретения облигации и ценой ее погашения представляет собой доход инвестора. Периодическая выплата процентов по купонным облигациям осуществляется по купонам — вырезным талонам с напечатанной на нем цифрой купонной ставки. Периодичность выплаты процента по облигации определяется условиями займа. Она может быть квартальной, полугодовой или годовой. При прочих равных условиях, чем чаще начисляется доход, тем облигация выгоднее, тем выше ее рыночная цена.

Облигации могут быть охарактеризованы различными стоимостными показателями, основными из которых являются нарицательная (или номинальная), а также выкупная и рыночная цены. *Нарицательная стоимость* напечатана на самой облигации и используется чаще всего в качестве базы для начисления процентов. Этот показатель имеет значение только в двух случаях: в момент выпуска облигации при установлении цены размещения, а также в моменты начисления процентов, если они привязаны к номиналу. В период размещения облигационного займа цена облигации, как правило, совпадает с ее нарицательной стоимостью.

Выкупная цена (синонимы: цена досрочного погашения, отзывная цена) — это цена, по которой производится выкуп облигации эмитентом по истечении срока облигационного займа или до этого момента, если такая возможность предусмотрена условиями займа. Эта цена совпадает с нарицательной стоимостью, как правило, в том случае, если заем не предполагает досрочного его погашения.

Рыночная (курсовая) цена облигации определяется конъюнктурой рынка. Значение рыночной цены облигации N_v в процентах к номиналу (N) называется *курсом* облигации. Как уже отмечалось выше, эта цена может не совпадать с текущей внутренней стоимостью облигации.

Курс облигации определяется из выражения N

Пример. Облигация номиналом 500 руб. продается по цене 465 руб., определите ее курс.

11.3. Оценка облигаций с нулевым купоном

Поскольку денежные поступления по годам, за исключением последнего года, равны нулю, формула N принимает вид:

где N — сумма, выплачиваемая при погашении облигации;

N — число лет, через которое произойдет погашение облигации.

Пример. Облигации с нулевым купоном нарицательной стоимостью 1000 руб. и сроком погашения через пять лет продаются за 560,35 руб. Проанализировать целесообразность приобретения этих облигаций, если имеется возможность альтернативного инвестирования с нормой прибыли 14%.

Решение:

Анализ можно выполнять разными способами.

1 способ. Рассчитать теоретическую стоимость облигации и сравнить ее с текущей ценой: N .

Расчет показывает, что приобретение облигаций является невыгодным вложением капитала, поскольку стоимость каждой облигации с позиции инвестора (519,4 руб.) меньше, чем цена, по которой продается облигация (560,35 руб.).

2 способ. Исчислить доходность данной облигации в виде эффективной годовой процентной ставки, если N

Поскольку доходность данных облигаций (12,28%) меньше альтернативной (14%), то их приобретение нецелесообразно.

11.4. Оценка бессрочных облигаций

Бессрочная облигация предусматривает неопределенно долгую выплату дохода в установленном размере A . В этом случае имеем вечную ренту постнумерандо (N для любого N), и формула N принимает вид N

Пример. Определить теоретическую стоимость бессрочной облигации, если выплачиваемый по ней годовой доход составляет 1 тыс. руб., а приемлемая норма прибыли — 16%.

Решение: Теоретическая стоимость бессрочной облигации: N

Таким образом, в условиях равновесного рынка в данный момент времени облигации такого типа будут продаваться по цене равной 6250 руб. По мере изменения рыночной нормы прибыли цена облигации может меняться.

11.5. Оценка облигаций с фиксированной купонной ставкой

Денежный поток при оценке облигаций фиксированной купонной ставкой (с постоянным доходом) складывается из одинаковых по годам поступлений A и нарицательной стоимости облигации M , выплачиваемой в момент погашения. Так как поступления по купонам образуют постоянную ренту постнумерандо с

членом, равным A , то теоретическая стоимость облигации определяется по формуле:

Пример. Номинал облигации, до погашения которой остается пять лет, равен 1000 руб., купон 10% выплачивается один раз в год. Определить цену облигации, чтобы она обеспечила покупателю доходность до погашения в размере 15% годовых.

