**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

**ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ**
**-ФИНАНСИСТ**
**МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

3110-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 58 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

3110-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| $(-3;-3)$ |
| **Ответ на задание 2** |
| 27 мая |
| **Ответ на задание 3** |
| 1988 |
| **Ответ на задание 4** |
| ~~2:1~~ 5:7 |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| $k=l=n=2,\ m=3$ |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y=\frac{1}{2}(2x^2+2y^2+14-2xy+6x+6y)=\frac{1}{2}((x-y)^2+(x+3)^2+(y+3)^2-4)$

Заметим, что первые три слагаемых в скобке неотрицательны, а значит выражение принимает наименьшее возможное значение при $\begin{cases} x=y \\ x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$, т.е. когда неотрицательное слагаемое равны 0. Таким образом, получаем, что наименьшее возможное значение $-2$ выражение принимает при $x=y=-3$. Пара $(-3;-3)$.

Ответ: $(-3;-3)$

Задание 2

Пусть изначально у Ивана было $5x$ монет, а соответственно у Петра $11x$ монет. Также пусть до необходимой даты пройдет $(a+b)$ дней, из которых $(a)$ дней у Ивана увеличивалось число монет, и $(b)$ дней увеличивалось у Петра. Тогда получаем, что $\frac{5x+11a}{11x+5b}=\frac{5}{11} \Rightarrow 55x+121a=55x+25b \Rightarrow 121a=25b$, учитывая, что $a$ и $b$ - натуральные, то наименьшее решение получаем $a=25$, $b=121$ (т.к. 25 и 121 - взаимно простые). Это 30 дней января, 28 февраля, 30 марта, 31 апреля и 27 мая. То есть ближайшая дата - 27 мая.

Ответ: 27 мая.

Задание 3

Среди 2019 членов полученной последовательности выделим блок, в котором ровно $n$ членов старой последовательности и какое-то количество единиц. Тогда среди взятых 2019 чисел останется ещё какое-то кол-во единиц.

Найдем кол-во единиц во взятом блоке по формуле суммы арифметической прогрессии.

Их кол-во $= \frac{1+n-1}{2}\cdot(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$. ~~Эт~~ Найдем максимальное $n$, чтобы чисел в выбранном блоке (вместе с вставленными единицами) было $\leq 2019$. $n+\frac{n(n-1)}{2}\leq 2019 \Rightarrow n^2+n-4038\leq 0 \Rightarrow n=63$ (учитывая, что $n\in\mathbb{N}$). И чисел в нашем блоке будет $63+63\cdot 31=2016$. Т.е. у нас останется ещё 3 единицы. Сумма единиц в выбранном блоке равна $63\cdot 31$. Сумма положительных чисел в выбранном блоке равна $\frac{1+63}{2}\cdot 32$, а отрицательных $\frac{-2-62}{2}\cdot 31$. Итак, найдем итоговую сумму, учитывая оставшиеся единицы.

$$3+63\cdot 31+64\cdot 16+(-32)\cdot 31 = 1956+1024-992 =$$
$$= 1988.$$

Ответ: 1988.

Задание 4

Пусть в компании x женщин и y мужчин. Вероятность того, что у случайно выбранного сотрудника окажется верной ответ равна $\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{2}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)$. Вероятность, что робот ответит так же $\frac{7}{10}$. В-ть того, что их ответы совпадут (и будут правильными) - их произведение. Вероятность того, что и робот и сотрудник ответят не правильно: $\frac{3}{10}\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{3}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)$. Итак, имеем

$$\frac{7}{\underset{5}{\cancel{10}}}\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{2}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)+\frac{3}{\underset{5}{\cancel{10}}}\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{3}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)=\frac{1}{\cancel{2}}.$$

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$5\cdot 28x + 14\cdot 7y + 45x + 63y = 35\cdot 5(x+y)$

$140x + 98y + 45x + 63y = 175x + 175y$

$10x = 14y$

$\frac{y}{x} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$, т.е. отношение мужчин к женщинам - $\frac{5}{7}$.

Ответ: $\frac{5}{7}$

Задание 5

$\sqrt{1-\vec{a}\cdot\vec{b}} \le \sqrt{1-\vec{b}\cdot\vec{c}} + \sqrt{1-\vec{c}\cdot\vec{a}} \Rightarrow \sqrt{1-|a|\cdot|b|\cdot\cos\alpha} \le \sqrt{1-|b|\cdot|c|\cdot\cos\beta} + \sqrt{1-|a|\cdot|c|\cdot\cos\gamma}$, где $\alpha = \angle(\vec{a},\vec{b})$, $\beta = \angle(\vec{b},\vec{c})$, $\gamma = \angle(\vec{c},\vec{a})$. Учитывая, что $|a| = |b| = |c| = 1$,

$\sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos\beta} + \sqrt{1-\cos\gamma} \Rightarrow 1-\cos\alpha \le 1-\cos\beta + 1-\cos\gamma + 2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$

$\Rightarrow \cos\beta + \cos\gamma - \cos\alpha \le 1 + 2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$. Заметим, что равенство левой и правой частей возможно только при

$\cos\beta = 1$, $\cos\gamma = 1$, $\cos\alpha = 1$, во всех остальных случаях левая часть будет меньше правой. ■

Задание 6

$k! + l! = m! - n! \Rightarrow k! + l! + n! = m!$. Получим, что сумма трех факториалов равна ~~четвертому~~ факториалу. Однако это возможно только в одном случае, когда $k = l = n = 2$, $m = 3$. Покажем, почему этот случай единственный. Даже если мы возьмем $k = l = n = (m-1)$, то сможем получить число в левой части $(m-1)!\cdot 3$, т.е. это может быть факториалом только при $m-1 = 2$. Если одна из чисел $k, l, n$ мы возьмем меньше чем $(m-1)$, то левая часть у нас получится меньше, чем $(m-1)!\cdot 3$, т.е.

уже никаким образом мы не получим факториал. Значит, единственная ч-ка натуральных чисел, удовлетворяющую условию – $(k=2,\ l=2,\ m=3,\ n=2)$.

Ответ: 2, 2, 3, 2.

Задание 7

$$X_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n},\quad X_{n+2}=X_{n+1}+\frac{1}{x_{n+1}}=\frac{X_n^2+1}{X_n}+\frac{X_n}{X_n^2+1}=\frac{(X_n^2+1)^2+X_n^2}{X_n\cdot(X_n^2+1)}=$$

$$=\frac{(X_n(X_n^2+1))^2+((X_n^2+1)^2+x_n^2)^2}{X_n(X_n^2+1)((X_n^2+1)^2+X_n^2)}.$$

Заметим, что каждый раз член прогрессии увеличивается, но ~~на~~ на меньшее число чем раньше, каждый раз уменьшая разницу примерно на 0,03. Тогда ~~сумма всех~~

$$X_{2019}\approx 8+\frac{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-2019\cdot 0{,}03}{2}\cdot 2018,$$

т.е. больше 64, но меньше 64,1.

Черновик

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

⑥ $k!+l!+n!=m!$ 1 2 6 24 ~~120~~ ~~720~~ 720·7 720·7·8

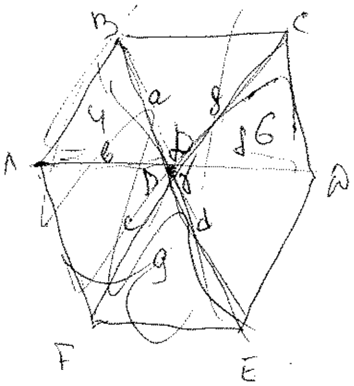
$k=l=n=2$

⑦ $x_0=8$

$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}=\frac{x_n^2+1}{x_n}$ $x_{n+1}+\frac{1}{x_{n+1}}=x_n+\frac{1}{x_n}+$

$x_{2019}=x_n+\frac{1}{x_{n+1}}+\frac{1}{\quad}$ $x_{n+2}=x_{n+1}+\frac{1}{x_{n+1}}=x_n+\frac{1}{x_n}+\frac{x_n}{x_{n+1}^2}=$

$8+\frac{1}{8}=\frac{65}{8}+\frac{8}{65}=\frac{65^2+8^2}{65\cdot 8}$



$\frac{1}{2}\beta\cdot b\cdot c+\frac{1}{2}\gamma\cdot d\cdot f+\frac{1}{2}\alpha\cdot a\cdot g$

$\frac{x_n^2+1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}=$

$\frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot ab=4$ $\frac{4df}{ab}+\frac{9ag}{cd}+\frac{6bc}{fg}=$

$=\frac{4dfcdfg+9agabfg+6abcdbc}{abcdfg}$ =

$=\frac{(x_n^2+1)^2+x_n^2}{x_n(x_n^2+1)}$

$= \quad x_{2019}=x_{2018}+\frac{1}{x_{2018}}$

64 $\frac{1}{64}$

$x_{2018}>64$ $<65$

$x_n^2(x_n^2+1)^2+(\ldots)$ 64,

$8+\frac{1}{8}=\frac{65}{8}$ $\frac{65}{8}+\frac{8}{65}$ (

$\frac{a^2+b^2}{ab}$

$\frac{1}{8}+$ $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+$

270400 + 18395521

35896

4289 $(0{,}25-n\cdot 2019)\cdot 1009=64$

$\frac{1}{8}+\frac{8}{65}<\frac{1}{8}$

$\frac{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot 0{,}2\cdot 2019}{2}\cdot 2018$

Черновик

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

m-x
m-y

$\frac{7}{\cancel{10}_{5}}\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{2}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)=\cancel{\frac{1}{3}}+\frac{3}{\cancel{10}_{5}}\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{3}{5}\cdot\frac{y}{x+y}\right)=\frac{1}{\cancel{2}}$

$\frac{5}{7}=\frac{20x+14y}{\cancel{35}_{5}(x+y)}$

$\frac{7}{5}\left(\frac{20x+14y}{35(x+y)}\right)+\frac{3}{5}\left(\frac{15x+21y}{35(x+y)}\right)=1$

$25x+25y=20x+14y$

$140x+147y+45x+63y=175x+175y$

$185x+161y=175x+175y$

$\overset{2}{35}\times 5=175$

$10x=14y$

$\frac{x}{y}=\frac{14}{10}$

$\frac{5}{7}$

⑤

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|a|\cdot|b|\cdot\cos\alpha$

$\sqrt{1-\cos\alpha}\le\sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

$1-\cos\alpha\le 1-\cos\beta+1-\cos\gamma+2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$

$\cos\beta+\cos\gamma-\cos\alpha\le 1+2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$

~~1-cosβ-cosγ+cos~~

0

180

$a\parallel b$

$\frac{1-\cos\beta}{2}=\sin^2\frac{\beta}{2}\cdot\sin^2\frac{\gamma}{2}$

$1+4\left|\sin\frac{\beta}{2}\right|\left|\sin\frac{\gamma}{2}\right|$

$2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}+2\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$

$\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha+2\cos\beta\cos\gamma-2\cos\gamma\alpha-2\cos\beta\alpha+1+$
$+2\cos\beta+2\cos\gamma-2\cos\gamma\le 4(1-\cos\beta-\cos\gamma+2\cos\gamma\cos\beta)$

$\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha-6\cos\gamma\beta$

⑥ $k!+l!=m!-n!$ $\quad k!+l!+n!=m!$

$k<l$ 1 2 6 24 120

720 720·8

$k!\left(1+\frac{l!}{k!}\right)=n!\left(\frac{m!}{n!}-1\right)$ $\quad n!\left(1+\frac{l!}{n!}+\frac{k!}{n!}\right)=m!$

1 2 3

$1+\frac{l!}{n!}+\frac{k!}{n!}=\frac{m!}{n!}$

$1+(n+1)\ldots(l-n)+(n+1)\ldots(k-n)=(n+1)\ldots(m-k)$

$\frac{k!}{k!}$

Черновик

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

① $x^2+y^2+7-xy+3x+3y = (x+y)^2-3xy+7+3(x+y) = (x+y)(x+y+3)-3xy+7$

$\frac{1}{2}(2x^2+2y^2+14-2xy+6x+6y) = \frac{1}{2}((x-y)^2+(x+3)^2+(y+3)^2-4)) =$

$= \frac{1}{2}((x-y)^2+$

① ~~$n\%2=0$~~   $x=-3$   $y=-3$

② 1. 1. 19   $11x$ ~~$y$~~ $\frac{\overset{5x}{И}}{П} = \frac{5}{11}$

~~$5x+\frac{n}{2}\cdot11 = 11x+\frac{n}{2}\cdot5$~~

$И+11, \ П+5$

~~$6x = 3n$~~   $\frac{5x+11n}{11x+5b} = \frac{5}{11}$

~~$x = \frac{n}{2}$~~

2 3 4 5

Я $\boxed{30}$ + $\boxed{28}$ Ф + $\boxed{30}$ М + А $\boxed{31}$ + $\boxed{27}$ М   2   1

1

$55x+121n = 55x+25b$

$121n = 25b$   $\boxed{146}$

$n=25$   $b=121$

31 [illegible] 23

③

$1+n+\frac{1+n}{2}\cdot n \le 2019$   $n=62$

$\frac{1+n-1}{2}\cdot n + n = 2019$

$2n+n+n^2 = 4038$

$n$

$n^2+3n-4038=0$

$\frac{1+n-1}{2}\cdot(n-1)+n = 2019$

$D = 9+4038\cdot4 =$

$+\boxed{3}$

$n = \frac{-3+\sqrt{}}{2}$

$\frac{1+61}{2}\cdot30 + \frac{\overset{62}{-2+(-62)}}{2}\cdot30 + \frac{62\cdot63}{2}$

④ $М - x$

$М - y$

$\left(\frac{x}{y+x}\cdot\frac{4}{7} + \frac{y}{x+y}\cdot\frac{2}{5}\right)\frac{7}{10} = \frac{1}{2}$

~~$(40x^2+28y^2)49 = 35$~~

~~$40x^2+28y^2 = \frac{5}{7}$~~

$\frac{20x+14y}{35(x+y)} = \cancel{10}\frac{5}{7}$

$20x+14y = 25x+25y$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1290-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2;2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 11.01.2019 |
| **Ответ на задание 3** |
| 3011 |
| **Ответ на задание 4** |
| |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

## Задание ①

$x^2 + y^2 + 5 - xy - 2x - 2y$ = наименьшее возможное решение

1) x, y = 0, то решение = 5

2) x, y ≠ 0, т.к. отрицательное число, возведённое в квадрат, будет положительным, также, как и отрицательное число умноженное на отрицательное число.

—

3 x, y = 1, то решение = 2(1)

x, y = 2, то решение = ①   1 < 2

x, y = 3, то решение = 2(1)

3) если x = 0, y = 1, то решение = 1 + 5 - 0 - 0 - 2 = 4 => x, y ≠ 0, т.к. при ~~обрат~~ при обратной подстановки будет тот же результат

4) если x = 0,1, y = 1, то решение = 0,01 + 0,01 + 5 - 0,01 - 0,2 - 0,2 > 1 =>

=> x, y - целые числа

5) если x = 1, y = 2, то 1 + 4 + 5 - 2 - 2 - 4 > 1

=> Наименьший результат = 1 => x = 2; y = 2

Ответ: (2;2)

---

## Задание ②

3дн. + 7дн. = 10дн. => 11.01.2019

| Дата | 01.01.1019 | ? | |
|---|---|---|---|
| к. Иван. | 3к | 3к | |
| к. Пётр | 7к | 7к | |

в день может произойти одно из следующих действий

$\frac{3x+7}{7x}$ / $\frac{3x}{7x+3}$

~~$\frac{7}{3}$~~ ~~$\frac{3}{7}$~~

$\frac{3x+7}{7x}$

—

кол-во монет к. Ивана = I = 3к }
кол-во монет к. Петра = P = 7к } 01.01.1019

01.01.1019 — $\frac{I}{P} = \frac{3}{7}$

01.02.1019 — $\frac{I+7}{P}$ или $\frac{I}{P+3}$

21

~~3+3+3~~ 49

$\frac{3+7+3}{7+7\cdot7} = \frac{3+21}{7+49} = \frac{24}{56} => \frac{3}{7}$

(три дня у Ивана прибавляется по 7 монет, а 7 дней у Петра прибавляется по 3 монеты)

Ответ: 11.01.2019

## Задание 4

Вероятность правильного ответа у робота = $R = \frac{4}{5}$

Вероятность правильного ответа у сотрудника ~~[illegible]~~ мужчины = $M = \frac{2}{3}$

Вероятность правильного ~~решения~~ ответа у сотрудника женщины = $\frac{3}{7} = W$

Вероятность совпадения ответа случайно выбранного сотрудника ~~[illegible]~~ с ответом робота = $\frac{1}{2} = V$

$\frac{\text{кол-во мужчин}}{\text{кол-во женщин}} = ? = O$ ?

