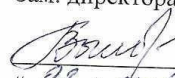


Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финуниверситет)


Сургутский финансово-экономический колледж  
(Сургутский филиал Финуниверситета)

УТВЕРЖДАЮ  
Зам. директора по УМР

 Е.В. Гримчак.  
« 02 » сентября 2019 г.

**Курс лекций**  
по дисциплине  
**Статистика**  
специальность 38.02.06 Финансы

Курс лекций составлен в соответствии с рабочей программой дисциплины «Статистика».

Курс лекций рассмотрен и рекомендован к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии общепрофессиональных дисциплин  
Протокол № 1 от «02» сентября 2019 г.  
Председатель  /Л. М. Галипова/

Разработчик: Калмыкова Э.М., преподаватель Сургутского филиала  
Финуниверситета

## СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Введение в статистику.....	4
Тема 2. Статистическое наблюдение.....	10
Тема 3. Сводка и группировка статистических данных. Ряды распределения.....	15
Тема 4. Способы наглядного представления статистических данных.....	26
Тема 5. Абсолютные и относительные величины в статистике.....	33
Тема 6. Средние величины и показатели вариации в статистике.....	36
Тема 7. Ряды динамики в статистике.....	44
Тема 8. Экономические индексы.....	52

## Тема 1. Введение в статистику

### 1.1 Происхождение термина «статистика» и его значение

В настоящее время термин «статистика» употребляется в различных значениях.

**Статистика** – это общественная наука, изучающая явления и процессы общественной жизни, она раскрывает законы возникновения и развития этих явлений и их взаимосвязи. Для того чтобы изучить статистическую науку, необходимо иметь представление о предмете её исследования и знать, какие научные принципы положены в основу этих явлений.

**Статистика** – это особо важная наука, т. е. отрасль знаний, изучающая с количественной стороны все явления из жизни общества.

В переводе с латинского слово «status» означает определённое положение вещей. Термин «статистика» впервые был употреблён немецким учёным Г. Ахенвалем в 1749 г., в его книге о государственном управлении.

**Статистика понимается в настоящее время в трёх значениях:**

1) **статистическая наука** – вся практическая деятельность человека по сбору, обработке, накоплению и анализу цифровых данных, которые характеризуют образование, экономику страны, её культуру и другие жизненно важные явления в жизни общества;

2) **статистика** – наука, которая занимается разработкой технических положений и методов, используемых статистической практикой.

Существует тесная связь между статистической наукой и статистической практикой. Статистическая практика применяет правила, которые разработала статистическая наука, но в то же время статистическая наука опирается на те материалы, которые были получены статистической практикой, обобщает её опыт и разрабатывает на основе всего этого свои новые положения;

3) представленные предприятием, организацией **статистические данные** в виде финансовой отчётности называют статистикой, а также могут быть использованы данные, которые публикуются в справочниках, в периодических изданиях, в сборниках, они и представляют собой результат статистической работы.

**Статистика** – это инструмент познания. **Особенности статистики:**

1) в количественном выражении сообщаются статистические данные;

2) статистическую науку интересуют выводы, сделанные в результате анализа собранных и обработанных числовых данных;

3) состояние изучаемого явления на определённой ступени его развития в конкретных условиях места и времени отражают статистические данные.

### 1.2 Предмет изучения статистики

Любая наука обладает специфическими особенностями, которые отличают её от других наук и дают ей право на самостоятельное существование. В предмете познания, в принципах и методах изучения науки, которые в совокупности образуют её методологию, заключается главная особенность каждой науки.

**Предметом** статистической науки являются:

1) массовые социально-экономические явления жизни;

2) количественная сторона этих явлений в конкретных условиях места и времени.

Посредством статистических показателей статистика изучает все явления и процессы, протекающие в жизни общества.

**Количественная оценка свойства изучаемого объекта** – это статистический показатель. В зависимости от функции статистические показатели можно разделить на: аналитические показатели, учётно–оценочные показатели.

Аналитические показатели применяются для того, чтобы проанализировать статистическую информацию и охарактеризовать особенность развития изучаемых явлений: скорость развития во времени, типичность признака, соотношение его отдельных частей, меру распределения в пространстве и т. д.

Относительные и средние величины, показатели вариации и динамики, тесноты связи и многие другие применяются в статистической науке в качестве аналитических показателей.

**Учётно–оценочные показатели** – это статистическая характеристика размера качественно определённых социально–экономических явлений в конкретных условиях места и времени.

Учётно–оценочные показатели могут отображать объёмы распространения их в пространстве или достигнутые на определённые моменты уровни развития.

В статистике признаки могут выражаться смысловыми понятиями и числовыми значениями.

**Атрибутивными** принято называть признаки, которые выражаются смысловыми понятиями, например, к атрибутивному признаку можно отнести пол человека – мужчина и женщина. Если атрибутивные признаки принимают одно из двух противоположных значений, их называют альтернативными.

**Количественными** принято называть признаки, которые выражены числовыми значениями, например, получаемая заработная плата, возраст, получаемый доход, стаж работы.

**Варьирующими** называют признаки, принимающие различные значения у отдельных единиц изучаемого явления. Значение варьирующего признака у отдельных единиц изучаемого явления называется **вариантом**.

В статистическом исследовании *признаки подразделяются* на:

- 1) основные – определяют основное (главное) содержание изучаемого объекта;
- 2) второстепенные – это признаки, которые непосредственно не связаны с основным их содержанием.

Изучая свой предмет, статистическая наука образует статистические совокупности.

Множество единиц, объединённых в соответствии с задачей исследования качественной единой основой, называют **статистической совокупностью**.

**Единицей совокупности** называют первичный элемент статистической совокупности. Единица совокупности является носителем признаков, подлежащих регистрации, и основой ведущегося при обследовании счёта.

**Статистический показатель** – та категория, которая отображает количественные характеристики соотношения признаков общественных явлений. Статистические показатели бывают:

- 1) объёмными (численность населения);
- 2) расчётными (средние величины);
- 3) плановыми;
- 4) отчётными;
- 5) прогностическими.

Статистические показатели нужно отличать от понятия «статистические данные», так как статистические данные – это конкретные численные значения статистических показателей. Статистические данные зависят от конкретных условий места и времени и определены как количественные и качественные.

Опираясь на основные положения экономической теории статистика, обогащает экономические науки фактами, которые она получает в результате статистического исследования.

### **1.3 Метод статистики**

В исторической обусловленности статистика изучает динамику социально-экономических явлений.

**Статистическая методология** – это разнообразные методы, применяемые для изучения своего предмета.

В настоящее время знание статистики необходимо каждому специалисту для того, чтобы принять решения в условиях стохастики, проанализировать элементы рыночной экономики.

Статистика опирается на диалектические категории случайного и необходимого, единичного и массового, индивидуального и общего, качественного и количественного.

Согласно диалектическому методу познания общественные явления и процессы, протекающие в общественной жизни страны, рассматриваются в развитии, взаимной связи и причинной обусловленности. Знание законов общественного развития даёт нам фундамент для правильности толкования явлений, подлежащих статистическому исследованию, а также помогает выбрать надлежащую методику их изучения и анализа.

#### ***Основные этапы экономико-статистического исследования:***

**1 этап:** с помощью массового научно-организованного наблюдения получают первичную информацию об отдельных фактах (единицах) изучаемого явления.

Собранная в ходе массового наблюдения информация представляет собой исходный материал для статистического обобщения, для получения объективных выводов об изучаемом явлении.

Для того чтобы освободиться от влияния случайных причин и установить характерные черты изучаемого объекта, нужно получить сведения о достаточно большом числе единиц.

**2 этап:** это группировка и сводка материалов, которые представляют собой расчленение всей массы единиц на однородные группы и подгруппы, и оформление полученных результатов в виде статистических таблиц. Для того чтобы выделить из состава всех случаев единицы разного состава, показать особенности явлений нужно использовать группировку.

После группировки нужно обобщить данные наблюдения, которые были получены в ходе статистического исследования.

**3 этап:** проводится анализ полученной при сводке статистической информации на основе применения обобщающих статистических показателей: абсолютных и относительных величин, средних величин, статистических коэффициентов и индексов.

Табличные и графические методы имеют широкое применение при изучении статистической информации.

### **1.4 Задачи статистики в современных условиях**

Рост производительных сил и научной деятельности в России вызвал развитие статистики и применение её в практической деятельности.

#### ***Основные задачи статистической науки:***

- 1) исследовать происходящие в обществе преобразования социально-экономических процессов;
- 2) выявить резервы эффективности общественного производства;
- 3) своевременно обеспечить органы законодательной власти надёжной информацией

### **1.5 История и особенности развития статистической науки**

Статистика имеет многовековую историю и своими корнями уходит в глубокую древность.

Необходимость в появлении статистической практики связана с образованием государств, т. е. для того, чтобы образовать государство, нужно было собрать сведения о наличии земель, численности проживающих на этой земле, об их имущественном положении и многие другие данные. Подобный учёт проводился несколько тысячелетий назад в таких государствах, как Китай, Древний Рим и Египет.

Сбор статистических данных начался с самой глубокой древности. А к более позднему периоду относятся обработка и анализ статистических данных, т. е. зарождение статистики как науки.

Основоположниками английской школы политических арифметиков были Д. Граунт (1620 – 1674 гг.), Э. Галлей (1656 – 1742 гг.) и В. Петти (1623 – 1687 гг.). В их трудах преобладали два направления: демографическое с уклоном к вопросам страхования жизни у Д. Граунта и Э. Галлея и статистико-экономическое у В. Петти.

Д. Граунт впервые открыл закономерности массовых общественных явлений и показал, как следует обрабатывать и анализировать множественный первичный материал. Он впервые попытался построить таблицу смертности для населения. Э. Галлей – знаменитый английский астроном выдвинул идею закона больших чисел и применил методы устранения случайных отклонений.

В. Петти посвятил статистике ряд научных работ. В них он стремился конкретно оценить то или иное явление, несмотря на явную нехватку числовых данных.

Политические арифметики стремились цифрами охарактеризовать состояние и развитие общества, вскрыть закономерности развития общественных явлений, проявляющиеся в массовом материале. Цели и задачи, которые ставили перед собой эти учёные, близки к современному пониманию сущности статистики.

В первой половине XIX в. возникло третье направление статистической науки – статистико-математическое. Особый вклад в развитие этого направления внёс статистик А. Кетле (1796 – 1874 гг.). Он называл статистику социальной физикой, т. е. наукой, изучающей законы общественной системы с помощью количественных методов. Он обосновал идею использования закономерностей, выявленных из массы случаев, в качестве важнейшего инструмента познания объективного мира.

Значительный вклад в развитие статистики внесли английские учёные Ф. Гальтон (1822 – 1911 гг.) и К. Пирсон (1857 – 1936 гг.). Ф. Гальтон серьёзно заинтересовался проблемой наследственности, к анализу которой он вскоре применил статистические методы.

Наиболее известным учёным XX в. в области статистики на Западе является Р. Фишер (1890 – 1962 гг.). Он работал в течение полувека. Многие его исследования оказали существенное воздействие на современную статистику.

На Руси в период X – XII вв. собиралась информация, тесно связанная с налогообложением.

В период Петровских реформ были затронуты практически все сферы общественной жизни страны. Они требовали большего числа точных статистических данных, касающихся: цен на хлеб; регистрации заводов и фабрик, вновь создающихся; объёмов внешней торговли; количества городов и регистрации численности городского населения.

В связи с быстрым развитием описательного направления в России происходило становление статистической науки. Самыми выдающимися представителями описательной школы следует назвать таких учёных, как И. К. Кириллов (1689 – 1737 гг.), М. В. Ломоносов (1711 – 1765 гг.), В. Н. Татищев (1686 – 1750 гг.), К. Ф. Герман (1767 – 1838 гг.).

Творческая работа И. К. Кириллова является одним из самых первых систематизированных экономико–географических описаний в России.

Большой вклад в развитие статистической науки внёс географ – историк В. Н. Татищев, он разработал детальную программу для того, чтобы можно было получить сведения, необходимые для составления географии России с самым полным её экономическим описанием.

Особый вклад в статистическую науку внёс М. В. Ломоносов. Написанная в 1755 г. книга «Слово похвальное императору Петру Великому» давала оценку Петровской ревизии. В своих трудах он рассматривал ряд вопросов, непосредственно касающихся населения, финансов, природных богатств и многого другого.

Особой заслугой М. В. Ломоносова считается усовершенствование программы обследования и подготовки данных, которые характеризовали бы географию, население, экономику страны в сельском хозяйстве, торговле, промышленности, транспорте и т. д. Первоначально эта программа была разработана В. Н. Татищевым для создания «Атласа Российского».

По программе в города и уезды были разосланы бланки обследования. Материалы обследования долгое время поступали в академию, и были обработаны уже только после смерти М. В. Ломоносова.

В начале XIX в. выходит ряд крупных работ по теории статистики. В книге «Всеобщая теория статистики, для обучающихся сей науке» К. Ф. Герман изложил основные положения, раскрывающие статистику как науку. В истории развития статистики большая роль принадлежит трудам К. И. Арсеньева (1789 – 1856 гг.), он считал, что статистика в состоянии дать адекватную характеристику жизни государства.

Д. П. Журавскому (1810 – 1856 гг.) принадлежит системное изложение основ теоретической базы статистики как науки, он раскрыл принцип единства количественного и качественного анализа.

Характерной особенностью представителей академической школы статистики было стремление заменить изучение государства изучением общества. Основоположниками этой школы были Э. Ю. Янсон (1835 – 1893 гг.), А. И. Чупров (1842 – 1908 гг.).



А. А. Чупров (1874 – 1926 гг.), Н. А. Каблуков (1849 – 1919 гг.) и А. А. Кауфман (1864 – 1919 гг.), представители академической статистики оказали большое положительное влияние на развитие статистической науки в России и на работу статистических органов. К началу XXв. Россия стала одним из признанных центров научной статистической мысли. Большое влияние на развитие математического направления в статистике России произвели работы русских математиков П. П. Чебышева (1821 – 1894 гг.), А. А. Маркова (1856 – 1922 гг.), А. М. Ляпунова (1857 – 1919 гг.).

Исторический опыт советской статистики как науки был обобщён в трудах В.И. Хотимского (1892 – 1937 гг.), В. С. Немчинова (1894 - 1964 гг.), В. Н. Старовского (1905 – 1975 гг.), А. Я. Боярского (1906 – 1985 гг.), Б. С. Ястремского (1877 – 1962 гг.), Л. В. Некраша (1886 – 1949 гг.) и других учёных. Значительный вклад в теорию индексного метода был внесён учёными С. М. Югенбергом, В. Е. Адамовым, Г. И. Баклановым, Л. С. Казинцом, И. Г. Венецким и др.

В настоящее время в Российской Федерации идёт работа по совершенствованию и переводу статистической методологии на принятую в международной практике систему учёта и статистики в соответствии с требованиями развития рыночной экономики.

### **1.6 Органы статистики в Российской Федерации**

В настоящее время центральным органом единой централизованной системы государственной статистики является Федеральная служба государственной статистики – это федеральный орган исполнительной власти.

Единую систему государственной статистики Российской Федерации при Росстате России составляют органы в республиках, автономных областях и округах, краях, городах и районах, а также подведомственные им организации и учреждения.

Мощными вычислительными ресурсами обладает Главный межрегиональный центр обработки и распространения статистической информации. Этот центр необходим для обработки поступающих из регионов статистических данных.

Статистическими стандартами Российской Федерации, установленными Росстатом России, являются формы и методы сбора и обработки статистических данных, методология расчёта статистических показателей.

**Основная деятельность Росстата** – это разработка федеральных статистических программ, финансируемых из госбюджета.

#### **Основные задачи Росстата:**

- 1) координация статистической деятельности в государстве;
- 2) разработка статистической методологии, которая будет соответствовать потребностям общества на определённом этапе и международным стандартам;
- 3) предоставление официальной статистической информации Президенту, Правительству, общественности, Федеральному Собранию Российской Федерации, федеральным органам исполнительной власти, международным и иным организациям.

В структуре Росстата России для решения задач по сбору, обработке и анализу статистических данных выделены следующие управления:

- статистического планирования и организации статистического наблюдения,
- статистики строительства и основных фондов,
- статистики окружающей среды и сельского хозяйства,
- статистики цен и финансов,
- статистики населения и ряд других по отраслям экономики и социальной сферы.

В соответствии с федеральными программами определённые виды статистических работ ведутся не только Росстатом России, но и иными органами государственного управления: Банком России, Министерством образования России, Министерством финансов России, Министерством труда России, Министерством Внутренних Дел и другими (общее количество министерств и ведомств составляет более 200).

## **Тема 2. Статистическое наблюдение**

### **2.1 Понятие о статистическом наблюдении**

Любое экономико-статистическое исследование начинается со статистического наблюдения.

