Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Финуниверситет)

Самарский финансово-экономический колледж
(Самарский филиал Финуниверситета)

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по учебно-методической работе
________________ Л.А Косенкова
«21» февраля 2022 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПЛАНИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ПРОФЕССИОНАЛЬНОМУ МОДУЛЮ «ПМ.02 ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЦИИ ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ»

СПЕЦИАЛЬНОСТЬ: 09.02.07 ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Самара – 2022

Методические указания по планированию и организации самостоятельной работы студентов разработаны на основе рабочей программы по профессиональному модулю «Осуществление интеграции программных модулей», с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования науки Российской Федерации от 09.12.2016 года № 1547, с учетом Профессионального стандарта, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 11 февраля 2014 г. № 647н «Об утверждении профессионального стандарта 06.011 Администратор баз данных» (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный № 34846)
Присваиваемая квалификация: администратор баз данных

Разработчики:

Платковская Е.А. ____________________ Преподаватель Самарского филиала Финуниверситета

Методические указания по планированию и организации самостоятельной работы студентов рассмотрены и рекомендованы к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии естественно-математических дисциплин

Протокол от «24» января 2022 г. № 5

Председатель ПЦК ____________________ М.В. Писцова

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данные методические указания составлены для самостоятельного изучения дисциплины по профессиональному модулю ПМ.02 Осуществление интеграции программных модулей в соответствии с требованиями ФГОС и предназначены для реализации государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

В результате изучения профессионального модуля студент должен освоить основной вид деятельности Осуществление интеграции программных модулей и соответствующие ему общие компетенции и профессиональные компетенции

Перечень общих компетенций:

Код	Наименование общих компетенций
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам
ОК 02	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
ОК 03	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.
ОК 04	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
ОК 05	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 06	Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей
ОК 07	Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.
ОК 08	Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности
ОК 09	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 10	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке
ОК 11	Планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере

Перечень профессиональных компетенций

Код	Наименование видов деятельности и профессиональных компетенций
ВД 2	**Осуществление интеграции программных модулей**
ПК 2.1	Разрабатывать требования к программным модулям на основе анализа проектной и технической документации на предмет взаимодействия компонент
ПК 2.2	Выполнять интеграцию модулей в программное обеспечение
ПК 2.3	Выполнять отладку программного модуля с использованием специализированных программных средств
ПК 2.4	Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев для программного обеспечения.
ПК 2.5	Производить инспектирование компонент программного обеспечения на предмет соответствия стандартам кодирования

В результате освоения профессионального модуля студент должен:

Иметь практический опыт	В проектировании модели процесса разработки программного обеспечения; в применении основных принципов процесса разработки программного обеспечения; В использовании основных подходов к интегрированию программных модулей; в применении основ верификации и аттестации программного обеспечения
Уметь	использовать выбранную систему контроля версий; использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества
Знать	модели процесса разработки программного обеспечения; основные принципы процесса разработки программного обеспечения; основные подходы к интегрированию программных модулей; основы верификации и аттестации программного обеспечения

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Всего часов	**272**
- на освоение МДК	126
на практики:	
- учебную	72
- производственную	36
Самостоятельная работа	26
Промежуточная аттестация и экзамен по модулю	10
Консультация	2

ВНЕАУДИТОРНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

№ п/п	Содержание внеаудиторной самостоятельной работы	Кол-во часов	Календарные сроки исполнения	Формы контроля
1.	Изучение стандарта ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207-99 «Процессы жизненного цикла программных средств»	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
2.	Заполнение таблицы «классические модели ЖЦ»	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
3.	Подготовка письменного сообщения по теме «Одна из современных моделей ЖЦ»	2	5 семестр	Озвучить подготовленное сообщение в установленный срок
4	Подготовка сообщения (с разработкой презентации) об одном из специалистов в области разработки программного обеспечения	2	5 семестр	Озвучить подготовленное сообщение в установленный срок

5	Изучение и применение стандартов для оформления и анализа требований к программным системам	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
6	Автоматизированные системы управления предприятием - проблемы и выгоды внедрения	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
7	Система управления документами как средство принятия более обоснованных управленческих решений.	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
8	Защита информации в базе данных автоматизированной системы управления предприятием.	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
9	Системы электронных платежей, цифровые деньги.	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
10	Применение информационных технологий в создании муниципальных информационных систем.	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
11	Решение задачи на построение двойственной задачи и анализ устойчивости двойственных оценок	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
12	Составление презентации на тему «Игры с природой или игровые модели в условиях полной неопределённости»	2	5 семестр	Выступление с подготовленной презентацией
13	Решение игр в смешанных стратегиях.	2	5 семестр	Проверка преподавателем выполненных заданий
	Итого	**26**		

Методические указания
Раздел 1. Разработка программного обеспечения
МДК. 02.01 Технология разработки программного обеспечения

Тема 2.1.1 Основные понятия и стандартизация требований к программному обеспечению

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 1. Изучение стандарта ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207-99 «Процессы жизненного цикла программных средств»

Выписать в тетрадь все определения из ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207-99

Задание 2. Заполнение таблицы «классические модели ЖЦ».

Характеристика проекта	*Модель*		
	Каскадная	*Прототипная*	*Спиральная*
Новизна разработки			
Длительной приложений			
Легкость использования			
Определение основных требований в начале проекта			
Масштаб проекта			
Внесение изменений			
Разработка промежуточного ПО			
Управление рисками			
Стоимость будущих версий			
Продуктивность приложений			

Задание 3. Подготовка письменного сообщения по теме «Одна из современных моделей ЖЦ»

Тема 2.1.2. Описание и анализ требований. Диаграммы IDEF

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 4. Подготовка сообщения (с разработкой презентации) об одном из специалистов в области разработки программного обеспечения

Тема 2.1.3. Оценка качества программных средств

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 5. Изучение и применение стандартов для оформления и анализа требований к программным системам. Письменно ответить на вопросы:

1. *Определение жизненного цикла продукции.*
2. *Состав жизненного цикла продукции.*
3. *Какова цель тестирования программного средства?*
4. *Каким образом осуществляется детерминированное тестирование?*
5. *Каким образом осуществляется стохастическое тестирование?*
6. *В чем заключается стратегия «черного ящика»?*
7. *Каким образом осуществляется оценка надежности программных средств по модели Коркорэна?*
8. *Каким образом осуществляется оценка надежности программных средств по модели Шумана?*
9. *Каким образом осуществляется оценка технико – экономических показателей разработки программных средств?*
10. *Каким образом осуществляется оценка показателей качества программных средств?*

11. Для чего и каким образом осуществляется сертификация научно - технической продукции?