Решение: Так как в конце каждого года инвестор будет получать 100 руб., то теоретическая стоимость облигации составит: N

Курсовая цена облигации при этом равняется: N

Полученный результат можно интерпретировать следующим образом: начисление сложных процентов по ставке 15% годовых на цену облигации (832,42 руб.) равноценно выплатам купонного дохода (ежегодно по 100 руб.) и суммы (1000 руб.) для погашения облигации в конце срока.

Лекция 15. Риск и доходность портфельных инвестиций

15.1. Основные понятия инвестиционного анализа

Латинское слово *invest* означает «вкладывать». Вложение денежных средств и других капиталов в реализацию различных экономических проектов или в ценные бумаги с целью получения прибыли, называется *инвестированием*, а сами вкладываемые средства *инвестициями*. Целью инвестирования является получение прибыли, увеличение капиталов.

Важнейшими задачами анализа инвестиционных проектов является определение их финансовой эффективности и сравнение эффективности альтернативных инвестиционных проектов с целью выбора наилучшего из возможных вариантов инвестирования.

Инвестиционные проекты являются *альтернативными*, если реализация одного из них исключает возможность реализации другого. Например, частный инвестор приобретает акции компании «Норильский никель» на сумму 2,5 млн. рублей. В этом случае эти деньги уже не могут быть положены на депозит в Сбербанк. Следовательно, эти варианты инвестирования денежных средств являются альтернативными. Для выбора наилучшего варианта инвестирования необходимо провести инвестиционный анализ.

Один из ключевых моментов при принятии инвестиционных решений составляет оценка эффективности предполагаемых капиталовложений. Существующие методы оценки инвестиций можно разбить на две группы: статические или учетные и динамические, учитывающие фактор времени.

Динамические методы отражают наиболее современные подходы к оценке эффективности инвестиций. Они преобладают в практике крупных и средних предприятий развитых стран. Эти методы часто называют дисконтными,

поскольку они базируются на определении современной величины денежных потоков, связанных с реализацией инвестиционного проекта.

15.2. Методы оценки эффективности реальных инвестиций на основе расчета чистого приведенного дохода

Методика определения чистого приведенного дохода NPV (Net Present Value) заключается в суммировании дисконтированных сальдо потоков реальных денег в течение расчетного периода времени.

Определяя коэффициент дисконтирования, обычно исходят из гарантированного уровня доходности финансовых инвестиций, который обеспечивается государственным банком по вкладам или при операциях с ценными бумагами. При этом часто предусматривается надбавка за риск, причем, чем рискованнее проект, тем больше размер надбавки. Т.о. процентная ставка, используемая в качестве коэффициента дисконтирования имеет вид: $r = i + r_p$, где i – безрисковая доходность (процентная ставка по банковским депозитам или ставка доходности государственных облигаций), r_p – надбавка за риск.

Рассматриваемый проект может быть признан эффективным, если чистый приведенный доход положителен ($NPV > 0$), значит проект доходный. При сравнении вариантов осуществления инвестиционных проектов одинаковой продолжительности следует руководствоваться критерием максимума чистого приведенного дохода ($NPV \rightarrow \max$). Если рассматриваемые варианты различаются продолжительностью расчетного периода, то в качестве ключевого оценочного показателя используется среднегодовой чистый приведенный доход. Следовательно, и выбор наилучшего варианта осуществляется по критерию максимума среднегодового значения NPV.

При однократном инвестировании для оценки NPV производится сопоставление величины исходной инвестиции (IC) с общей суммой дисконтированных чистых денежных поступлений в течение прогнозируемого срока. Приток денежных средств осуществляется в различные моменты времени. В соответствие с этим он дисконтируется с помощью коэффициента r , устанавливаемого аналитиком (инвестором) самостоятельно, исходя из ежегодного процента возврата, который он хочет или может иметь на инвестируемый им капитал. Допустим, прогнозируется, что в результате инвестирования средств в объем IC в течение n лет будут поступать годовые доходы в размере N . Общая накопленная величина дисконтированных доходов в этом случае определяется по формуле: N ,

Тогда чистый приведенный доход равен: N

Очевидно, что если $NPV > 0$, то проект прибыльный, его следует принять, если $NPV < 0$, то проект убыточный, его следует отвергнуть, если $NPV = 0$, то проект ни прибыльный, ни убыточный.