**Статистическое наблюдение** – это предварительная стадия статистического исследования, которая представляет собой планомерный, научно организованный учёт (сбор) первичных статистических данных о массовых социально-экономических явлениях и процессах.

Не всякий сбор данных можно назвать статистическим наблюдением.

***Наблюдение будет статистическим, когда:***

1) оно сопровождается регистрацией изучаемых фактов в соответствующих учётных документах для дальнейшего их обобщения,

2) носит массовый характер. Это обеспечивает охват значительного числа случаев проявления того или иного процесса, необходимого и достаточного для того, чтобы получить данные, которые касаются не только отдельных единиц совокупности, но и всей совокупности в целом.

***Статистическое наблюдение должно отвечать ряду важнейших требований:***

а) проводиться непрерывно и систематически;

б) учёт массовых данных должен быть таким, чтобы не только обеспечивалась полнота данных, но и учитывалось их постоянное изменение;

в) данные должны быть максимально достоверны и точны;

г) исследуемые явления должны иметь не только научную, но и практическую ценность.

Сбор статистических данных может проводиться как органами государственной статистики, научно-исследовательскими институтами, другими государственными структурами, так и экономическими службами банков, бирж, предприятий, фирм. Только в этом случае исследователи получают достоверную и достаточно разнообразную статистическую информацию, позволяющую всесторонне изучать социально-экономические явления.

### **2.2 Этапы проведения статистического наблюдения**

***Статистическое наблюдение (сбор первичного статистического материала) состоит из трёх основных этапов:***

1) подготовка статистического наблюдения;

2) организация и производство наблюдения;

3) контроль полученных первичных данных.

***На первом этапе*** статистического наблюдения определяется цель, устанавливаются объект и единица наблюдения, разрабатываются инструментальный и программа наблюдения.

**Общей целью** статистического наблюдения является получение достоверной информации о тенденциях развития явлений и процессов для последующего принятия управленческих решений. Она должна быть конкретной и чёткой. Нечётко поставленная цель может привести к сбору не тех данных, которые необходимы для решения конкретной задачи.

Цель определяет объект статистического наблюдения.

**Объект наблюдения** есть некоторая исследуемая статистическая совокупность или физических лиц (население, работники), или юридических лиц (предприятия, фирмы, учебные заведения), или физических единиц (производственное оборудование, средства передвижения и транспортировки, жилые дома), т.е. исследуемая статистическая совокупность состоит из отдельных единиц.

**Единица наблюдения** – это первичный элемент объекта статистического наблюдения, который является носителем признаков, подлежащих регистрации.

Указание важнейших признаков позволяет установить границы исследуемой совокупности. Скажем, если необходимо провести исследование рентабельности полиграфических предприятий, то необходимо определить формы собственности этих предприятий, организационно-правовые основы, количество работников предприятия, объём реализации продукции, т.е. то, что отличает как государственные и негосударственные предприятия, так и малые и крупные предприятия. Только в этом случае мы получим достоверную статистическую информацию.

Единицу наблюдения следует отличать от отчётной единицы. **Отчётная единица** – такая единица, от которой поступают отчётные данные. Она может совпадать или не совпадать с единицей наблюдения.

Обоснование цели, выбор единиц наблюдения, отчётных единиц, отбор существенных признаков, период времени проведения статистического наблюдения, формы отчётности излагаются в программе статистического наблюдения.

Обычно **программой наблюдения** называют перечень вопросов, которые подлежат регистрации при проведении наблюдения. Чтобы программа наблюдения была научно обоснована и правильно составлена, к ней предъявляются следующие требования:

- 1) чёткая и конкретная формулировка главной цели наблюдения;
- 2) определение места и времени наблюдения, где определяются критический момент (дата или интервал времени, по состоянию на который проводится регистрация признаков) и срок (период заполнения статистического формуляра);
- 3) выделение ряда наиболее существенных признаков объекта наблюдения;
- 4) комплексное определение типа, основных черт и свойств изучаемого явления;
- 5) вопросы, сформулированные в программе, не должны носить двусмысленный характер;
- 6) соблюдение логического принципа последовательности вопросов;
- 7) включение в программу вопросов контрольного характера для проверки собираемых статистических данных;
- 8) сочетание закрытых и открытых вопросов программы.

Программа оформляется в виде документа, так называемого статистического формуляра, который обеспечивает единообразие получаемых сведений от каждой отчётной единицы. Формуляр имеет титульную часть (сведения о тех, кто проводит наблюдение) и адресную часть (адрес и подчинённость отчётной единицы). Программа

имеет приложение – инструкцию (инструментарий статистического наблюдения), которая определяет порядок проведения наблюдения и порядок заполнения формы отчётности.

*На втором этапе* решаются важнейшие организационные вопросы статистического наблюдения. Они заключаются в том, чтобы выбрать соответствующие целям и задачам конкретного статистического наблюдения организационные формы наблюдения, виды наблюдения и способы получения статистической информации.

*На третьем этапе* собранный статистический материал должен пройти контроль. Как показывает практика, даже при чётко организованном статистическом наблюдении встречаются погрешности и ошибки, которые требуют исправления. Поэтому целью этого этапа является как счётный, так и логический контроль полученных первичных данных. Расхождение между расчётным и действительным значениями исследуемой величины в статистике называют ошибкой наблюдения. В зависимости от причин возникновения различают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации могут быть случайными и систематическими.

*Случайные ошибки* не имеют определённой направленности и возникают под действием случайных факторов (перестановка цифр, смещение строк и граф при заполнении статистического формуляра). При обобщении массового материала эти ошибки взаимопогашаются.

*Систематические ошибки* регистрации имеют определённую направленность, могут либо завышать, либо занижать конкретное значение показателя, что в итоге приводит к искажению действительного положения.

Примерами систематической статистической ошибки при регистрации служат округление возраста населения на цифрах, заканчивающихся на 5 и 0, преуменьшение доходов в документации для налоговых органов, элементы недостоверности, которые вносят предприятия в те характеристики, от которых зависит расчёт с кредиторами, и т.д.

Для выявления ошибок используется счётный контроль, особенно для проверки итоговых сумм. Помимо счётного используется и логический контроль, который может поставить под сомнение правильность полученных данных, поскольку основан на логической взаимосвязи между признаками.

Например, при переписи населения полученный факт, что пятилетний ребенок имеет среднее образование, ставится под сомнение и в этом случае ясно, что при заполнении формуляра допущена ошибка.

Если ошибки регистрации свойственны любому наблюдению (сплошному и несплошному), то *ошибки репрезентативности* – только несплошному наблюдению. Они характеризуют расхождения между значениями показателя, полученного в обследуемой совокупности, и его значением по исходной (генеральной) совокупности.

Ошибки репрезентативности также могут быть случайными и систематическими. *Случайные ошибки* возникают, если отобранная совокупность не полностью воспроизводит все признаки генеральной совокупности и величину этих ошибок можно оценить. *Систематические ошибки* репрезентативности могут возникать, если нарушен сам принцип отбора единиц из исходной совокупности. В этом случае проводятся проверка полноты собранных данных, арифметический контроль точности информации на предмет её достоверности, проверка логической взаимосвязи показателей.

Контрольной проверкой собранных данных завершается статистическое наблюдение.

### 2.3 Формы статистического наблюдения

В отечественной статистике используются три организационные формы (типы) статистического наблюдения.

Основной формой статистического наблюдения является отчётность. Если первичный учёт (первичный учётный документ) регистрирует различные факты, то отчётность является обобщением первичного учёта.

**Отчётность** – официальный документ, который скрепляется подписями лиц, ответственных за предоставление и достоверность собранных сведений, и утверждается органами государственной статистики.

Кроме годовой может иметь место ежедневная, недельная, двухнедельная, месячная и квартальная отчётность. Отчётность может быть представлена по почте, телеграфу, телетайпу, факсу.

К **специально организованному статистическому наблюдению** можно отнести перепись. На практике проводится перепись населения, материальных ресурсов, зелёных насаждений, незавершенных строительных объектов, оборудования и т.д.

**Перепись** – это специально проводимые широкомасштабные работы по сбору необходимой статистической информации об изучаемых объектах в границах отрасли, региона или страны в целом, повторяющиеся через равные промежутки времени, задачей которого является не только определение численности и состава исследуемой совокупности, но и анализ количественных изменений в период между двумя обследованиями.

Из всех переписей наиболее известны переписи населения. Цель последних состоит в установлении численности и размещения населения по территории страны, в получении характеристики состава населения по полу, возрасту, занятиям и другим показателям.

В период подготовки всеобщей переписи для уточнения и апробации программно-методических и организационных вопросов наблюдения проводят пробную перепись.

Пробная перепись населения является неотъемлемым этапом подготовки всеобщей переписи населения.

Примером также могут служить переписи крупного рогатого скота, которые проводятся в конце календарного года и позволяют получить информацию о численности и структуре поголовья крупного рогатого скота у сельхозпроизводителей.

Органами статистики также проводятся переписи многолетних насаждений, жилого фонда, незавершенного строительства и пр.

Кроме переписей, к специально организованному наблюдению также относятся и другие единовременные работы по сбору необходимой статистической информации, в частности, в рамках социологических или маркетинговых исследований.

Формой непрерывного статистического наблюдения является **регистровое наблюдение (регистр)**, объектами которого являются долговременные процессы, имеющие фиксированное начало, стадию развития и фиксированное время завершения.

Регистр основан на системе отслеживания состояния переменных и постоянных показателей. В статистической практике различают регистры населения и регистры предприятий.

В настоящее время в России существует Единый государственный регистр предприятий всех форм собственности (ЕГРПО), информационный фонд, которого содержит: регистровый код, сведения о территориальной и отраслевой принадлежности,

форме подчинённости, виде собственности, справочные сведения и экономические показатели (среднесписочная численность работников; средства, направляемые на потребление; остаточная стоимость основных средств; балансовая прибыль или убыток; уставный фонд). При закрытии предприятия в десятидневный срок ликвидационная комиссия информирует об этом службу ведения регистра.

#### **2.4 Способы статистического наблюдения**

Статистическая информация может быть получена различными способами, важнейшими из которых являются непосредственное наблюдение, документальный учёт фактов и опрос.

**Непосредственным** называют такое наблюдение, при котором сами регистраторы путём непосредственного замера, взвешивания или подсчёта устанавливают значение признака и на этом основании производят запись в формуляре наблюдения. Этим способом проводится инвентаризация основных средств на предприятиях.

**Документальное наблюдение** предполагает запись ответов на вопросы формуляра на основании соответствующих документов. Примером такого наблюдения является сбор данных об успеваемости студентов на основе зачётно-экзаменационных ведомостей, заполнение форм статистической отчётности на основании данных бухгалтерского учёта и т.п.

**Опрос** – это наблюдение, при котором ответы на вопросы формуляра записываются со слов опрашиваемого (респондента). Этим способом проводятся переписи населения, опросы общественного мнения.

Его разновидности: устный (экспедиционный), анкетный, корреспондентский, явочный опрос и саморегистрация.

*Устный опрос* может быть как прямым (непосредственное общение счётчика с респондентом), так опосредованным (например, по телефону).

При *анкетном способе* определённое число респондентов получают специальные вопросники либо лично, либо через средства печати. Данный вид опроса применяется в исследованиях, где нужны ориентировочные результаты, не претендующие на высокую точность (изучение общественного мнения).

*Явочный способ* используется в сплошном наблюдении, когда необходимо личное присутствие (регистрация браков, разводов, рождений и т.д.).

При *корреспондентском способе* сведения сообщаются штатом добровольных корреспондентов, в силу чего полученный материал не всегда носит качественный характер.

При способе *саморегистрации* формуляры заполняются самими респондентами, а счётчики консультируют и собирают формуляры. В статистической практике различные виды статистических наблюдений могут сочетаться, дополняя друг друга.

#### **2.5 Виды статистического наблюдения**

Статистическое наблюдение можно разбить по следующим признакам:

- по времени регистрации фактов;
- охвату единиц совокупности.

***По времени регистрации фактов наблюдение бывает непрерывным (текущим), периодическим и единовременным.***

**Непрерывное (текущее) статистическое наблюдение** – это систематическая регистрация фактов или явлений по мере их поступления с целью изучения их динамики.

Например, регистрации актов гражданского состояния (рождения, браки, смерти), регистрация страховыми компаниями всех несчастных случаев и других неблагоприятных событий по мере их возникновения.

**Видами прерывного** наблюдения являются единовременное и периодическое.

*Единовременное наблюдение*— разовое сплошное наблюдение для сбора количественных характеристик явления или процесса в момент его исследования.

*Периодическое наблюдение* проводится через определённые промежутки времени по схожим программе и инструментарию. Например, периодическое исследование пассажиропотоков в общественном транспорте, периодическая регистрация цен производителей по отдельным товарам (один раз в месяц или в квартал).

**По охвату единиц совокупности статистическое наблюдение бывает сплошным и несплошным.**

**Сплошное наблюдение** охватывает все единицы исследуемой совокупности (например, общая перепись населения).

В свою очередь, **несплошное наблюдение** охватывает только часть исследуемой совокупности.

В зависимости от того, как выбрана эта часть, несплошное наблюдение можно подразделить на:

- *выборочное* (основано на принципе случайного отбора);
- *метод основного массива* (исследуются самые существенные или наиболее крупные единицы изучаемой совокупности).;
- *монографическое наблюдение* (подробное исследование отдельных единиц изучаемой совокупности с целью выявления намечающихся тенденций).

### **Тема 3. Сводка и группировка статистических данных. Ряды распределения**

#### **3.1 Задачи и виды статистической сводки**

На основе информации, собранной в ходе статистического наблюдения нельзя, как правило, выявить и охарактеризовать закономерности социально-экономических явлений. Это связано с тем, что наблюдение даёт сведения по каждой единице исследуемого объекта. Полученные данные не являются обобщающими показателями. С их помощью нельзя сделать выводы в целом об объекте без предварительной обработки данных.

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих показателей, что достигается путём сводки и группировки первичного статистического материала.

**Сводка** – это научная обработка первичных данных с целью получения обобщённых характеристик изучаемого социально-экономического явления по ряду существенных для него признаков с целью выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

**Сводка может быть различной в зависимости от ряда характеризующих её признаков.**

**По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.**

*Простая сводка* – это операция по подсчёту общих итогов по совокупности единиц наблюдения и оформление этого материала в статистических таблицах.

*Сложная сводка* – это комплекс последовательных операций, включающих группировку полученных при наблюдении материалов, составление системы показателей для характеристики типичных групп и подгрупп изучаемой совокупности явлений, подсчёт числа единиц и итогов по каждой группе и подгруппе, и по всему объекту и представление результатов в виде статистических таблиц.

**Проведению сводки предшествует разработка её программы, которая включает следующие этапы:**

- 1) выбор группировочного признака;
- 2) определение порядка формирования групп;
- 3) разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- 4) разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

***По форме обработки материала сводка бывает:***

- централизованная, когда весь первичный материал поступает в одну организацию, подвергается в ней обработке от начала до конца;
- децентрализованная, когда отчёты предприятий сводятся статистическими органами субъектов РФ, а полученные итоги поступают в Госкомстат РФ и там определяются итоговые показатели в целом по народному хозяйству страны.

***По технике исполнения сводка может быть компьютерной и ручной.***

*Компьютерная сводка* – это способ выполнения сводки статистических данных, при котором все операции осуществляются с помощью использования компьютеров и программных продуктов, позволяющих обработать любые объёмы информации в различной степени детализации.

При *ручной сводке* все основные операции (подсчёт групповых и общих итогов) осуществляются вручную.

Для проведения сводки составляется план, в котором излагаются организационные вопросы: кем и когда будут осуществляться все операции, порядок её проведения, состав сведений, подлежащих опубликованию в периодической печати.

### **3.2 Виды статистических группировок**

**Группировкой** называется разбиение общей совокупности единиц объекта наблюдения по одному или нескольким существенным признакам на однородные группы, различающиеся между собой в количественном и качественном отношении и позволяющие выделить социально-экономические типы, изучить структуру совокупности и проанализировать связи между отдельными признаками.

Группировки являются важнейшим статистическим методом обобщения статистических данных, основой для правильного исчисления статистических показателей.

*С помощью метода группировок решаются следующие задачи:*

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
- выявление взаимосвязи и взаимозависимости между явлениями.

В соответствии с познавательными задачами, решаемыми в ходе построения статистических группировок, различают следующие их виды: типологические, структурные, аналитические.



**Типологическая группировка** – это разбиение разнородной совокупности единиц наблюдения на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе социально-экономических типов явлений. При построении группировки этого вида основное внимание должно быть уделено идентификации типов и выбору группировочного признака. Решение вопроса об основании группировки должно осуществляться на основе анализа сущности изучаемого социально-экономического явления.

Примером типологической группировки по атрибутивному признаку является группировка предприятий и организаций по формам собственности (табл. 3.1).