−

Сотрудником может быть либо мужчина, либо женщина с вероятностью $\frac{1}{2}$

$R = \frac{4}{5}$ $M = \frac{2}{3}$ $W = \frac{3}{7}$, приведём вероятности к одному основанию

тогда $R = \frac{4 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 3 \cdot 7}$, $M = \frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 7}$, $W = \frac{3 \cdot 5 \cdot 3}{7 \cdot 3 \cdot 5}$

$R = \frac{84}{105}$, $M = \frac{70}{105}$, $W = \frac{45}{105}$

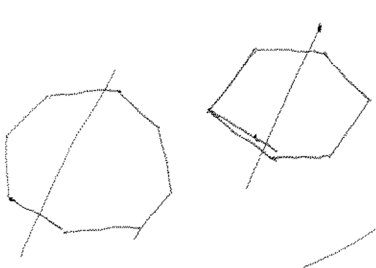
если бы все сотрудники − M, то V бы было = $\frac{70}{84} : \cancel{105}$

если бы все сотрудники − W, то V бы было = $\frac{45}{\cancel{105}\,84} : \cancel{105}$

в нашем рассматриваемом ~~[illegible]~~ случае же $V = \frac{1}{2}$

если ~~вдруг~~ бы $O = \frac{1}{1}$, то ~~[illegible]~~ $V = \frac{45}{70} : 84 = \frac{45}{70 \cdot 84}$

~~Задача~~ 8



сумма $n_1+n_2+n_3+n_4+n_5=4$ => номер числа для первых 5 чисел

в прогрессии −1 = сумма этих чисел ~~в[illegible]~~

~~$n_1+n_2+\dots+n_{2011}+n_{2012}$~~ =

~~[illegible] нахождения сумма~~

~~если номер числа нечётный~~

$n_{2012}$ 5+9+13+17+21+25+29+33+37+41+45+49+53+57+61+65+69+73+77+81+85+89+93+97+101+105+105+113 = 2920

2012 кол-во чисел

сумма = 1012

сумма первых 1926 чисел

+2689 + 105 ... +141

3664 2077

| сумма = 2920

1926 - кол-во чисел

$\boxed{2920+91=3011}$

сумма первых 2018 чисел.

2018 − 1926 = 92 числа

## Задание 3

72 | 4

18

140 | 4

35

$-1,2-3,4-5,6-7,8-9,10-11,12(-1)^n\cdot n\dots$

=> ~~чётный знак~~ при чётном n – число положительное, а при нечётном – отрицательное

0 4 0 8 8 0 24 12 0 16

−1,1, 2,1,1, −3,1,1,1, +4,1,1,1,1, −5,1,1,1,1,1, +6,1,1,1,1,1,1, −7,1,1,1,1,1,1,1 ...

(кол-во членов) 2 3 4 5 сумма

=> последовательности приняла вид $(-1)^n\cdot n+n$ = первых n+1 членов последовательности

Найти: сумму первых 2018 членов полученной последовательности

0 140 0 72,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1 ... 2012

20 (кол-во чисел) 72 13

92−72 = 20 чисел из этого промежутка осталось

=> 72+1·19 = 91 =>

$(-1)^{2018}\cdot 2018 = 2018+2018$

=> 4 + 8 + 12 + 16 – сумма первых 44 членов прогрессии

сумма первых 5 чл. прогрессии

~~4+(4+4)+(4·~~

4·1 + 4·2 + 4·3 + 4·4 => ~~сумма первых n членов прогрессии~~

~~имеет формулу 4·n~~

0 → 4 → 12 → 24 → 40 → 60

+4 +8 +12 +16 +20

4·(n+1)

сумма 9 чл. пр.

сумма 13 чл. пр.

сумма 17 чл. пр.

4 8 12 16 20 24 28

5 → 9 → 13 → 17 → 21 → 25 → 29 → 33 → 37.

+4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4

14 30 46 64

44 110

184 членов прогрессии

Ответ: 3011

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1639-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

(-3; -3)

**Ответ на задание 2**

27 мая 1119 года (147-й день в году)

**Ответ на задание 3**

1988

**Ответ на задание 4**

$\frac{5}{7}$

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

(2, 2, 3, 2).

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

37

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y$. Наименьшее значение.

~~Подбор: если подставить x=2, y=2:~~

~~$4+4+7-4+6+6=15-4+6+6=11+12=23$~~

Наим знач будет, когда $(x^2+y^2+7)<(xy+3x+3y)$

~~$x=0, y=0$ 7~~

~~если подставить -3 в x и -2 в y $9+4+7-6-9-6=-1$~~

Пусть $x=a+b$, $y=a-b$, тогда $a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2+7-$

$-(a^2-b^2)+3a+3b+3a-3b=a^2+3b^2+6a+7$ ~~$=a^2+3b^2+6a$~~ $+7=a^2+6a+9-9+3b^2+7=$

$=(a+3)^2+3b^2-2$.

Данное выр будет прин. наим знач при $a=-3$ и $b=0$. Наименьшее знач $-2$. Значит $x=-3+0=-3$, $y=-3-0=-3$.

Искомая пара $(-3;-3)$ ~~ответ~~ Ответ $(-3;-3)$

№2

~~$\frac{5}{11}=\frac{x}{y}$~~

Пусть x-коэфф проп, тогда в начале у Ивана было 5x монет, а у Петра 11x монет. ~~$5x+11x=16$~~ ~~$x=1$~~

~~Допустим, что первый игрок~~ Допустим, что ~~Петр~~ Иван ~~в течение, а Иван в течение~~ получал монеты a дней, тогда как Петр – b дней. Поэтому в конце у Ивана $5x+11a$ монет, а у Петра ~~$11x+5b$ монет~~ $11x+5b$ монет

$$\frac{5x+11a}{11x+5b}=\frac{5}{11}$$

~~$25x+55a=121x+11b$~~ $55x+121a=55x+25b$

$121a=25b$ ?

121 и 25 взаимно просты → a делится на

25 → $a=25t$

$121\cdot25t=25b$

$b=121t$

$a+b=25t+121t=146t$

Значит наименьшее зн. $a+b$ при $t=1$. Оно равно 146. $146+1=147$

см. продолж. на другой странице

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

147 день.

31 января = 30 день. 2

28 февраля = 58 день

31 марта = 89 день.

30 апр = 119 день

? 27 мая = 147 день от 1 января

27 мая 1119 года (147 день, если считать от 1 января и 146-й если от

2-201

№4

Надо найти вероятность ответ мирина совпадет с отв. робота:

$\frac{7}{10}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{5}=\frac{14}{50}$ ~~$+\frac{6}{50}=\frac{2}{5}$~~ $\frac{14}{50}+\frac{9}{50}=\frac{23}{50}$ - вер. совп. мирин и робот

врет честно

Малинино мнению: $\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{10}+\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{10}=\frac{28}{70}+\frac{9}{70}=\frac{37}{70}$

~~$\frac{37}{70}+\frac{23}{50}=\frac{1}{2}$~~

Пусть p - вероятно случайно выбр. вер-мирин или, а (1-p) - по мнению, тогда.

$\frac{23}{50}p+(1-p)\frac{37}{70}=\frac{1}{2}$

$\frac{23p}{50}+\frac{37}{70}-\frac{37}{70}p=\frac{1}{2}$

~~$\frac{23p}{50}+\frac{37}{70}-\frac{37}{70}p$~~ $=\frac{1}{2}-\frac{37}{70}$

~~$\frac{35}{70}-\frac{37}{70}=-\frac{2}{70}$~~

$p=\frac{5}{12}$

Отношение искомое равно: $\frac{p}{1-p}=\frac{5}{12}\cdot\frac{12}{7}=\boxed{\frac{5}{7}}$

Ответ $\frac{5}{7}$.

№3

1|1 - 2|| 3||| - 4|||| ~~5~~ - разобьем на группы.

в k-й ~~подгруппе~~ - k+1 число кол-во чисел.

$2+3+4+...+n=\frac{n(n+1)}{2}-1=2019$ на следующей странице.

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

3

~~$\frac{n(n+1)}{2} < 2020$~~ ~~n+~~ $\frac{n(n+1)}{2} < 2020$ $|\cdot 2$ $-4040 \,|\, 63$, $6$ ~~4410~~

~~$n(n+1) < 4040$~~

$n(n+1) < 4040.$

наиб. целочисл. нер. $n=63$.

$\frac{63\cdot 64}{2}-1=2015$ Поэтому имеем 62 группы и ~~4 од. слагае.~~ ~~...~~ и 4 од. слагаемых. :63;1;1;1 Их надо учесть.

В 62 группах $\frac{62\cdot 63}{2}$ = $1+2+...62=$ ~~1953 единиц~~ 1953 един.

~~31·63~~

$\begin{array}{r} \times\,63 \\ 31 \\ \hline 63 \\ 189\phantom{0} \\ \hline 1953 \end{array}$

~~Ответ~~ ~~1953+63+1+1+1+1=1957~~ 2019

Также, $1-2+3-4+...+61-62=-31$.

Ответ: $1953-31+63+1+1+1=1988$

Ответ ~~1988~~ 1988

№6.

~~$k!=m!-l!-n!$~~ $k!+l!+n!=m!$

~~$k!=m!-l!$~~ $n!$ Пусть $a$ – наибольшее из чисел $k, l, n$;

$a<m$.

При $m>3$

$m! > 3a! \geq k!+l!+n! \Rightarrow$ значит при $m>3$ решен. нет

При $m\leq 3$

$1!=1$ $2!=2$ ; $3!=6$

не подходят. т.к. слева 3 слагаемых, то $m>2$

Значит, $m=3$; $m!=6 = 2$ 3 3 !

$k=l=n=2$

~~$2+1+2=6$~~ $4=4$ Ответ ~~(3;2;2;2)~~ (2;2;3;2)

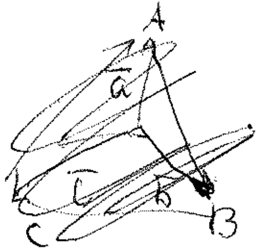
---

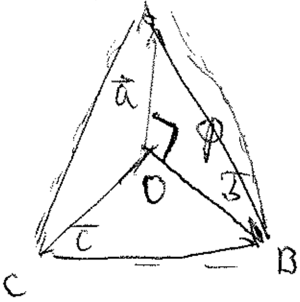
## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№5.  4.

$\sqrt{1-\vec a\cdot\vec b}\le\sqrt{1-\bar b\cdot\bar c}+\sqrt{1-\bar a\cdot\bar c}$ - доказать

Построим: векторы $\bar a, \bar b, \bar c$ от ~~одну нач~~ общего начала.





Пусть $\varphi$-угол между векторами $\bar a$ и $\bar b$.

Тогда $\cos\varphi=\frac{\bar a\cdot\bar b}{|a|\cdot|b|}=\bar a\cdot\bar b$

$AB^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cos\varphi$ (~~по теореме косин~~ по теореме косинусов)

~~$AB=\sqrt{2-2\cos\varphi}$~~ ? $AB=\sqrt{2-2\cos\varphi}$

$AB=\sqrt2\cdot\sqrt{1-\bar a\cdot\bar b}$

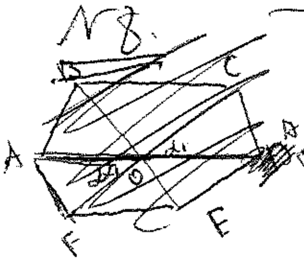
~~Ана~~ также $AC=\sqrt2\cdot\sqrt{1-\bar a\cdot\bar c}$ и $BC=\sqrt2\cdot\sqrt{1-\bar b\cdot\bar c}$

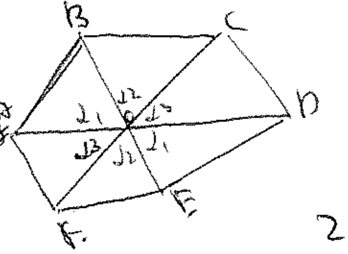
~~Значит,~~ Рассмотрим $\triangle ABC$:

По неравенству треугольника: $AB\le AC+BC$.

Следовательно, $\sqrt{1-\bar a\cdot\bar b}\le\sqrt{1-\bar a\cdot\bar c}+\sqrt{1-\bar b\cdot\bar c}$

№8.





1) $\angle AOB=\angle DOE=\alpha_1$
$\angle BOC=\angle EOF=\alpha_2$
$\angle COD=\angle AOF=\alpha_3$

2) $S_{AOB}=\frac12 AO\cdot OB\cdot\sin\alpha_1$
$S_{BOC}=\frac12 BO\cdot OC\cdot\sin\alpha_2$
$S_{AOF}=\frac12 AO\cdot OF\cdot\sin\alpha_3$ и т.д. →

3) $S_{AOB}\cdot S_{COD}\cdot S_{FOE}=S_{BOC}\cdot S_{DOE}\cdot S_{AOF}=\frac18 AO\cdot BO\cdot CO\cdot DO\cdot FO\cdot FO\cdot\sin\alpha_1\cdot\sin\alpha_2\cdot\sin\alpha_3$
$=4\cdot6\cdot9=216.$ 4) Сумма чисел при заданном произвед. минимальна, когда они равны. След., $S_{BOC}=S_{DOE}=S_{AOF}=\sqrt[3]{216}=6$. $\boxed{\text{См на след странице}}$

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

5.

Значит, $S_{ABCDEF} = 4+6+9+6+6+6 = 37$ ~~10+9+8 · 18+p9: 37~~

Овет $\underline{37}$

---

№7. $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$ ; $x_0 = 8$ ; $64 < x_{2019} < 64,1$

$$\begin{cases} x_1 x_0 = x_0^2 + 1 \\ x_2 x_1 = x_1^2 + 1 \\ x_3 x_2 = x_2^2 + 1 \\ \dots \\ x_{2018} \cdot x_{2019} = x_{2018}^2 + 1 \\ x_{2019} \cdot x_{2020} = x_{2019}^2 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0^2 - x_1 x_0 = -1 \\ x_1^2 - x_2 x_1 = -1 \\ x_2^2 - x_3 \cdot x_2 = -1 \\ x_{2019}^2 - x_{2020} \cdot x_{2019} = -1 \end{cases}$$

~~Сложим~~ ~~все~~ Сложим все неравенства и домножим на 2

$2x_0^2 - 2x_1x_0 + 2x_1^2 - 2x_2x_1 + \dots + 2x_{2019}^2 - 2x_{2020} \cdot x_{2019} = -2 \cdot 2020 = -4040$

$x_0^2 + (x_0 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2 + \dots (x_{2018} - x_{2019})^2 + x_{2019}^2 - 2x_{2020} \cdot x_{2019} = -4040$

$x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{x_1^2} + \dots \frac{1}{x_{2018}^2} + x_{2019}^2 - 2(x_{2019}^2 + 1) = -4040$

~~$x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + \dots \frac{1}{x_{2018}^2} + x_{2019}^2 - 2 =$~~ $x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + \dots \frac{1}{x_{2018}^2} - x_{2019}^2 - 2 = -4040$

$x_{2019}^2 = 4038 + x_0^2 + \frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{x_1^2} + \dots + \frac{1}{x_{2018}^2}$

Т.к $x_n > 0$, то $x_{2019} > \sqrt{4038 + 64} = \sqrt{4102} > \sqrt{4096} = 64$.

Но в тоже время $\frac{1}{x_0^2} + \dots \frac{1}{x_{2018}^2} < 2018 \cdot \frac{1}{x_0^2}$, т.к $x_n \geq x_0$

~~Значит $x_{2019} < \sqrt{[illegible]}$~~

Значит, $x_{2019} < \sqrt{4038 + 64 + \frac{2018}{64}} < \sqrt{4108} < 64,1$

Следовательно, $64 < x_{2019} < 64,1$

~~$\times \frac{64,1}{64,1}$~~
~~641~~
~~2564~~
~~3846~~
~~4108,81~~

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1416-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 7 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 2 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 57 | | |

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1416-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

**Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)**

**Ответ на задание 1**

(-3; -3)

**Ответ на задание 2**

27 шаг

**Ответ на задание 3**

1988

**Ответ на задание 4**

5 : 7

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

(2, 2, 3, 2)

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

38

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
**«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»**

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** № 1

Задание 6.

Очевидно, что $m > n, k, l$

Пусть $k > l > n \Rightarrow 3k! \geqslant m!$ $\left(\begin{matrix} 3k! = m! \\ \text{если } k = l = n \end{matrix}\right)$

и $3n! \leq m!$

+

Отсюда

$$\left.\begin{matrix} 3 \geqslant \frac{m!}{k!} = (k+1)\cdot\ldots\cdot(m-1)m \\ 3 \leq \frac{m!}{n!} = (n+1)\cdot\ldots\cdot(m-1)m \end{matrix}\right\} \text{ и}$$

а это возможно тогда и только тогда, когда $m = 3$, а $k = l = n = 2 \Rightarrow$

Такая пара только одна $\underline{(2; 2; 3; 2)}$ - ответ.

---

Задание 3.

+

Всего между $n$ и $n-1$ членами старой последовательности стоят $(n-1)$ единицу, а всего чисел $n(1+2+\ldots(n-1)) = n + \frac{(n-1)\cdot n}{2}$

Если $n = 63 \Rightarrow$ всего чисел $63 + \frac{62\cdot 63}{2} = 2016$ чисел

Т.е. в новой пос-ти $X_{2016} = +63$ и

$X_{2017} = X_{2018} = X_{2019} = 1$

Сумма $= \underbrace{\frac{62\cdot 63}{2} + 3}_{\text{единицы}} + (1 - 2 + 3 - 4 + \ldots + 61 - 62 + 63) =$

$= 1976 - 31 + 63 = \underline{1988}$

Ответ. 1988

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»**

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** №2

Задание 2.