Пример. Требуется проанализировать проект со следующими характеристиками по годам: - 150;30;70; 70;30 млн. рублей. Требуемая норма доходности по проекту 12%.

Решение: N

Определим чистый приведенный доход: N

Поскольку чистый приведенный доход положителен (составляет 930 тысяч рублей), то проект принимается, так как является прибыльным.

Если предполагается не разовое инвестирование финансовых ресурсов, а последовательное в течение m лет в объемах N то формула для вычисления NPV будет иметь вид: N

Пример. Мясокомбинат планирует приобрести новое оборудование. Для этого необходимо подготовить соответствующее помещение. Подготовка займет несколько месяцев. Подготовительные затраты составят 500 тыс. рублей. Оборудование стоимостью 3 млн. рублей, планируют приобрести в конце первого года и затем эксплуатировать в течение 3 лет. Денежный доход от эксплуатации этого оборудования за этот период по годам составит 1 млн. руб.; 1,5 млн. руб. и 2 млн. руб. соответственно. Оцените этот инвестиционный проект, если требуемый уровень доходности составляет 10%.

Решение: Затраты на подготовку помещения могут рассматриваться как прединвестиционные затраты в 0-вом году. NN

Поскольку $NPV = 92,1$ тыс. руб. > 0 , то проект прибыльный.

В случае если в результате инвестирования определенных средств возникает регулярный финансовый поток (финансовая рента), то для оценки NPV можно использовать теорию финансовых рент.

Пример. Некая фирма собирается за 55 млн. рублей приобрести помещение для магазина. Предполагается, что организация продаж в этом магазине обеспечит приток денежных средств в размере 10 млн. рублей на протяжении 10 предстоящих лет. Стандартный уровень доходности по альтернативным формам инвестирования составляет 9,5%. Решите вопрос о целесообразности приобретения магазина.

Решение: N. В результате инвестирования средств в размере 55 млн. рублей образовалась финансовая рента длительностью 10 лет с членом, равным 10 млн. рублей. Найдем современную стоимость этой ренты.

Поскольку $NPV N > 0$, то целесообразно приобрести помещение.

15.3. Методы оценки эффективности инвестиций на основе индекса рентабельности

Индекс рентабельности инвестиций – это отношение суммарного дисконтированного сальдо денежного потока, определённого без учёта инвестиций по проекту, к суммарным дисконтированным инвестициям.

В простейшем случае, когда в результате инвестирования средств в размере IC возникает денежный поток N , индекс рентабельности инвестиций рассчитывается по формуле: $PI = N / IC$

При неоднократном инвестировании эта формула приобретает вид: $PI = \sum_{t=1}^n \frac{N_t}{(1+r)^t} / IC$

В отличие от чистого приведённого дохода индекс рентабельности является относительным показателем. Он характеризует уровень доходов на единицу затрат, т.е. эффективность вложений.

Очевидно, что, если $PI > 1$, то проект следует принять. Если $PI < 1$, то проект следует отвергнуть. Если $PI = 1$, то проект не является ни прибыльным, ни убыточным.

Чем больше значение индекса рентабельности, тем выше отдача от каждого рубля, инвестированного в данный проект, благодаря чему критерий PI очень удобен при выборе одного проекта из нескольких альтернативных, имеющих примерно одинаковые значения NPV , но разные объёмы требуемых инвестиций. Из этих проектов выгоднее тот, который обеспечит большую эффективность вложений.