Раздел 2. Средства разработки программного обеспечения

МДК.02.02 Инструментальные средства разработки программного обеспечения

Тема 2.2.1 Современные технологии и инструменты интеграции

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 6. Автоматизированные системы управления предприятием - проблемы и выгоды внедрения. Проанализировать АСУ на любом предприятии, сделать вывод о проделанной работе

Задание 7. Система управления документами как средство принятия более обоснованных управленческих решений. Рассмотреть системы управления документами, проанализировать наиболее распространённые

Тема 2.2.2 Инструментарий тестирования и анализа качества программных средств

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 8. Защита информации в базе данных автоматизированной системы управления предприятием. Рассмотреть на предмере любого предприятия в РФ организацию защиты БД.

Задание 9. Системы электронных платежей, цифровые деньги. Рассмотреть системы электронные платежей в РФ.

Задание 10. Применение информационных технологий в создании муниципальных информационных систем.

Раздел 3. Моделирование в программных системах

МДК.02.03 Математическое моделирование

Тема 2.3.1 Основы моделирования. Детерминированные задачи

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 11. Решение задачи на построение двойственной задачи и анализ устойчивости двойственных оценок

В оптимальном решении двойственной задачи значения переменной *y** равны частным производным линейной функции *Fm.dX(bh b2fЪm)* по соответствующим аргументам, т.е.

$$\frac{\partial F_{\max}}{\partial b_i} = y_i^*, \quad i = \overline{1, m}. \qquad (2.15)$$

Теорема о двойственных оценках позволяет определить приращение целевой функции при малых изменениях свободных членов *Abj* системы ограничений

$$\Delta F_i^* \approx \overline{Y}^* \Delta b_i = \sum_{i=1}^{m} y_i^* \Delta b_i, \qquad (2.16)$$

где *Y** — оптимальное решение двойственной задачи; *Y** = ~ G/l> •••» *Уm*)•

Из соотношения (2.16) следует, что двойственные оценки ресурсов показывают, на сколько денежных единиц изменяется доход от реализации продукции при изменении запаса соответствующего ресурса на одну единицу. Таким образом, теория двойственности позволяет провести экономический анализ пары двойственных задач, в частности определить дефицитность ресурсов, сырья, продукции и установить зоны коммерческого риска: безрисковая зона; зона допустимого риска; зона критического риска; зона катастрофического риска. Большей условной оценке соответствует наиболее дефицитный ресурс. Для г-го недефицитного ресурса двойственная оценка *у* = 0.

С помощью двойственной оценки можно определить степень влияния изменения ограничений на значение целевой функции.

Таким образом, если получено оптимальное решение задачи линейного программирования, то можно провести анализ устойчивости двойственных оценок относительно изменений *bjy* т.е. проанализировать устойчивость оптимального плана относительно изменений свободных членов системы линейных уравнений, оценить степень влияния изменения Ь назначение целевой функции и определить наиболее целесообразный вариант изменений b_v

Следовательно, интерес представляет определение интервалов устойчивости (неизменности) двойственных оценок по отношению к возможным изменениям запасов ресурсов каждого вида ($Ь_x$ + А/;,). При этом условие устойчивости двойственных оценок задачи исходит из выражения

$$X' = X^* + \Delta X = A^{-1}(B + \Delta B) = A^{-1}B + A^{-1}\Delta B,$$

в котором компоненты вектора X должны быть неотрицательны, $Xj > 0$. На этом основании для задачи, решение которой приведено в табл. 2.7, можно записать такое выражение:

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ -4/3 & 2/3 & 0 & 1 \\ 4/3 & -2/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 4/3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 + \Delta b_1 \\ 4 + \Delta b_2 \\ 1{,}5 + \Delta b_3 \\ 2 + \Delta b_4 \end{bmatrix}$$

Откуда получаем условие устойчивости

$$\begin{cases} 3{,}5 - 2\Delta b_1 + 2\Delta b_2 + \Delta b_3 \geqslant 0, \\ \dfrac{2}{3} - \dfrac{4}{3}\Delta b_1 + \dfrac{2}{3}\Delta b_2 + \Delta b_4 \geqslant 0, \\ \dfrac{4}{3} + \dfrac{4}{3}\Delta b_1 - \dfrac{2}{3}\Delta b_2 \geqslant 0, \\ \dfrac{10}{3} - \dfrac{2}{3}\Delta b_1 + \dfrac{4}{3}\Delta b_2 \geqslant 0. \end{cases}$$

Затем последовательно находим интервалы устойчивости, определяющие безрисковую зону,

$$\Delta b_1 \neq 0,\ \Delta b_2 = \Delta b_3 = \Delta b_4 = 0,\ -1 \leqslant \Delta b_1 \leqslant 0{,}5,\ 2 \leqslant b_1 + \Delta b_1 \leqslant 3{,}5;$$

$$\Delta b_2 \neq 0,\ \Delta b_1 = \Delta b_3 = \Delta b_4 = 0,\ -1 \leqslant \Delta b_2 \leqslant 2,\ 3 \leqslant b_2 + \Delta b_2 \leqslant 6;$$

$$\Delta b_3 \neq 0,\ \Delta b_1 = \Delta b_2 = \Delta b_4 = 0,\ \Delta b_3 \geqslant -3{,}5,\ b_3 + \Delta b_3 \geqslant -2;$$

$$\Delta b_4 \neq 0,\ \Delta b_1 = \Delta b_2 = \Delta b_3 = 0,\ \Delta b_4 \geqslant -2/3,\ b_4 + \Delta b_4 \geqslant 1\frac{1}{3},$$

за пределами которых находится зона критического риска.