Пусть на 1 января у Ивана - $i$ монет
у Петра - $p$ монет

и пусть $K$ - кол-во дней, когда увеличивалось кол-во денег у Ивана, $l$ - кол-во дней, когда увеличивалось монет у Петра

+

Тогда $\frac{i+11K}{p+5l}=\frac{5}{11} \Rightarrow$ $11i+121K=5p+25l$

$11(i+11k)=5(p+5l)$

но, т.к. $11i=5p \Rightarrow 121K=25l$. Значит

$l=121\frac{K}{25}$, $K=\frac{25l}{121}$. Числа $K$, $l$ могут быть только целыми, т.к. это кол-во дней $\Rightarrow$ минимальные значение $l$ - 121, $K$ - 25.

Соответственно ближайший шаг деда, когда отношение монет у Ивана к к-ву монет Петра снова может стать $\frac{5}{11}$ будет через 146 дней, а это 27 шаг

Ответ 27 шаг

---

Задание 4.

ер-
ятность
нев
бети
сотр.

($x$) - доля мужчин, ($1-x$) - доля женщин

Если и робот и сотр. ответили правильно вероятность этого $0,7\left(\frac{4}{7}-\frac{12}{70}x\right)$

+

$-\frac{12}{70}x$ ← получено в приближении

Если оба ответили неправильно $0,3\left(1-\frac{4}{7}+\frac{12}{70}x\right)$

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
**«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»**

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** № 3

по условию

$$0,7\left(\frac{4}{7}-\frac{12}{70}x\right)+0,3\left(\frac{3}{7}+\frac{12}{70}x\right)=\frac{1}{2} \quad |\cdot 10$$

$$7\cdot\frac{4}{7}+3\cdot\frac{3}{7}-\frac{84}{70}x+\frac{36}{70}x=5$$

$$\frac{48}{70}x=\frac{2}{7} \quad \textcircled{x}=\frac{20}{48}=\frac{5}{12}$$ - мужчин =)

женщин ~~20~~ $\frac{7}{12}$. Тогда отношение кол-ва мужчин к кол-ву женщин ~~$\frac{5}{12}$~~ 5:7

Ответ. 5:7

---

Задание 1.

$f(x,y)=x^2+y^2+7-xy+3x+3y$ → так, если

$f_x'(x,y)=0 \quad f_y'(x,y)=0$ || необходимо для наличия экстремума.

$$\begin{cases}2x-y+3=0\\2y-x+3=0\end{cases} \qquad \begin{cases}y=2x+3\\4x+6+3-x=0\end{cases}$$

Достаточное и обосновано

$3x=-9 \qquad x=-3,\ y=-3$

±

(-3;-3) - точка минимума, т.к. график функции - парабола в зависимости от x и y при фиксации другой переменной, направленная ветвями вверх =)

f(x) дост. при $\underline{x=-3}$, $\underline{y=-3}$

Ответ. (-3;-3)

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
**«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»**

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** № 4.

$\boxed{7}$

Задание 5.

$\sqrt{1-\vec{a}\cdot\vec{b}} \le \sqrt{1-\vec{b}\cdot\vec{c}} + \sqrt{1-\vec{a}\cdot\vec{c}}$

$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha = \cos\alpha$, т.к. $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=1$, $|\vec{c}|=1$

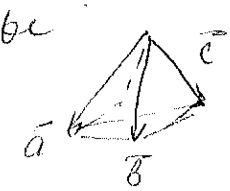
$\vec{b}\ \vec{c} = |\vec{b}||\vec{c}|\cdot\cos\beta = \cos\beta$

$\vec{a}\ \vec{c} = |\vec{a}|\ |\vec{c}|\cdot\cos\gamma = \cos\gamma$

$\sqrt{1-\vec{a}\vec{b}} = \sqrt{1-\cos\alpha} = \sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} \le \sin\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}$ для трёхгольного пирамиды

вектора $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ могут быть и некомпланарны



← векторы проведены к одной точке

это утверждение не доказано

Значит, и исходное выражение верно!

---

задание 8.

$$\left.\begin{aligned} S_{\Delta AOB} &= \frac{1}{2}AO\cdot OB\cdot\sin\alpha = 4 \\ S_{\Delta COD} &= \frac{1}{2}CO\cdot OD\cdot\sin\beta = 6 \\ S_{\Delta EOF} &= \frac{1}{2}\cdot EO\cdot OF\cdot\sin\gamma = 9 \end{aligned}\right\} 19$$

$\boxed{-}$

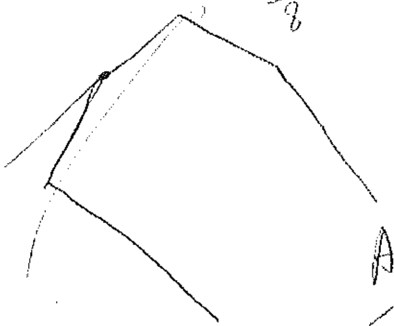
но $\Delta$ составляющих шестиугольник подобны

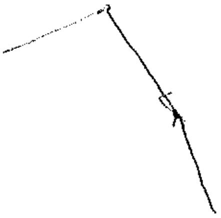
Ответ. 38

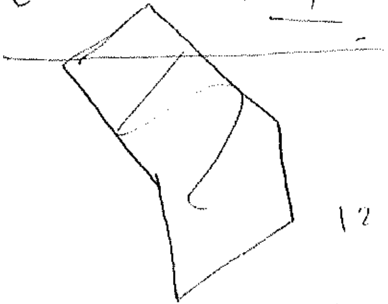
черновик 1

$8;\ 8+\frac{1}{8};\ 8+\frac{1}{8}+\frac{8}{65};\quad \frac{65}{8};\ \frac{8}{65};$

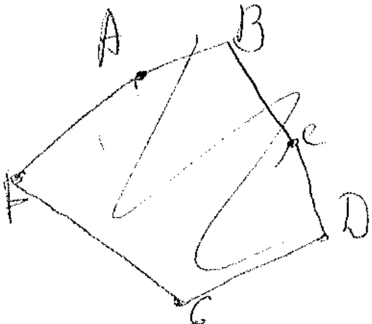
$\frac{65}{8}$



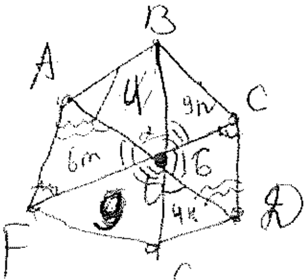




1 2 3 4



36



$k!+l!=m!-n!$

~~1 + 1·2 − 1·2·3·4~~

− 1·2·3

1 + 1·2·3·4 = 1·2·3 − 1·2

12 + 1·2·3 − 1·2·3·4 −

8

1 2 6 24 120 720

$$\begin{cases}\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin\alpha=4\\ \frac{1}{2}CD\cdot OD\cdot\sin\beta=6\\ \frac{1}{2}EO\cdot FO\cdot\sin\gamma=9\end{cases}$$

$\triangle BOC\sim\triangle FOE\Rightarrow\frac{CO}{FO}=\lambda$

$\frac{1}{2}AO\cdot FO\ \sin\beta - x$

$\frac{1}{2}\cdot EO\ DO\ \sin\alpha - y$

$\frac{1}{2}\cdot BO\ OC\cdot\sin\gamma - z$

$\frac{1}{2}(AO\cdot BO+CD\cdot OD+EO\cdot OF)+$

$\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma=19$

$\frac{1}{2}(AO\cdot BO+AO\cdot FO+CD\ OD+DO\ \underline{EO}+EO\ OF+BO\ OC)\cdot\sin\alpha\ \sin\beta\cdot\sin\gamma=$

~~AO(BO+FO)~~

$AO(BO+FO)+CD(OD+EO)+$

$=\ ?$

$4+y \quad 16+x \quad (z+9)$

$2\left(\frac{4}{\sin\alpha}+\frac{x}{\sin\beta}+\frac{6}{\sin\beta}+\frac{y}{\sin\alpha}+\frac{z}{\sin\gamma}+\frac{9}{\sin\gamma}=\right.$

$=2\cdot\frac{(4+y)\ \sin\beta\ \sin\gamma+}{\sin\alpha\ \sin\beta\ \sin\gamma}$

# Черновик 1

1, −2, 3, −4, 5 } 15
+1 +2 +3 +4 } 10

---

P − ~~7/10~~ 0,7 | Пусть женщин − x
МЕ − 0,4 | мужчин − y
ЖС − 4/7 $\frac{3}{7}$

прав ответ мужчин совп с р.
прав. 0,4 · 0,5
0,6

(М)

| | прав. | непр. |
|---|---|---|
| совп. с роб | 0,2 | 0,3 |
| несовп. с роб. | 0,2 | 0,3 |

(ЖС)

| | пр. | непр. |
|---|---|---|
| совп | $\frac{4}{14}$ | $\frac{3}{14}$ |
| несовп | $\frac{4}{14}$ | $\frac{3}{14}$ |

---

| | |
|---|---|
| И | $\frac{5}{11}$ ×5 |
| П | ~~11~~ |

16 $\frac{5}{11}$ 5+11 = 16 $\frac{16}{x} = \frac{5}{11}$ +11 (16 дней) $\frac{176}{5}$

$\frac{5+11\cdot K}{11+5\cdot n} = \frac{5}{11}$

5 ... 12

$\frac{5}{11}$ $\frac{10}{22}$ 5 (16) 27 38 49 (60) 71
11 16 21 26 31 36 41 46 51 ... 132 n

---

черновик ①

~~к~~ $x^2+y^2+7-xy+3x+3y$ ← пара, при которой выражение наимен.

$x^2 = xy-3x-3y-7-y^2$

$\frac{ЖС}{П} = \frac{5}{11}$

$f(x) = \pm\sqrt{xy-3x-3y-7-y^2}$

$\frac{11x}{5x}$

---

И ~~$\frac{8}{11}x$~~ ~~$\frac{11}{5}x$~~ x
П − x $\frac{5}{11}$ x

---

1, −2, 3, −4, 5, −6, 7, −8 | Σ первых 2019 членов

1 5 7 9 11 13
3 5
+1 +2 +3 +4 +5

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... ← арифм прогрессия
−2 − 4 − 6 − 8

2019 − 1009 неч. (+1)

2019 : 2 = 1008 + 1

1 2 2 3 3 4 5 6
K = 1

1009 неч.
1008 четн.

(1009 единиц)

$\frac{1+2019}{2}$ ~~1009 · 1010 · 1009~~

1009
1010
~~10090~~
~~1010~~
~~1019090~~

~~−22~~ $\frac{2+2018}{}$

121 = 5·K

$\frac{60}{132} = \frac{12}{11}$ $\frac{5}{11}$

15 [illegible]

черновик 2.)

5. $\vec{a}, \bar{b}, \bar{c}$ – единичные вектора в пространстве. Доказать:

$$\sqrt{1-\vec{a}\cdot\vec{b}} \le \sqrt{1-\vec{b}\cdot\vec{c}}+\sqrt{1-\vec{a}\cdot\vec{c}}$$

ω 1

$$\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ 2y-x+3=0 \; (\cancel{+2}) \end{cases}$$

~~$2x-2y-y+x=0$~~

$$\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ -2x+4y+6=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=2x+3 \\ 4x+9=x \end{cases}$$

$3y=-9$

$\underline{y=-3}$

$x=-3$

$y=-3$

6. все четверки натуральных чисел $(k, l, m, n)$

$k!+l!=m!-n!$

$k, l, m, m>$ $m>n, k, l$

пусть $k>l>n \Rightarrow 3k!$

$3k! \ge m!$ или $k=l=n$

и $3n! \le m!$

$3 \geqslant \frac{m!}{k!}=(k+1)\cdot\ldots\cdot(m-1)m$

$3 \le \frac{m!}{n!}=(n+1)\cdot\ldots\cdot(m-1)m$

$m=3$ $k=l=n=2$

$(2,2,3,2)$

7. $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots$

$x_0=8$ и $x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}$

для всех $n \geqslant 0$

Доказать $64 < x_{2019} < 64{,}1$

$8, \frac{65}{8}$ ~~[illegible]~~

$8, \frac{65}{8}, \frac{9}{2}$

$8+\frac{?}{8}+\frac{1}{8}, \frac{9}{8}, \frac{9}{8}+\frac{8}{9}$

[illegible] $=2$

3 [illegible] последовательность

$1, -2, 3, -4, 5, -6, \ldots, (-1)^{n+1}n$

1 и 2 чл → одна единица

2 и 3 чл → две единицы

4 5 9

[illegible] 1, 1, 1, −1, 1, 1, 1, 1,5 ..

$\Sigma$ [illegible] 2019 чл.

[illegible] n и n−1 члена стоит по [illegible] стоит (n−1) [illegible] единицу [illegible]

$n(1+2+\ldots+(n-1))=n\frac{(n-1)\cdot n}{2}$

Если $n=63 \Rightarrow$ всего член

$3+\frac{62\cdot 63}{2}=2016$-член

$\Sigma=\frac{62\cdot 63}{2}+3+(1-2+3-4+\ldots+61-62+63)=$ $=1956-31+63=1988$ $\overset{2019}{=}$ $\frac{62\cdot 63}{2}+3+$ [illegible] $x_{2016}=63$ $x_{2017}$ [illegible] $=1$

Черновик 3   $k, n \in Z \Rightarrow n \vdots 11,\ k \vdots 5$

$\frac{5+11k}{11+5n} = \frac{5}{11}$   $\cancel{55} + 121k = \cancel{55} + 25n$

$\frac{121}{25} = \frac{n}{k}$   $k = \frac{25}{121}n$   дата ≤ (k+n)

~~5~~ $n \vdots 11$   $\frac{25}{121}n + n = \frac{26n}{121}$

---

1 янв. ~~Ив~~ $\frac{\text{кол-во монет Ивана}}{\text{кол-во монет Петра}} = \frac{5}{11}$

со 2 янв. →

у Ив. +11 либо у П. +5

(у одного увеличивается, у другого - неизменно)

? когда снова будет отношение $\frac{\text{к-ва мон. Ив}}{\text{к-ва мон. П}} = \frac{5}{11}$

1 янв $\frac{1}{p} = \frac{5}{11}$   k – Ив   l – Петр

$11(1+11k) = 5(p+5l)$

$\frac{1+11k}{p+5l} = \frac{5}{11} \Rightarrow 11 + 121k = 5p + 25l$ $(121k = 25l)$

но! П $l = 5p \Rightarrow$ $l = 121 \cdot \frac{k}{25}$   $k = \frac{25l}{121}$ min $l = 121$

$k = 25$

(и в день [illegible]

я ф м ап май

$30 + 28 + 31 + 30$ (27)

$146 - 119 = 27$

---

робот и сотрудник

вер. правильного ответа роб — 0,7

вер. пр. отв. сотрудника — 0,4

помощника — $\frac{4}{7}$

вероятность сотрудник ответ ~~[illegible]~~ с об роб - 0,5 сотрудникb

$\frac{\text{отношения}}{\text{пс}} = ?$

$(x \cdot 0{,}4 + \frac{4}{7}(1-x) = \frac{4}{10}x - \frac{4}{7}x + \frac{4}{7} = \frac{4}{7} - \frac{12}{70}x)$

робот и отв $0{,}7(\frac{4}{7} - \frac{12}{70}x)$

оба непр $0{,}3(1 - \frac{4}{7} + \frac{12}{70}x)$

из задания 4

$0{,}7(\frac{4}{7} - \frac{12}{70}x) + 0{,}3(\frac{3}{7} + \frac{12}{70}x) = \frac{1}{2}$

$7 \cdot \frac{4}{7} + 3 \cdot \frac{3}{7} - \frac{84}{70}x + \frac{36}{70}x = 5$

$\frac{48}{70}x = \frac{2}{7}$

$x = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$ – сотрудн   пс $= \frac{7}{12}$

5/11

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1049-13.

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 2 | | |
| 6 | 14 | 3 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 49 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1049 - 13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

**Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)**

**Ответ на задание 1**

(-3;-3)

**Ответ на задание 2**

26 мая 1119

**Ответ на задание 3**

1988

**Ответ на задание 4**

5 : 7

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

(2;2;3;2)

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

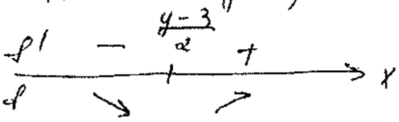
### ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание 1.

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y$

Рассмотрим функцию $f(x)=x^2-(y-3)x+y^2+3y+7$

$f'(x)=2x-(y-3)$ $\quad 2x-(y-3)=0$ $\quad x=\frac{y-3}{2}$

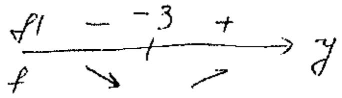


т.к. на интервале $(-\infty;\infty)$ точка $x=\frac{y-3}{3}$ − ед. точка экстремума, при этом явл. точкой минимума, то $f$ наим достигается при $x=\frac{y-3}{2}$.