Пример. Предприятие закупило новую технологическую линию за 1000 тыс. руб. Срок эксплуатации оборудования 6 лет. Денежный доход от использования оборудования по годам составит 250; 300; 350; 400; 450; 500 тыс. руб. соответственно. Рассчитать индекс рентабельности, если норма дисконта составляет 20%.

Решение: $PI = 1,1604 > 1$, то проект следует принять.

15.4. Методика определения срока окупаемости инвестиций

Срок окупаемости (период возмещения) – это минимальный период времени, в течение которого чистый дисконтированный доход становится положительным. Этот показатель характеризует период времени, в течение которого сделанные инвестором вложения в проект возместятся доходами от его реализации.

Формула для расчета дисконтированного срока окупаемости:

$DPP = \min n$, при котором выполняется неравенство: $\sum_{t=1}^n \frac{N_t}{(1+r)^t} - IC \geq 0$

Применяются следующие подходы к оценке инвестиционных проектов по критерию срока окупаемости:

- а) проект принимается, если окупаемость имеет место;
- б) проект принимается только в случае, если срок окупаемости не превышает установленного в компании лимита (например, 5 лет).

Пример. Рассчитайте дисконтированный срок окупаемости инвестиционного проекта, характеризующегося по годам следующим денежным потоком: -250; 100; 150; 160; 100 тысяч рублей. Норма дисконта 11%.

Решение: Вычисления удобно свести в расчетную таблицу:

(тыс. рублей)

Годы

Денежный поток

Дисконтный множитель

Дисконтированный денежный поток

Дисконтированный денежный поток нарастающим итогом

Как видим, инвестиционный проект полностью окупится в течение трех лет.

Для того, чтобы определить более точное значение DPP, последнее из отрицательных значений в последнем столбце таблицы на следующее за ним число в предпоследнем столбце: N

Таким образом, DPP= 2, 326 года или 2 года и 119 дней.

15.5.Определение внутренней нормы доходности инвестиций

Внутренняя норма доходности IRR (international rate of return) - показатель, широко используемый при оценке эффективности инвестиционных проектов.

Реализация любого инвестиционного проекта требует привлечения финансовых ресурсов, за которые необходимо платить. Так за заемные средства платят проценты, за привлеченный акционерный капитал - дивиденды и т.д.

Показатель, характеризующий относительный уровень этих расходов, является ценой за использованный (авансируемый) капитал. При финансировании проекта из различных источников этот показатель определяется по формуле средней арифметической взвешенной.

Чтобы обеспечить доход от инвестированных средств или, по крайней мере, их окупаемость, необходимо добиться такого положения, когда чистая текущая стоимость будет больше нуля или равна нулю.

Для этого необходимо подобрать такую процентную ставку дисконтирования членов потока платежей, которая обеспечит получение неотрицательного чистого приведенного дохода (NPV N0).

Такая ставка должна отражать ожидаемый усредненный уровень ссудного процента на финансовом рынке с учетом фактора риска.

Поэтому под внутренней нормой доходности понимают ставку дисконтирования, использование которой обеспечивает равенство текущей стоимости денежных оттоков и текущей стоимости ожидаемых денежных притоков, т.е. при начислении на сумму инвестиций процентов по ставке, равной внутренней норме доходности, обеспечивается получение распределенного по времени дохода.

Показатель внутренней нормы доходности – IRR характеризует максимально допустимый относительный уровень расходов, которые могут быть произведены при реализации данного проекта.

Например, если для реализации проекта получена банковская ссуда, то значение IRR показывает верхнюю границу допустимого уровня банковской процентной ставки, превышение которой делает проект убыточным.

Таким образом, смысл этого показателя заключается в том, что инвестор должен сравнить полученное значение IRR с ценой привлеченных финансовых ресурсов (cost of capital - CC).

Если $IRR > CC$, то проект следует принять;

$IRR < CC$ – проект следует отвергнуть;

$IRR = CC$ – проект ни прибыльный, ни убыточный.

Практическое применение данного метода сводится к последовательной итерации, с помощью которой находится дисконтирующий множитель, обеспечивающий равенство $NPV = 0$.