Для корректного решения задачи необходимо ввести еще дополнительные ограничения, вытекающие из экономического содержания решаемой задачи.

Предельные значения (нижняя и верхняя границы) изменения каждого из ресурсов, для которых двойственные оценки остаются неизменными, определяются еще и таким образом:

$$\Delta b_i^- = \max_{d_{ij}>0}\left\{-\frac{x_j^*}{d_{ij}}\right\} \leqslant \Delta b_i \leqslant \min_{d_{ij}>0}\left\{-\frac{x_j^*}{d_{ij}}\right\} = \Delta b_i^+,$$

где Abj — величина изменения i-го ресурса; А$Ь_{\{}$ — величина увеличения i-го ресурса; А$Ь[$ — величина уменьшения i-го ресурса; Xj — компоненты оптимального плана; $d_{[\}}$ — коэффициенты столбцов свободных переменных в оптимальном плане (коэффициенты структурных сдвигов, элементы обратной матрицы к базису оптимального плана).

Если в план включается реализация невыгодного с точки зрения дохода товара, то объем возможной продажи в рамках устойчивости оптимального плана определяется следующим интервалом:

$$\max_{d_{jk}<0}\left\{-\frac{x_j^*}{d_{jk}}\right\} \leqslant x_k \leqslant \min_{d_{jk}>0}\left\{-\frac{x_j^*}{d_{jk}}\right\}$$

Проведем анализ устойчивости двойственных оценок задачи планирования товарооборота (пример 2.2, табл. 2.6).

Первый вид ресурса (время работы продавцов) может изменяться в пределах:

$$\max_{d_{4k}>0}\left\{-\frac{5375}{6{,}25}; -\frac{1875}{1{,}25}\right\} \leqslant \Delta b_1 \leqslant \min_{d_{4k}<0}\left\{-\frac{250}{-2{,}5}\right\};$$

$$-860 \leqslant \Delta b_1 \leqslant 100.$$

Таким образом, первый вид ресурса может быть уменьшен на 860 чел.-ч или увеличен на 100 чел.-ч. Интервал изменения равен

$[b_1 + \Delta b_1^-; b_1 + \Delta\Delta b_1^-] = [1100 - 860; 1100 + 100] = [240; 1200].$

Второй ресурс (площадь торговых залов) может меняться в пределах

$$\max_{d_{5k}>0}\left\{-\frac{250}{25}\right\} \leqslant \Delta b_2 \leqslant \min_{d_{5k}<0}\left\{-\frac{5375}{-12{,}5}; -\frac{1875}{-62{,}5}\right\};$$

$$-10 \leqslant \Delta b_2 \leqslant 30.$$

Интервал изменения второго ресурса

$$[120 - 10; 120 + 30] = [110; 150].$$

Третий вид ресурса (площади складских помещений) в оптимальном плане недоиспользован, является недефицитным. Увеличение данного ресурса приведет лишь к росту его остатка. При этом структурных изменений в оптимальном плане не будет, так как двойственная оценка г/з = 0.

В оптимальный план не вошла основная переменная x_3, т.е. третья группа товара невыгодна к продаже. Определим максимально возможный объем продажи третьей группы товара в рамках устойчивости полученных двойственных оценок

$$\max_{d_{3k}<0}\left\{-\frac{250}{-0{,}5}\right\} \leqslant x_3 \leqslant \min_{d_{3k}>0}\left\{\frac{5375}{2{,}25}; \frac{1875}{12{,}5}\right\};$$

$$-500 \leqslant x_3 \leqslant 1500.$$

Таким образом, в продажу можно вводить третью группу товара в количестве до 1,5 тыс. ед. Составим субоптимальные варианты плана с учетом изменений исходных данных модели табл. 2.6.

1. Пусть торговое предприятие наняло дополнительных продавцов и рабочее время увеличилось на 50 чел.-ч.

В результате объем продаж второй группы товаров увеличился, а первой группы — уменьшился, недоиспользование складских помещений возросло, доход увеличился.

Базисные переменные	Значения базисных переменных	Коэффициент структурных сдвигов *К* по *Ьх(хл)*	Произведение k_c х *ДЬ* = 50	Расчет варианта плана
$^{x}2$ ^{x} $^{x}ь$	• 5375 • 250 • 1875	• 6.25 -2,5 • 1.25	• 312.5 -125 • 62.5	• 5687.5 125 • 1937.5
*F(X*3)	27 625	23,75	1187,5	28812,5

2. Пусть второй вид ресурса (площадь торговых залов) уменьшился на 5 м^2.

Базисные переменные	Значения базисных переменных	Коэффициент структурных сдвигов k_c по *Ь2(хА)*	Произведение k_c х *Аb* $_2$ = -5	Расчет варианта плана
ЛГ$_2$ *X* $^{x}6$	• 5375 • 250 • 1875	• -12,5 • 25 • -62,5	• 62.5 -125 • 312.5	• 5437.5 125 • 2187.5
F(X$_3$)	27 625	12,5	-62,5	27 562,5

В результате уменьшения дефицитного ресурса сократился объем продажи первой группы товара, увеличился объем продажи второй группы товара, остаток третьего ресурса увеличился, доход от реализации товара сократился.

3. В продажу необходимо включить третью группу товара в количестве *x$* = 100.