Получим: $f(y)=\frac{y^2-6y+9}{4}-\frac{y^2-6y+9}{2}+y^2+3y+7$

$f(y)=\frac{3}{4}y^2+\frac{9}{2}y+\frac{19}{4}$

$f'(y)=\frac{3}{2}y+\frac{9}{2}$ $\quad \frac{3}{2}y+\frac{9}{2}=0$ $\quad y=-3$



т.к. на $(-\infty;\infty)$ т. $y=-3$ − ед. т. экстр. при этом явл. т. минимума, то фун. $f(y)$ достигает своего наим. знач. в т. $y=-3$

$y=-3 \Rightarrow x=\frac{y-3}{2}=-3$

Подставим: $(-3)^2+(-3)^2+7-(-3)(-3)+3(-3)+3(-3)=9+9+7-9-9-9=-2$

Ответ: $(-3;-3)$ $\quad$ (+)

Задание 2.

Пусть на 01.01.1119 у Ивана было $5x$ монет, а у Петра − $11x$. Через некоторое кол-во дней у Ивана стало $(5x+11a)$ монет, а у Петра − $(11x+5b)$. При этом, $(a+b)$ − число прошедших дней. По условию $\frac{5x+11a}{11x+5b}=\frac{5}{11} \Rightarrow 121a=25b$

т.к. 121 и 25 − взаимно простые числа, то $a\geq 25$ и $b\geq 121$, т.к. они должны быть им кратны ($a \vdots 25$ и $b \vdots 121$). Значит, $(a+b)\geq 146$.

Прошло 146 дней. Какое это число? ~~Итого дата была високосной в феврале 29~~. Ск-ко дней было в феврале т.к. в задаче ничего не сказано о високосных годах, то 29 (этого дата была високосной).

январь (без 1ого), февраль, март, апрель − $30+\textcircled{29}+31+30=120$ дней.

т.е. 26 (146−120) мая − искомая дата

Ответ: 26 мая 1119 года $\quad$ (+)

Задание 3

$\underbrace{\textcircled{1},1}_{2ч.},\underbrace{\textcircled{-2},1,1}_{3ч.},\dots,\underbrace{\textcircled{-62},1,\dots,1}_{63ч},\textcircled{63},1,1,1.$

Разобьем числа на группы „изначальных" чисел приписанных к ним справа „1" (см. выше схему). Ск-ко полных групп поместится в первых 2019? В первых 62 таких группах всего чисел:

$\frac{2+63}{2}\cdot 62 = 2015$ и еще останется 4 числа: 63, 1, 1, 1.
найдем их сумму.

1) Сумма чисел вида 1, 3, 5, ... 63 : $S_1 = \frac{1+63}{2}\cdot 32 = 1024$
(32, т.к. всего таких чисел 32)

2) сумма чисел вида 2, 4, 6, ..., 62 : $S_2 = \frac{2+62}{2}\cdot 31 = 992$

3) Сумма „1" = их количеству
До числа 63: $\frac{1+62}{2}\cdot 62 = 1953$
После 63: 3
} Всего „1" $S_3 = 1956$ ⊕

Итоговая сумма $S = S_1 - S_2 + S_3 = 1024 - 992 + 1956 = 1988$
Ответ: 1988.

## Задание 4

Пусть мужчин – x, а женщин – y. Тогда:

1. вероятность того, что робот ответит верно и верно ответит женщина равна $\frac{7}{10}\cdot\frac{y}{x+y}\cdot\frac{4}{7} = \frac{2}{5}\cdot\frac{y}{x+y}$
2. робот прав + мужчина прав => $\frac{7}{10}\cdot\frac{x}{x+y}\cdot\frac{2}{5} = \frac{7}{25}\cdot\frac{x}{x+y}$
3. робот неправ + женщина неправа => $\left(1-\frac{7}{10}\right)\cdot\frac{y}{x+y}\cdot\left(1-\frac{4}{7}\right) = \frac{9}{70}\cdot\frac{y}{x+y}$
4. робот неправ + мужчина неправ => $\frac{3}{10}\cdot\frac{x}{x+y}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{50}\,\frac{x}{x+y}$

Т.к. события независимы, то складываем вероятности:

$$\frac{1}{2} = \frac{2y}{5(x+y)} + \frac{7x}{25(x+y)} + \frac{9y}{70(x+y)} + \frac{9x}{50(x+y)} = \frac{+140y+98x+-45y+63x}{350(x+y)} = \frac{161x+185y}{350(x+y)}$$

$$175 = \frac{161(x+y)+24y}{x+y} \Rightarrow 14 = \frac{24y}{x+y} \Rightarrow \frac{12}{7} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{x}{y} + 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{7}$$

⊕

Значит, $x:y = 5:7$

Ответ: 5:7

## Задача 5

Скалярное произведение векторов $\bar{x}\cdot\bar{y} = |\bar{x}|\cdot|\bar{y}|\cdot\cos(\widehat{x;y})$
Т.к. вектора единичные, то $\bar{x}\cdot\bar{y} = \cos(\widehat{x;y})$

$$\sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos\beta} + \sqrt{1-\cos\gamma}$$

$$\sqrt{2}\cdot\sin 2\alpha \le \sqrt{2}\sin 2\beta + \sqrt{2}-\sin\gamma$$

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

### ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$\sin 2\alpha \leq \sin 2\beta + \sin 2\gamma$

Если вектора лежат в одной плоскости, то для треугольника это верно.

Если нет, то $\angle\beta$ и $\angle\gamma$ только увеличат, т.е. и синусы тоже.

Чтд. ∓

Задание 6

$m! = k! + l! + n!$

Допустим, $k$, $l$ и $n$ - не равны одновременно. Тогда пусть $k \neq l$ и $k > l$. Т.к. $m! > k!$, $m! > l!$ и $m! > n!$, то $m \vdots k$, $m \vdots l$, $m \vdots n$

т.к. $k > l$, то $\left.\begin{matrix} k! \vdots l \\ m! \vdots l \\ l! \vdots l \end{matrix}\right\} n! \vdots l$, т.е. $n \geq l$.

Если $m \vdots l$, то $m! \neq l! \cdot a!$

$l!(a!) = l!(b! + c! + 1)$

$a! = \underbrace{\underbrace{b! + c!}_{\text{чётное}} + 1}_{\text{нечётное}}$. - невозможно.

Значит, $k = l = n$. т.е. $3k! = m! \Rightarrow m = 3$.

$3k! = 3!$

$k = 2$

∓

Ответ: $(2; 2; 3; 2)$

Ответы на задания 5, 7, 8 не даны.

ЧЕРНОВИК

$A = x^2 + y^2 + 7 - xy + 3x + 3y = \cancel{(x+y)^2 - 3xy + 7 + 3(x+y)}$ $(x+1,5)^2 + (y+1,5)^2 + 7 - xy - 2 \cdot 1,5^2 =$

$= \cancel{(x+1,5)^2 + (y+1,5)^2}$ $\cancel{(x+y)^2 - 3xy}$ $\cancel{(x+y)}$ $\frac{x^3+y^3}{x+y} + 3(x+y) + 7$ $-\frac{9}{4} + 7$

~~12x+2~~ $(2x-2y+3)^2 = 4x^2 + 4y^2 - 4xy + 12x - 12y + 9.$

$A = \frac{(2x-2y+3)^2}{4} + 6y + \frac{19}{4}$

01.01.1119 4 17 ~~прошло~~ ~~дней~~. $a + b = ?$ (min)

5x 11x $5x + 11a$ $11x + 5b$

+11 +0

+0 +5

$\frac{5x+11a}{11x+5b} = \frac{5}{11}$

$55x + 121a = 55x + 25b$

$121a = 25b$ $b : 121$ $a : 25$ $a + b = 146$

янв - 30 8. 59

февр - 29 8 90

мар - 31 121

апр - 30 151

май 31

~~16.06 - 161~~ 20

10.04 - 130

20.04 - 140

$\boxed{26.04}$

$1 - 2 \quad 3 \quad -4 \quad 5 \quad -6 \ldots (-1)^{n+1} n \ldots$

1 1 1 1 1 1

1 1 2 3 4 5 6 7 + 7 = 31

$n \cdot \frac{n-1+1}{2} n = \frac{n^3}{2} = 2016$

$n \frac{n+1}{2} n = \frac{n^2(n+1)}{2} = 2016$ $n^3 + n^2 - 4038 = 0.$

1 2 3 4 5 6 7 8

2 6 10 15 21 28 36

$\frac{1+8}{2} \cdot 8 = \cancel{32}\, 36$

$\cancel{\frac{1+1+7}{2}} = 4$

1, 3, 5, 7, 9

$\frac{10}{2} \cdot 5 = 25$

1 - 1 2 - 1

3 - 2 4 - 2

5 - 3 6 - 3

7 - 4 8 - 4

9 - 5

11 - 6

13 - 7 64 - 37

63 - 32

$\underbrace{①\ 1}_{2}\ \underbrace{⊖2\ 1\ 1}_{3}\ \underbrace{③\ 1\ 1\ 1}_{4}\ \underbrace{⊖4\ 1\ 1\ 1\ 1}_{5}\ \underbrace{⑤\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1}_{6}$

62

$\underbrace{-62\ 1111}$ $+63\ 111$ 2016

$\frac{2+n}{2} = 2019$ $n = 4036.$

$\frac{2+x}{2} (x-1) = 2016$

$(x+2)(x-1) = 4038$

$x^2 + x - 4040 = 0$ $D = 16161 = (127,125)^2$

$\cancel{\frac{2+100}{2} \cdot 100}$ $\cancel{\frac{2+50}{2} \cdot 50}$ $\cancel{\frac{2+75}{2} \cdot 74}$ $\frac{2+60}{2}\, 59$

$\cancel{\frac{2+65}{2} \cdot 64}$

$\frac{2+63}{2} \cdot 62 = 2015$

1 → . . .

1) 1 .. 3 .. 63 : $S = \frac{1+63}{2}\, 32 = \boxed{1024}$

2) 2 .. 4 .. 64 ! $S = \frac{2+64}{2}\, 32 = \boxed{1056}$ $1024 - 1056 = -32$

3) единицы $\frac{1+63}{2} \cdot 63 = 2016$ $+ 3 \Rightarrow 2019$

$\frac{2+63}{2} \cdot 62 = 2015$

1) 1 .. 63 $S = 1024$

2) 2 .. 62 $S = \frac{2+62}{2} \cdot 31 = 992$ $1024 - 992 = 32$

3) 1 $\frac{1+62}{2} \cdot 62 = 1953$ $+ 3 \Rightarrow 1956$

$\Rightarrow \boxed{1988}$

$\frac{y}{x+y} = \frac{7}{12}$

$\frac{x}{y} + 1 = \frac{12}{7}$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$

$\cancel{0,3} + \frac{9}{70} + \frac{2}{5} = \frac{37}{70}$

$\cancel{\frac{p-0}{4-x}}$

$P_p = 0,7$ $P_{cм} = 0,4$ $x - y$ $\cancel{P = 0,7 \cdot 0,4 \cdot x + 0,7 \cdot \frac{4}{7} y + 0,3 \cdot 0,6 x} + 0,3 \cdot \frac{3}{7} \cdot y = \frac{1}{2}$

$P_{c*} = \frac{4}{7}$ $\frac{2}{5} + \frac{9}{70} = 0,6x + \frac{37}{70} y = \frac{1}{2}$ $\frac{17}{301}$ $\frac{8}{50} = \frac{23}{50}$

$P = \cancel{0,7 \frac{7}{10}\left(\frac{2}{5} + \frac{4}{7}\right)}\ \frac{7}{10} \cdot \frac{y}{y+x} \cdot \frac{4}{7} + \frac{7}{10} \cdot \frac{x}{x+y} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{y}{x+y} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{10} \cdot \frac{x}{y+x} \cdot \frac{3}{5} =$

$= \frac{37}{70} \cdot \frac{y}{x+y} + \frac{23}{50} \cdot \frac{x}{x+y}$ $\frac{185y + 161x}{350(x+y)} = \frac{1}{2} = 175$ $\frac{161(x+y) + 24y}{x+y} = 175$ $12y = 7$

Лист 1

**ЧЕРНОВИК**

$\sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{b}} \leq \sqrt{1-\bar{b}\cdot\bar{c}} + \sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{c}}$

$\bar{a}\cdot\bar{c} = \sqrt{1-x_1x_2-y_1y_2-z_1z_2} \leq \sqrt{1-x_2x_3-y_2y_3-z_2z_3} + \sqrt{1-x_1x_3-y_1y_3-z_1z_3}$

$m \geq 3 \to m! \geq 6.$

$k!+l!=m!-n!$ $\quad x! = 1\cdot1\ldots x\,x \quad m! = k!+l!+n!$ $\quad$ н.з. 1-у $k, l, n$

$m=3$

$m=4$

$k!+l!+n!$

$(2;2;3;2)$

$n! \geq 1$ ~~$k! \geq 0$~~

$m! \geq 2.$ $\quad m! \geq 2$ $(m!-n!) \geq 1.$

$n!+l! \geq 1$

$k!+l! \geq 2 \quad m!-n! \geq 2.$

$m! \geq 3$

$m! \geq 6. \quad m!-n! \geq 5$

$k!+l! \geq 5.$

$k+l \geq 2.$

Пусть $k \neq l \neq n$

$k>l>n$ ~~$m! \neq k$~~

$n!(k!+l!+1) \quad m! > k!+l!$

Пусть $k \neq l$ [ $k+l \quad k>l \quad l!(a!+1)+n!$ $\vdots l$

$k!+l!+n! = m!$

$k \vdots 2$

$l \vdots 2$

$2!+3!+4! = 2+6+24 = 32$

$3!+6!+4! = 6+420+5040 = 5760.$

~~Пусть $k>l$~~ $\vdots l \quad \vdots l \quad \vdots l.$ $\quad m \vdots k \quad k \vdots l.$ $\quad m \vdots l.$ $\quad m \vdots n$ $\quad (n>l)$

$2k!+l! = m!$ $\quad n=k.$

$l!(2p!+1) = m!$

$x_0 = 8 < 64 \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2+1}{x_n} = \quad x_2 = \frac{65}{8} + \frac{8}{65} = \frac{4289}{520} = 8\frac{129}{520}$

$x_1 = \frac{65}{8} < 64$ $\quad$ ~~$a_n = a_1 + d(n-1)$~~

$8\frac{1}{8}$

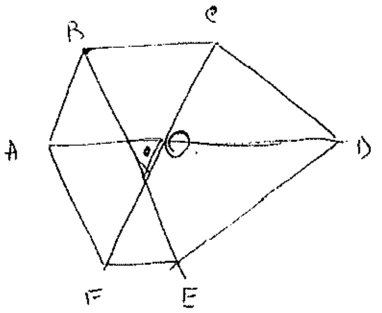
$x_{n+2} = x_{n+1} + \frac{1}{x_{n+1}} = x_n + \frac{1}{x_n} + \frac{1}{x_n + \frac{1}{x_n}} = x_n + \frac{1}{x_n} + \frac{x_n}{x_n^2+1} = \frac{x_n^2+1}{x_n} + \frac{x_n}{x_n^2+1} =$

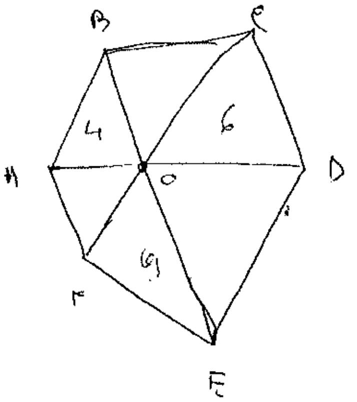
$= \frac{x_n^4+3x_n^2+1}{x_n^3+x_n}$

$S = \frac{8+x_n}{2}n =$

$x_n = 8 + \frac{1}{}$

$64 < x_{2018} < 64{,}1 \quad x_{2019} = x_{2018} + \frac{1}{x_{2018}}$





$\cos 2x = 1-2\sin^2 x$ ~~$2\cos^2 x - 1$~~

$\sin x = \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}$

$\sin 2x = \frac{\sqrt{1-\cos 4x}}{\sqrt{2}}$

$A = x^2+y^2+7-xy+3x+3y \qquad 4A = (2x)^2+(2y)^2+28-4xy+12x+12y =$

$= (2x+2y+3)^2+17-8xy \qquad \frac{9 \pm \sqrt{24}}{3}$

$a^2+b^2+7-ab-3a-3b$

$A = x^2-(y-3)x+y^2+3y+7 \qquad D = y^2-6y+9-4y^2-12y-28 =$

$= -3y^2-18y-19 = -(y-9-\sqrt{24})(y-9+\sqrt{24})$

$A' = 2x-y+3 \qquad A' \; - \; \frac{y-3}{2} \; + \; \to x$

$A \searrow \nearrow$

$x = \frac{y-3}{2}.$

$A = \frac{y^2-6y+9}{4} - \frac{y^2-6y+9}{2} + y^2+3y+7 = \frac{4y^2+12y+28}{4} - \frac{y^2-6y+9}{4} = \frac{3y^2+18y+19}{4}.$