При этом алгоритм решения следующий.

Ориентируясь на существующие в момент анализа процентные ставки на ссудный капитал, выбирают два значения коэффициента дисконтирования $N < N$ таким образом, чтобы в интервале $[N, N]$ функция N меняла свое значение с «+» на «-» или наоборот. Затем используют формулу:

N ,

где N - значение процентной ставки в дисконтном множителе, при котором $N > 0$ $N < 0$);

N - значение процентной ставки в дисконтном множителе, при котором $N < 0$ $N > 0$).

Точность вычислений обратно пропорциональна длине интервала $[N, N]$. Наиболее точный результат достигается в случае, когда длина интервала минимальна, т.е. когда N и N - ближайшие друг к другу значения коэффициента дисконтирования, в случае изменения знака NPV с «+» на «-» удовлетворяющие условиям:

N - значение коэффициента дисконтирования, минимизирующее положительное значение NPV , т.е. N ;

N - значение коэффициента дисконтирования, максимизирующее отрицательное значение показателя NPV , т.е. N в случае изменения знака NPV с «+» на «-»).

Подобным же образом описывается ситуация для случая когда функция меняет знак с «-» на «+».

Пример. Определить значение внутренней нормы доходности IRR для проекта, рассчитанного на 3 года, требующего инвестиции в размере 20 млн. руб. и

имеющего предполагаемые денежные поступления в размере 6 млн. руб. (первый-год), 8 млн.руб. (второй год) и 14 млн.руб. (третий год).

Решение: Возьмем два произвольных значения процентной ставки для коэффициента дисконтирования $N=15\%$ и $N=20\%$.

Соответствующие расчеты сведем в таблицу:

Год

Денежный поток

Расчет I

Расчет II

Дисконтный множитель для $N=15\%$

Дисконтный множитель для $N=20\%$

Для расчета IRR применим формулу:

Уточним величину ставки. Для этого примем значения процентных ставок, равными $N=16\%$ и $N=17\%$, т.к. $16,3 \in (16, 17)$.

Произведем новый расчет.

Год

Денежный поток

Расчет I

Расчет II

Дисконтный множитель для $N=16\%$

Дисконтный множитель для $N=17\%$

Таким образом, $IRR=16,23$ является верхним пределом процентной ставки, по которой фирма может окупить кредит для финансирования инвестиционного проекта. Для получения прибыли фирма должна брать кредит по ставке менее $16,23\%$.

Лекция 16.Актuarные расчеты (страхование)

16.1. Основные понятия и базовые принципы страхования

Страховщик – специализированная организация, проводящая страхование,

Страхователь – физическое или юридическое лицо, уплачивающее страховые взносы и вступающее в конкретные страховые отношения со страховщиком.

Объекты и предметы страхования – подлежащие страхованию материальные ценности, в личном страховании – жизнь, здоровье и трудоспособность страхователя или застрахованного лица.

Страховая сумма – сумма денежных средств, на которую фактически застрахованы имущество, жизнь, здоровье.

Страховой тариф – процентная ставка от совокупной страховой суммы.

Страховой тариф служит основой для формирования страхового фонда.

Финансовые расчеты в страховании (актуарные расчеты) базируются на двух основных принципах – *финансовой эквивалентности обязательств страхователя и страховщика, учета фактор времени и солидарности застрахованных.*

Согласно принципу финансовой эквивалентности обязательств теоретическая себестоимость страховой операции – нетто-премия должна быть равна стоимости страхования. Этот принцип реализуется с помощью уравнения, в котором нетто-премия приравнивается к актуарной стоимости страховых платежей, которая представляет собой современную стоимость страховых выплат с учетом условий страхования.

Учет фактора времени достигается с помощью дисконтирования платежей – приведения их к начальному моменту времени.

Например, пусть страхователь в возрасте $N_{лет}$ заключил договор со страховщиком, согласно которому последний выплатит ему сумму $N_{при}$ при достижении возраста $N_{лет}$. Предположим, вероятность дожития до этого возраста равна N . Тогда математическое ожидание выплаты составит N . Поскольку выплаты премии и страховых сумм производятся в разное время, найдем современную стоимость платежа A с учетом вероятности его выплаты с помощью операции дисконтирования:

Здесь N – сложная годовая процентная ставка.