Базисные переменные	Значения базисных переменных	Коэффициент структурных сдвигов k_c по x_3	Произведение $k_($ Хі₃-100	Расчет варианта плана
$^x2$ X $X6$	• 5375 • 250 • 1875	• 2.25 -0,5 • 1.25	• 225 • -50 • 125	• 5150 • 300 • 1750
$F(X\ 3)$	27 625	5,75	575	27 050

Следовательно, включение в реализацию товара третьей группы $X3$ =100 приведет к уменьшению продажи второй группы товара, увеличению первой группы, сокращению остатка третьего вида ресурса. Доход от реализации товаров уменьшился, так как продажа данной группы невыгодна предприятию. Таким образом, анализ устойчивости двойственных оценок позволяет построить множество вариантов оптимальных решений с учетом изменений исходных условий модели. Если эти изменения выходят за рамки предельных значений и, следовательно, попадают в зону коммерческого риска, то нарушается полученная система двойственных оценок и возникает необходимость повторного решения задачи в новых условиях. В этом случае представляет интерес использование методов параметрического программирования.

Контрольные вопросы и задания

- 1. Как составить двойственную задачу?
- 2. Назовите теоремы двойственности.
- 3. Как интерпретировать экономический смысл двойственной задачи?
- 4. Как определить решение двойственной задачи из решения прямой?
- 5. Какова экономическая интерпретация двойственных оценок?
- 6. Как определяются интервалы устойчивости двойственных оценок и зоны коммерческого риска?

Задачи

- 1. Используя задачи предыдущего п. 2.3 (№ 1—7), необходимо:
- • к прямой задаче планирования товарооборота, решаемой симплексным методом, составить двойственную задачу линейного программирования;
- • установить сопряженные пары прямой и двойственной задач;
- • согласно сопряженным парам переменных из решения прямой задачи получить решение двойственной задачи;
- • рассчитать интервалы устойчивости двойственных оценок и, используя коэффициенты структурных сдвигов в оптимальной симплексной таблице, выполнить расчеты вариантов для изменившейся хозяйственной ситуации в соответствии с таблицей.

Номер задачи	Коммерческая ситуация		
	ввести в продажу *k-ю* товарную группу	увеличить объем *-го ресурса	сократить объем /-го ресурса
1	$\%2$ = 5	Ab_2 = 20	о II г О <
2	X_t = 90	Д/г, = 200	Д/г₂ = 300
3	x_2 = 50	>	Д/г₂ = 10

		и о о	
4	$X = 20$	Дй, =2	Д/>, = 50
5	$x_t = 60$	Д/г, = 300	Д/г$_2$ = 100
6	$X = 30$	Д/>, = 6	Д/?з $^=$ 1
7	о сч II S^5	Д/г, = 40	Д/г$_2$ = 100

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности

Самостоятельная работа обучающихся

Задание 12. Составление презентации на тему «Игры с природой или игровые модели в условиях полной неопределённости»

Задание 13. Решение игр в смешанных стратегиях.

Если в игре верхняя и нижняя цена не совпадают (a не равно b), то значит, что седловой точки нет, но можно улучшить средний выигрыш игроков A и B путем смешивания их стратегий. Это значит, что игрок A, каждый раз играя игру, чередует свои чистые стратегии $A_1A_2.........A_m$. Вопрос состоит в том, какова должна быть доля случаев применения стратегий игроков.

Назовем <u>смешанной стратегией</u> игрока A вектор $S_A = (p_1, p_2, \dots, p_m)$, в котором показаны вероятности применения соответствующих стратегий. Например: $S_A = (0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}7;\ 0)$, $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$ - свойство полноты.

Аналогично для игрока B получаем: $S_B = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, $\sum_{i=1}^{n} q_j = 1$.

Заметим, что чистая стратегия – это частный случай смешанной стратегии. $A_3 = S_A = (0, 0, 1, 0)$.

Справедлива <u>основная теорема теории игр</u>: любая матричная игра имеет решение в виде пары смешанных стратегий игроков A и B $(S_A^*; S_B^*)$, дающих оптимальное значение цены игры V^*. Это оптимальное решение обладает следующим свойством<u>: если один игрок придерживается своей оптимальной стратегии, то другому невыгодно отклоняться от своей оптимальной стратегии.</u>

8.4. Упрощение игр и аналитическое решение игр 2*2.

Прежде чем решать игру, ее необходимо упростить, т. е. если для игры построена платежная матрица, можно вычеркнуть заведомо невыгодные стратегии для игроков A и B.

	B_1	B_2	B_3
A_1	5	0	3
A_2	4	-1	2
A_3	2	2	1

$\longrightarrow$

	B_2	B_3
A_1	0	3
A_3	2	1

Здесь A_2 уступает по всем компонентам A_1, а B_1 уступает и B_2, и B_3. Заметим, что строки лучше, если элементы больше, а столбцы лучше, если элементы меньше.

Если по каждой компоненте стратегии одна строка хуже другой, то ее можно вычеркнуть. При этом решение игры упрощается.

В результате остаются такие строки и столбцы, которые нельзя сравнить. Если число оставшихся стратегий хотя бы одного игрока равно двум, то игру можно решить аналитически или геометрически.

Рассмотрим игры, в которых у каждого игрока лишь две стратегии. Если в такой игре нет седловой точки, то значит, что все стратегии активны, т. е. они войдут в решение с какой-то вероятностью, не равной нулю.

Справедлива теорема об активных стратегиях: если один из игроков придерживается своей оптимальной смешанной стратегии, то выигрыш остается неизменным и равен цене игры V независимо от того, что делает другой игрок, если только тот не выходит за пределы своих активных стратегий.

		q_1	q_2
		B_1	B_2
p_1	A_1	a_{11}	a_{12}
p_2	A_2	a_{21}	a_{22}

Пусть мы применяем оптимальную смешанную стратегию S_A^*, а игрок В отклоняется от своей оптимальной стратегии S_B^* и применяет чистую стратегию B_1 или B_2. По свойству решения игры это приведет к ухудшению выигрыша для В. Пусть $(S_A^*;S_B^*)$ дает величину V, тогда если А смешивает A_1 и A_2, а В применяет одну и ту же стратегию B_1, то выигрыш, который получится, будет равен математическому ожиданию.