Данные табл. 3.1 показывают, что наибольший удельный вес принадлежит предприятиям и организациям с частной формой собственности, а наименьший – прочим формам собственности.

**Структурная группировка** предназначена для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку, а также структуры и структурных сдвигов, происходящих в нем.

Примером структурной группировки по количественному признаку является группировка населения по возрастным группам (Таблица 3.1).

Таблица 3.1

### Группировка организаций по формам собственности

Группы предприятий по формам собственности	Число предприятий	
	всего, тыс.	% к итогу
Государственная	1645	3,1
Муниципальная	4994	9,4
Частная	41713	78,9
Собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	3339	6,3
Прочие формы собственности, включая смешанную российскую, иностранную, совместную российскую и иностранную	1203	2,3
Всего	52894	100,0

Таблица 3.2

### Группировка постоянного населения по возрастным группам

Возрастные группы населения	Тысяч человек		В % к итогу	
	2014 г.	2014 г.1	2014 г.	2014 г.
Всё население	2589,9	2610,2	100,0	100,0
в том числе в возрасте, лет				
0 – 4	135,9	140,7	5,2	5,4
5 – 9	118,3	123,1	4,6	4,7
10 – 19	271,1	275,0	10,5	10,5
20 – 29	435,1	430,7	16,8	16,5

30 – 39	371,5	375,1	14,3	14,4
40 – 49	367,5	357,3	14,2	13,7
50 – 59	380,0	386,8	14,7	14,8
60 – 69	225,2	230,9	8,7	8,8
70 лет и старше	285,3	289,9	11,0	11,1
Из общей численности населения в возрасте:				
моложе трудоспособного	396,1	406,2	15,3	15,5
трудоспособном	1580,8	1578,5	61,0	60,5
старше трудоспособного	613,0	625,4	23,7	23,9

**Аналитическая группировка** выявляет взаимосвязи между изучаемыми явлениями и признаками, их характеризующими.

В статистике при изучении связей социально-экономических явлений признаки делится на факторные и результативные.

*Факторными* называются признаки, под воздействием которых изменяются другие *результативные* признаки. Взаимосвязь проявляется в том, что с возрастанием или убыванием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение признака результативного и наоборот.

*Особенностями построения аналитической группировки являются:*

- 1) единицы статистической совокупности группируются по факторному признаку;
- 2) каждая выделенная группа характеризуется средними величинами результативного признака.

Пример аналитической группировки представлен в табл. 3.3.

Таблица 3.3

**Группировка зависимости суммы выданного кредита коммерческими банками от размера процентной ставки (цифры условные)**

№ группы	Размер процентной ставки	Число банков	Сумма выданного кредита, млн. руб.	
			всего	в среднем на один банк
1	11 – 14	4	103,5	25,88
2	14 – 17	7	134,8	19,26
3	17 – 20	10	127,3	12,73
4	20 – 23	6	42,8	7,13
5	23 – 26	3	6,8	2,27
	Итого	30	415,2	13,84

Данные табл. 3.3. позволяют выявить зависимость между размером процентной ставки и суммы выданного кредита. Чем выше ставка, тем меньше сумма кредита, приходящаяся в среднем на один банк и чем меньше ставка, тем выше размер кредита.

***По способу построения группировки бывают простые и комбинационные.***

*Простая* – группировка, в которой группы образованы только по одному признаку. Среди простых особо выделяют ряды распределения.

*Комбинационная* – группировка, в которой разбиение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятым в сочетании (комбинации).

Сначала группы формируются по одному признаку, затем группы делятся на подгруппы по другому признаку, а эти в свою очередь делятся по третьему и так далее. Таким образом, комбинационные группировки дают возможность изучить единицы совокупности одновременно по нескольким взаимосвязанным признакам.

При построении комбинационной группировки возникает вопрос о последовательности разбиения единиц объекта по признакам. Как правило, рекомендуется сначала производить группировку по атрибутивным признакам, значения которых имеют ярко выраженные качественные различия.

*По упорядоченности исходных данных* группировки бывают первичные и вторичные.

Процесс образования новых групп на основе группировки, произведённой по первичным данным, называется *вторичной группировкой*.

Необходимость во вторичной группировке возникает в случаях:

1) когда в результате первоначальной группировки нечётко проявился характер распределения изучаемой совокупности (в этом случае производят укрупнение или уменьшение интервалов);

2) когда требуется сопоставить между собой данные, имеющие различное число выделенных групп или неодинаковые границы интервалов.

### 3.3 Принципы построения статистических группировок

Построение статистических группировок осуществляется по следующим этапам:

1. Определение группировочного признака.
2. Определение числа групп.
3. Расчёт ширины интервала группировки.
4. Определение признаков, которые в комбинации друг с другом будут характеризовать каждую выделенную группу.

Построение группировки начинается с определения группировочного признака.

**Группировочным признаком** называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования. В качестве основания группировки необходимо использовать существенные, теоретически обоснованные признаки.

В основание группировки могут быть положены как количественные, так и качественные признаки. **Количественные признаки** – это признаки, которые имеют числовое выражение (объём выпускаемой продукции, возраст человека, доход сотрудника фирмы и т. д.). **Качественные признаки** отражают состояние единицы совокупности (пол, отраслевая принадлежность предприятия, форма собственности фирмы и т.д.).

После того, как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые необходимо разбить исследуемую совокупность единиц наблюдения.

Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, объёма изучаемой совокупности и степени вариации признака. Вид показателя особенно существенен при анализе качественных признаков. Так, например, группировка сотрудников фирмы по полу учитывает только две градации: «мужской» и «женский».

В случае группировки единиц наблюдения по количественному признаку особое внимание необходимо обратить на число единиц исследуемого объекта, объём совокупности и степень колеблемости группировочного признака.

При небольшом объёме совокупности ( $n < 50$ ) не следует образовывать большого количества групп, так как группы будут включать недостаточное число единиц объекта.

Показатели, рассчитанные для таких групп, не будут представительными и не позволят получить адекватную характеристику исследуемого явления.

Часто группировка по количественному признаку имеет задачу отразить распределение единиц совокупности по этому признаку. В этом случае количество групп зависит, в первую очередь, от степени колеблемости группировочного признака: чем больше его колеблемость, тем больше можно образовать групп. Поэтому при определении числа групп необходимо принять во внимание размах вариации признака ( $R$ ), который позволяет оценить вариацию признака между крайними значениями признака – максимальным ( $X_{\max}$ ) и минимальным ( $X_{\min}$ ) и определяется по следующей формуле:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Чем больше размах вариации признака, положенного в основание группировки, тем, как правило, может быть образовано большее число групп. При этом может возникнуть проблема получения пустых групп, т.е. групп, не содержащих ни одной единицы наблюдения.

Построение большого числа групп позволит, с одной стороны, точнее воспроизвести характер исследуемого объекта. Однако, с другой стороны, слишком большое число групп затрудняет выявление закономерностей при исследовании социально-экономических явлений и процессов. Поэтому в каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объекта и показателей, его характеризующих, а также цели исследования.

Определение числа групп можно осуществить несколькими способами. Формально-математический способ предполагает использование формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \times \lg N,$$

$n$  – число групп;

$N$  – число единиц совокупности.

Согласно этой формуле выбор числа групп зависит только от объёма изучаемой совокупности. Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

**Интервал** – это значения варьирующего признака, лежащие в определённых границах. Каждый интервал имеет верхнюю и нижнюю границы или одну из них.

**Нижней границей** интервала называется наименьшее значение признака в интервале.

**Верхней границей** интервала называется наибольшее значение признака в интервале.

**Величина интервала** - разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки бывают равные и неравные, открытые и закрытые.

**В зависимости от величины интервалы группировки бывают:** равные и неравные. В свою очередь, *неравные интервалы* подразделяются на прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие, произвольные и специализированные.

*Равные интервалы* применяются в случае, если изменение количественного признака внутри изучаемой совокупности единиц наблюдения происходит равномерно и его вариация проявляется в сравнительно узких границах.

Ширина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{max} - x_{min}}{n}$$

где:  $x_{max}, x_{min}$  – максимальное и минимальное значения признака в совокупности;  
n - число групп.

Если максимальные или минимальные значения сильно отличаются от смежных с ними значений вариантов в упорядоченном ряду значений группировочного признака, то для определения величины интервала следует использовать не максимальное или минимальное значения, а значения, несколько превышающие минимум, и несколько меньше, чем максимум.

Полученную по формуле величину округляют, и она будет являться шириной интервала.

Существуют следующие **правила определения ширины интервала**.

Если величина интервала, рассчитанная по формуле представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой (например: 0,67; 1,487; 3,82), то в этом случае полученные значения целесообразно округлить до десятых и их использовать в качестве ширины интервала.

Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько после запятой (например 14,876), то это значение необходимо округлить до целого числа (до 15).

В случае, когда рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и так далее число, то эту величину следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50. Например, 652 следует округлить до 650 или до 700.

Если размах вариации признака в совокупности велик и значения признака варьируют неравномерно, то надо использовать группировку с неравными интервалами. Неравные интервалы могут быть получены в процессе объединения пустых, не содержащих ни одной единицы совокупности, равных интервалов. Это происходит в том случае, если после построения равных интервалов по изучаемому признаку образуются группы, содержащие мало или не содержащие вообще ни одной единицы, т.е. группы, не отражающие определённых типов изучаемого явления по признаку. В этом случае возникает необходимость в увеличении интервалов группировки.

Также неравные интервалы могут быть прогрессивно-возрастающие или прогрессивно-убывающие в арифметической или геометрической прогрессии. Величина интервалов, изменяющихся в арифметической и геометрической прогрессии, определяется следующим образом:

$$h_{i+1} = h_i + a$$

а в геометрической прогрессии:

$$h_{i+1} = h_i + q$$

где: а – константа: для прогрессивно-возрастающих интервалов имеет знак «+», а при прогрессивно-убывающих – знак «-».

$q$  – константа: для прогрессивно-возрастающих – больше «1»; для прогрессивно-убывающих – меньше «1».

Применение неравных интервалов обусловлено тем, что в первых группах небольшая разница в показателях имеет большое значение, а в последних группах эта разница не существенна.

Например, при построении группировки строительных компаний города, по показателю численности работающих, который варьирует от 500 человек до 3500 человек, нецелесообразно рассматривать равные интервалы, т. к. учитываются как малые, так и крупнейшие строительные фирмы города. Поэтому следует образовывать неравные интервалы: 500 – 1000, 1000 – 2000, 2000 – 3500, т. е. величина каждого последующего интервала больше предыдущего на 500 человек и увеличивается в арифметической прогрессии.

Выбор исследователя в построении равных или неравных интервалов зависит от степени заполнения каждой выделенной группы, т.е. от числа единиц в них. Если величина интервала существенна и содержит большое число единиц совокупности, то эти интервалы необходимо дробить, а в противном случае – объединять.

***Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.***

*Закрытыми* называются интервалы, у которых имеются обе границы: верхняя и нижняя границы.

*Открытые* – это интервалы, у которых указана только одна граница: как правило, верхняя – у первого интервала и нижняя – у последнего. Например, группы страховых компаний по числу работающих в них сотрудников (чел.): до 50, 50 – 100, 100 – 150, 150 и более.

Применение открытых интервалов целесообразно в тех случаях, когда в совокупности встречается незначительное число единиц наблюдения с очень малыми или очень большими значениями вариантов, которые резко, в несколько раз, отличаются от всех остальных значений изучаемого признака.

При группировке единиц совокупности по количественному признаку границы интервалов могут быть обозначены по-разному, в зависимости от того, непрерывный или дискретный признак положен в основание группировки.

Если основанием группировки служит непрерывный признак (например, группы строительных фирм по объёму строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами (тыс. руб.): 1200 – 1400, 1400 – 1600, 1600 – 1800, 1800 – 2000), то одно и то же значение признака выступает и верхней и нижней границами двух смежных интервалов. В данном случае объём работ 1400 тыс. руб. составляет верхнюю границу первого интервала и нижнюю границу второго, 1600 тыс. руб. – соответственно второго и третьего и т.д., т.е. верхняя граница  $i$  – го интервала равна нижней границе  $(i+1)$  – го интервала.

При таком обозначении границ может возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы наблюдения, значения признака у которых совпадают с границами интервалов.

Например, во вторую или третью группу должна войти строительная фирма с объёмом строительно-монтажных работ 1600 тыс. рублей? Если верхняя граница формируется по принципу «исключительно», то фирма должна быть отнесена к третьей группе, в противном случае – ко второй.

Для того, чтобы правильно отнести к той или иной группе единицу совокупности, значение признака которой совпадает с границами интервалов, можно ориентироваться на открытые интервалы (по нашему примеру группы строительных фирм по объёму строительно-монтажных работ преобразуются в следующие: до 1400, 1400 – 1600, 1600 – 1800, 1800 и более). В данном случае, вопрос отнесения отдельных единиц совокупности, значения которых являются граничными, к той или иной группе решается на основе анализа последнего открытого интервала.

Возможны два случая обозначения последнего открытого интервала: 1) 1800 тыс. руб. и более; 2) более 1800 тыс. руб. В первом случае, строительные фирмы с объёмом строительно-монтажных работ 1600 тыс. руб. попадут в третью группу; во втором случае – во вторую группу.

Если в основании группировки лежит дискретный признак, то нижняя граница  $i$ -го интервала равна верхней границе  $i-1$ -го интервала, увеличенной на 1.

Например, группы строительных фирм по числу занятого персонала (чел.) будут иметь вид: 100 – 150, 151 – 200, 201 – 300.

При определении границ интервалов статистических группировок иногда исходят из того, что изменение количественного признака приводит к появлению нового качества.

В этом случае граница интервала устанавливается там, где происходит переход от одного качества к другому.

Строя такую группировку, следует дифференцированно устанавливать границы интервалов для разных отраслей народного хозяйства. Это достигается путём использования группировок со специализированными интервалами. **Специализированные интервалы** – это такие интервалы, которые применяются для выделения из совокупности одних и тех же типов по одному и тому же признаку для явлений, находящихся в различных условиях.

При изучении социально-экономических явлений на макроуровне часто применяют группировки, интервалы которых не будут ни прогрессивно-возрастающими, ни прогрессивно-убывающими. Такие интервалы называются произвольными и, как правило, используются при группировке предприятий, например, по уровню рентабельности.

### 3.4 Ряды распределения

**Ряды распределения** представляют собой простейшую группировку, в которой каждая выделенная группа характеризуется только частотой.

В зависимости от признака, положенного в основу образования ряда распределения, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

*Атрибутивными* называют ряды распределения, построенные по качественным признакам, то есть признакам, характеризующим состояние изучаемого явления и не имеющим числового выражения.

Атрибутивные ряды распределения характеризуют состав совокупности по тем или иным существенным признакам. Взятые за несколько периодов, эти данные позволяют исследовать изменение структуры.

*Вариационными рядами* называют ряды распределения, построенные по количественному признаку, т.е. признаку, имеющему числовое выражение у отдельных единиц совокупности.

**Вариационный ряд состоит из двух элементов:** вариантов и частот. *Вариантами* называются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду, то есть конкретное значение варьирующего признака. *Частотами* называются численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда. Частоты показывают, как часто встречаются те или иные значения признака в изучаемой совокупности.

Сумма всех частот определяет численность всей совокупности, её объём. *Частотями* называются частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу. Соответственно сумма частостей равна 1 или 100%.

В зависимости от характера вариации признака различают дискретные и интервальные вариационные ряды.

**Дискретный вариационный ряд** – это ряд распределения в котором группы составлены по признаку, изменяющемуся прерывно, т.е. через определенное число единиц и характеризуют распределение единиц совокупности по дискретному признаку, принимающему только целые значения. Например, группы студентов по баллу в сессию по предмету: 5,4,3,2.

**Интервальный вариационный ряд распределения** – это ряд распределения, в котором группировочный признак, составляющий основание группировки, может принимать в интервале любые значения, отличающиеся друг от друга на сколь угодно малую величину.

Построение интервальных вариационных рядов целесообразно, прежде всего, при непрерывной вариации признака, а также если дискретная вариация признака проявляется в широких пределах, то есть число вариантов дискретного признака достаточно велико.

Правила построения рядов распределения аналогичны правилам построения группировки.

### 3.5 Графическое изображение рядов распределения

Анализ рядов распределения наглядно можно проводить на основе их графического изображения. Для этой цели строят полигон, гистограмму, огиву и кумуляту распределения.

**Полигон** используется при изображении дискретных вариационных рядов. Для его построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс в одинаковом масштабе откладываются ранжированные значения варьирующего признака, а по оси ординат наносится шкала для выражения величины частот. Полученные на пересечении оси абсцисс (x) и оси ординат (y) точки соединяются прямыми линиями, в результате чего получают ломаную линию, называемую полигоном частот. Иногда для замыкания полигона предлагается крайние точки (слева и справа на ломаной линии) соединить с точками на оси абсцисс, в результате чего получается многоугольник.