$A' = \frac{3}{2}y + \frac{9}{2} \qquad \; - \; -3 \; + \; \searrow \nearrow$

$y = -3.$

$x = -3$

~~$16+8+7-12-8$~~ $-12 =$

~~$= 23-24 =$~~ $1.$

$9+9+7-9-9-9 = (-2)$

Лист 2

ЧЕРНОВИК

$1-\bar{a}\bar{b} \le 1-\bar{b}\bar{c}+1-\bar{a}\bar{c}+2\sqrt{1-\bar{b}\bar{c}-\bar{a}\bar{c}+\bar{a}\bar{b}c^2}$

$\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}=1$ $\quad (x_1+x_2+x_3)^2+(y\ \ )^2+(\ \ )^2=3+\frac{x_1x_2+\ldots}{2}+3x_1x_1x_2+$ $+3y_1$

$\sqrt{1-1\cdot1\cdot\cos(\underset{\alpha}{\bar{a};\bar{b}})} \le \sqrt{1-1\cdot1\cdot\cos(\underset{\beta}{\bar{b};\bar{b}})}+\sqrt{1-1\cdot1\cdot\cos(\underset{\gamma}{\bar{a};\bar{b}})}$

$\sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

$1-\cos\alpha \le 2-\cos\beta-\cos\gamma$

$\underbrace{\cos\beta+\cos\gamma}_{-2\le\ \ \le2} ~~-\cos\alpha~~ \le \underbrace{1+\underbrace{\cos\alpha}_{-1\le\ \ \le1}}_{0\le\ \ \le2}$

$\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{a}\cdot\bar{c} \le 1+\bar{a}\cdot\bar{b}$

$x_1x_3+y_1y_3+z_1z_3+x_2x_3+y_2y_3+z_2z_3-x_1x_2-y_1y_2-z_1z_2 \le 1$

$\frac{x_n^2+1}{x_n+x_n}$

$8 \quad 8\frac{1}{8}=\frac{65}{8}=\frac{8^2+1}{8} \quad \frac{4289}{520} \quad \frac{65^2+64}{520}$

$x_n=x_{n-1}+\frac{1}{x_{n-1}}=x_{n-2}+\frac{1}{x_{n-2}}+\frac{x_{n-2}}{x_{n-2}^2+1}=x_{n-3}+\frac{1}{x_{n-3}}+\frac{x_{n-3}}{x_{n-3}^2+1}+\frac{x_{n-3}+\frac{1}{x_{n-3}}}{\left(x_{n-3}+\frac{1}{x_{n-3}}\right)^2+1}=$

Пусть $x_{2019}\le64$

$x_{2018}+\frac{1}{x_{2018}}\le64$

$x_{2018}^2+1\le64x_{2018}$

$x_{2018}^2-64x_{2018}+1\le0 \quad D=1023$

$x_{2018}=32\pm\sqrt{1023}$

$[1;63]$

$x_{2018}\le63$

$x_{2017}^2-63x_{2017}+1\le0. \quad 3961$

$[1;62]$

$x_{1982}\le27$

$x_{n+2}=x_{n+1}+\frac{1}{x_{n+1}}=x_n+\frac{1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}=$

$=\frac{x_n^2+1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}=\frac{x_n^4+3x_n^2+1}{x_n^3+x_n}=$

$=x_n+\frac{2x_n^2+1}{x_n^3+x_n}$

$\frac{x_n^4}{x_n^2}$

$\frac{24}{640}=\frac{32}{320}$

$x_{2018}+\frac{1}{x_{2018}}$

$\frac{x_n^2+1}{x_n^2+1}\cdot\frac{641}{10}+\frac{1}{64}$

$x_{2020}=x_{2019}+\frac{1}{x_{2019}}$

$64<x_{2019}<64,1$

$\frac{10}{641}<\frac{1}{x_{2019}}<\frac{1}{64}$

$64\frac{10}{641}<x_{2020}<64\frac{37}{320}$

$a=\frac{b^2+1}{b}$

$ab=b^2+1$

$b^2-ab+1=0.$

$b=\frac{a\pm\sqrt{a^2-4}}{2}$

$x_{2018}=\frac{x_{2019}\pm\sqrt{x_{2019}^2-4}}{2}$

$n^{n-1}$

$\frac{65}{8}=\frac{8\cdot11-1}{8}$

$\frac{4289}{520}=\frac{8\cdot11(8\cdot11-1)-1}{520}$

$66(66-1)$

$66(66\cdot65)-1$

$66(66^2\cdot65-1)-1$

$66(66^3\cdot65-66-1)$

$66^4\cdot65-66^2-1$

лист 3

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

4502-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| 2,2 |
| **Ответ на задание 2** |
| 28 февраля 2019 года |
| **Ответ на задание 3** |
| 1923 |
| **Ответ на задание 4** |
| 3/7 |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| (2,2,3,2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

4502-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 3 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 47 | | |

Чистовик

Страница 1

№2.

Пусть у Петра было 7x монет, тогда у Ивана - 3x монет.
Пусть Ивану давали n дней по 7 монет, а Петру m дней по 3 монеты.

$\frac{3x+7n}{7x+3m}=\frac{3}{7} \Rightarrow \cancel{21x}+49n=\cancel{21x}+9m$ $\quad n, m \in \mathbb{N}$

$49n=9m \Rightarrow \begin{cases} m=49 \\ n=9 \end{cases}$ - наименьшие ($m \vdots 49$, $n \vdots 9 \Rightarrow$ наименьшие $m=49$, $n=9$).

⊕

Значит через $m+n=58$ дней отношение количества монет у Ивана к количеству монет у Петра снова станет 3:7. Это будет 28 февраля.

Ответ: 28 февраля 1019 года

№4

Пусть в компании было x мужчин и y женщин. Т.к. вероятность совпадения ответов сотрудника и робота равна 1/2, то составим уравнение.

$$\frac{4}{5}\cdot\overset{①}{\frac{2}{3}}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{1}{5}\cdot\overset{②}{\frac{1}{3}}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{4}{5}\cdot\overset{③}{\frac{3}{7}}\cdot\frac{y}{x+y}+\frac{1}{5}\cdot\overset{④}{\frac{4}{7}}\cdot\frac{y}{x+y}=\frac{1}{2}$$

① → если выбрали мужчину, он оказался прав и робот тоже прав
② → выбрали мужчину, он не прав, но и робот ошибся.
③ → выбрали женщину, она оказалась права и робот прав.
④ → выбрали женщину, она не права, робот ошибся.

$$\frac{x}{x+y}\left(\frac{8}{15}+\frac{1}{15}\right)+\frac{y}{x+y}\left(\frac{12}{35}+\frac{4}{35}\right)=\frac{1}{2}$$

⊕

$\frac{3}{5}\cdot\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x+y}\cdot\frac{16}{35}=\frac{1}{2}$ | умножим обе части уравнения на 70.

$\frac{42x}{x+y}+\frac{32y}{x+y}=35$

$\frac{42x+32y}{x+y}=35$

$42x+32y=35x+35y$

$7x=3y$

$\frac{x}{y}=\frac{3}{7}.$

Ответ: $\frac{3}{7}$.

№6

Ответ: 1923

№1

$x^2+y^2-xy-2x-2y+5 \to min$

Заменю x и y местами:

$y^2+x^2-xy-2y-2x+5 = x^2+y^2-xy-2x-2y+5$ Выражение не изменилось $\Rightarrow$ если при паре чисел (x,y) оно минимальное, то и при (y,x) оно тоже минимально.

$x^2 - x(y+2) + y^2 - 2y + 5$

минимально значение достается в вершине параболы

при $x = \frac{y+2}{2}$ ⊕

$$\left(\frac{y+2}{2}\right)^2 - \frac{(y+2)^2}{2} + y^2 - 2y + 5 = \frac{y^2+4y+4}{4} - \frac{y^2+4y+4}{2} + \frac{4y^2-8y+20}{4} =$$

$$= \frac{-y^2-4y-4+4y^2-8y+20}{4} = \frac{3y^2-12y+16}{4} = \frac{3\cdot 2^2 - 12\cdot 2 + 16}{4} = 1,$$ при $y=2$, $x=2$.

минимальное значение в вершине параболы

$3y^2-12y+16$

$y_B = \frac{12}{6} = 2$

Значит выражение $x^2+y^2-xy-2x-2y+5$ принимает минимальное значение при $x=y=2$ и оно равно 1

Ответ: (2,2).

№5

Если векторы $\vec a, \vec b, \vec c$ единичные, то $|\vec a| = |\vec b| = |\vec c| = 1$.

~~ОДЗ подкоренного выражения имеем: $1 - \vec a \vec b \geq 0$~~

$\vec a \cdot \vec c = |a|\cdot|c|\cdot \sin\beta = \sin\beta$ (α, β, φ - двугранные углы между плоскостями).

$\vec a \cdot \vec b = |a|\cdot|b|\cdot\sin\varphi = \sin\varphi$

$\vec b \cdot \vec c = |b|\cdot|c|\cdot \sin\alpha = \sin\alpha.$ ⊖

?

$\vec b\cdot\vec c\cdot\vec a\,\vec c = \vec a\cdot\vec b\cdot|\vec c|^2 = \underset{=\sin\varphi}{\vec a\,\vec b} =$

$$\sqrt{1-\sin\varphi} \leq \sqrt{1-\sin\alpha} + \sqrt{1-\sin\beta}$$

$$1-\sin\varphi \leq 1-\sin\alpha+1-\sin\beta + 2\sqrt{1-\sin\beta-\sin\alpha+\sin\alpha\sin\beta}$$

$$\sin\alpha+\sin\beta-\sin\varphi-1 \leq 2\sqrt{1-\sin\alpha-\sin\beta+\sin\varphi}$$

Из определения подкоренного выражения имеем: $1+\sin\varphi \geq \sin\alpha+\sin\beta$. $\Rightarrow$ $\sin\alpha+\sin\beta-1-\sin\varphi \leq 0$. Значит наше неравенство верно, т.к. корень всегда не отрицателен. (мы получили слева отрицательную ($\leq 0$) величину, а справа положительную ($\geq 0$)). Это верно всегда.

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9525-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 6 | | |
| 4 | 12 | 0 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 8 | | |
| ИТОГО | 100 | 48 | | |

Вог

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9525-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (-3;-3) |
| **Ответ на задание 2** |
| через 146 дней |
| **Ответ на задание 3** |
| 1991 |
| **Ответ на задание 4** |
| |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| (2;2;3;2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| 37 |

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

### ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№1.

$$x^2+y^2+7-xy+3x+3y=\frac{3}{2}(x^2+2x+1)+\frac{3}{2}(y^2+2y+1)-\frac{1}{2}(x^2+y^2+2xy)+$$

$$+4.=\frac{3}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}(y+1)^2-\frac{1}{2}(x+y)^2+4.=$$

$$=\frac{1}{2}(x-y)^2+\frac{1}{2}(\underbrace{x^2+\overset{①}{6x}}_{x_{в_1}}+7+\underbrace{y^2\overset{②}{+6y}}_{x_{в_2}}+7).$$

графич. $f(x)$ – пар с ветв. вверх, min знач в $x_в$.

$x_{в_1}=-\frac{6}{2}=\boxed{-3}$. аналог

$y_{в_1}=9-18=-9$ $\quad y_{в_2}=-9$.

Если $x=y$, то $(x-y)^2$ – min =>.

min значение при $x=y=-3$.

$(\cancel{9}+\cancel{9}+7-9-\cancel{9}-\cancel{9}=-2)$.

Ответ: min знач при $(-3;-3)$.

---

№2.

Пусть 1 января у Ц: $5x$, у П: $11x$. , $k$ и $n$ – кол-во дней, когда они прибав. деньги. Тогда, получим:

$$\frac{5x+11k}{11x+5n}=\frac{5}{11}\Leftrightarrow 55x+121k=55x+25n\Leftrightarrow 121k=25n.$$

т.к 25 и 121 взаимн. просты, то $k \vdots 25$, $n \vdots 121$.

т.к наим, то $k=25$, $n=121$ =>

всего должно пройти: $k+n=25+121=146$ дней.

Ответ: через 146 дней после начала (то есть вкл 2 янв).

стр №1

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№3.

Ⓐ $\overset{1}{1}; \overset{2\cdot 1}{-2}; \overset{3\cdot 1}{3}; \overset{4\cdot 1}{-4}; 5 \; \ldots\ldots, (-1)^{n+1}\overset{n\cdot 1}{n}, \ldots$

Посчитаем всех чл. послед. выписанные доб. 1.

к $1-1$, к $2-2$, к $3-3$ $\Rightarrow 2+3+4+\ldots+k$, где $k$ – номер ч. А бу. „1".
2шт  3шт  4шт

Тогда. $2+3+4+\ldots+k = \frac{(2+k)(k-1)}{2} = 2019. \Rightarrow k^2+k-4040=0.$

ближ. кор. к ~~справа.~~ ~~слева~~ слева – ~~64~~ 63

$(64^2+64-4040>0, \underbrace{63^2+63-4040<0}_{-8}.$

То есть, будет целых $(n, \underbrace{n\cdot 1}_{\text{кол-во ед}})$ групп – 63, и

(64) с 7-ю единицами (1).

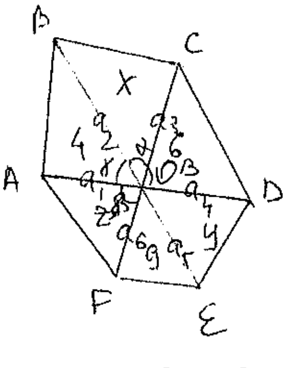
посч. не считая ед (доб). до 64 числа. ✓ $(\underbrace{\underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \ldots + \underbrace{63-64}_{-1}})$

добавлено ед.: $1+2+3+\ldots+63+7 = \frac{(63+1)\cdot 63}{2} + 7 = 2023$ $\quad 32\cdot(-1) = -32.$

Тогда S: $2023-32 = 1991.$

Ответ: 1991 $\frac{1}{2}$

№8.



$S_x = \frac{1}{2} a_2 \cdot a_3 \cdot \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{a_2 a_3}{a_6 \cdot a_5} = \frac{S_x}{9}.$

$9 = \frac{1}{2} a_6 \cdot a_5 \cdot \sin\alpha$

аналогично:

$\frac{S_y}{4} = \frac{a_4 \cdot a_5}{a_2 \cdot a_1}; \quad \frac{S_z}{6} = \frac{a_1 \cdot a_6}{a_3 \cdot a_4}.$

$\frac{S_y \cdot S_z \cdot S_x}{216} = \frac{\cancel{a_1} \cdot \cancel{a_2} \cdot \cancel{a_3} \cdot \cancel{a_4} \cdot \cancel{a_5} \cdot \cancel{a_6}}{\cancel{a_1} \cdot \cancel{a_2} \cdot \cancel{a_3} \cdot \cancel{a_4} \cdot \cancel{a_5} \cdot \cancel{a_6}} = 1 \Rightarrow$

$S_y \cdot S_z \cdot S_x = 216$ и $S_x + S_z + S_y = \min$ почему?

$S_y + S_z + S_y$ достигает минимума тогда, когда $S_y \cdot S_z \cdot S_x = 216 \Rightarrow$
$S_x^3 = 216$
$(S_x = S_y = S_z) \Rightarrow$

$S_x = 6.$ Тогда $S = 4+6+9+3\cdot 6 = 37.$

(стр №2)

Ответ 37. $\frac{1}{2}$

№ 8.

$k! + l! = m! - n! \Rightarrow k! + l! + n! = m!$

$K$ - max!

$1, 2, 6, 24, 120 \ldots$

Заметим, что если $m! \geq 24$, то ~~даже если~~ тогда $3 \cdot K! < m!$, чего быть не может.

Так же, $m! \neq 2$, т.к. тогда

$2 < \underbrace{1+1+1}_{\text{ед. случай}} \Rightarrow m! = 6 \Rightarrow m = 3.$

$6 = \underbrace{2+2+2}_{\text{единственное}} \Rightarrow$

$m = 3$

$n = 2$

$k = 2$

$l = 2$.

$k; l; m; n$

Ответ: $(2;2;3;2)$. ⊕

стр № 3

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 4.

| | Р | Ж | М |
|---|---|---|---|
| Вероятность | $\frac{7}{10}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{2}{5}$ |

Вероятность того, что люди ответят правильно:

~~$(\frac{2}{5})^x \cdot (\frac{4}{7})^y$, где x – кол-во [illegible], y – кол-во [illegible].~~

$\frac{14}{35} < \bigcirc < \frac{20}{35} \Leftrightarrow \frac{28}{70} < \bigcirc < \frac{40}{70}$.

т.к. вероятность, что ответ робота и человека совпадет – $\frac{1}{2}$, то, логично, что у людей вероятность ответа будет $\frac{7}{10} \longrightarrow \frac{3,5}{9,5} = \frac{7}{19}$.