Величина A представляет собой математическое ожидание дисконтированной страховой выплаты, то есть актуарную стоимость страховой выплаты. Нетто-премия при страховании на дожитие равна этой величине.

Принцип солидарности застрахованных подразумевает согласованность интересов. Например, в негосударственном пенсионном страховании пенсии выплачиваются из накоплений всех участников данного вида страхования, доживших и не доживших до их получения. То есть пенсионные расходы распределяются между всеми участниками. В результате цена страхования пенсии оказывается меньше, чем обеспечение такой же пенсии по сберегательной схеме, то есть без учета фактора солидарности.

Аналогично при страховании на дожитие страховая выплата обеспечивается не только собственным взносом застрахованного лица, но и взносами тех, кто не дожил до этого возраста.

В медицинском страховании в соответствии с принципом солидарности участники, у которых затраты на лечение незначительны или вовсе отсутствуют, оплачивают часть медицинских расходов участников с более высокими расходами на эти цели поскольку расходы распределяются между всеми застрахованными.

16.2. Финансовые потоки в страховании

Совокупность страховых взносов и выплат, производимых в разные моменты времени можно рассматривать как вероятностные потоки платежей. Заранее количество платежей в таких потоках неизвестно, поскольку взносы производятся лишь за живущих участников страхования. Выплаты также получают только живущие (за исключением страхования на случай смерти, когда выплата осуществляется в случае смерти застрахованного лица). Каждый член такого потока связан с некоторой вероятностью дожития. Такой поток обычно называют условным или страховым аннуитетом.

Модель потока платежей, учитывающая все требования к взносам и выплатам, позволяет получить такую важную для актуарных расчетов характеристику, как актуарная стоимость страховых выплат (или взносов).

Под актуарной стоимостью потока платежей понимают сумму последовательных платежей, дисконтированных на некоторый момент времени, с учетом вероятностей их выплат.

16.3. Структура тарифной ставки

Для определения размера денежных выплат каждого страхователя, как участника солидарной ответственности, рассчитывается тарифная нетто-ставка, используемая для расчета страхового платежа – основного источника дохода страховщика. Расчет нетто-ставки базируется на оценке вероятности наступления страховых случаев.

Нетто-ставка – основная часть страхового тарифа. Она формирует *страховой фонд* и устанавливается условиями страхования. Для рискованных видов страхования в состав нетто-ставки включается рискованная надбавка, которая учитывает отклонения возможных выплат от их среднего уровня и формирует *запасной фонд*.

Страховой и запасной фонд предназначены для расчетов со страхователями: выплаты суммы страховых возмещений, отчислений в резервный фонд, отчислений на предупредительные мероприятия.

Брутто-ставка включает в себя нетто-ставку и нагрузку. Нагрузка обеспечивает расходы на ведение дела и прибыль страховой кампании. За счет нагрузки страховщик оплачивает труд работников, содержание помещений и пр. Нагрузка, как правило, составляет 10-20% брутто-ставки. Брутто-ставка может быть рассчитана на основе соотношения:

где P – брутто-ставка, H – нетто-ставка, f – доля нагрузки в брутто-ставке.

16.4. Страхование жизни

Рассмотрим основные виды страхования жизни.

а) *Страхование на дожитие*. Выплата производится при условии дожития застрахованного лица до определенного возраста и полной оплаты соответствующего договора очередными или единовременными взносами.

б) *Страхование на случай смерти*. **Страховая сумма выплачивается только при наступлении смерти застрахованного в период действия договора.**

в) *Страхование от несчастных случаев*. Выплата производится, если физическое лицо пострадает от несчастного случая. Под несчастным случаем подразумевается физическое повреждение, следствием которого может быть временная инвалидность, постоянная инвалидность, смерть.