Например, изобразим графически распределение жилого фонда по типу квартир, представленных в табл. 3.4.

Таблица 3.4

**Распределение жилого фонда городского района по типу квартир  
(цифры условные)**

№ п/п	Группы квартир по числу комнат	Число квартир, тыс. ед.
1	1	10
2	2	35



3	3	30
4	4	15
5	5	5
	Всего:	95

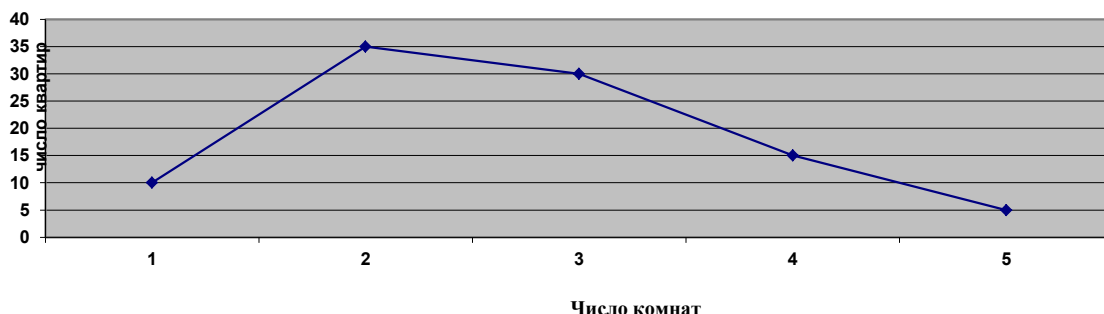


Рис.3.1 Полигон распределения жилого фонда

**Гистограмма** применяется для изображения интервального вариационного ряда.

При построении гистограммы на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенным на соответствующих интервалах.

Высота столбиков должна быть пропорциональна частотам. В результате получается график, на котором ряд распределения изображен в виде смежных друг с другом столбиков.

Гистограмма может быть преобразована в полигон распределения, если середины верхних сторон прямоугольников соединить прямыми линиями.

При построении гистограммы распределения вариационного ряда с неравными интервалами по оси ординат наносят не частоты, а плотность распределения признака в соответствующих интервалах. Это необходимо сделать для устранения влияния величины интервала на распределение интервала и получения возможности сравнивать частоты.

**Плотность распределения** – это частота, рассчитанная на единицу ширины интервала, то есть, сколько единиц в каждой группе приходится на единицу величины интервала.

Изобразим графически интервальный ряд распределения, приведенный в табл. 3.5.

Таблица 3.5

**Распределение семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека (цифры условные)**

№ п/п	Группы семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека, м <sup>3</sup>	Число семей с данным размером жилой площади	Накопленное число семей
1	3 – 5	10	10
2	5 – 7	20	30
3	7 – 9	40	70
4	9 – 11	30	100
5	11 – 13	15	115

	Всего:	115	
--	--------	-----	--

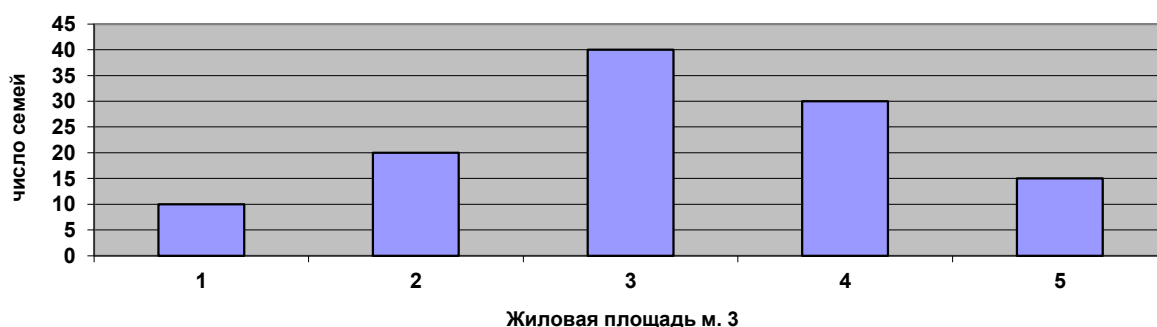


Рис. 3.2 Гистограмма распределения семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека

Для графического изображения вариационных рядов может использоваться кумулятивная кривая. При помощи **кумуляты** изображается ряд накопленных частот. Накопленные частоты определяются путем последовательного суммирования частот по группам. Накопленные частоты показывают, сколько единиц совокупности имеют значения признака не больше, чем рассматриваемое значение.

При построении кумуляты интервального вариационного ряда по оси абсцисс (x) откладываются варианты ряда, а по оси ординат (y) накопленные частоты, которые наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Затем эти перпендикуляры соединяют и получают ломаную линию, то есть кумуляту.

Используя данные накопленного ряда (табл. 2.5), построим кумуляту распределения (рис. 3.3).

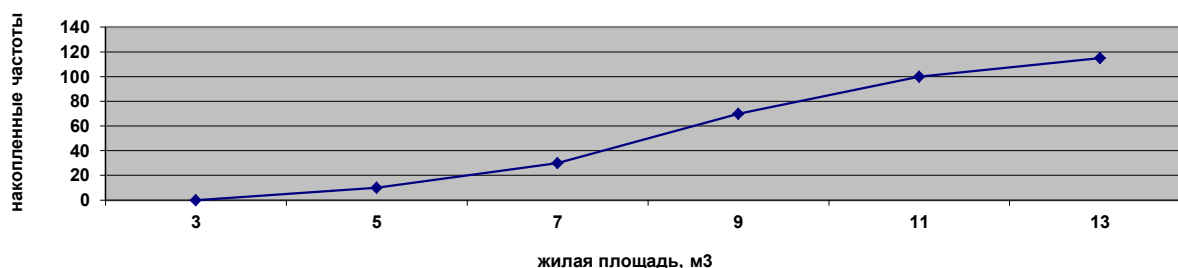


Рис. 3.3. Кумулята распределения семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека

Если при графическом изображении вариационного ряда в виде кумуляты оси x и y поменять местами, то получим **огиву**.

## Тема 4. Способы наглядного представления статистических данных

### 4.1 Статистическая таблица и её элементы

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения, как правило, представляются в виде таблиц. Таблица является наиболее рациональной, наглядной и компактной формой представления статистического материала. Однако не всякая таблица является статистической. Таблица умножения, опросный лист социологического обследования и так далее могут носить табличную форму, но еще не являются статистическими таблицами.

**Статистическая таблица** – это цифровое выражение итоговой характеристики всей наблюдаемой совокупности или её составных частей по одному или нескольким существенным признакам.

Основные элементы статистической таблицы, составляющие как бы её остов (основу), показаны на рис. 4.1.

**Название таблицы (общий заголовок)**

Содержание строк	Наименование граф (верхние заголовки)				
	1	2	3	3	5
А					...
Наименование строк (боковые заголовки)					
Итоговая строка					Итоговая графа

Рис. 4.1 Остов (основа) статистической таблицы

Статистическая таблица содержит три вида заголовков: общий, верхние и боковые. Общий заголовок отражает содержание всей таблицы (к какому месту и времени она относится), располагается над макетом таблицы по центру и является внешним заголовком. Верхние заголовки характеризуют содержание граф (заголовки сказуемого), а боковые (заголовки подлежащего) – строк. Они являются внутренними заголовками.

Остов таблицы, заполненный заголовками, образует макет таблицы; если на пересечении граф и строк записать цифры, то получается полная статистическая таблица.

Цифровой материал может быть представлен абсолютными (численность населения РФ), относительными (индексы цен на продовольственные товары) и средними (среднемесячный доход сотрудника коммерческого банка) величинами.

Таблицы могут сопровождаться примечанием, используемым с целью пояснения, в случае необходимости, заголовков, методики расчета некоторых показателей, источников информации и так далее.

По логическому содержанию таблица представляет собой «статистическое предложение», основными элементами которого являются подлежащее и сказуемое.

**Подлежащим** статистической таблицы называется объект, который характеризуется цифрами. Это может быть одна или несколько совокупностей, отдельные единицы совокупности в порядке их перечня или сгруппированные по каким-либо признакам, территориальные единицы и так далее. Обычно подлежащее таблицы дается в левой части, в наименовании строк.

**Сказуемое** статистической таблицы образует система показателей, которыми характеризуется объект изучения, то есть подлежащее таблицы. Сказуемое формирует верхние заголовки и составляет содержание граф с логически последовательным расположением показателей слева направо.

***Различают простые, групповые и комбинационные таблицы.***

В *простых таблицах*, как правило, содержится справочный материал, где дается перечень групп или единиц, составляющих объект изучения. При этом части подлежащего не являются группами одинакового качества, отсутствует систематизация изучаемых единиц. Сказуемое этих таблиц содержит абсолютные величины, отражающие объёмы изучаемых процессов.

Примером простой перечневой таблицы является информация о наличии строительных машин в строительных управлениях региона (табл. 4.1).

Таблица 4.1

### Наличие строительных машин в строительных управлениях региона

Вид машин	Количество машин данного вида, тыс. шт.
Экскаваторы	32,6
Скреперы	8,7
Бульдозеры	31,6
Краны передвижные	40,3
Всего	113,2

Подлежащим таблицы является вид машин, сказуемым – количество разных их видов.

Групповые и комбинационные таблицы предназначены для научных целей, где, в отличие от простых таблиц, в сказуемом – средние и относительные величины на основе абсолютных величин.

*Групповая таблица* – это таблица, где статистическая совокупность разбивается на отдельные группы по какому-либо одному существенному признаку, при этом каждая группа характеризуется рядом показателей.

*Комбинационная таблица* – это таблица, где подлежащее представляет собой группировку единиц совокупности по двум и более признакам, которые распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем на подгруппы по другому признаку внутри каждой из уже выделенных групп. Комбинационная таблица устанавливает существенную связь между факторами группировки (табл. 4.2).

Таблица 4.2

### Группировка магазинов по уровню производительности труда работников за отчетный период

Уровень производительности труда магазинов, тыс. д. е.	Количество магазинов	Фондоотдача на 1 д. е. активной части основных фондов, д. е.	Рентабельность активной части основных фондов %
А	1	2	3
До 60	4	40,42	2,3
60 – 70	4	43,1	2,8
70 – 80	7	75,8	4,7
80 – 90	7	65,9	4,0
90 – 100	3	93,1	5,1
Более 100	7	109,3	6,4
Всего	32	X	X
В среднем	X	75	4,4

В приведённой групповой таблице подлежащим являются магазины города, которые разделены на группы по уровню производительности труда, сказуемым – показатели этих организаций (количество магазинов, фондоотдача, рентабельность).

В примере комбинированной таблицы подлежащим являются магазины, распределённые на группы и подгруппы по части площади торгового зала и длительности рабочего дня; в сказуемом приведены показатели, которые наиболее полно характеризуют эффективность работы магазинов.

Таблица 4.3

**Группировка продовольственных магазинов города по части площади торгового зала и длительности рабочего дня за отчетный период**

Группы и подгруппы магазинов по части площади торгового зала (%) и длительности рабочего дня (в часах)	Количество магазинов	Фондоотдача на 1 д.е. активной части основных фондов, д.е.	Рентабельность активной части основных фондов, %
К 35%	13	48,5	3,10
В том числе:			
8 – 10 часов	4	41,2	2,20
более 10 часов	9	57,5	4,02
35 – 45%	21	69,8	5,20
В том числе:			
8 – 10 часов	6	54,6	3,08
более 10 часов	15	77,4	7,10
45 – 55%	18	90,6	6,40
В том числе:			
8 – 10 часов	5	68,9	4,17
более 10 часов	13	108,7	7,98
Всего	52	X	X
В среднем	X	73,5	4,70

При составлении таблиц необходимо соблюдать **общие правила**:

- 1) таблица должна быть легко обозримой;
- 2) общий заголовок должен кратко выразить основное содержание;
- 3) наличие строк «общих итогов»;
- 4) наличие нумерации строк, которые заполняются данными;
- 5) соблюдение правила округления чисел.

По **структурному строению** сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

При **простой разработке** сказуемого показатель, определяющий его, не подразделяется на подгруппы и итоговые значения получаются путём простого суммирования значений по каждому признаку отдельно, независимо друг от друга.

**Сложная разработка сказуемого** предполагает в сказуемом комбинацию одного признака с другим.

#### 4.2 Статистический график и его элементы

Графический метод – метод условных изображений статистических данных при помощи геометрических фигур, линий, точек и разнообразных символических образов.

Главное достоинство графиков – наглядность. При правильном построении графика статистические показатели привлекают к себе внимание, становятся выразительными, лаконичными и запоминающимися.

Графики прочно вошли в повседневную работу экономистов, статистиков и работников бухгалтерского учета.

Для построения графика необходимо знать, для каких целей составляется график, изучить исходный материал и владеть методикой графических изображений.

Современную науку невозможно представить без применения графических методов, настолько прочно они вошли в арсенал средств научного общения и в методику научного исследования.

Графиками в статистике называются условные изображения числовых величин и их соотношений в виде различных геометрических образов - точек, линий, плоских фигур и т. п. Использование графиков для изложения статистических показателей позволяет придать последним наглядность и выразительность, облегчить их восприятие, а во многих случаях помогает уяснить сущность изучаемого явления, его закономерности и особенности, увидеть тенденции его развития, взаимосвязь характеризующих его показателей.

Каждый график состоит из графического образа и вспомогательных элементов. Графический образ – совокупность точек, линий и фигур, с помощью которых изображаются статистические данные. Эти знаки образуют собственно языковую ткань графика, его основу.

Вспомогательными элементами графика являются: **Поле графика** – пространство, на котором размещаются образующие график геометрические фигуры. Размер графика зависит от его назначения.

Размер поля графика и пропорции его сторон в каждом случае определяются исполнителем. Однако не следует строить сильно удлиненные в горизонтальном или вертикальном направлении графики. Такие графики эстетически невыразительны. **Геометрические знаки или образы** – многообразные знаки, с помощью которых изображают статистические величины. В статистических графиках в качестве геометрических знаков используются точки, отрезки прямой линии, квадраты, прямоугольники, а также фигуры в виде рисунков или силуэтов изображаемых предметов.

Знак составляет основу графика, его язык. Одни и те же данные графически должны быть изображены различными знаками в зависимости от того, какой аспект явления должен подчеркнуть график, на что нацелить внимание его читателя.

**Масштабные ориентиры статистических графиков** – масштаб, масштабные шкалы и масштабные знаки. **Масштаб** – условная мера перевода числовой величины в графическую и обратно. При построении графика масштаб должен быть таким, чтобы подлежащие нанесению на график данные поместились на поле графика. На вертикальной шкале графика должна быть нулевая точка. В тех случаях, когда минимальное значение признака намного выше нуля, нецелесообразно вести отсчет от нулевой точки, так как поле графика будет заполнено неравномерно. В таких случаях рекомендуется делать разрыв вертикальной шкалы.

**Масштабная шкала** – линия, разделенная на отрезки точками. Наиболее часто в статистических графиках используются располагающиеся по осям координат равномерные прямолинейные масштабные шкалы, в которых отрезки между двумя соседними точками (графические интервалы) строго пропорциональны размерам и периодам времени изображаемых на графике данных. В секторных диаграммах используются криволинейные масштабные шкалы. Площадь круга делится на сектора пропорционально изображаемым на графике числам.

**Масштабные знаки** – эталоны величин, изображаемых на графике в виде отдельных графических знаков: квадратов, кругов, рисунков, силуэтов и др. Ими пользуются для сравнения графических знаков со знаком-эталоном.

**Экспликация графика** – пояснения, раскрывающие содержание графика: заголовок, единицы измерения, условные обозначения.

Пояснительные надписи к отдельным элементам графика могут быть помещены либо на поле графика, либо в форме условных обозначений за пределами поля графика. Все надписи рекомендуется выполнять горизонтально. Не следует использовать для закрашки графиков слишком пестрые и яркие цвета. Заголовок должен кратко и точно ответить на три вопроса – что, где, когда?

Графики, применяемые для изображения статистических данных, чрезвычайно разнообразны. В данной главе будут рассмотрены наиболее часто применяемые в статистической практике графики.

Графические изображения используются чаще всего для сравнения между собой статистических величин, определения роли отдельных факторов во всей их совокупности, изучения структуры и структурных сдвигов, связи между признаками, изменения явлений во времени, определения степени распространения явления в пространстве и т. д.

Основными элементами графиков, изображающих количественные соотношения, являются шкала, масштаб, оси координат и числовая (координатная) сетка. График должен иметь заглавие, отражающее содержание изображаемого явления, время и место, к которому относятся данные, и расшифровку условных обозначений. Для большей наглядности графика применяют различную штриховку, окраску и т. д.