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}p_1 + a_{21}p_2 > v, \text{ если } (S_A^*, B_2), \text{ то} \\ a_{12}p_1 + a_{22}p_2 > v \\ p_1 + p_2 = 1 \end{array}\right\} \qquad (8.1)$$

Так как все стратегии активны, то на основании вышеприведенной теоремы можно решить эту систему при равенстве первых двух строк.

$$p_2 = 1 - p_1; \quad a_{11}p_1 + a_{21}(1-p_1) = v;$$
$$p_1(a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22}) = -a_{21} + a_{22};$$

$$p_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad 8.2$$

$$p_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad 8.3$$

$$V = \frac{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}. \qquad 8.4.$$

Аналогично можно составить систему и решить ее для игрока В:

$$\left.\begin{array}{l} (S_B^*, A_1): \quad a_{11}q_1 + a_{21}q_2 < v; \\ (S_B^*, A_2): \quad a_{21}q_1 + a_{22}q_2 < v; \\ q_1 + q_2 = 1; \end{array}\right\} \qquad (8.5)$$

$$q_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad (8.6)$$

$$q_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad (8.7)$$

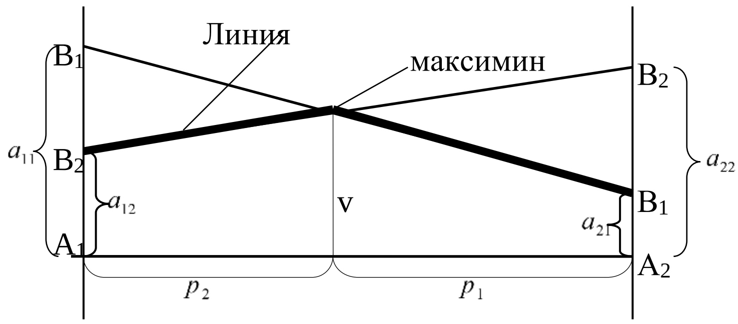
Например, для платежной матрицы

	B_1	B_2
A_1	0	3
A_2	2	1

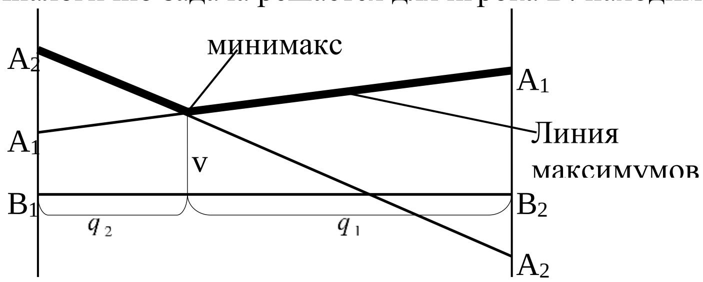
$$p_1 = \frac{1-2}{0+1-2-3} = \frac{1}{4}; \quad q_1 = \frac{1}{2};$$
$$p_2 = 3/4; \quad q_2 = 1/2; \quad v = 1/4;$$

8.5. Геометрическое решение игр

Рассмотрим игру 2x2 . Отложим по оси абсцисс единичный отрезок. Левый конец будет соответствовать чистой стратегии A_1, а правый – стратегии A_2. Любая точка внутри отрезка обозначает смешанную стратегию $S(p_1, p_2)$. На оси ординат будем откладывать выигрыши. На левой вертикали будут выигрыши, полученные при применении чистых стратегий A_1B_1 и A_1B_2, а на правой – A_2B_1 и A_2B_2. Если А применяет смешанные стратегии, а В - чистые, то выигрыши будут ординатами соответствующих прямых. Решим игру для игрока А: для этого найдем сначала самые маленькие выигрыши при различных смешанных стратегиях – это будет линия минимумов. Затем на этой линии найдем наивысшую точку. Получим максимин.



Аналогично задача решается для игрока В: находим линию максимумов и минимакс.



По принципу максимина игрок А сначала фиксирует свои минимальные выигрыши, а затем выбирает максимальный выигрыш. Так получаются величины p_1 и p_2, q_1 и q_2 на единичном отрезке и величина цены игры v.

Примечания:

– решение не обязательно находится на пересечении прямых;

– если у одного игрока две стратегии, а у другого три и более стратегий, то игра также может быть решена геометрически.

Пример:

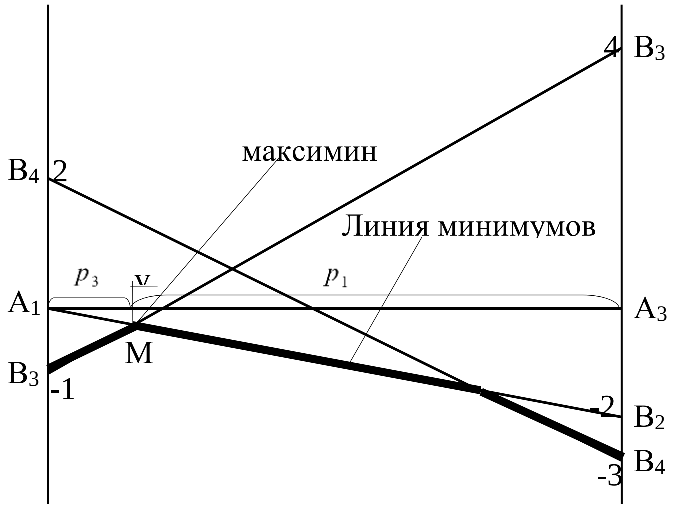
	B_1	**B_2**	**B_3**	**B_4**
A_1	3	0	-1	2
A_2	1	-1	-2	0
A_3	-1	-2	4	-3

Все элементы строки A_2 меньше элементов строки A_1, поэтому A_2 можно отбросить как заведомо невыгодную. Все элементы столбца B_1 больше соответствующих элементов столбца B_2, поэтому стратегию B_1 отбрасываем как заведомо невыгодную.

	B_2	**B_3**	**B_4**
A_1	0	-1	2
A_3	-2	4	-3

После вычеркивания столбца B_1 и строки A_2 игра упрощается. Тогда останутся B_2, B_3, B_4 и A_1, A_3.