г) *Смешанное страхование жизни*. Этот вид страхования объединяет в одном договоре страхование на дожитие, на случай смерти и страхование от несчастных случаев. Нетто-ставка по смешанному страхованию рассчитывается как сумма нетто-ставок его составляющих.

16.5. Методы построения страховых тарифов.

Условия страхования жизни обычно предусматривают выплаты в связи с дожитием застрахованного лица до окончания действия договора страхования или в случае его смерти в течение этого срока.

Вероятность дожить до определенного возраста или окончания срока страхования зависит в первую очередь от возраста в момент страхования и срока действия договора страхования жизни.

Она определяется с помощью таблицы смертности населения. Эта таблица разработана на основе данных демографической статистики (дифференцировано для мужчин и женщин). Таблица содержит конкретные цифры смертности для каждого возраста в расчете на 100000 населения. На основе этих таблиц рассчитывают страховые тарифы.

Возраст человека обозначается символом N , а число лиц, доживающих до возраста N , обозначается N . Число умирающих при переходе от возраста N_k возрасту N_{k+1} обозначается символом N_{k+1} .

Вероятность умереть в возрасте N лет, не дожив до возраста $N+1$ лет:

Например, из 100 000 родившихся женщин до 50 лет доживают 90792 чел. (N), до 51 года не доживают 459 чел. ($N+1$), следовательно, вероятность умереть в возрасте 50 лет у женщин: N

Используя таблицу смертности, страховщик может определить величину страхового фонда, необходимого для выплаты в обусловленные сроки страховых сумм.

Используя метод дисконтирования можно определить его современную стоимость, равную сумме, которую необходимо собрать со страхователей в момент заключения договора страхования.

Страховые взносы могут вноситься одновременно при заключении договора страхования или ежегодно, образуя финансовую ренту. Рассмотрим некоторые случаи определения нетто-ставок.

16.6. Определение единовременной нетто-ставки по дожитию

Условия страхования предусматривают выплаты в связи с дожитием застрахованного лица до окончания срока договора. С помощью таблицы смертности устанавливается вероятное число выплат по дожитию застрахованного лица до окончания срока страхования. На основе данных о страховых суммах определяется размер страхового фонда, необходимого для страховых выплат.

Предположим, страхователь в возрасте $N_{лет}$ заключил договор со страховщиком, согласно которому последний выплатит ему сумму $N_{при}$ при достижении возраста $N_{лет}$. Обозначим вероятность дожития до этого возраста N .

Тогда N , где N - число лиц, заключивших договор страхования в возрасте $N_{лет}$, N - число лиц, доживших до окончания договора страхования.

Математическое ожидание выплаты составит

Дисконтируя эту величину по сложной процентной ставке N , определим математическое ожидание дисконтированной страховой выплаты, то есть актуарную стоимость страховой выплаты или величину единовременного взноса (без учета нагрузки):

Предположим, N Тогда единовременная нетто-ставка по страхованию на дожитие определяется по формуле:

Пример. Страховщик заключил договор страхования с мужчиной 45 летнего возраста на 5 лет на дожитие на сумму 20 000 руб. Необходимо определить единовременную страховую премию при условии, что нагрузка составляет 10%. Страховщик предполагает всю сумму страховых взносов инвестировать под 9% годовых.

Решение:

N Согласно таблице смертности N ; N .

Определим нетто-ставку:

Найдем брутто-ставку, учитывая, что нагрузка N по формуле:

Следовательно, величина единовременного взноса составит: N

При единовременном взносе страхователь сразу при заключении договора погашает свои обязательства перед страховщиком и в дальнейшем не производит никаких дополнительных взносов.

16.7. Единовременная нетто-ставка на случай смерти

Этот вид страхования является наиболее распространенным. Страховая сумма, равная N выплачивается в случае смерти застрахованного. Допустим договор

заключен в возрасте N лет. Если застрахованный умрет на первом году страхования, а выплата страховых сумм наследникам производится в конце года наступления страхового события, то с учетом его вероятности современная величина выплаты (на момент заключения договора) составит: N

Если страховой случай наступит во втором году, то современная величина выплаты равна: N и т.д.