По способу построения графики делятся на диаграммы, картограммы, картодиаграммы.

Столбиковые диаграммы являются наиболее простым видом диаграмм. При их построении данные изображаются в виде столбиков от числовых значений изображаемых величин по определенному масштабу.

Примером применения столбиковой диаграммы могут служить данные о численности постоянного населения (рис. 4.2)

#### Простая столбиковая диаграмма

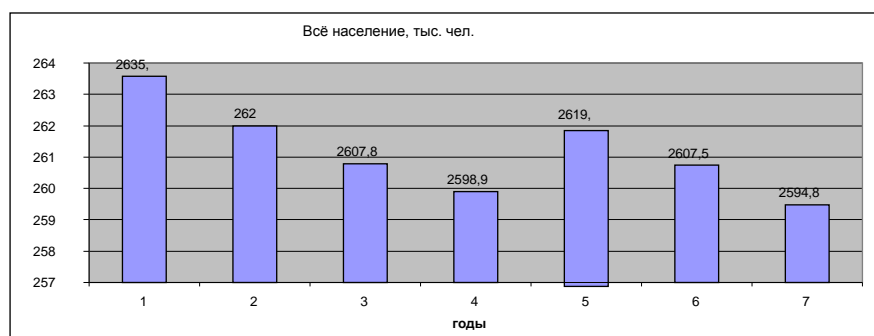


Рис. 4.2 Динамика численности постоянного населения области, тыс. чел.

На масштабной шкале проставляются круглые или округлённые значения изображаемых величин. Такая диаграмма называется *простой*, так как столбики не имеют внутренних долей. Если же они делятся на части, то диаграмма называется *сложной* (рис. 4.3).

#### Сложная столбиковая диаграмма

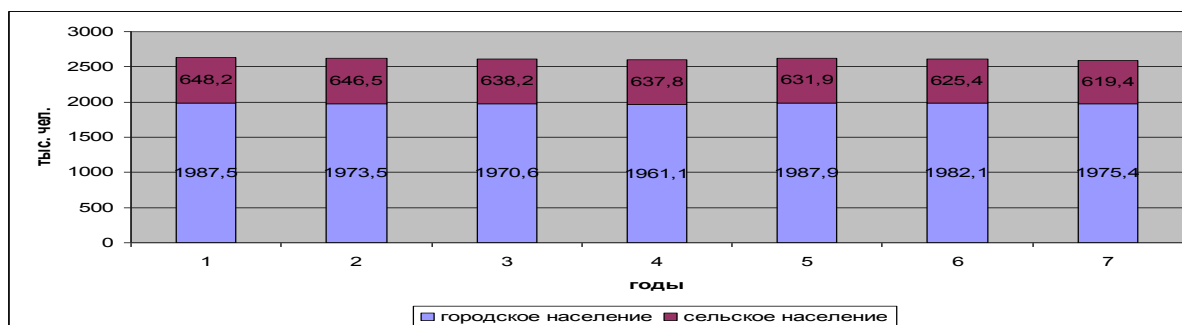


Рис. 4.3 Динамика численности постоянного городского и сельского населения Волгоградской области на начало 2006 – 2012гг, тыс. чел.

Разновидностью столбиковых диаграмм являются ленточные диаграммы. Они изображают размеры признака в виде расположенных по горизонтали прямоугольников одинаковой ширины, но различной длины, пропорционально изображаемым величинам. Начало полос должно находиться на одной и той же вертикальной линии (рис. 4.4).

#### Простая ленточная диаграмма

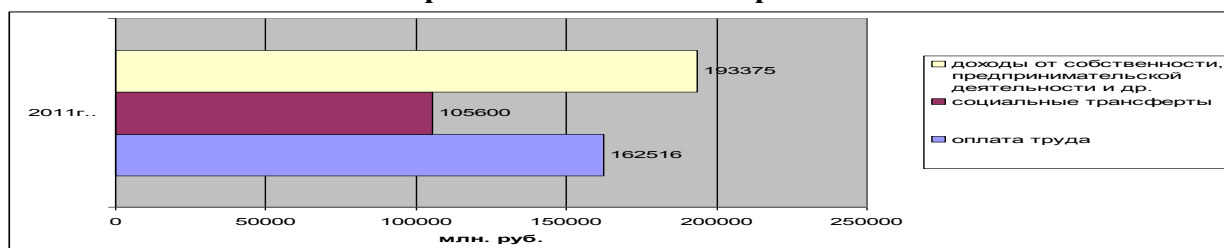


Рис. 4.4. Состав денежных доходов населения

Квадратные и круговые диаграммы относятся к типу плоскостных диаграмм. Они представляют собой различные по размерам квадраты или круги, площади которых пропорциональны величине изображаемых статистических данных.

Если числа обозначить буквой  $d$ , то стороны квадратов будут равны  $\sqrt{d}$ . Известно, что площадь круга  $S = \pi R^2$ . Поэтому радиусы отдельных кругов будут равны  $\sqrt{S}$ , т. е. квадратному корню из значений изображаемых величин.

Недостаток квадратных и круговых диаграмм заключается в том, что они менее наглядны, чем столбиковые, так как сравниваются площади, а не высоты, и строить их несколько сложнее.

Нередко состав, структура того или иного явления изображаются с помощью кругов, разделённых на сектора, пропорциональные долям частей явлений. Круг принимается за целое (100%) и разбивается на сектора, дуги которых пропорциональны значениям отдельных частей изображаемых величин

#### Секторная диаграмма

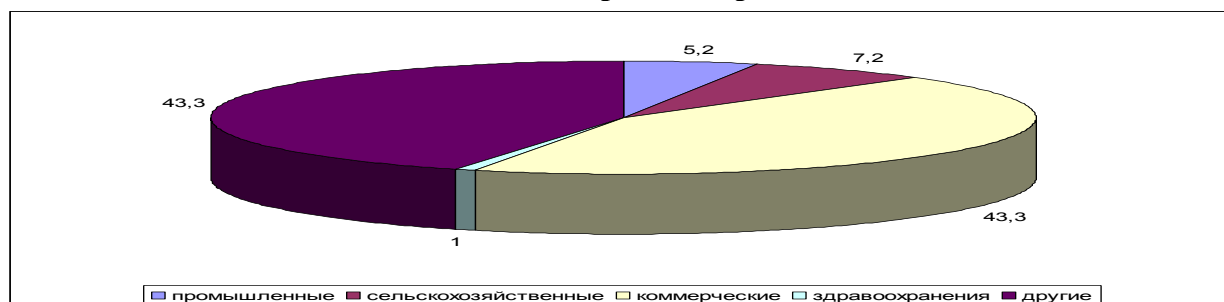


Рис. 4.5. Структура введенных в действие зданий нежилого назначения



Секторные диаграммы следует применять лишь в тех случаях, когда совокупность делится не более чем на 4 – 5 частей, а также при условии значительных различий сравниваемых структур, иначе они теряют свою выразительность.

Наиболее распространенным видом диаграмм являются линейные. Чаще всего они используются для изображения динамических рядов и при изучении связи между явлениями. При построении линейных диаграмм применяют координатную или числовую сетку. На оси абсцисс системы прямоугольных координат на равном расстоянии друг от друга наносятся точки, соответствующие числу членов динамического ряда, а на оси ординат – показатели по принятому масштабу. После этого наносят данные и, соединив концы перпендикуляров, получают ломаную линию, характеризующую изображаемый динамический ряд (рис. 4.6).

Линейная диаграмма

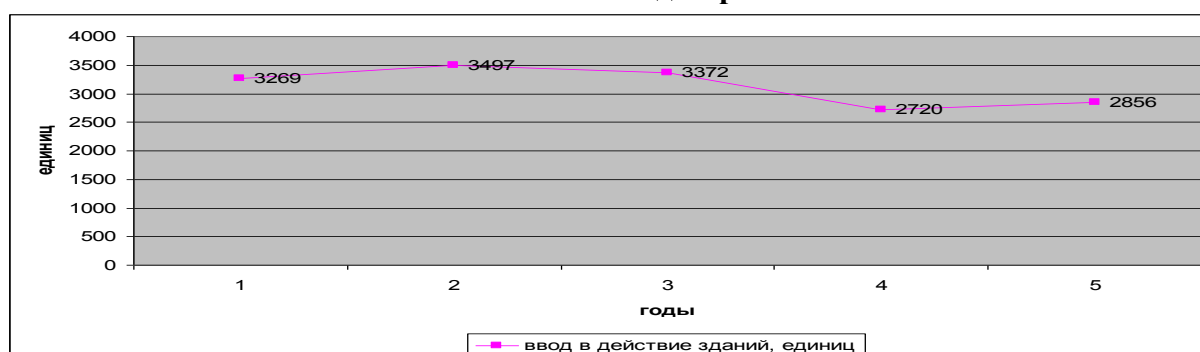


Рис. 4.6. Динамика ввода в действие зданий

Общий вид графика зависит от правильного соотношения масштабов на осях абсцисс и ординат. В противном случае колебания будут либо малозаметными, либо слишком резкими. Если данные относятся к различным периодам времени, интервалы между ними при нанесении на оси абсцисс должны быть пропорциональны длительности периодов. При помощи линейных диаграмм можно выразить одновременно ряд показателей, что даёт возможность сравнивать их друг с другом.

## Тема 5. Абсолютные и относительные величины в статистике

### 5.1. Понятие абсолютного показателя. Виды абсолютных показателей

Первичная статистическая информация выражается, прежде всего, в виде абсолютных показателей, которые являются количественной базой всех форм учёта.

Абсолютные показатели характеризуют итоговую численность единиц совокупности или её частей, размеры (объёмы, уровни) изучаемых явлений и процессов, выражают временные характеристики. Абсолютные показатели могут быть только именованными числами, где единица измерения выражается в конкретных цифрах.

В зависимости от сущности исследуемого явления и поставленных задач единицы измерения могут быть *натуральными, условно-натуральными, стоимостными и трудовыми*.

**Натуральные единицы** измерения соответствуют потребительским или природным свойствам товара или предмета и оцениваются в физических мерах массы, длины, объёма (килограмм, тонна, метр и т.д.).

Разновидностью натуральных единиц выступают **условно-натуральные**, которые используются в тех случаях, если продукт, имея несколько разновидностей, должен переводиться в условный продукт с помощью специальных коэффициентов (молочные

продукты с разным содержанием сливочной основы, мыло с разным содержанием жирных кислот и т.д.).

**Стоимостные единицы** измерения оценивают социально-экономические процессы и явления в денежном выражении (цены, сопоставимые цены), что очень важно в условиях рыночной экономики.

**Трудовые единицы** измерения призваны отражать затраты труда, трудоёмкость технологических операций в человеко-днях, человеко-часах.

Вся совокупность абсолютных величин включает:

**индивидуальные показатели** – характеризуют значения отдельных единиц совокупности,

**суммарные показатели** – характеризуют итоговое значение нескольких единиц совокупности или итоговое значение существенного признака по той или иной части совокупности.

Абсолютные показатели следует также подразделить на моментные и интервальные.

**Моментные абсолютные показатели** характеризуют факт наличия явления или процесса, его размер (объем) на определенную дату времени.

**Интервальные абсолютные показатели** характеризуют итоговый объём явления за тот или иной период времени (например, выпуск продукции за квартал или за год и т. д.), допуская при этом последующее суммирование.

Абсолютные показатели не могут дать исчерпывающего представления об изучаемой совокупности или явлении, поскольку не могут отразить структуру, взаимосвязи, динамику. Данные функции выполняют относительные показатели, которые определяются на основе абсолютных показателей.

## 5.2 Относительные показатели, их роль и типология

В статистике относительные показатели используют в сравнительном анализе, в обобщении и синтезе.

**Относительные показатели** – это цифровые обобщающие показатели, они есть результат сопоставления двух статистических величин.

По своей природе относительные величины производны от деления текущего (сравниваемого) абсолютного показателя на базисный показатель.

Относительные показатели могут быть получены или как соотношения одноименных статистических показателей, или как соотношения разноименных статистических показателей. В первом случае получаемый относительный показатель рассчитывается или в процентах, или в относительных единицах, или в промилле (в тысячных долях). Если соотносятся разноименные абсолютные показатели, то относительный показатель в большинстве случаев бывает именованным.

В зависимости от величин числителя и знаменателя этой дроби относительные величины могут быть выражены в таких формах: коэффициентах (частях), процентах (%), промилле ( $\frac{0}{100}$ ), продецимилле ( $\frac{0}{1000}$ ), когда за базу сравнения принимают соответственно 1, 100, 1000, 10000 единиц.

**Относительные величины, используемые в статистической практике:**

- относительная величина структуры;
- относительная величина координации;
- относительная величина планового задания;

- относительная величина выполнения плана;
- относительная величина динамики;
- относительная величина сравнения;
- относительная величина интенсивности.

**Относительная величина структуры (ОВС)** характеризует структуру совокупности, определяет долю (удельный вес) части в общем объеме совокупности.

ОВС рассчитывают как отношение объема части совокупности к абсолютной величине всей совокупности, определяя тем самым удельный вес части в общем объеме совокупности (%):

$$ОВС = \frac{m_i}{M} \cdot 100$$

где  $m_i$  – объем исследуемой части совокупности;

$M$  – общий объем исследуемой совокупности.

**Относительная величина координации (ОВК)** характеризует соотношение между двумя частями исследуемой совокупности, одна из которых выступает как база сравнения (%):

$$ОВК = \frac{m_i}{m_6} \cdot 100\%,$$

где  $m_i$  – одна из частей исследуемой совокупности;

$m_6$  – часть совокупности, которая является базой сравнения. За базу сравнения принимают наибольшее значение.

**Относительная величина планового задания (ОВПЗ)** используется для расчёта в процентном отношении увеличения (уменьшения) величины показателя плана по сравнению с его базовым уровнем в предшествующем периоде, для чего используется формула:

$$ОВПЗ = \frac{P_{пл}}{P_0} \cdot 100\%,$$

где  $P_{пл}$  – плановый показатель;

$P_0$  – фактический (базовый) показатель в предшествующем периоде.

**Относительная величина выполнения плана (ОВВП)** характеризует степень выполнения планового задания за отчётный период (%) и рассчитывается по формуле:

$$ОВВП = \frac{P_{ф}}{P_{пл}} \cdot 100\%,$$

где  $P_{ф}$  – фактическая величина выполнения плана за отчётный период;

$P_{пл}$  – величина плана за отчётный период.

**Относительная величина динамики (ОВД)** характеризует изменение объема одного и того же явления во времени в зависимости от принятого базового уровня.

ОВД рассчитывают как отношение уровня анализируемого явления или процесса в текущий момент времени к уровню этого явления или процесса за прошедший период времени. В результате мы получаем коэффициент роста, который выражается кратным отношением. При исчислении этой величины в процентах (результат умножается на 100) получаем темп роста.

Темпы роста можно просчитывать как с постоянным базовым уровнем (базисные темпы роста –  $ОВД_6$ ), так и с переменным базовым уровнем (цепные темпы роста –  $ОВД_ц$ ):

$$ОВД_6 = \frac{P_T}{P_6} \cdot 100\%,$$

где  $P_T$  – уровень текущий;

$P_6$  – уровень базисный;

$$ОВД_{ц} = \frac{P_T}{P_{T-1}} \cdot 100\%,$$

где  $P_T$  – уровень текущий;

$P_{T-1}$  – уровень, предшествующий текущему.

**Относительная величина сравнения** – соотношение одноимённых абсолютных показателей, относящихся к разным объектам, но к одному и тому же времени (например, соотносятся темпы роста населения в разных странах за один и тот же период времени):

$$ОВСр = \frac{M_A}{M_B} \cdot 100\%$$

где  $M_A$  – показатель первого одноимённого исследуемого объекта;

$M_B$  – показатель второго одноимённого исследуемого объекта (база сравнения).

Все предыдущие показатели относительных величин характеризовали соотношения одноимённых статистических объектов.

Однако есть группа относительных величин, которые характеризуют соотношение разноимённых, но связанных между собой статистических показателей. Эту группу называют группой **относительных величин интенсивности (ОВИ)**, которые выражаются, как правило, именованными числами.

В статистической практике относительные величины интенсивности применяются при исследовании степени объёмности явления по отношению к объёму среды, в которой происходит распространение этого явления. ОВИ здесь показывает, сколько единиц одной совокупности (числитель) приходится на одну, на десять, на сто единиц другой совокупности (знаменатель).

Примерами относительных величин интенсивности могут служить показатели уровня технического развития производства, уровня благосостояния граждан, показатели обеспеченности населения средствами массовой информации, предметами культурно-бытового назначения и т.д.

ОВИ рассчитывается по формуле:

$$ОВИ = \frac{A}{B_A},$$

где  $A$  – распространение явления;

$B_A$  – среда распространения явления  $A$ .