Строим график решения со стороны игрока А.



Находим линию минимумов (на рисунке выделено жирной линией) и определяем на ней максимум, точку М.

Найдем точное решение, для чего определим координаты точки М. с этой целью зададим уравнения прямых B_2 и B_3 в виде $v = f(p_3)$.

Уравнение прямой построим в виде уравнения с угловым коэффициентом $(y = kx + b)$.

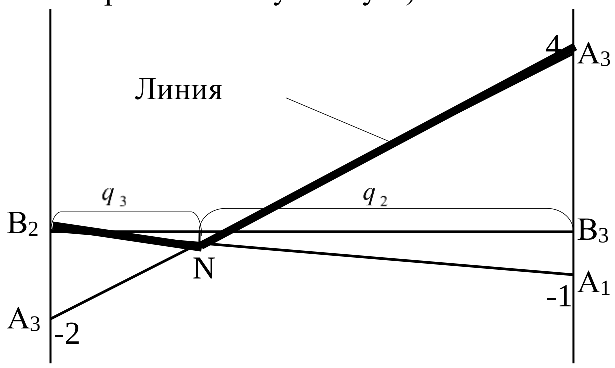
$v = kp_3 + b$, где k – тангенс угла наклона прямой; b – смещение по оси ординат (если прямая возрастает – k>0, если убывает, то k<0).

Построим прямую $\begin{cases} B_3 : v = 5p_3 - 1; \\ B_2 : v = -2p_3 + 0. \end{cases}$;

$p = 1/7;\ p = 6/7;\ v = -2/7$.

	B2	B3
A1	0	-1
A4	-2	4

Решим игру со стороны игрока В. Из графика видно, что стратегия B_4 не формирует оптимальное решение – точку М, т. е. не является активной, следовательно, ее отбрасываем (она в согласованном решении не участвует).



Находим линию максимумов и определяем на ней минимум – т. N.

Запишем уравнения прямых A_1 и A_3.

$A_3 : v = 6q_3 - 2;$

$A_1 : v = -q_3;\quad q_3 = 2/7;\quad q_2 = 5/7.$

Ответ: Игрок А должен чередовать стратегии A_1 с вероятностью 6/7 и A_3 с вероятностью 1/7. Игрок В должен чередовать стратегии B_2 с вероятностью 5/7 и B_3 с вероятностью 2/7. При этом цена игры v=-2/7.

8.6. Решение игр с многими стратегиями на основе метода линейного программирования

Пусть в игре m стратегий у игрока A и n – у B, матрица не упрощается. Такую игру можно свести к двум задачам линейного программирования. Рассмотрим это на примере матрицы для «игры полковника Блотто».

	B1	**B2**	**B3**	**B4**
A1	4	2	1	0
A2	1	3	0	-1
A3	-2	2	2	-2
A4	-1	0	3	1
A5	0	1	2	4

Решение не изменится, если матрицу поднять на одну и ту же величину, чтобы все элементы были больше нуля. Получим:

	B1	**B2**	**B3**	**B4**
A1	6	4	3	2
A2	3	5	2	1
A3	0	4	4	0
A4	1	2	5	3
A5	2	3	4	6

Если мы примем оптимальную смешанную стратегию, и B примет свою оптимальную смешанную стратегию, то получим:

$$\begin{cases} S_A^* = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5); \\ S_B^* = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5). \end{cases}$$

Если A примет оптимальную стратегию, а B – чистую стратегию B_1, т. е. отклонится от оптимальной, то средний выигрыш будет равен $p_1 \cdot 6 + p_2 \cdot 3 + p_3 \cdot 0 + p_4 \cdot 1 + p_5 \cdot 2$ и будет не меньше v.

($M(x) = \sum P_i X_i$ - математическое ожидание случайной величины).

$$\begin{cases} (S_A^*, B_1): 6p_1 + 3p_2 + 0p_3 + 1p_4 + 2p_5 \ge v; \\ (S_A^*, B_2): 4p_1 + 5p_2 + 4p_3 + 2p_4 + 3p_5 \ge v; \\ (S_A^*, B_3): 3p_1 + 2p_2 + 4p_3 + 5p_4 + 4p_5 \ge v; \\ (S_A^*, B_4): 2p_1 + 1p_2 + 0p_3 + 3p_4 + 6p_5 \ge v; \\ \qquad p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1. \end{cases} \qquad (8.8)$$

Обозначим $p_i / v = x_i$; $1/v = L$.

Так как при выборе p_i необходимо, чтобы v→ max, то

$$L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1/v \to \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 0x_3 + x_4 + 2x_5 \ge 1; \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 \ge 1; \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 4x_5 \ge 1; \\ 2x_1 + x_2 + 0x_3 + 3x_4 + 6x_5 \ge 1. \end{cases} \qquad (8.9)$$

Получим задачу линейного программирования, которую можно решить симплекс-методом (см. главу 2) , в том числе и с использованием стандартных компьютерных программ, например, в системе LINDO или EXCEL.

Аналогичную задачу получаем и со стороны игрока В.

$\left(S_B^*, A_i\right)$, $q_j/v = y_j$; $1/v = L$.

При выборе q_j игрок В стремится уменьшить v (v→ min), поэтому

$$L = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1/v \to \max \qquad (8.10)$$

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 3y_3 + 2y_4 \le 1; \\ 3y_1 + 5y_2 + 2y_3 + y_4 \le 1; \\ 0y_1 + 4y_2 + 4y_3 + 0y_4 \le 1; \\ y_1 + 2y_2 + 5y_3 + 3y_4 \le 1; \\ 2y_1 + 3y_2 + 4y_3 + 6y_4 \le 1. \end{cases} \qquad (8.11)$$

Таким образом, решение игры m×n сводится к паре задач линейного программирования. Анализируя задачи (8.8), (8.9) и (8.10), (8.11), можно показать, что они всегда имеют решение! Действительно, в качестве допустимого решения (8.8), (8.9) всегда будет: $x_1 = 1/d$; $x_2=x_3=\ldots = x_n=0$; где d – самый маленький коэффициент среди a_{ij} . При этом оптимальное решение также всегда будет, т.к. линейная форма (8.8.) ограничена нулем (все слагаемые положительны). Этим доказывается основная теорема теории игр.