⊖

3н 7п

↓ ↓

6ч. 3,5п

---

№5. $|\bar a| = |\bar b| = |\bar c| = 1$

$\bar a \cdot \bar b = |\bar a| \cdot |\bar b| \cdot$ ~~[illegible]~~ $\cos(\widehat{\vec a, \vec b}) = \cos(\widehat{\vec a; \vec b})$

$\vec b \cdot \vec c = \cos(\widehat{\vec b; \vec c}) =, \cos(\widehat{\bar a; \vec c}) = \vec a \cdot \vec c$.

Заметим, что зная два косинуса, мы можем найти градус третьего.

⊖

---

№ 6.

$k! + l! = m! - n! \Leftrightarrow k! + l! + n! = m!$

~~пусть n – самое малое из k, l и n.~~

~~Тогда $n!\left(\frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} + 1\right) = m!$~~

~~напишем [illegible] факториалы.~~

Стр №4

Легко заметить, что $n! > 3(n-1)!$, то есть.

1 2 6 24 ~~[illegible]~~ 120.

в любом случае $m! > 3(m-1)!$

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№6.

$k!+l! = m!-n!$ $\quad$ $m > n$, иначе решений нет.

$m!-n! = n!\left(\frac{m!}{n!}-1\right)$ $\quad$ $m > k \geq l$

Заметим, что если есть решение $(k; l; m; n)$, то ~~[illegible]~~

будут решение; где ~~[illegible]~~ $k, l, n$ стоят [illegible] на любом из мест $k, l, n$.

---

$\frac{14}{20}$ //

№ 4.

Р $\frac{7}{10} \Rightarrow \frac{3}{10}$ Н ответ Р.

М $\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{3}{5}$ Н ответ М

Ж $\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{3}{7}$ - Н ответ Ж.

~~Если вероятность робота $\frac{7}{10}$, а $\frac{7}{10} > \frac{4}{7} > \frac{2}{5}$, то вероятность людей должна быть~~

~~$12 \leftarrow 6$ $\frac{14}{20} \rightarrow \frac{7}{12+7} = \frac{7}{19}$ (1 на $\frac{1}{2}$).~~

~~т.к. вероятност~~ Если вероятность робота $\frac{7}{10}$, а $\frac{7}{10} > \frac{4}{7} > \frac{2}{5}$, то

~~вероятность людей должна быть $\frac{7}{10} \cdot \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$~~

Если вероятность робота $\frac{7}{10}$, то, вероятность людей должна ~~$\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$~~. быть $\frac{3{,}5}{10} = \frac{7}{20}$.

$$\frac{7}{20} = \underbrace{\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^y}_{\text{вероятность людей отв. правильно.}}$$

1 $\quad$ 2 $\quad$ 6 $\quad$ 24 $\quad$ 48 $\quad$ Стр №5

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№4, №7 не выполнены

№1.

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y=(x+y)^2-3(xy-x-y)+7=$ ЧЕРНОВИК

$-(x-1)(y-1)$

$xy-x-y+1$

$=(x+1)^2+(y+1)^2+(xy-x-y)+5.$ $x^2-\underline{2x}+1+y^2-2y+1+7-\cancel{xy}-$

$-xy+x+y\cancel{\pm}1+3x\cancel{-3}+3y-3=$

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y$

$x+y=t \Rightarrow$ $=x^2+2x$

$(x+y)^2=t^2$; $x^2+y^2-2xy=t^2.$

$3a^2+3b^2-a^2-b^2-4-2ab$

$xy=\frac{t^2-x^2-y^2}{2}$

И П

5x 11x

(+11) ⟸ (+5) =

$\overset{\checkmark 1}{1}; \overset{\checkmark 2}{-2}; \overset{\checkmark 3}{3}; \overset{\checkmark 4}{-4}; \overset{\checkmark 5}{5}; -6; \ldots (-1)^{n+1}n.$ где n номер

всего членов после каждой: ариф. прогр.

$2+3+4+\ldots k$; $\frac{(2+k)\cdot(k-1)}{2}=2019.$ эт „1".

Ближайшая будет $5(x+1)=5x+5$, но т.к. 5 ⋮̸ 11, нужно

Найти ближ. простое 5 и 11. это 55 =>

число

~~$\frac{3}{2}a^2+\frac{3}{2}b^2$~~

$\frac{5x+11k}{11x+5k}=\frac{5}{11}$ $3a^2+3b^2-(a^2+b+2)^2+4$

121 и 25 взаимно просты =>

$\cancel{55x}+121k=\cancel{55x}+25\cdot n.$

ближ., когда

$121k=25n$

$k=25$

$n=121$ => $k+n=146$ дней.

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y.$

Ответ: через 146 дней после начала данных действий.

~~$(x+y)^2$~~ $(x+1)^2+(y+1)^2+5-(xy-x-y=$

$=(x+1)^2+(y+1)^2+(y+1)\cdot x-(x+1)+6=$

$=(x+1)(x.+(y+1)(y+1-x)+6.$

$(2+k)(k-1)=2019\cdot 2.$

$2k-2+k^2-k=4038$

4033 „64" ⑦ единицу.

$k^2+k-4040=0.$

Ближайшая нат. $k=63$ ((4032)) => будет еще

64 член из первой и

(СТР N1)

Сумма из первых послед.

ЧЕРНОВИК

груп. 1 и 2, 3 и 4. и .... 63 и 64.

их сумма по $-1$. по 32 шт.

$32 \cdot -1 = -32$

$x(3+x) + y(3+y) - xy$.

$(x+y)^2$..

всю добавлено единиц.

$1{,}5x^2 + 3x + 1{,}5 + 1{,}5y^2 + 3y + 1{,}5 +$

$+ 4 - xy - 0{,}5x^2 - 0{,}5y^2$

$\overset{1}{1} + \overset{2}{2} + \overset{3}{3} \ldots \quad \overset{63}{} + 63 \neq 7 = \frac{\cancel{(63+1)}\cdot 63}{\cancel{2}} + 7 = \boxed{2023}$

$\overset{P}{7/10}$ $\quad \overset{M}{2/5} \quad \overset{m.}{4/7}$

$1/2$

70 вопросов.

Р – 49 прав.

М – 28 прав.

Ж – 40 прав.

$(x - y + 1)^2 = x^2 + y^2 + 1$

$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot \cos\alpha = \cos\alpha$

$\overline{b} \cdot \overline{c} = |\overline{b}| \cdot |\overline{c}| \cdot \cos\beta = \cos\beta$.

$\overline{a} \cdot \overline{c} = |\overline{a}| \cdot |\overline{c}| \cdot \cos\gamma = \cos\gamma$

$\sqrt{1-\cos\alpha} \leq \sqrt{1-\cos\beta} + \sqrt{1-\cos\gamma}$

$k! + l! = m! - n!$

пусть $k \geq l$, $m > n$.

тогда.

$\frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} = \frac{m!}{n!}$

$\frac{m!}{n!}$ – нат.

стр 12

ЧЕРНОВИК

$x_0; x_1, \dots x_n, \dots$ $x_0 = 8.$

$(a+b+2)^2$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$ 1 1 3 18+19 = 37

~~$x_1 = 8 + \frac{1}{8} =$~~

$x_{n+1} = \frac{x_n^2+1}{x_n}$ $\frac{65}{8}$; $x_{n+2} = \frac{(\frac{65}{8})^2 + 1}{\frac{65}{8}} = \frac{\frac{(65)^2}{8} + 8}{65} =$

$x_{n+2} = \left(x_n + \frac{1}{x_n}\right) + \frac{1}{x_n + \frac{1}{x_n}}$

$= \frac{65^2+64}{65\cdot 64}.$

64 $x+1 = a$ $y+1 = b$ $\frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{2}b^2 - \frac{1}{2}$

пусть x – min из x, y, z. тогда.

$64 = \frac{x_n^2+1}{x_n}$ $y = x+k$ $\frac{1}{8} < \frac{1}{8}$

1 2 $\frac{k^2+n}{kn}$. x+y+z – min

$64\cdot x_n = x_n^2 + 1.$ x ~~y z – min~~.

x – max.

D=

$x_n^2 - 64x_n + 1 = 0.$

xyz = 216.

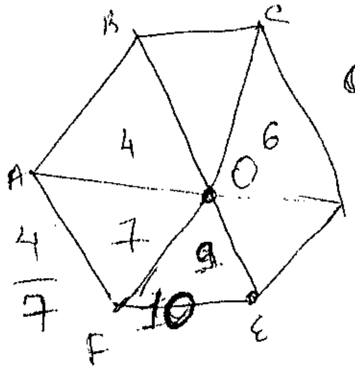
доп. что

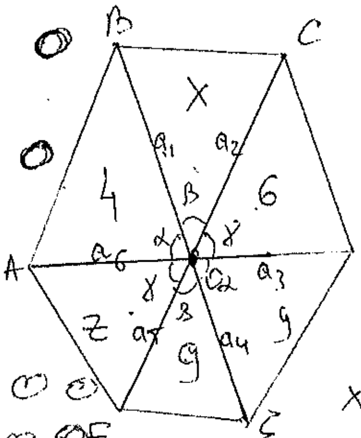
~~$x^3 = 216$~~

если x=y=z, то

x+y+z = max

6+6+6 = 18+





пусть y = x+k.

z = x − t.

~~x(x−t)(x+k)z~~

~~x(x−t)(x+k) = 216.~~

~~x+x−t+x−k =~~

$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$

1 2 3 1

1 + 2 = 6 −

$\frac{1}{2} a_1 \cdot a_2 \cdot \sin\beta = x.$

$\frac{1}{2} a_5 a_4 \cdot \sin\beta = 9$

$\frac{a_1 a_2}{a_5 a_4} = \frac{x}{9}$

$\frac{a_5 a_6}{a_2 a_3} = \frac{z}{6}$;

$\frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_3 \cdot a_4}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6} = \frac{xyz}{216} \Rightarrow$

$\frac{a_3 a_4}{a_1 a_6} = \frac{y}{4}$

xyz = 216

yz = 6

~~z·x·6 = 216~~

~~x↑ 6↓ x+6 min, когда~~

№ 3

$\bar{a}$ : 0,7 0,4

ЧЕРНОВИК

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$

10н. 10 3н 7п

6н 14п

$x_1 = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$

7п.

$x_2 = \frac{65^2+64}{65 \cdot 8} = \frac{65}{8} + \frac{\cancel{6}48}{65\cancel{8}}$

14п 6н $\frac{7}{19}$

⇓ ⇓

П

3/7 c!( … +1)

7п. 12н.

3/10 3/5 $x_n = \frac{(n^2+1)}{8} + \frac{8}{(n^2+1)}$

$\frac{7}{10}$ $\frac{7}{19}$

p p

7 $x_n = \cancel{\frac{((n-1)^2+1)}{8} + \frac{8}{(n-1)^2+1}}$

$\frac{(n+8)^2+1}{8} + 8$ $\frac{3,5}{2,5}$

$x_2 = \cancel{\frac{1}{4} + \frac{8}{2}}$

$x_3 = \frac{65}{8} + \frac{8}{65} + \frac{1}{\frac{65}{8} + \frac{8}{65}}$ $\frac{(n+7)^2+1}{8} + \frac{8}{(n+7)^2+1}$

7/10 $\frac{1}{2}$

$\frac{65}{8} + \frac{8}{65}$ 7н 3н.

7/10 2/5 4/7 +1 −1 4п 6н.

$\frac{(n+7)^2+1}{8n} =$ 100обл

$\frac{\cancel{49x}}{\cancel{100x}}$ $\frac{49x}{70x}$ $\frac{28}{70}$ $\frac{21}{30}$ $\frac{18}{30}$ $\frac{12}{30}$

Пусть y - [illegible] и y лучших.

тогда.

$\frac{4}{10}$ 3/10 p $\frac{3}{5}$м.

$\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^y$ 4 $\frac{98}{140}$ $\frac{49}{140}$

$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{50}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^y = \frac{7}{10}$

$\frac{3}{10}$ $\frac{6}{10}$

3/10 3/5 5/7 $\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^y = \frac{5}{7}$

№4

$\vec{a}$ $\vec{b}$

а) $(x_1; y_1; z_1)$

б) $(x_2; y_2; z_2)$

г) $(x_3; y_3; z_3)$.

ЧЕРНОВИК

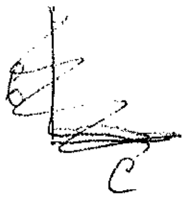
$x_n + 1 = x_n + \frac{1}{x_n}$ $n \geq 0$.

$k! + l! = m! - n!$

$1 - \cos\alpha \leq 1 - \cos\beta + 1 - \cos\gamma + 2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$

$\cos\beta + \cos\gamma - \cos\alpha \leq \cos\beta$

$k! + l! + n! = m!$



$x_n + 1 = x_n + \frac{1}{x_n} = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$

$x_2 = \frac{65}{8} + \frac{8}{65} = \frac{65^2 + 8^2}{8 \cdot 65}$

$x_3 = \frac{8 \cdot 65}{65^2 + 8^2} + \frac{65^2 + 8^2}{65} =$

$(x_n + \frac{1}{x_n})' =$

$= 1 + \frac{1}{x_n^2}$

8,0125

0,25.

$\frac{1}{8} < < \frac{1}{9}$

$8 \rightarrow 8\frac{1}{8} \rightarrow 8{,}248076\ldots$

$\frac{65^{\cancel{2}}}{8 \cdot 65} + \frac{8^{\cancel{2}}\,8}{8 \cdot 65}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{63}{64}$

$\frac{65}{8} + \frac{8}{65}$

$\frac{64n^2+1}{n^2}$

$4/7 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{35}$ $\frac{7}{10}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{64}$

8/3,5

$64 + \cfrac{1}{64 + \frac{1}{64} + \cfrac{1}{64 + \cfrac{1}{64 + \frac{1}{64}}}}$

стр n 5

$k!+l!=m!-n!$  $m>k>l>n$, $k,l,m,n\in\mathbb{N}$ ЧЕРНОВИК

$\frac{k!}{n!}+\frac{l!}{n!}=\frac{m!}{n!}-1$  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_4, \dots$ $x_0=8$

$x+\frac{1}{x}$  $x_n+1=x_n+\frac{1}{x_n}$.  $x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}$

$(x_{n+1}-x_n)=\frac{1}{x_n}$.  $(x_{n+1}-x_n)=\frac{1}{x_n}$

$x_n\cdot x_{n+1}=x_n^2$  $\underbrace{x_n}_{k}\underbrace{(x_{n+1}-x_n)}_{\frac{1}{k}}=1$

$x_n+\frac{1}{x_n}$  $64\frac{2}{n+1}$

$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}$  $32\cancel{64}n$  $8\frac{1}{8}=\frac{65}{8}$  $\frac{n^2-\cancel{2n}}{n}$

$\frac{n(n-1)^2}{n^2}$

$\frac{65}{8}$ $64^2$

$\frac{(\frac{65}{8})^2+1}{\frac{65}{8}}$

$\frac{(n-1)^2}{n}$.

$\frac{n^2+1}{n}$

$\frac{n^2+1}{65n}$

$\frac{65^2+64}{65\cdot8}$  $\underline{4289}$

$\frac{2(n^2+1)}{65(n+7)}$:

$\frac{4289}{65\cdot8}$  $\frac{65}{8}$

$\frac{65(n+7)}{2(n^2+1)}$  $\frac{65\cdot8}{2\cdot2}$.

$\frac{(n^2+1)^2+\cancel{1}64}{(n^2+1)\cdot8}$  $\cancel{65^2}+k$

$\frac{65(n-1)}{8}$.

$\frac{n^2+64}{65\cdot n}$

$\frac{n^2+64}{(n^2+1)\cdot8}$.

№6

ЧЕРНОВИК

$x+y=a$ $\quad (x+y)^2 = x^2+y^2+ 2в$

$xy=в.$

$(x+y)^2 - 3xy + x+y+7 = a^2 - 3в + a + 7$

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y.$ $\quad \sqrt{1-\cos\alpha} \leq \sqrt{1-\cos\beta} + \sqrt{1-\cos\gamma}$

$\frac{3}{2}(x+1)^2 + \frac{3}{2}(y+1)^2 - \frac{1}{2}(x+y)^2 + 4.$

L

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y \geq 2xy - xy + 7 + 3x + 3y = xy+3y+3y+7$

$\underbrace{\frac{1}{2}(x+y)^2}_{\geq 0.} + \frac{1}{2}(x^2+6x+7+y^2+6y+7).$

$x_в = \frac{-6}{2} = -3$ $\quad \frac{7}{10}$ $\quad \frac{5}{7}$

$\Downarrow$

$y_{min} = 9-18=-9. \; ; -g_{min} = -9.$

я ф м а м и.