При расчёте относительных величин интенсивности может возникнуть проблема выбора адекватной явлению базы сравнения (среды распространения явления). Например, при определении показателя плотности населения нельзя брать в качестве базы сравнения общий размер территории того или иного государства, в этом случае базой сравнения может быть лишь территория в 1 км<sup>2</sup>. Критерием правильности расчёта является сопоставимость по разработанной методологии расчёта сравниваемых показателей, применяющихся в статистической практике.

## **Тема 6. Средние величины и показатели вариации в статистике**

### **6.1 Сущность и значение средней величины. Область применения средних величин в статистическом исследовании**

Средние величины используются на этапе обработки и обобщения полученных первичных статистических данных. Потребность определения средних величин связана с

тем, что у различных единиц исследуемых совокупностей индивидуальные значения одного и того же признака, как правило, неодинаковы.

**Средней величиной** называют показатель, который характеризует обобщённое значение признака или группы признаков в исследуемой совокупности.

Если исследуется совокупность с качественно однородными признаками, то средняя величина выступает здесь как типическая средняя. Например, для групп работников определённой отрасли с фиксированным уровнем дохода определяется типическая средняя расходов на предметы первой необходимости, т.е. типическая средняя обобщает качественно однородные значения признака в данной совокупности, каковым является доля расходов у работников данной группы на товары первой необходимости.

При исследовании совокупности с качественно разнородными признаками на первый план может выступить нетипичность средних показателей. Такими, к примеру, являются средние показатели произведённого национального дохода на душу населения (разные возрастные группы), средние показатели урожайности зерновых культур по всей территории России (районы разных климатических зон и разных зерновых культур), средние показатели рождаемости населения по всем регионам страны, средние температуры за определённый период и т.д. Здесь средние величины обобщают качественно разнородные значения признаков или системных пространственных совокупностей (международное сообщество, континент, государство, регион, район и т.д.) или динамических совокупностей, протяженных во времени (век, десятилетие, год, сезон и т.д.). Такие средние величины называют системными средними.

Таким образом, значение средних величин состоит в их обобщающей функции. Средняя величина заменяет большое число индивидуальных значений признака, обнаруживая общие свойства, присущие всем единицам совокупности. Это, в свою очередь, позволяет избежать случайных причин и выявить общие закономерности, обусловленные общими причинами.

## 6.2 Виды средних величин и методы их расчёта

На этапе статистической обработки могут быть поставлены самые различные задачи исследования, для решения которых нужно выбрать соответствующую среднюю. При этом необходимо руководствоваться следующим *правилом*: величины, которые представляют собой числитель и знаменатель средней, должны быть логически связаны между собой.

Используются две категории средних величин; степенные средние и структурные средние.

Первая категория степенных средних включает: среднюю арифметическую, среднюю гармоническую, среднюю квадратическую, среднюю геометрическую и средняя кубическая.

Вторая категория (структурные средние) – это мода и медиана. Введём следующие условные обозначения:

$\bar{O}$  – средняя, где черта сверху свидетельствует о том, что имеет место осреднение индивидуальных значений;

$X_i$  – варианты (значение) осредняемого признака или серединное значение интервала, в котором измеряется вариант;

$n$  – число вариант;

$f$  – частота (повторяемость индивидуальных значений признака).

$k$  – показатель степени.

Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

**Простая средняя** считается по не сгруппированным данным и имеет следующий вид:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k}{n}},$$

**Взвешенная средняя** считается по сгруппированным данным и имеет общий вид:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}}.$$

В зависимости от того, какое значение принимает показатель степени, различают следующие виды степенных средних:

- средняя арифметическая, если  $k = 1$ ;
- средняя гармоническая, если  $k = -1$ ;
- средняя геометрическая, если  $k = 0$ ;
- средняя квадратическая, если  $k = 2$ ;
- средняя кубическая, если  $k = 3$ .

Формулы степенных средних приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

**Виды степенных средних**

Вид степенной средней	Степень, $m$	Формула расчета	
		простая	взвешенная
гармоническая	- 1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$	$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$
геометрическая	0	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod x_i}$	$\bar{x} = \sqrt[\sum f_i]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f_i]{\prod x_i^{f_i}}$
арифметическая	1	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$
квадратическая	2	$\bar{x} = \frac{\sum x_i^2}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}$
кубическая	3	$\bar{x} = \frac{\sum x_i^3}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}$

Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то значения их окажутся неодинаковыми. Здесь действует *правило мажорантности средних*: с увеличением показателя степени  $k$  увеличивается и соответствующая средняя величина:

$$\overline{x_{\text{гарм}}} \leq \overline{x_{\text{геом}}} \leq \overline{x_{\text{арифм}}} \leq \overline{x_{\text{квадр}}} \leq \overline{x_{\text{куб}}}.$$

В статистической практике чаще, чем остальные виды средних взвешенных, используется средняя арифметическая и средняя гармоническая взвешенные. Выбор вида степенной средней определяется экономическим содержанием задачи и наличием данных.

Рассмотрим среднюю *арифметическую простую и взвешенную*.

Пример: Студент Петров по результатам учебного семестра имеет следующие оценки: теория бухгалтерского учета – 4, экономическая статистика – 5, финансы,

денежное обращение и кредит – 3, экономика фирмы – 2. Какова его средняя оценка по результатам семестра?

Поскольку каждая оценка встречается один раз, для расчета средней применяем формулу арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{\text{Общее число баллов}}{\text{Число оценок}} = \frac{4 + 5 + 3 + 2}{4} = 3,5 \text{ балла}$$

Перечисленные дисциплины студент Петров сдал в среднем на 3,5 балла.

Пример: Имеются следующие данные о распределении бригад по уровню выработки продукции (табл. 6.2).

Таблица 6.2

**Распределение бригад по уровню выработки продукции за смену**

Бригады	Выработка продукции в среднем на одного человека, шт. (x)	Число рабочих, чел. (f)
1	110	12
2	120	10
3	130	14
4	140	8
<i>Итого</i>	–	44

Определим сменную выработку рабочего в среднем по четырём бригадам. Введём строку условных обозначений, приняв за x значения осредняемого признака, f – число рабочих с данным значением x.

Исходные данные представлены в виде дискретного ряда распределения; каждое x встречается несколько раз, следовательно, применяем формулу средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{110 \times 12 + 120 \times 10 + 130 \times 14 + 140 \times 8}{44} = 124,09$$

В смену рабочих данных четырёх бригад изготавливает в среднем 124 единицы продукции.

**Расчёт средней по интервальному ряду**

Если исходные данные заданы в виде интервального ряда, то:

- 1) закрывают открытые интервалы, приняв их равными ближайшим закрытым;
- 2) за значения осредняемого признака x берут середины интервалов и строят условный дискретный ряд распределения:

$$x = \frac{x_{н.г} + x_{в.г}}{2}$$

где  $x_{н.г}$  – значение нижней границы интервала («от»);  $x_{в.г}$  – значение верхней границы интервала («до»).

- 3) расчёт средней производится по средней арифметической взвешенной.

Пример: Имеются данные о распределении рабочих цеха по стажу работы (табл. 6.3):

Таблица 6.3

Стаж работы, лет	Доля рабочих, % к итогу
До 5	10
5 – 10	44
10 – 15	30
15 – 20	10

20 и выше	6
-----------	---

Каков средний стаж работы рабочего данного цеха?

Строим расчётную таблицу, обозначив долю рабочих через  $f$ :

Стаж работы, лет	$f$	$x$	$xf$
До 5	10	2,5	25
5 – 10	44	7,5	330
10 – 15	30	12,5	375
15 – 20	10	17,5	175
20 и выше	6	22,5	135
Итого	100		1040

Закрываем открытый интервал «до 5». Ширина ближайшего закрытого интервала равна 5 годам (5-10), следовательно, наш интервал примет вид от 0 до 5. Аналогично открытый интервал «20 и выше» примет вид 20-25, поскольку ширина ближайшего закрытого (15-20) равна 5.

Находим середину каждого интервала и принимаем ее за значение  $x$ .

Исчисляем значения  $x*f$  и сумму этих значений, необходимую для расчета средней арифметической взвешенной, заносим результаты в расчётную таблицу.

Определяем средний стаж рабочего:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1040}{100} = 10,4 \text{ лет}$$

Рабочий данного цеха отработал в среднем 10,4 года. Расчет средней по интервальному ряду распределения дает приближенный результат за счет того, что значения  $x$  берутся не точные данные, а осредненные значения (середины интервалов).

**Средняя гармоническая** имеет более сложную конструкцию, чем средняя арифметическая. Её чаще всего применяют для расчётов тогда, когда в качестве весов используются не единицы совокупности – носители признака, а произведения этих единиц на значения признака, т.е.  $w = xf$ .

Пример: Имеются данные о реализации продукта одного вида на трёх рынках города:

Рынки	Цена за ед. продукции, руб. ( $x$ )	Количество проданной продукции, шт. ( $f$ )	Выручка от продажи, руб. ( $w$ )
1	30	100	3000
2	35	200	7000
3	40	200	8000
Итого	–	500	18000

Следует определить среднюю цену, по которой продавался товар.

При расчёте средней цены на один и тот же товар, который продаётся в трёх разных торговых точках, необходимо выручку от реализации продукции поделить на количество реализованной продукции.

Предположим, что мы располагаем только данными о ценах на трёх рынках и количестве товара, проданного на каждом из них. При этом цены на отдельных рынках выступают в качестве вариантов, а количество проданного товара – в качестве весов. Тогда средняя цена определяется по средней арифметической взвешенной:



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{30 \times 100 + 35 \times 200 + 40 \times 200}{100 + 200 + 200} = \frac{1040}{44} = 36 \text{ руб.}$$

Теперь предположим, что количество проданного товара неизвестно, а известны лишь цены и выручка от продажи. В этом случае логические рассуждения остаются теми же, но расчёт следует записать в форме средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{3000 + 7000 + 8000}{\frac{3000}{30} + \frac{7000}{35} + \frac{8000}{40}} = \frac{18000}{500} = 36 \text{ руб.}$$

Результат, как и следовало ожидать, получился тот же.

Пример: допустим, в результате проверки двух партий муки потребителям установлено, что в первой партии муки высшего сорта было 3942кг., что составляет 70,4 % общего веса муки всей партии. Во второй партии муки высшего сорта было 6520кг., что составляет 78,6 % общего веса муки этой партии.

Необходимо определить средний процент муки высшего сорта по первой и второй партиям вместе.

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{3942 + 6520}{\frac{3942}{0,704} + \frac{6520}{0,786}} = \frac{10462}{13894,6} = 0,753 \text{ или } 75,3\%$$

### 6.3 Свойства средней арифметической

Средняя арифметическая обладает рядом свойств, знание которых необходимо для понимания сущности средних, а также для упрощения их вычисления.

1. Средняя арифметическая суммы варьирующих величин равна сумме средних арифметических величин:

$$\begin{aligned} \text{Если } x_i &= y_i + z_i, \text{ то} \\ \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{\sum (y_i + z_i)}{n} = \frac{\sum y_i}{n} + \frac{\sum z_i}{n} = \bar{y} + \bar{z} \end{aligned}$$

Это правило показывает, в каких случаях можно суммировать средние величины. Если, например, выпускаемые изделия состоят из двух деталей  $y$  и  $z$  и на изготовление каждой из них расходуется в среднем  $y = 3$ ч,  $z = 5$ ч, то средние затраты времени на изготовление одного изделия ( $x$ ), будут равны:  $3 + 5 = 8$ ч., т.е.  $x = y + z$ .

2. Алгебраическая сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней равна нулю, так как сумма отклонений в одну сторону погашается суммой отклонений в другую, т.е. ,  $\sum (x - \bar{x}) = 0$ , потому что

$$\sum (x - \bar{x}) = \sum x - \sum \bar{x} = \sum x - n \frac{\sum x}{n}$$

Это правило показывает, что средняя является равнодействующей.

3. Если все варианты ряда уменьшить или увеличить на одно и то же число  $a$ , то средняя уменьшится или увеличится на это же число  $a$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum (x_i \pm a)}{\sum f_i} \pm a.$$

4. Если все варианты ряда уменьшить или увеличить в  $A$  раз, то средняя также уменьшится или увеличится в  $A$  раз:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum \frac{x_i}{A}}{\sum f_i} \cdot A = \frac{\sum A x_i f_i}{\sum f_i} \div A.$$

5. Если все частоты ряда разделить или умножить на одно и то же число  $d$ , то средняя не изменится:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i \frac{f_i}{d_i}}{\sum \frac{f_i}{d_i}} = \frac{\sum x_i f_i d}{\sum f_i d}.$$

Это свойство показывает, что средняя зависит не от размеров весов, а от соотношения между ними. Следовательно, в качестве весов могут выступать не только абсолютные, но и относительные величины.

#### 6.4 Понятие вариации. Показатели вариации

Вариацию можно определить как количественное различие значений одного и того же признака у отдельных единиц совокупности.

**Термин «вариация» имеет латинское происхождение - variatio, что означает различие, изменение, колеблемость.**

Изучение вариации в статистической практике позволяет установить зависимость между изменением, которое происходит в исследуемом признаке, и теми факторами, которые вызывают данное изменение.

Для измерения вариации признака используют как абсолютные, так и относительные показатели.

К *абсолютным показателям вариации* относят: размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию.

К *относительным показателям вариации* относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение и др.

**Размах вариации R.** Это самый доступный по простоте расчёта абсолютный показатель, который определяется как разность между самым большим и самым малым значениями признака у единиц данной совокупности:

$$R = X_{\max} - X_{\min},$$

Размах вариации (размах колебаний) - важный показатель колеблемости признака, но он даёт возможность увидеть только крайние отклонения, что ограничивает область его применения.

Для более точной характеристики вариации признака на основе учёта его колеблемости используются другие показатели.

**Среднее линейное отклонение d,** которое вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности. Эта величина определяется как средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений от средней. Так как сумма отклонений значений признака от средней величины равна нулю, то все отклонения берутся по модулю.

Формула среднего линейного отклонения (простая):

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n},$$

Формула среднего линейного отклонения (взвешенная):

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i},$$

При использовании показателя среднего линейного отклонения возникают определенные неудобства, связанные с тем, что приходится иметь дело не только с положительными, но и с отрицательными величинами, что побудило искать другие способы оценки вариации, чтобы иметь дело только с положительными величинами. Таким способом стало возведение всех отклонений во вторую степень. Обобщающие показатели, найденные с использованием вторых степеней отклонений, получили очень

широкое распространение. К таким показателям относятся среднее квадратическое отклонение и среднее квадратическое отклонение в квадрате, которое называют дисперсией.

Средняя квадратическая простая:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}},$$

Средняя квадратическая взвешенная:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 \times f_i}{\sum f_i}},$$

Дисперсия есть не что иное, как средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от его средней величины.

Формулы дисперсии взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

и простой:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n},$$

Расчёт дисперсии можно упростить. Для этого используется способ отсчёта от условного нуля (способ моментов), если имеют место равные интервалы в вариационном ряду.

Кроме показателей вариации, выраженных в абсолютных величинах, в статистическом исследовании используются показатели вариации (V), выраженные в *относительных величинах*, особенно для целей сравнения колеблемости различных признаков одной и той же совокупности или для сравнения колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях.

Данные показатели рассчитываются как отношение:

– размаха вариации к средней величине признака (коэффициент осцилляции):

$$V_R = \frac{R}{\bar{X}} \times 100\%,$$

– отношение среднего линейного отклонения к средней величине признака (линейный коэффициент вариации):

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{X}} \times 100\%,$$

– отношение среднего квадратического отклонения к средней величине признака (коэффициент вариации):

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100\%,$$

и, как правило, выражаются в процентах.

Из приведенных формул видно, что чем больше коэффициент V приближен к нулю, тем меньше вариация значений признака.

В статистической практике наиболее часто применяется коэффициент вариации. Он используется не только для сравнительной оценки вариации, но и для характеристики однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному).

### **6.5 Структурные характеристики вариационного ряда распределения**

Для определения структуры совокупности используют особые средние показатели, к которым относятся медиана и мода, или так называемые структурные средние. Если средняя арифметическая рассчитывается на основе использования всех вариантов

значений признака, то медиана и мода характеризуют величину того варианта, который занимает определённое среднее положение в ранжированном вариационном ряду.

**Медиана (Me)** – это величина, которая соответствует варианту, находящемуся в середине ранжированного ряда.

Для ранжированного ряда с нечётным числом индивидуальных величин (например, 1, 2, 3, 3, 6, 7, 9, 9, 10) медианой будет величина, которая расположена в центре ряда, т.е. пятая величина.