8.7. Биматричные игры

Во многих ситуациях не обязательно, чтобы один игрок выигрывал, а другой столько же проигрывал. Такие игры называются неантагонистическими (с ненулевой суммой). Для двух игроков выигрыши в таких играх приходится записывать не одной, а двумя платежными матрицами, поэтому они имеют название биматричные игры. Интересы игроков здесь не являются полностью противоположными, и их поведение может быть более разнообразным. Различают некооперативные биматричные игры и кооперативные, в зависимости от того, могут ли договариваться игроки, или соглашение невозможно по правилам игры.

Рассмотрим классическую модель некооперативной биматричной игры, известной как «Дилемма Заключенного». Два преступника ожидают приговора суда за совершение преступления. Адвокат конфиденциально предлагает каждому из преступников освободить его, если он сознается и даст показания против сообщника, которому грозит угодить в тюрьму на 10 лет. Если никто не сознается, то обоим угрожает получить 1 год за незначительное преступление. Если сознаются оба преступника, то с учетом чистосердечного признания они получат 5 лет.

Построим платежные матрицы игроков со стратегиями «сознаться А - A_1», «сознаться В - B_1», «не сознаваться А - A_2», «не сознаваться В - B_2». Первое число – выигрыш А, а второе - выигрыш В.

Здесь игроки договориться не могут, поэтому им необходимо руководствоваться принципом здравого пессимизма и выбрать максиминную стратегию.

	B₁	**B₂**
A₁	(5; 5)	(0; 10)
A₂	(10; 0)	(1; 1)

Если А выберет A_1, то в худшем случае он получит 5 лет, если A_2, то в худшем случае он получит 10 лет, поэтому А «из двух зол» выберет меньшее - A_1.

Игрок В если выберет B_1, то в худшем случае получит 5 лет, а если B_2, то 10 лет. Поэтому, чтобы не рисковать, он выберет B_1. Получили «седловую точку» (A_1, B_1).

Таким образом, обоим заключенным лучше вместе сознаться и получить по 5 лет. Здесь ни одному из игроков невыгодно отклоняться от своей оптимальной стратегии в одиночку. Приведенный подход к решению некооперативных биматричных игр подобен принципу «минимакса» для матричных игр и называется нахождением точки равновесия по Нэшу. Нэш показал, что любая биматричная игра имеет решение в чистых или смешанных стратегиях.

8.8.Кооперативные игры

Кооперативной игрой называют такую модель ситуации, когда выигрыши игроков не имеют нулевой суммы, и в которой игрокам разрешается обсуждать свои стратегии и договариваться о совместных действиях, т. е. образовывать коалиции. Основной задачей здесь является дележ общего выигрыша между членами коалиции.

В случае двух игроков выигрыш в игре – это пара выигрышей, представляющих общие выигрыши. Если игроки будут перебирать всевозможные стратегии (чистые и смешанные), то все пространство выигрышей в игре образует некоторое множество точек, ограниченных некоторой линией (см. рисунок). На рисунке можно указать точку с координатами выигрышей игроков, которые они могут гарантировать себе, не прибегая к договоренностям (T_1, T_2). Такая точка называется точкой угрозы.

На множестве выигрышей можно найти множество Парето-оптимальных решений. Парето-оптимальные точки, безусловно, лучше всех других точек множества выигрышей, так как они являются самыми правыми на горизонтали и самыми левыми на вертикали. Очевидно, что Парето-оптимальные точки – это северно-восточная граница множества выигрышей.

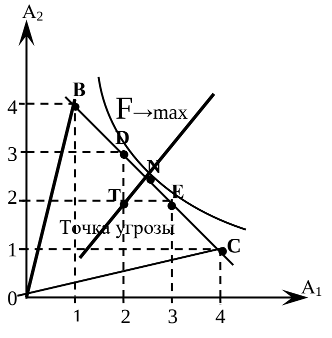
Точки Парето-оптимального множества, находящиеся одновременно выше и правее точки угрозы Т, образуют переговорное множество. Очевидно, что игрокам выгодно договариваться, если их выигрыш будет лучше, чем тот, который получается в точке Т. На переговорном множестве выделяется точка решения Нэша (равновесная точка), в которой достигается максимум произведения превышения выигрышей над величинами T_1, T_2: $F_{max} = Max\ (a_1 - T_1)(a_2 - T_2)$.

Рассмотрим пример кооперативной игры «Семейный спор».

Муж и жена каждый вечер решают проблему развлечения: пойти на Футбол или пойти на Балет. Муж любит Футбол и терпеть не может Балета. Жена любит Балет и не любит Футбол, но посещение этих зрелищ в одиночку не дает полного удовлетворения. Поэтому если они вместе, то получают удовольствие на 4 единицы на любимом зрелище и 1 единицу на нелюбимом, а если поодиночке, то 2 единицы на любимом и 0 на нелюбимом. Платежные матрицы имеют такой вид (левое число – выигрыш жены, правое – выигрыш мужа):

		Жена	
		Балет	Футбол
Муж	Балет	(4; 1)	(0; 0)
	Футбол	(2; 2)	(1; 4)

Множество возможных выигрышей – треугольник с вершинами, соответствующими чистым стратегиям. Ясно, что гарантированный выигрыш супругов – точка угрозы (2; 2). Множество Парето – точки на стороне ВС. Переговорное множество – точки на DE. Решение Нэша – точка N. Здесь супруги договариваются половину вечеров проводить вместе на Футболе, а половину – на Балете.



Эта точка получается как точка касания линий постоянного уровня величины $F = (a_1 - T_1)(a_2 - T_2)$ при F→max. Следовательно, решение такой игры дает супругам выигрыш (2,5; 2,5).