Единовременную нетто-ставку в расчете на 1 руб. страховой суммы (N) определим на основе принципа эквивалентности обязательств, в соответствии с которым искомая сумма должна быть равна математическому ожиданию суммы страховых выплат:

где N - количество умирающих в течение срока страхования.

При смешанном страховании на дожитие и на случай смерти совокупная нетто-ставка определяется по формуле:

Пример. Определить единовременную нетто-ставку и страховую премию для мужчины 55 летнего возраста, оформляющего страховку на случай своей смерти сроком на 5 лет на сумму 10 тыс. руб. Страховая компания предполагает поместить страховую сумму под 9% годовых. Нагрузка составляет 12%.

Решение: Выберем из таблицы смертности число умерших в интервале от 55 до 59 лет;

Учитывая, что нетто-ставка составляет 0,08514 рублей, а нагрузка N , определим брутто-ставку: N

Величина единовременного взноса составит: N

16.8. Расчет годичной нетто-ставки

При расчете единовременной нетто-ставки предполагается, что сумма подлежащих оплате взносов погашаются единовременно в момент заключения договора о страховании. Однако чаще всего страхователи предпочитают платить взносы в течение всего срока страхования. В связи с этим возникает необходимость расчета годичных нетто-ставок.

Единовременная нетто-ставка отличается по величине от годичной ставки по ряду причин. Во-первых, при единовременной уплате страхового взноса он может быть сразу после его поступления инвестирован под проценты. Годичные же взносы поступают постепенно, в связи с чем сумма начисленных процентов будет значительно меньше, чем при единовременном взносе. В результате страховщик получит меньший страховой фонд. Во-вторых, страховой фонд выплачивают все лица, заключившее страховой договор, а при годичной уплате ряд страхователей прекратит взносы в результате своей смерти.

Следовательно, при расчете годичной нетто-ставки необходимо учитывать частичную потерю сумм и снижение числа платежей в результате смерти некоторой части застрахованных.

Предположим, что все мужчины, достигшие возраста $N_{лет}$, обязались в конце каждого страхового года вносить страховой компании 1 руб. в течение $N_{лет}$. Тогда в конце первого года будет внесено N

Современная стоимость этой суммы составит N , где N - норма накопления данной страховой компании. Во втором году современная стоимость взносов составит N , в третьем - N , в N году - N

Таким образом, современная стоимость финансовых обязательств страховщика, относящихся ко всем N лицам выразится суммой: N

Для получения современной стоимости финансовых обязательств по отношению к одному лицу, то есть годичной нетто-ставки, эту сумму необходимо поделить на N - число лиц, заключивших договор:

Значение N можно рассматривать как коэффициент рассрочки. Зная его значение, можно определить годичный взнос по формуле:

Здесь N - единовременная нетто-ставка.

Пример. Мужчина в возрасте 45 лет, заключил договор по смешанному страхованию жизни сроком на 3 года. Страховая сумма составляет 25 тыс. руб. Норма доходности страховой компании - 8%. Доля нагрузки в брутто-ставке 10%. Определите единовременную брутто-ставку и брутто-премию; коэффициент рассрочки и величину годичного взноса.

Решение: N

1) Определим нетто-ставку на дожитие по формуле:

Таким образом, нетто-ставка на дожитие составляет 76,4 руб. со 100 рублей страховой суммы.

2). Определим нетто-ставку на случай смерти по формуле:

Следовательно, нетто-ставка на случай смерти составляет 3 руб.20 коп. со 100 руб. страховой суммы.

3). Нетто-ставка при смешанном страховании жизни:

4) Определим единовременную брутто-ставку:

5) Брутто-премия составит N

6). Определим коэффициент рассрочки:

7). Учитывая, что единовременный взнос или брутто-премия составляет 22110 руб., определим годичный взнос:

Таким образом, при выплате в рассрочку за 3 года страхователем будет уплачено 26368,52 руб.