Для ранжированного ряда с чётным числом индивидуальных величин (например, 1, 5, 7, 10, 11, 14) медианой будет средняя арифметическая величина, которая рассчитывается из двух смежных величин. Для нашего случая медиана равна  $(7+10) : 2 = 8,5$ .

То есть для нахождения медианы сначала необходимо определить её порядковый номер (её положение в ранжированном ряду) по формуле:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2},$$

где  $n$  - число единиц в совокупности.

Численное значение медианы определяют по накопленным частотам в дискретном вариационном ряду. Для этого сначала следует указать интервал нахождения медианы в интервальном ряду распределения. Медианным называют первый интервал, где сумма накопленных частот превышает половину наблюдений от общего числа всех наблюдений.

Численное значение медианы обычно определяют по формуле:

$$M_e = X_{Me} + i_{Me} \cdot \frac{1/2 \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где  $X_{Me}$  – нижняя граница медианного интервала;

$i_{Me}$  – ширина медианного интервала;

$0,5 \sum f$  – половина суммы накопленных частот интервального ряда;

$S_{Me-1}$  – сумма накопленных частот, предшествующая медианному;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Медиана часто оказывается более содержательным показателем, чем средняя арифметическая, особенно когда оба этих показателя рассчитываются для ряда распределения, содержащего относительно небольшое число элементов, существенно различающихся от общей массы наблюдений. *Медиана (как средний элемент) никак не зависит от величины крайних элементов, что делает её очень полезным показателем.*

**Модой (Mo)** называют значение признака, которое встречается наиболее часто у единиц совокупности. Для дискретного ряда модой будет являться вариант с наибольшей частотой. Для определения моды интервального ряда сначала определяют модальный интервал (интервал, имеющий наибольшую частоту). Затем в пределах этого интервала находят то значение признака, которое может являться модой.

Чтобы найти конкретное значение моды, необходимо использовать формулу:

$$M_o = X_{M_o} + i_{M_o} \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})},$$

где  $X_{M_o}$  – нижняя граница модального интервала;

$i_{M_o}$  – ширина (величина) модального интервала;

$f_{M_o}$  – частота модального интервала;

$f_{M_o-1}$  – частота интервала, предшествующая модальному;

$f_{M_o+1}$  – частота интервала, следующая за модальным.

Мода имеет широкое распространение в маркетинговой деятельности при изучении покупательского спроса, особенно при определении пользующихся наибольшим спросом размеров одежды и обуви, при регулировании ценовой политики.

## Тема 7. Ряды динамики в статистике

### 7.1 Ряды динамики и их виды

Изменение социально-экономических явлений во времени изучается статистикой методом построения и анализа динамических рядов.

**Ряды динамики** – это значения статистических показателей, которые представлены в определённой хронологической последовательности.

Каждый динамический ряд содержит две составляющие:

- 1) показатели периодов времени (годы, кварталы, месяцы, дни или даты);
- 2) показатели, характеризующие исследуемый объект за временные периоды или на соответствующие даты, которые называют уровнями ряда.

Уровни ряда выражаются как абсолютными, так и средними или относительными величинами.

*В зависимости от характера показателей* строят динамические ряды абсолютных, относительных и средних величин. Ряды динамики из относительных и средних величин строят на основе производных рядов абсолютных величин.

#### ***Различают интервальные и моментные ряды динамики.***

Динамический **интервальный ряд** содержит значения показателей за определённые периоды времени. В интервальном ряду уровни можно суммировать, получая объём явления за более длительный период, или так называемые накопленные итоги.

Динамический **моментный ряд** отражает значения показателей на определённый момент времени (дату времени). В моментных рядах исследователя может интересовать только разность явлений, отражающая изменение уровня ряда между определёнными датами, поскольку сумма уровней здесь не имеет реального содержания. Накопленные итоги здесь не рассчитываются.

Важное *аналитическое отличие* моментных рядов от интервальных состоит в том, что сумма уровней интервального ряда вполне реальный показатель - общий выпуск продукции за определенные периоды времени, общие затраты рабочего времени, общий объем продаж акций и т.д., сумма же уровней моментного ряда не имеет смысла.

**По расстоянию между датами** или интервалами времени выделяют полные и неполные хронологические ряды. В **полных рядах** даты или периоды времени указываются через равный интервал. В **неполных рядах** расстояние между датами или периодами не равны.

**По числу показателей** можно выделить *изолированные* и *комплексные* (многомерные) ряды динамики. Если ведётся анализ во времени одного показателя, то ряд динамики изолированный (например, данные о добыче угля). В многомерном ряду представлена динамика нескольких показателей, характеризующих одно явление.

Статистические данные должны быть *сопоставимы* по территории, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, времени регистрации, ценам, методологии расчёта.

*Сопоставимость по территории* означает, что данные по странам и регионам, границы которых изменились, должны быть пересчитаны в старых пределах.

*Сопоставимость по кругу охватываемых объектов* означает сравнение уровней, характеризующих определённую совокупность. Территориальная и объёмная сопоставимость обеспечивается *смыканием рядов динамики*, при этом либо абсолютные уровни заменяются относительными, либо делается пересчёт в условные абсолютные уровни.

Не возникает особых сложностей при обеспечении *сопоставимости данных по единицам измерения*; стоимостная сравнимость достигается системой сопоставимых цен. При изменении масштаба цен необходимо стоимостные показатели пересчитывать в новый масштаб иен.

Единство методологии расчёта важно для средних и относительных уровней ряда.

Для приведения уровней ряда к сопоставимому виду используется **смыкание рядов динамики**, методика которого включает:

1. Для даты или периода, когда произошло изменение, необходимо зафиксировать два уровня ряда, например в прежних и новых территориальных границах, ценах, единицах измерения.

2. Рассчитывается коэффициент пересчета делением уровня ряда после изменения на уровень той же даты или периода до изменения.

3. Строится сопоставимый ряд, в котором уровни до даты или периода, в котором произошли изменения, умножаются на коэффициент пересчета.

## 7.2 Показатели изменений уровней динамических рядов

Для характеристики интенсивности развития во времени используются статистические показатели, получаемые сравнением уровней между собой, в результате чего получаем *систему абсолютных и относительных показателей динамики*: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста, темп прироста, абсолютное значение 1% прироста.

Для характеристики интенсивности развития за длительный период рассчитываются *средние показатели*: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний коэффициент роста, средний темп роста, средний темп прироста, среднее абсолютное значение 1% прироста.

Если в ходе исследования необходимо сравнить несколько последовательных уровней, то можно получить или *сравнение с постоянной базой* (базисные показатели), или *сравнение с переменной базой* (цепные показатели).

**Базисные показатели** характеризуют итоговый результат всех изменений в уровнях ряда от периода базисного уровня до данного (i-го) периода.

**Цепные показатели** характеризуют интенсивность изменения уровня от одного периода к другому в пределах того промежутка времени, который исследуется.

**Абсолютный прирост** выражает абсолютную скорость изменения ряда динамики и определяется как разность между данным уровнем и уровнем, принятым за базу сравнения.

Абсолютный прирост (базисный):

$$\Delta y_b = y_i - y_0,$$

где  $y_i$  – уровень сравниваемого периода;

$y_0$  – уровень базисного периода.

Абсолютный прирост с переменной базой (цепной), который называют скоростью роста,

$$\Delta y_u = y_i - y_{i-1},$$

где  $y_i$  – уровень сравниваемого периода;

$y_{i-1}$  – уровень предшествующего периода.

**Коэффициент роста**  $K_i$  определяется как отношение данного уровня к предыдущему или базисному, показывает относительную скорость изменения ряда. Если коэффициент роста выражается в процентах, то его называют темпом роста.

Коэффициент роста базисный

$$K_b = \frac{y_i}{y_0},$$

Коэффициент роста цепной

$$K_u = \frac{y_i}{y_{i-1}},$$

**Темп роста**

$$T_p = K * 100\%,$$

**Темп прироста**  $T_{\Pi}$  определяется как отношение абсолютного прироста данного уровня к предыдущему или базисному.

Темп прироста базисный

$$T_{\Pi_b} = \frac{y_i - y_0}{y_0} * 100\%,$$

Темп прироста цепной

$$T_{\Pi_u} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} * 100\%,$$

Темп прироста можно рассчитать и иным путём: как разность между темпом роста и 100 % или как разность между коэффициентом роста и 1 (единицей):

$$T_{\Pi} = T_p - 100\%,$$

$$T_{\Pi} = K_i - 1,$$

**Абсолютное значение одного процента прироста**  $A_i$ . Этот показатель служит косвенной мерой базисного уровня. Представляет собой одну сотую часть базисного уровня, но одновременно представляет собой и отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу роста.

Данный показатель рассчитывают по формуле:

$$A_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{T_{\Pi_i/(i-1)}} \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01 y_{i-1},$$

### 7.3 Средние показатели ряда динамики

Для характеристики динамики изучаемого явления за продолжительный период рассчитывают группу *средних показателей* динамики. Можно выделить две категории показателей в этой группе:

а) средние уровни ряда;

б) средние показатели изменения уровней ряда.

Средние уровни ряда рассчитываются в зависимости от вида временного ряда.

Для *интервального ряда* динамики абсолютных показателей *средний уровень ряда* рассчитывается по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где  $n$  - число уровней ряда.

Для *моментного динамического ряда* *средний уровень* определяется следующим образом.

**Средний уровень моментного ряда с равными интервалами** рассчитывается по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n-1},$$

где  $n$  – число дат.

**Средний уровень моментного ряда с неравными интервалами** рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной, где в качестве весов берётся продолжительность промежутков времени между временными моментами изменений в уровнях динамического ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где  $t$  – продолжительность периода (дни, месяцы), в течение которого уровень не изменялся.

**Средний абсолютный прирост** (средняя скорость роста) определяется как средняя арифметическая из показателей скорости роста за отдельные периоды времени:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_u}{n},$$

где  $\sum \Delta y_u$  – сумма цепных абсолютных приростов;

$n$  – число приростов.

или

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1},$$

где  $y_n$  – конечный уровень ряда;

$y_1$  – начальный уровень ряда.

**Средний коэффициент роста** рассчитывается по формуле средней геометрической из показателей коэффициентов роста за отдельные периоды:

$$\overline{Kp} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n},$$

где  $K_1, K_2, \dots, K_n$  – коэффициенты роста по сравнению с предыдущим периодом;

$n$  – число коэффициентов роста.

**Средний коэффициент роста** можно определить иначе:

$$\overline{Kp} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

**Средний темп роста, %**. Это средний коэффициент роста, который выражается в процентах:

$$\overline{Tp} = \overline{Kp} \cdot 100\%$$

**Средний темп прироста, %**. Для расчёта данного показателя первоначально определяется средний темп роста, который затем уменьшается на 100%. Его также можно определить, если уменьшить средний коэффициент роста на единицу:

$$\overline{Tp} = \overline{Kp} - 100\%,$$

или

$$\overline{Tp} = (\overline{Kp} - 1) \cdot 100\%,$$

**Среднее абсолютное значение 1% прироста** можно рассчитать по формуле:

$$\overline{A} = \frac{\overline{\Delta y}}{\overline{Tp}},$$



## 7.4 Способы обработки динамического ряда

В ходе обработки динамического ряда важнейшей задачей является выявление основной тенденции развития явления (тренда) и сглаживание случайных колебаний. Для решения этой задачи в статистике существуют особые способы, которые называют методами выравнивания.

Выделяют три основных способа обработки динамического ряда:

а) укрупнение интервалов динамического ряда и расчет средних для каждого укрупненного интервала;

б) метод скользящей средней;

в) аналитическое выравнивание (выравнивание по аналитическим формулам).

**Укрупнение интервалов** – наиболее простой способ. Он заключается в преобразовании первоначальных рядов динамики в более крупные по продолжительности временных периодов, что позволяет более чётко выявить действие основной тенденции (основных факторов) изменения уровней.

По интервальным рядам итоги исчисляются путём простого суммирования уровней первоначальных рядов. Для других случаев рассчитывают средние величины укрупнённых рядов (переменная средняя). Переменная средняя рассчитывается по формулам простой средней арифметической.

**Скользящая средняя** – это такая динамическая средняя, которая последовательно рассчитывается при передвижении на один интервал при заданной продолжительности периода. Если, предположим, продолжительность периода равна 3, то скользящие средние рассчитываются следующим образом:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3}; \bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}$$

При чётных периодах скользящей средней можно центрировать данные, т.е. определять среднюю из найденных средних. К примеру, если скользящая исчисляется с продолжительностью периода, равной 2, то центрированные средние можно определить так:

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2}{2}; \bar{y}_2 = \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2}; \bar{y}_3 = \frac{\bar{y}_3 + \bar{y}_4}{2}$$

Первую рассчитанную центрированную относят ко второму периоду, вторую – к третьему, третью – к четвертому и т.д. По сравнению с фактическим, сглаженный ряд становится короче на  $(m - 1)/2$ , где  $m$  – число уровней интервала.

Суть **аналитического выравнивания** динамического ряда заключается в том, что фактические уровни ряда заменяются плавными уровнями, вычисленными на основе определённой линии (прямой или кривой), выбранной в предположении, что она точнее всего отображает общую тенденцию явления.

В основе метода лежит установление функциональной зависимости уровней ряда от времени  $Y_t = f(t)$  с использованием корреляционно-регрессионного анализа. При этом на практике чаще всего применяются математические функции такого вида:

а) *линейная*  $Y_t = a_0 + a_1 t$ ,

б) *параболическая*  $Y_t = a_0 + a_1 t^2$ ,

в) *гиперболическая*  $Y_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}$ ,

г) *степенная*  $Y_t = a_0 t^a$ ,

где  $a_0$ , – параметры, которые находятся методом наименьших квадратов;

$t$  – порядковый номер периода.

На основе теоретического анализа выявляется характер развития явления во времени, и на этой основе выбирается тот или другой вид аналитической функции. Практикой статистических исследований установлено, что принятие соответствующей аналитической функции осуществляется при таких условиях:

1) выравнивать динамические ряды по *уравнению прямой линии* целесообразно тогда, когда более или менее постоянны цепные абсолютные приросты, то есть тогда, когда уровни ряда изменяются приблизительно в арифметической прогрессии;

2) выравнивание динамических рядов по *уравнению квадратичной параболы* необходимо выполнять в тех случаях, когда изменение уровней ряда происходит с приблизительно равномерным ускорением или замедлением цепных абсолютных приростов;

3) выравнивание по степенной функции целесообразно использовать тогда, когда уровни ряда динамики выявляют тенденцию постоянства цепных темпов роста, то есть в случае изменения уровней ряда динамики в геометрической прогрессии.

Расчёт параметров математических функций осуществляется методом наименьших квадратов. Он даёт возможность получить такую зависимость, которая наиболее близко проходит к точкам фактических данных на графике в осях координат « $t$  –  $y$ », то есть даёт наименьшую сумму квадратов отклонений фактических значений результативного признака  $y$  от уровней (теоретических) значений  $Y$ :

$$\sum \sum (y - \hat{y})^2 = \min,$$

На основании этого условия получают систему нормальных уравнений для расчёта параметров  $a_0$  и  $a_1$ , где в качестве фактора  $x$  выступает время  $t$ .

Выравнивание рядов динамики по методу наименьших квадратов, как и выравнивание, посредством других приёмов, должно осуществляться в пределах качественно однородных периодов. Если в динамическом ряду есть качественно неоднородные периоды, то выявлять тенденцию целесообразно в пределах каждого из них.

Расчёт параметров  $a_0$  и  $a_1$  можно значительно упростить, если отсчёт времени  $t = 0$  осуществлять с середины динамического ряда. Тогда значения  $t$ , размещённые выше середины, будут отрицательными, а ниже – положительными. В обоих случаях  $\sum t = 0$ . Для этого уровень, который будет пребывать в середине ряда динамики, берут за условное начало отсчёта или нулевое значение.

Для того чтобы сумма показателей времени равнялась нулю, условные обозначения нужно давать таким образом:

при нечётном числе уровней ряда динамики, чтобы выполнить условие  $\sum t = 0$ , уровень, который будет пребывать в середине ряда, приравнивают к нулю, а уровни, расположенные выше его, помечают числами со знаком «минус» (–1; –2; –3 и т. п.), а ниже – числами со знаком «плюс» (+1; +2; +3 и т. д.);

при парном числе уровней ряда динамики уровни, которые лежат выше среднего значения (оно находится в середине между двумя средними датами), помечают натуральными числами со знаком «минус» (–1; –3; –5 и т. п.), а уровни, которые лежат ниже среднего значения, — натуральными числами со знаком «плюс» (+1; +2; +3 и т. д.).