Перечень учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники

1. Гагарина, Л. Г. Разработка и эксплуатация автоматизированных информационных систем : учебное пособие / Л. Г. Гагарина. - Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. - 384 с. - (Среднее профессиональное образование). - ISBN URL: https://znanium.com/catalog/product/1214882 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Znanium.com, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-8199-0735-1. - Текст : электронный..
2. Гниденко, И. Г. Технология разработки программного обеспечения : учебное пособие для среднего профессионального образования / И. Г. Гниденко, Ф. Ф. Павлов, Д. Ю. Федоров. - Москва : Юрайт, 2022. - 235 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/492496 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-05047-9. - Текст : электронный.
3. Зализняк, В. Е. Введение в математическое моделирование : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Е. Зализняк, О. А. Золотов. - Москва : Юрайт, 2022. - 133 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/496259 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-13307-3. - Текст : электронный.
4. Кузнецова, С. В. Инструментальные средства разработки прикладных программных систем : учебное пособие / С. В. Кузнецова. - Москва : МАИ, 2021. - 103 с. - URL: https://e.lanbook.com/book/207455 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Лань, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-4316-0776-9. - Текст : электронный.
5. Нетёсова, О. Ю. Информационные технологии в экономике : учебное пособие для среднего профессионального образования / О. Ю. Нетёсова. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 178 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/491753 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-09107-6. - Текст : электронный.
6. Орещенков, И. С. Инструментальные средства разработки программного обеспечения. Система Fossil / И. С. Орещенков. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 284 с. - URL: https://e.lanbook.com/book/207560 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Лань, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-507-44104-4. - Текст : электронный.
7. Проектирование информационных систем : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Д. В. Чистов, П. П. Мельников, А. В. Золотарюк, Н. Б. Ничепорук ; под общей редакцией Д. В. Чистова. - Москва : Юрайт, 2022. - 258 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/491568 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-03173-7. - Текст : электронный.
8. Рейзлин, В. И. Математическое моделирование : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. И. Рейзлин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 126 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/497247 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-15286-9. - Текст : электронный.
9. Семенов, А. Г. Математическое и компьютерное моделирование : практикум / А. Г. Семенов, И. А. Печерских ; Кемеровский государственный университет. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. - 237 с. : ил., табл. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574121 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Университетская библиотека онлайн, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-8353-2427-9. - Текст : электронный.
10. Федорова, Г. Н. Разработка, внедрение и адаптация программного обеспечения отраслевой направленности : учебное пособие / Г. Н. Федорова. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. - 336 с. - (Среднее Профессиональное Образование). - URL: https://znanium.com/catalog/product/1138896 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Znanium.com, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-906818-41-6. - Текст : электронный.

Дополнительные источники

1. Алаева, Т. Ю. Инструментальные средства программирования. Компас-3D : учебно-методическое пособие / Т. Ю. Алаева. - пос. Караваево : КГСХА, 2020. - 62 с. - URL: https://ezpro.fa.ru:3178/book/171659 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Лань, для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный..

2. Григорьев, М. В. Проектирование информационных систем : учебное пособие для среднего профессионального образования / М. В. Григорьев, И. И. Григорьева. - Москва : Юрайт, 2021. - 318 с. - (Профессиональное образование). - URL: https://ezpro.fa.ru:3217/bcode/496197 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Юрайт, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-534-12105-6. - Текст : электронный.

3. Компьютерное моделирование : учебник / В. М. Градов, Г. В. Овечкин, П. В. Овечкин, И. В. Рудаков. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 264 с. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1062639 (дата обращения: 29.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Znanium.com, для зарегистрир. пользователей. - ISBN 978-5-906818-79-9. - Текст : электронный.

4. Математическое моделирование : учебное пособие / сост. Д. В. Арясова, М. А. Аханова, С. В. Овчинникова ; Тюменский индустриальный университет. - Тюмень : Тюменский индустриальный университет, 2018. - 283 с. : ил., табл. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=611357 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Университетская библиотека онлайн, для зарегистрир. пользователей. - Библиогр. в кн. - Текст : электронный.

5. Тарасов, И. Е. Инструментальные средства разработки программно-аппаратных комплексов : учебное пособие / И. Е. Тарасов. - Москва : РТУ МИРЭА, 2021. - 42 с. - URL: https://e.lanbook.com/book/182496 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Лань, для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный..

6. Уздин, В. М. Математическое моделирование: метод анализа размерности : учебно-методическое пособие / В. М. Уздин ; Университет ИТМО. - Санкт-Петербург : Университет ИТМО, 2019. - 30 с. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=564012 (дата обращения: 09.03.2022). - Режим доступа: ЭБС Университетская библиотека онлайн, для зарегистрир. пользователей. - Библиогр. в кн. - Текст : электронный.

Электронные издания (электронные ресурсы)

1. http://www.ed.gov.ru – Министерство образования Российской федерации.
2. http://www.edu.ru – Федеральный портал «Российское образование».
3. http://www.rambler.ru – Русская поисковая система.
4. http://www.yandex.ru – Русская поисковая система.
5. http://biblioteka.net.ru – Библиотека компьютерных учебников.
6. http://www.britannica.com – Библиотека Britannica.
7. http://ict.edu.ru/lib/ - Библиотека портала «ИКТ в образовании»
8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам http://window.edu.ru/
9. Министерство образования и науки РФ ФГАУ «ФИРО» http://www.firo.ru/
10. Портал «Всеобуч»- справочно-информационный образовательный сайт, единое окно доступа к образовательным ресурсам –http://www.edu-all.ru/
11. Экономико–правовая библиотека [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.vuzlib.net.
12. http://www.consultant.ru. - Справочно-правовая система «Консультант Плюс»
13. http://www.garant.ru - Справочно-правовая система «Гарант».
14. http://www.nalog.ru. - Официальный сайт Федеральной налоговой службы
15. http://znanium.com – Электронно-библиотечная система znanium.com
16. http://www.urait.ru – электронная библиотека издательства ЮРАЙТ