$~~9~~+~~9~~+7-9-~~9~~-~~9~~$

6

7

31 $\quad$ 28 $\quad \frac{14}{20}$ $\quad \frac{7}{19}$

$\frac{7}{10} \cdot \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{7}{10}$ $\quad \frac{5}{7}$

$\frac{5}{7}$ – вероятность людей. $\quad \frac{49}{70}$ $\quad \frac{56}{70}.$ $\quad \frac{3}{10}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^y = \frac{7}{19}$ $\quad \frac{14}{20}$ $\quad \frac{7}{20}$ $\quad \frac{13}{20}.$

$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{7}$ $\quad \frac{14}{20}$ $\quad \frac{5}{10}$

12

$~~48~~$ $\quad \frac{28}{40}$ $\quad \frac{14}{40}$ $\quad \frac{26}{40}$

$\frac{14}{20}$ $\quad \frac{7}{19}.$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{35}$ $\quad 27$ $\quad 65^2$ $\quad \frac{n^2+1}{n}$

№ 7

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

497-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 12 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 70 | | |

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (-3;-3) |
| **Ответ на задание 2** |
| 27 мая 1119 г. |
| **Ответ на задание 3** |
| 1988 |
| **Ответ на задание 4** |
| 5 : 7 |
| **Ответ на задание 5** |
| Доказано |
| **Ответ на задание 6** |
| (2;2;3;2) |
| **Ответ на задание 7** |
| — |
| **Ответ на задание 8** |
| 38 |

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик.

№1

$$x^2+y^2+7-xy+3x+3y=$$

$$=x^2-xy+\frac{y^2}{4}+\frac{3y^2}{4}+7+3x+3y=\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3y^2}{4}+7+3x+3y$$

Пусть: $\begin{cases} x-\frac{y}{2}=t \\ y=s \end{cases}$, тогда $x=t+\frac{y}{2}=t+\frac{s}{2}$

Получим

$$t^2+\frac{3s^2}{4}+7+3\left(t+\frac{s}{2}\right)+3s=t^2+\frac{3s^2}{4}+7+3t+\frac{3}{2}s+3s=$$

$$=\underline{t^2+2t\cdot\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2}-\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3s^2}{4}+7+\frac{9s}{2}=$$

$$=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+\frac{3s^2}{4}+7+\frac{9s}{2}=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(s^2+6s\right)+7-\frac{9}{4}=$$

$$=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(s^2+2\cdot s\cdot 3+3^2-3^2\right)+\frac{28-9}{4}=$$

$$=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left((s+3)^2-9\right)+\frac{19}{4}=$$

$$=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(s+3)^2-\frac{27}{4}+\frac{19}{4}=$$

$$=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(s+3)^2-\frac{8}{4}=\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(s+3)^2-2$$

Наименьшее значение равное $-2$ возможно, если:

$$\begin{cases} t+\frac{3}{2}=0 \\ s+3=0 \end{cases}\quad \begin{cases} t=-\frac{3}{2} \\ s=-3 \end{cases}\quad \begin{cases} x-\frac{y}{2}=-\frac{3}{2} \\ y=-3 \end{cases}\quad \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$

Ответ: $(-3;-3)$

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик

№2.

Иван - И
Петр - П

$\frac{\text{деньги И}}{\text{деньги П}} = \frac{5x}{11x}$ ;

k - сколько дней увеличивалось кол-во монет у Ивана

n - сколько дней увеличивалось кол-во монет у Петра.

через сколько дней $\frac{5x+11k}{11x+5n} = \frac{5}{11}$ ?

$$11 \cdot (5x+11k) = 5 \cdot (11x+5n)$$

$$55x+121k = 55x+25n$$

$121k = 25n$ - уравнение с двумя переменными

$k > 0, k \in N$ ;
$n > 0, n \in N$ ; т.к k и n - это дни.

$$\frac{121k}{25} = n$$

дробь $\frac{121}{25}$ - несократимая => $k=25$, $n=121$

$k+n=25+121=146$ - искомое число дней (начиная со 02.01.1119)

$146+1=147$ - искомое число дней (начиная с 01.01.1119)

Найдем ~~нужную~~ нужную дату

1119 - не високосный год =>

| => месяц | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| дней в месяце | 31 | 28 | 31 | 30 | 31 | 31 |

с января по март пройдет 120 дней

$147-120=27$ - по окончании марта должно пройти еще 27 дней. =>

=> 27 мая отношение монет у Ивана и Петра будет $\frac{5}{11}$

27 мая - ближайшая возможная дата

Ответ: 27 мая 1119 года.

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик

№ 3

Было $1, -2, 3, -4 \ldots (-1)^{n+1} \cdot n$

Стало $1, 1, -2, 1, 1, 3, 1, 1, 1, -4, 1, 1, 1, 1, 5 \ldots n'_{2019}$

n - кол-во членов старой прогрессии ~~членов~~ в новой прогрессии; $n \in N$

$n + \left(\frac{n+1}{2} \cdot n\right) = 2019$

$n^2 + 3n = 4038$

$n^2 + 3n - 4038 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 4038 = 16161$

$n_1 = \frac{-3 - \sqrt{16161}}{2} < 0$ не подходит.

$n_2 = \frac{-3 + \sqrt{16161}}{2} \approx 62$ - подставим в уравнение.

$62 + \left(\frac{62+1}{2} \cdot 62\right) = 2015$ - значит что 2015-й член новой прогрессии это 1; $n'_{2016} = 63$; $n'_{2017} = 1$; $n'_{2018} = 1$; $n'_{2019} = 1$.

$S'_n$ - сумма членов новой прогрессии. $S_n$ - сумма членов старой прогр.

$S'_n = S_n + \frac{1+62}{2} \cdot 62 + 3$

$S_n = -1 \cdot 32 + 63$, т.к. $\overbrace{\underbrace{1, -2}_{-1}, \underbrace{3, -4}_{-1}, \underbrace{5, -6}_{-1} \ldots \underbrace{61, -62}_{-1}}^{31 \text{ такая пара}}, 63$

$S_n = -31 + 63 = 32$

$S'_n = 32 + 3 + 1953 = 1988$

Ответ: 1988

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик.

№4

A – работник ответил верно,

$\bar{A}$ – работник ответил неверно,

B – робот ответил верно,

$\bar{B}$ – робот ответил неверно,

С – ответ робота совпал с ответом работника

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$$

$$\frac{1}{2} = P(A) \cdot \frac{7}{10} + (1 - P(A)) \cdot \left(1 - \frac{7}{10}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{10} P(A) + \frac{3}{10}(1 - P(A)) \qquad \cdot 10$$

$$5 = 7P(A) + 3 - 3P(A)$$

$$4P(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

M – мужчина ответил правильно,

Ж – женщина ответила правильно

x – отвечал мужчина

y – отвечала женщина

$$P(A) = P(x) \cdot P(M) + P(y) \cdot P(Ж)$$

$$\frac{1}{2} = P(x) \cdot \frac{2}{5} + P(y) \cdot \frac{4}{7} \qquad \cdot 35$$

$$\frac{35}{2} = 14P(x) + 20 \cdot P(y)$$

$$\frac{35}{2} = 14(1 - P(y)) + 20P(y)$$

$$\frac{35}{2} = 14 - 14P(y) + 20P(y)$$

$$6P(y) = \frac{7}{2}$$

$$P(y) = \frac{7}{12}$$

$$P(x) = 1 - P(y) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{P(x)}{P(y)} = \frac{5}{12} : \frac{7}{12} = \frac{5}{7}$$

Ответ: $\frac{5}{7}$ (отношение мужчин к женщинам)

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**
**«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»**

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик

№5

По условию $|\vec a| = |\vec b| = |\vec c|$

$\vec a^2 = \vec a \cdot \vec a = |\vec a| \cdot |\vec a| \cdot \cos(\vec a, \vec a) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 1 \cdot 1 = 1$, т.е. $1 = \vec a^2$

Аналогично $1 = \vec b^2$

$1 = \vec c$

$\sqrt{1 - \vec a \vec b} \le \sqrt{1 - \vec b \vec c} + \sqrt{1 - \vec a \cdot \vec c} \; | \cdot \sqrt{2} > 0$

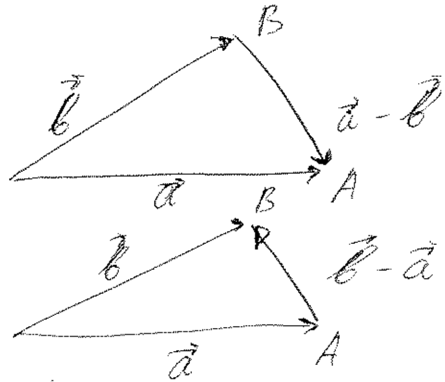
$\sqrt{2}\sqrt{1 - \vec a \vec b} \le \sqrt{2}\sqrt{1 - \vec b \vec c} + \sqrt{1 - \vec a \vec c}$

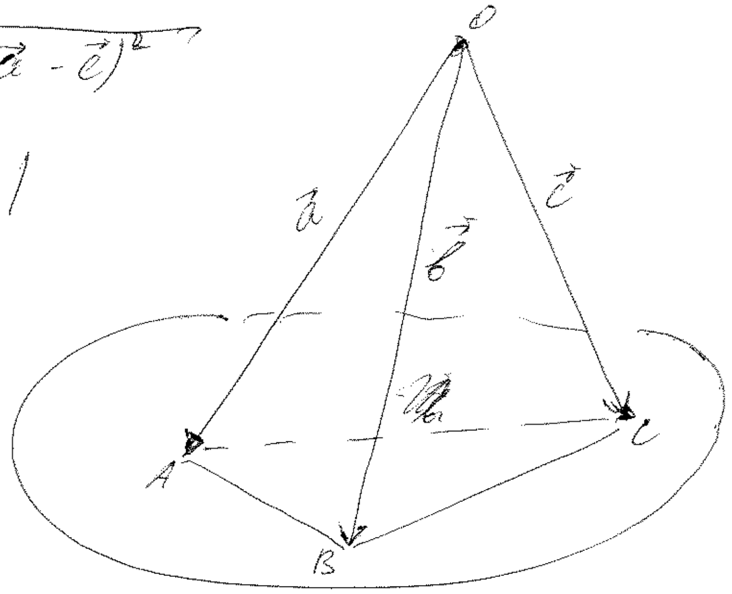
$\sqrt{1 - 2\vec a \vec b + 1} \le \sqrt{1 - 2\vec b \vec c + 1} + \sqrt{1 - 2\vec a \vec c + 1}$

$\sqrt{\vec a^2 - 2\vec a \vec b + \vec b^2} \le \sqrt{\vec c^2 - 2\vec b \vec c + \vec b^2} + \sqrt{\vec a^2 - 2\vec a \vec c + \vec c^2}$

$\sqrt{(\vec a - \vec b)^2} \le \sqrt{(\vec b - \vec c)^2} + \sqrt{(\vec a - \vec c)^2}$

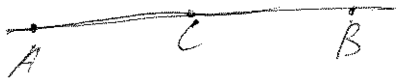
$|\vec a - \vec b| \le |\vec b - \vec c| + |\vec a - \vec c|$





Если по модулю, то это длина стороны AB

AB ≤ BC + AC, если точки A, B, C лежат на одной прямой



, то выполняется равенство.

Если не лежат на одной прямой, то образуют △ABC, в котором любая сторона меньше суммы двух других сторон => AB ≤ BC + AC => => Доказано.

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик

№6

$k!+l!=m!-n!$

$1!=1$; $2!=1\cdot2=2$; $3!=1\cdot2\cdot3=6$; $4!=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$

$5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$ и т.д.

Найдем некоторые решение уравнения подбором и докажем, что других решений нет.

| + | 1 | 2 | 6 | 24 | 120... |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 7 | 25 | 121... |
| 2 | 3 | ④ | 8 | 26 | 122... |
| 6 | 7 | 8 | 12 | 30 | 126... |
| 24 | 25 | 26 | 30 | 48 | 148... |
| 120 | 121 | 122 | 126 | 144 | 240... |
| ... | | | | | |

| − | 1 | 2 | 6 | 24 | 120... |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 5 | 23 | 119... |
| 2 | −1 | 0 | ④ | 22 | 118... |
| 6 | −5 | −4 | 0 | 18 | 112... |
| 24 | −23 | −22 | −18 | 0 | 96... |
| 120 | −119 | −118 | −114 | −96 | 0... |
| ... | | | | | |

Найдём совпадение суммы и разности некоторых факториалов.

Это возможно, если $2!+2!=3!-2!$

Больше совпадений до 5! в таблицах не наблюдается.

Докажем, что их больше и не будет

$k!+l!=m!-n!$

$1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot k+1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot l=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot m-1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$

Пусть, не нарушая общности, $l<k$; $m>n$ точно, т.к. левая часть – положительная, значит, и правая часть положительная.

$1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot l\left((l+1)\cdot(l+2)\cdot\ldots\cdot k-1\right)=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\left((n+1)\cdot(n+2)\cdot(n+3)\cdot\ldots\cdot m-1\right)$

Если левая часть равна правой, то их множители должны совпадать, т.е. $1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot l=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$,

тогда $(l+1)(l+2)\cdot\ldots\cdot k-1=(n+1)(n+2)\cdot\ldots\cdot m-1$

$(l+1)(l+2)\cdot\ldots k-(n+1)(n+2)\cdot\ldots\cdot m=2$

получим два произведение последовательных чисел, [illegible] каждый множитель которых больше 5 (до них мы рассмотрели в таблице).

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Чистовик

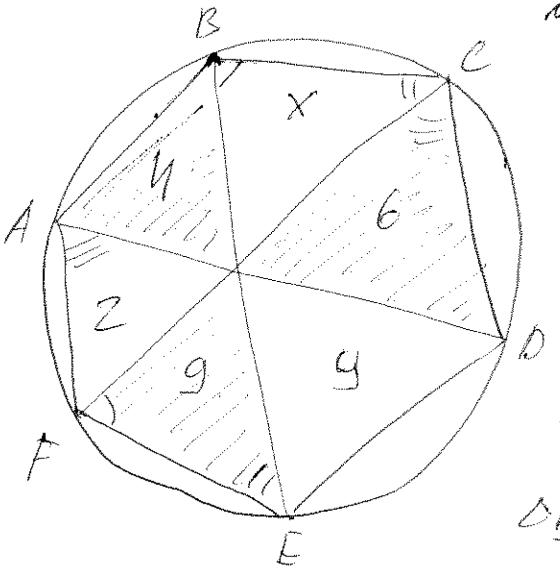
№6 (продолжение)

Разность этих произведений либо равна нулю либо отличается как минимум в 6 раз и не может равняться двум

Вывод: единственное решение (2;2;3;2), соответствующее ур-е имеет вид: $2!+2!=3!-2!$

Ответ: (2;2;3;2)

№8.



Если три диагонали 6-ти угольника пересекаются в одной точке, то он вписан в окружность (теорема Брианшона) $\Rightarrow$ вписанные углы, опирающиеся на равные хорды, равны.

Т.е. $\angle OBC = \angle OFE$ и т.д

$\triangle \underline{B}\underline{\underline{O}}C \sim \triangle \underline{F}\underline{\underline{O}}E \Rightarrow S_x = k^2 \cdot 9$

$\triangle \underline{A}\underline{\underline{O}}F \sim \triangle \underline{C}\underline{\underline{O}}D \Rightarrow S_z = q^2 \cdot 6$

$\triangle DOE \sim \triangle BOA \Rightarrow S_y = p^2 \cdot 4$

$S_6 = 4+6+9+9k^2+6q^2+4p^2$

$S_{min}$, когда $k=q=p=1$

$S_6 = 4+6+9+9+6+4 = 38$

т.к. если $k \neq q \neq p$, то уменьшение одного из них влечёт увеличение двух других, а это квадратичная зависимость, и сумма площадей увеличивается.

Ответ: 38

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ Черновик

№1.

$x^2+y^2+4+xy+3x+3y = x^2+4x+4+y^2+4y+4-x-y-xy-1$

$(x+2)^2+(y+2)^2-(x+y+xy+1)$

$(x+2)^2+(y+2)^2-(y(x+1)+x+1)$

$(x+1)(y+1)$

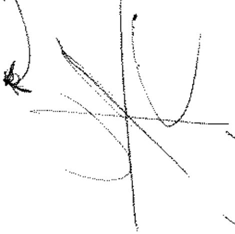
$(x+2)^2+(y+2)^2-(x+1)(y+1)$

$x=y$

$2(x+2)^2-(x+1)^2$

$x^2-2xy+3x)+(y^2-2xy+3y)+7$

$x=y$



$2(x^2-\frac{1}{2}x^2-3x)+7$

$x^2+6x+7$

$x_0=\frac{-6}{2}=-3$

$x+2=-1$

$x=-3$

$x+2=0$ 0

$x=-2$

$x+2=1$ 2

$x=-1$

−2 4

−1 1

0 0

1.1.1119

№2.

$\frac{И}{П}=\frac{5}{11}.$

И − k

П − n

$\frac{5x+11k}{11x+5n}=\frac{5}{11}.$

$11(5x+11k)=5(11x+5n)$

$\cancel{55x}+121k=\cancel{55x}+25n$

$\frac{121k}{25}=n$

$k=25$ $n=121$

121 + 25 = 146 дней

② 01.1119 →

январь февраль март апрель

31 28 31 30

май июнь июль

31 30 31

~~31~~

27

27 мая.

147 − 120 = 27

146+1.

147

---

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ** Черновик

№3.