При условии, что  $\sum t = 0$ , система нормальных уравнений упрощается, приобретая в случае линейной зависимости такой вид:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

Откуда

$$a_0 = \frac{\sum y}{n},$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2},$$

Парабола второго порядка ( $Y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ ) используется для описания рядов динамики, в которых меняется направление развития: со снижения показателей на их рост и наоборот. Параметр  $a_2$  называется коэффициентом регрессии и характеризует изменение интенсивности развития в единицу времени. При  $a_2 > 0$  наблюдается ускоренное развитие, при  $a_2 < 0$  – замедленное.

$$\begin{aligned} a_0 n + a_2 \sum t^2 &= \sum y \\ a_1 \sum t^2 &= \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 &= \sum yt^2, \end{aligned}$$

Отсюда

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

$$a_0 = \frac{\sum t^4 \cdot \sum y - \sum t^2 \cdot \sum yt^2}{n \sum t^4 - (\sum t^2)^2},$$

$$a_2 = \frac{n \sum yt^2 - \sum t^2 \cdot \sum y}{n \sum t^4 - (\sum t^2)^2},$$

Задачей аналитического выравнивания является определение не только общей тенденции развития явления, но и некоторых недостающих значений как внутри периода, так и за его пределами. **Способ определения неизвестных значений внутри динамического ряда называют интерполяцией.** Эти неизвестные значения можно определить:

- 1) используя полусумму уровней, расположенных рядом с интерполируемыми;
- 2) по среднему абсолютному приросту;
- 3) по темпу роста.

**Способ определения количественных значений за пределами ряда называют экстраполяцией.** Экстраполирование используется для прогнозирования тех факторов, которые не только в прошлом и настоящем обуславливают развитие явления, но и могут оказать влияние на его развитие в будущем.

Экстраполировать можно по средней арифметической, по среднему абсолютному приросту, по среднему темпу роста.

На практике результат экстраполяции прогнозируемых уровней социально-экономических явлений обычно выполняют *интервальными оценками*. Для определения границ интервалов используется интервальное неравенство:

$$Y_i - t_g \sigma_\varepsilon \leq Y_{np} \leq Y_i + t_g \sigma_\varepsilon,$$

где  $t_g$  – коэффициент доверия  $g$ . распределения Стьюдента;

$$y_e - \text{остаточное среднее квадратическое отклонение } \sigma = \sqrt{\frac{\sum(y - Y_i)^2}{(n-m)}};$$

$n$  – количество уровней рассматриваемого (базисного) ряда динамики;

$m$  – количество параметров геометрической зависимости тренда;

$(n-m)$  – число степеней свободы;

$Y_i$  – дискретное (точечное) значение прогнозного уровня.

Коэффициент доверия выбирается из статистических таблиц распределения Стьюдента в зависимости от числа степеней свободы  $(n-m)$  и уровня значимости  $\alpha$  (0,01 или 0,05).

Тогда окончательно с вероятностью  $p=1-\alpha$  прогнозный уровень тренда в будущем  $Y_i$  будет находиться в пределах: верхний предел составит  $(Y_i + t_k \sigma_e)$ , нижний предел -  $(Y_i - t_k \sigma_e)$ .

При аналитическом выравнивании может иметь место **автокорреляция**, под которой понимается **зависимость между соседними членами динамического ряда**. Автокорреляцию можно установить с помощью перемещения уровня на одну дату.

Коэффициент автокорреляции вычисляется по формуле:

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \overline{y_t} \cdot \overline{y_{t+1}}}{\sigma_{y_t} \sigma_{y_{t+1}}}$$

## 7.5 Изучение сезонных колебаний

Анализ рядов динамики предполагает и исследование сезонной неравномерности (**сезонных колебаний**), под которыми понимают устойчивые внутригодовые колебания, причиной которых являются многочисленные факторы, в том числе и природно-климатические. Сезонные колебания измеряются с помощью индексов сезонности, которые рассчитываются двумя способами в зависимости от характера динамического развития.

При относительно неизменном годовом уровне явления индекс сезонности можно рассчитать как процентное отношение средней величины из фактических уровней одноименных месяцев к общему среднему уровню за исследуемый период:

$$I_c = \frac{\overline{y_i}}{\overline{y_0}} \cdot 100\%,$$

В условиях изменчивости годового уровня индекс сезонности определяется как процентное отношение средней величины из фактических уровней одноименных месяцев к средней величине из выровненных уровней одноименных месяцев:

$$I_c = \frac{\overline{y_i}}{\hat{y}_i} \cdot 100\%,$$

Для того, чтобы выявить устойчивую сезонную волну, на которой не отражались бы случайные условия одного года, индексы сезонности вычисляют по данным за несколько лет (не менее трех), распределенным по месяцам.

Совокупность рассчитанных индексов отражает сезонную волну и позволяет определить, каким образом может быть влияние факторов на изменение уровней временного ряда.

## Тема 8. Экономические индексы

### 8.1 Индексы, их общая характеристика и сфера применения

В статистической практике индексный метод имеет такое же широкое распространение, как и метод средних величин.

**Индексами** называют сравнительные относительные величины, которые характеризуют изменение сложных социально-экономических показателей (показатели, состоящие из несуммируемых элементов) во времени, в пространстве, по сравнению с планом.

**Индекс** – это результат сравнения двух одноименных показателей, при исчислении которого следует различать числитель индексного отношения (сравниваемый или отчётный уровень) и знаменатель индексного отношения (базисный уровень, с которым производится сравнение).

Выбор базы зависит от цели исследования. Если изучается динамика, то за базисную величину может быть взят размер показателя в периоде, предшествующем отчётному. Если необходимо осуществить территориальное сравнение, то за базу можно принять данные другой территории. За базу сравнения могут приниматься плановые показатели, если необходимо использовать индексы как показатели выполнения плана.

Индексы формируют важнейшие экономические показатели национальной экономики и её отдельных отраслей. Индексные показатели позволяют осуществить анализ результатов деятельности предприятий и организаций, выпускающих самую разнообразную продукцию или занимающихся различными видами деятельности.

С помощью индексов можно проследить роль отдельных факторов при формировании важнейших экономических показателей, выявить основные резервы производства. Индексы широко используются в сопоставлении международных экономических показателей при определении уровня жизни, деловой активности, ценовой политики и т.д.

Существует *два подхода в интерпретации возможностей индексных показателей*: обобщающий (синтетический) и аналитический, которые в свою очередь определяются разными задачами.

**Суть обобщающего подхода** – в трактовке индекса как показателя среднего изменения уровня исследуемого явления. В этом случае основной задачей, решаемой с помощью индексных показателей, будет характеристика общего изменения многофакторного экономического показателя.

**Аналитический подход** рассматривает индекс как показатель изменения уровня результативной величины, на которую оказывает влияние величина, изучаемая с помощью индекса. Отсюда и иная задача, которая решается с помощью индексных показателей: выделить влияние одного из факторов в изменении многофакторного показателя.

От содержания изучаемых показателей, методологии расчёта первичных показателей, целей и задач исследования зависят и способы построения индексов.

*По степени охвата элементов явления* индексы делят на индивидуальные и общие (сводные).

**Индивидуальные индексы** ( $i$ ) – это индексы, которые характеризуют изменение только одного элемента совокупности.

**Общий (сводный) индекс** ( $I$ ) характеризует изменение по всей совокупности элементов сложного явления.

Если индексы охватывают только часть явления, то их называют групповыми.

В зависимости от *способа изучения общие индексы* могут быть построены или как **агрегатные** (от лат. aggrega – присоединяю) индексы, или как **средние взвешенные индексы** (средние из индивидуальных).

Способ построения агрегатных индексов заключается в том, что при помощи так называемых соизмерителей можно выразить итоговые величины сложной совокупности в отчётном и базисном периодах, а затем первую сопоставить со второй.

В статистике имеют большое значение индексы переменного и фиксированного состава, которые используются при анализе динамики средних показателей.

**Индексом переменного состава** называют отношение двух средних уровней.

**Индекс фиксированного состава** есть средний из индивидуальных индексов. Он рассчитывается как отношение двух стандартизованных средних, где влияние изменения структурного фактора устранено, поэтому данный индекс называют ещё индексом постоянного состава.

В зависимости от характера и содержания индексируемых величин различают индексы **количественных (объемных) показателей** и индексы **качественных показателей**.

## 8.2 Индексы количественных показателей

К индексам количественных (объемных) показателей относятся такие индексы, как индексы физического объема производства продукции, затрат на выпуск продукции, стоимости продукции, а также индексы показателей, размеры которых определяются абсолютными величинами. Используются различные виды индексов количественных показателей.

**Индекс физического объёма продукции (ФОП)** (товарооборота) отражает изменение выпуска (реализации) продукции.

**Индивидуальный индекс** ФОП отражает изменение выпуска продукции одного вида и определяется по формуле:

$$i_q = q_1 \div q_0,$$

где  $q_1$  и  $q_0$  - количество продукции данного вида в натуральном выражении в текущем и базисном периодах.

**Агрегатный индекс** ФОП (предложен Э. Ласпейресом) отражает изменение выпуска всей совокупности продукции, где индексируемой величиной является количество продукции  $q$ , а соизмерителем - цена  $p$ :

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0},$$

где  $q_1$  и  $q_0$  - количество выработанных единиц отдельных видов продукции соответственно в отчётном и базисном периодах;

$p_0$  - цена единицы продукции (отдельного вида) в базисном периоде.

При вычислении индекса ФОП в качестве соизмерителей может выступать также себестоимость продукции или трудоёмкость.

Средние взвешенные индексы ФОП используются в том случае, если известны индивидуальные индексы объёма по отдельным видам продукции и стоимость отдельных видов продукции (или затраты) в базисном или отчётном периоде.

**Средний взвешенный арифметический** индекс ФОП определяется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

где  $i_q$  - индивидуальный индекс по каждому виду продукции;

$q_0p_0$  - стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

**Средний взвешенный гармонический индекс** ФОП:

$$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_q}},$$

где  $q_1 p_1$  – стоимость продукции каждого вида в текущем периоде.

Аналогично рассчитывается индекс затрат на выпуск продукции (ЗВП), который отражает изменение затрат на производство и может быть как индивидуальным, так и агрегатным.

**Индивидуальный индекс ЗВП** отражает изменение затрат на производство одного вида и определяется по формуле:

$$I_z = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0},$$

где  $z_1$  и  $z_0$  - себестоимость единицы продукции искомого вида в текущем и базисном периодах;

$q_1 z_1$  и  $q_0 z_0$  - суммы затрат на выпуск продукции искомого вида в текущем и базисном периодах.

**Агрегатный индекс ЗВП** характеризует изменение общей суммы затрат на выпуск продукции за счёт изменения количества выработанной продукции и её себестоимости и определяется по формуле:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0},$$

где  $q_1 z_1$  и  $q_0 z_0$  - затраты на выпуск продукции каждого вида соответственно в отчетном и базисном периодах.

Рассмотрим построение **индекса стоимости продукции** (СП), который может определяться и как индивидуальный, и как агрегатный.

**Индивидуальный индекс СП** характеризует изменение стоимости продукции данного вида и имеет вид:

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0},$$

где  $p_1$  и  $p_0$  - цена единицы продукции данного вида в текущем и базисном периодах;  $q_1 p_1$  и  $q_0 p_0$  - стоимость продукции данного вида в текущем и базисном периодах.

**Агрегатный индекс СП** (товарооборота) характеризует изменение общей стоимости продукции за счёт изменения количества продукции и цен и определяется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

### 8.3 Индексы качественных показателей. Факторный анализ

Качественные показатели определяют уровень исследуемого итогового показателя и определяются путём соотношения итогового показателя и определённого количественного показателя (например, средняя заработная плата определяется путём соотношения фонда заработной платы и количества работников).

К индексам качественных показателей относятся индексы цен, себестоимости, средней заработной платы, производительности труда.

Самым распространённым индексом в этой группе является индекс цен.

**Индивидуальный индекс цен** характеризует изменение цен по одному виду продукции и определяется по формуле:

$$i_p = p_1 \div p_0,$$

где  $p_1$  и  $p_0$  - цена за единицу продукции в текущем и базисном периодах.

Соответственно определяются индексы себестоимости и затрат рабочего времени по каждому виду продукции.

**Агрегатный индекс цен** определяет среднее изменение цены  $p$  по совокупности определенных видов продукции  $q$ .

Для характеристики среднего изменения цен на потребительские товары используют индекс цен, предложенный Э. Ласпейресом (индекс Ласпейреса):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

где  $q_0$  – потребительская корзина (базовый период);

$p_0$  и  $p_1$  – соответственно цены базисного и отчётного периодов.

Если количество набора продуктов принимается на уровне отчётного периода ( $q_1$ ), то в этом случае индекс цен именуется индексом Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1},$$

Если известны индивидуальные индексы цен по отдельным видам продукции и стоимость отдельных видов продукции, то применяются средние взвешенные индексы цен (средний взвешенный арифметический и средний взвешенный гармонический индексы цен).

Формула **среднего взвешенного арифметического индекса цен**:

$$I_p = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

где  $i$  – индивидуальный индекс по каждому виду продукции;

$p_0 q_0$  – стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

Формула **среднего взвешенного гармонического индекса цен**:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}},$$

где  $p_1 q_1$  - стоимость продукции каждого вида в текущем периоде.

В статистической практике очень широко используется **агрегатный территориальный индекс цен**, который может быть рассчитан по следующей формуле:

$$I_{A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A},$$

где  $p_A$   $p_B$  – цена за единицу продукции каждого вида соответственно на территории А и В;

$q_A$  – количество выработанной или реализованной продукции каждого вида по территории А (в натуральном выражении).

Из формулы видно, что в данном индексе в качестве фиксированного показателя (веса) принят объём продукции территории А. При расчёте данного индекса в качестве веса можно принять также объём продукции территории В или суммарный объём продукции двух территорий.

**Возможны два способа расчёта индексов: цепной и базисный.**

**Цепные индексы** получают путём сопоставления текущих уровней с предшествующим, при этом база сравнения постоянно меняется.

**Базисные индексы** получают путём сопоставления с тем уровнем периода, который был принят за базу сравнения.

В качестве примера можно привести цепные и базисные индексы цен.



**Цепные индивидуальные индексы цен** имеют следующий ряд расчёта:

$$i_{p_{1/0}} = \frac{p_1}{p_0}, i_{p_{2/1}} = \frac{p_2}{p_1}, i_{p_{3/2}} = \frac{p_3}{p_2} \text{ и т.д.}$$

**Базисные индивидуальные индексы цен:**

$$i_{p_{1/0}} = \frac{p_1}{p_0}, i_{p_{2/0}} = \frac{p_2}{p_0}, i_{p_{3/0}} = \frac{p_3}{p_0}, \text{ и т.д.}$$

Следует помнить, что *произведение цепных индивидуальных индексов цен равно последнему базисному индексу.*

**Цепные агрегатные индексы цен:**

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}; I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}; \text{ и т.д.}$$

**Базисные агрегатные индексы цен:**

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}; I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}; \text{ и т.д.}$$

Между индексами существует также взаимосвязь и взаимозависимость, как и между самими экономическими явлениями, что позволяет проводить факторный анализ. Благодаря индексному методу можно рассматривать все факторы независимо друг от друга, что даёт возможность определить размер абсолютного изменения сложного явления за счёт каждого фактора в отдельности.

Для выявления роли каждого фактора в отдельности индекс сложного показателя разлагают на частные (факторные) индексы, которые характеризуют роль каждого фактора. При этом используют два метода:

- 1) метод обособленного изучения факторов;
- 2) последовательно-цепной метод.

При первом методе сложный показатель берётся с учётом изменения лишь того фактора, который взят в качестве исследуемого, все остальные остаются неизменными на уровне базисного периода.

Последовательно-цепной метод предполагает использование системы взаимосвязанных индексов, которая требует определённого расположения факторов. Как правило, на первом месте в цепи располагают качественный фактор.

При определении влияния первого фактора все остальные сохраняются в числителе и знаменателе на уровне базисного периода, при определении второго факторного индекса первый фактор сохраняется на уровне базисного периода, а третий и все последующие - на уровне отчётного периода, при определении третьего факторного индекса первый и второй факторы сохраняются на уровне базисного периода, четвёртый и все остальные - на уровне отчётного периода и т.д.

#### **8.4 Индекс постоянного состава. Индекс переменного состава. Индекс структурных сдвигов**

**Индексы переменного состава** характеризуют изменение средних величин, то есть сложных качественных показателей (средней цены, средней себестоимости по однородной продукции, производительности труда и т. д.):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0},$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0},$$

где d - относительная величина структуры (удельный вес производства однородной продукции на отдельном участке в общем объеме производимой продукции).

$$I_{\text{переменного состава}} = I_{\text{постоянного состава}} \times I_{\text{структурных сдвигов}}$$

**Индекс постоянного состава** выражает степень влияния на изменение средней величины только изменения отдельных величин усредняемого показателя при условии элиминирования влияния структурных сдвигов;

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_1}$$

**Индекс структурных сдвигов** выражает степень влияния структуры экономических явлений на изменение средних уровней при условии неизменности индивидуальных показателей признака.