Было $1, -2, 3, -4, 5, -6 \dots (-1)^{n+1} n$

Стало $1, 1, -2, 1, 1, 3, 1, 1, 1, -4, 1, 1, 1, 1, 5 \dots$

$$n + \left(\frac{1+n}{2} \cdot n\right) = 2019$$

$$n + \frac{n^2+n}{2} = 2019$$

$$n^2 + 3n = 4038$$

$$D = 9 + 4 \cdot 4038 \approx 127^2$$

$$n_1 = \frac{-3+127}{2} = 62 \dots$$

$$62 + \frac{1+62}{2} \cdot 62 = 2015 \Rightarrow \dots 1, 1, 63, \underbrace{1, 1, 1}_{3}$$

~~$x^2 - 64x + [illegible] =$~~

~~$64 \cdot 64 \; 4 = 4096$~~

~~$\frac{64}{2}$~~

$$\underbrace{\underbrace{1, -2}_{-1}, \underbrace{3, -4}_{-1}, \underbrace{5, -6}_{-1} \dots \underbrace{61, -62}_{-1}}, 63$$

з 2 шага $63 - 32 = \boxed{31}$

~~4~~ ~~4~~ $\frac{1+62}{2} \cdot 62 = \boxed{1953}$

$\underline{1987}$

---

№4.

$П(сотр) \cdot П(лоб) + \underbrace{Л(сотр)}Ж(лоб) = \frac{1}{2}$

$\frac{7}{10} \quad (1 - П(сотр)) \; \frac{3}{10}$

$x \cdot \frac{7}{10} + (1 - x)\frac{3}{10} = \frac{1}{2}$

$x \cdot \frac{7}{10} + \frac{3}{10} - \frac{3}{10}x = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{10}x = \frac{2}{10}$

$x = \frac{1}{2}$ — правда сотрудника.

~~$\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7}\right) = \frac{6}{35} + \frac{9}{35} = \frac{17}{35}$~~

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9949-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 58 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9949 - 13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| $(-3;-3)$ |
| **Ответ на задание 2** |
| 27 мая 1119 года |
| **Ответ на задание 3** |
| 1988 |
| **Ответ на задание 4** |
| $\frac{5}{7}$ |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| $(2;2;3;2)$ |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

$\boxed{№4}$ (Продолжение)

$$\frac{3x+3y}{7x+5y}\cdot\frac{3}{10}+\frac{4x+2y}{7x+5y}\cdot\frac{7}{10}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{9x+9y}{70x+50y}+\frac{28x+14y}{70x+50y}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2(37x+23y)=70x+50y \Leftrightarrow 74x+46y=70x+50y \Leftrightarrow 4x=4y \Leftrightarrow x=y$$

Всего у нас $3x+4x=7x$ женщин
и $2y+3y=5y$ мужчин

Тогда кол-во мужчин к кол-ву женщин : $\frac{5y}{7x} \overset{\text{т.к. } x=y}{=} \frac{5}{7}$

Ответ: $\frac{5}{7}$

$\boxed{№6}$

$$k!+l!=m!-n! \Leftrightarrow k!+l!+n!=m!$$

Т.о. нам нужно из ~~ф~~ суммы факториалов 3х натур. чисел получить факториал четвёртого (m)

Мы знаем, что $g!=(g-1)!\cdot g$ ; $g\in\mathbb{N}$

Для $g>3$

$$\underbrace{(g-1)!\cdot 3}_{\text{наиб. возможная сумма } k!+l!+n!} < g!$$

– т.е. для $g>3$ даже если мы возьмём за сумму трёх факториалов проузвед. факториала ближайшего к g (меньшего) натурального числа и 3, то ~~не~~ получим число меньшее $g!$

Тогда $g\leq 3$
$1!=1$
$2!=2$
$3!=6$

$$\overset{=m!}{6}=\overset{=k!}{2}+\overset{=l!}{2}+\overset{=n!}{2}$$

1и2 – не ~~может~~ могут быть суммой трёх натуральных чисел

т.о. единственная возм. четвёрка (2,2,3,2)

Ответ: (2, 2, 3, 2)

**№2**

I 5x монет – было у Ивана 1ого января, 11x монет – было у Петра 1ого января
m дней – количество дней, через которое соотношение повторится, t дней – кол-во дней, ~~которое~~ в которые Иван получал монеты

Составим ур-е по усл. задачи:

$$\frac{5x+11t}{11x+5(m-t)} = \frac{5}{11} \Leftrightarrow 55x+121t = 55x+25m-25t \Leftrightarrow 146t = 25\cdot m$$

Т.к. 25 и 146 не имеют общих делителей, больших единицы,

$$m \,\vdots\, 146$$

Нам нужна ближайшая дата, поэтому $m = 146$

Определим месяц:

$$\overset{\text{Январь}}{30} + \overset{\text{Февраль}}{28} + \overset{\text{Март}}{31} + \overset{\text{Апрель}}{30} + \overset{\text{Май}}{31} + \overset{\text{Июнь}}{30} = 160 > 146$$

(т.к. начинаем со 2 января, потому что 1ого января ни тот, ни тот монет не получ.)

(год не високосный, т.к. $1119 \not\vdots\, 4$)

$$160 - \overset{\text{Июнь}}{30} = 150 > 146$$

$$150 - 31 = 119 < 146$$

Таким образом прошло 4 полных месяца, до апреля включительно. Значит наша дата в Мае

$$146 - 119 = \underline{\underline{27}}$$

146 < 365 поэтому год тот же

Ответ: 27 мая 1119 года

**№3**

$$\underbrace{1}_{\text{блок}}, \underbrace{1,-2}_{\text{блок}}, \underbrace{1,1,3}_{\text{блок}}, \underbrace{1,1,1,-4}_{\text{блок}}, \dots$$

– разделим получившуюся последовательность таким образом. (В каждом блоке одно число из изнач. послед. и единицы перед ним, но после предыд. члена изнач. послед.)

Тогда количество цифр в последовательности до ~~2019ого~~ n-ого числа включительно можно посчитать как: $\frac{n(n+1)}{2} + k$, где n – кол-во блоков, а k кол-во ед., не вошедших в блок

Предположим, что для 2019 членов $k = 0$, тогда

$$\frac{n(n-1)}{2} = 2019 \Leftrightarrow n^2+n-4038 = 0 \overset{n>1}{\Leftrightarrow} n = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{1+4\cdot4038}}{2}\right)$$

~~квадратным~~ (должно быть) рациональным

$1+4\cdot4038 = 16153$ – не квадрат ~~натур.~~ рац. числа

Посмотрим на ближайшие к 16153 квадраты: $127^2 = 16129$, $126^2 = 15876$, $125^2 = 15625$

если $n = \frac{-1+125}{2}$ то $n = 62$

$\frac{62(62+1)}{2} = 1953$ – мало

$$\boxed{\frac{63(63+1)}{2} = 2016}$$

Тогда в 2019 членах 63 блока и 3 единицы (ещё)

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2976-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 0 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 6 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 14 | | |
| 8 | 16 | 16 | | |
| ИТОГО | 100 | 84 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2976-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

(1,5; −6)

**Ответ на задание 2**

27 мая

**Ответ на задание 3**

1988

**Ответ на задание 4**

$\frac{5}{7}$

**Ответ на задание 5**

ч.т.д.

**Ответ на задание 6**

(2; 2; 3; 2)

**Ответ на задание 7**

ч.т.д.

**Ответ на задание 8**

37

№ 1

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y=$

$=x^2+x(3-y)+y^2+3y+7=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2-\left(\frac{(3-y)}{2}\right)^2+y^2+3y+7=$

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2-\frac{y^2-6y+9}{2}+y^2+3y+7=$

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+\frac{y^2+12y+5}{2}=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+\frac{(y+6)^2-31}{2}=$

$=\left(x+\frac{(3-y)}{2}\right)^2+\frac{(y+6)^2}{2}-15\frac{1}{2}$

$\left(x+\frac{(3-y)}{2}\right)^2\geq 0$

$\left(\frac{y+6}{2}\right)^2\geq 0$

| при любых значениях x и y, =>

наименьшее значение будет достигаться при:

1) $y+6=0$;

$y=-6$;

2) $x+\frac{3-6}{2}=0$;

$x=1,5$;

Ответ: (1,5; -6).

№ 2

| И | П |
|---|---|
| 5x | 11x |
| 5y | 11y |

1 января 1119 монет

№2 (продолжение)

$$\begin{cases} 5x + 11k = 5y \\ 11x + 5n = 11y \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = 5K_1 \\ n = 11K_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 11K_1 = y \\ x + 5n_1 = y \end{cases}$$

$$11K_1 = y - x = 5n_1$$

$$\begin{cases} K_1 = 5t \\ n_1 = 11t \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = 5K_1 = 5(5t) = 25t \\ n = 11n_1 = 11(11t) = 121t \end{cases}$$

$$n + k = 146t$$

$$t = 1$$

$$n + k = 146$$

$$\begin{cases} K = 25 \\ n = 121 \end{cases}$$

51

| | |
|---|---|
| Январь | 31 |
| Ф. | 28 |
| М. | 31 |
| А. | 30 |
| М | 31 |

(1119)

1 Янв – 0
1 Февр – 31
1 Марта – 28
1 Апр – 31
1 Мая – 30
1 Июня – 31

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Март: 25 | 26 | $\boxed{27}$ | 28 | 29 | 30 | 31 | Июнь 1 |
| | | $\boxed{146}$ | 147 | 148 | 149 | 150 | 151 |

Ответ: 27 мая

№3

$1; -2; 3; -4; 5; -6; \dots \; (-1)^{n+1} n$

$$\begin{array}{c|c|c|c|} 1, & 1, -2 & 1, 1, 3 & 1, 1, 1, -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

$1 + 2 + 3 + \dots + 4 = \frac{n(n+1)}{n};$

$\frac{n(n+1)}{n} = 2019;$

$n^2 + n - 2 \cdot 2019 = 0,$

$(n + \frac{1}{2})^2 = 2019 \cdot 2 + \frac{1}{2};$

$(n + \frac{1}{2})^2 = 4038{,}5;$

$65^2 = 4225;$

$64^2 = 4096;$

$\frac{63(63+1)}{2} = 63 \cdot 32 = 2016,$

$$\begin{array}{r} 2019 \\ \times \quad 2 \\ \hline 4038 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \times 64 \\ \hline 256 \\ 384\phantom{0} \\ \hline 4096 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 63{,}5 \\ \times 63{,}5 \\ \hline 3175 \\ 1905\phantom{0} \\ 3810\phantom{00} \\ \hline 4032{,}25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 63 \\ \times 32 \\ \hline 126 \\ 189\phantom{0} \\ \hline 2016 \end{array}$$

$1, \big| 1, -2 \big| 1, 1, +3 \big| 1, 1, 1, -4 \big| \dots \big| \underbrace{1 \dots 1, 1, 1}_{62}, +63 \big| \underbrace{1, 1, 1}_{3}.$

$\frac{63+1}{2} = 32$

$1 + 2 + \dots + 62 = \frac{1+62}{2} \cdot 63 = 63 \cdot 31 = 1953$

$1953 + 3 + 32 = 1988$

Ответ: 1988

№4

$P$(Робот Прав) $= \frac{7}{10}$

$P$(Сотрудник Прав) $= \frac{2}{5}$, при этом $P$(мужчины) $= \frac{2}{5}$

$P$(женщины) $= \frac{4}{7}$

№ 4 (продолжение)

$P(\text{совпадет сотрудника ответ и робота}) = \frac{1}{2}$

| | | Прав | Неправ. |
|---|---|---|---|
| | Р | $\frac{7}{10}$ | $\frac{3}{10}$ |
| С | ж | $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{5}$ |
| | м | $\frac{4}{7}$ | $\frac{3}{7}$ |

| | Робот | Сотрудник |
|---|---|---|
| А1 | Прав | Прав. |
| А2 | Прав | Неправ |
| А3 | Неправ | Прав |
| А4 | Неправ. | Неправ. |

$$P(A1) + P(A4) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{СП}) = \frac{\text{м}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{2}{5} + \frac{\text{ж}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{4}{7}$$

$$P(\text{СН}) = \frac{\text{м}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\text{ж}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{3}{7}$$

$$P(A1) = P(\text{РП}) \cdot P(\text{СП})$$

$$P(A4) = P(\text{РН}) \cdot P(\text{СН})$$

$$\frac{7}{10}\left(\frac{\text{м}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{2}{5} + \frac{\text{ж}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{4}{7}\right) + \frac{3}{10}\left(\frac{\text{м}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\text{ж}}{\text{м}+\text{ж}} \cdot \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{2}$$

$$7 \cdot \frac{14\text{м} + 20\text{ж}}{\text{м}+\text{ж}} + 3 \cdot \frac{21\text{м} + 15\text{ж}}{\text{м}.+\text{ж}} = 25 \cdot 7$$

98 муж + 140 жен. + 63 муж + 45 жен. =

= 161 муж + 185 жен = 175 (м + ж)

10 жен = 14 муж.

5 жен = 7 муж.

$\frac{\text{муж}}{\text{жен}} = \frac{5}{7}$

Ответ: $\frac{5}{7}$

№7

$x_0, x_1, x_2 \dots x_n, \quad x_0 = 8;$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}, \quad n \geq 0;$

$64 < x_{2019} < 64{,}1$

Решение:

$x_{n+1}^2 = x_n^2 + 2 + \frac{1}{x_n^2} > x_n^2 + 2$

$x_0^2 = 8^2$

$x_1^2 = 8^2 + 2$

$x_{2019}^2 > x_0^2 + 2 \cdot 2019$

$x_{2019}^2 > 8^2 + 2 \cdot 2019$

$x_{2019}^2 > 64 + 4038$

$x_{2019}^2 > 4102$

$(4102 > 4096, \quad 4102 > 64^2)$

$x_{2019} > 64$

$x_n^2 + 2 + \frac{1}{x_n^2} = x_{n+1}^2 < x_n^2 + 2 + \frac{1}{8^2}$

$x_{2019}^2 < \left(2 + \frac{1}{64}\right) \cdot 4019 + 8^2$

$x_{2019}^2 < 4102 + 31\frac{35}{64}$

$x_{2019}^2 < 4133\frac{35}{64}$

$(64{,}1^2 = 4108{,}81)$

$x_n^2 > x_0^2 + 2n$

$\frac{1}{x_n^2} < \frac{1}{x_0^2 + 2n}$

$x_n^2 + 2 + \frac{1}{x_n^2} = x^2_{n+1} < x_n^2 + 2 + \frac{1}{x_0^2 + 2n}$

№ 7 (продолжение)

$x_1^2 = x_0^2 + 2 + \frac{1}{x_0^2}$

$x_2^2 = x_1^2 + 2 + \frac{1}{x_1^2}$

$x_n^2 = x_{n-1}^2 + 2 + \frac{1}{x_{n-1}^2}$

$x_n < x_0^2 + 2n + \frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{x_1^2} + \dots + \frac{1}{x_{n+1}^2}$

$x_n < x_0^2 + 2n + \frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{x_0^2+2} + \frac{1}{x_0^2+n} + \frac{1}{x_0^2+2n}$

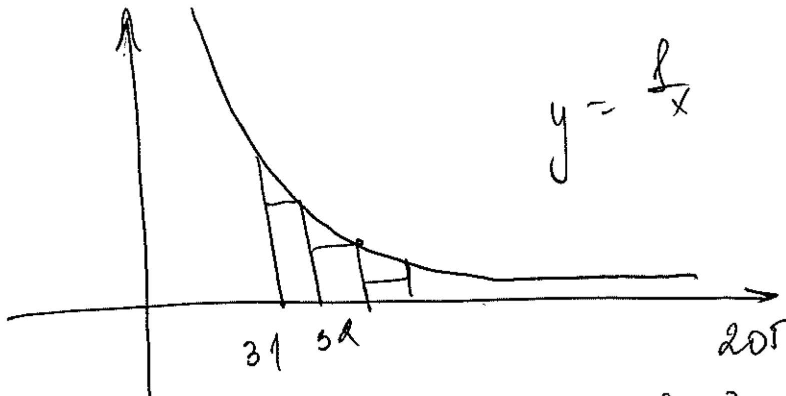
$2019 = x_{2018}^2 + 2 + \frac{1}{2018^2}$

$x_n^2 < x_0^2 + 2n + \frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{x_0^2+2} + \dots + \frac{1}{x_0^2+2n}$

$x_{2019}^2 < 8^2 + 2\cdot 2019 + \frac{1}{64} + \frac{1}{66} + \frac{1}{68} + \frac{1}{64+2\cdot 2019} =$

$= \frac{1}{64} + \frac{1}{66} + \frac{1}{68} + \dots + \frac{1}{4102} =$

$= \cancel{4166} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \frac{1}{34} + \dots + \frac{1}{2051}\right) <$



$< \int_{31}^{2051} \frac{1}{x} = \ln\Big|_{31}^{2051} = \ln\frac{2051}{31} = \ln 66\frac{5}{31}$

$e = 2,71$

$2,5 < e < 3$

$4 < \ln 66\frac{5}{31} < 5$

№ 7 (продолжение)

$x_{2019}^2 < 8^2 + 2 \cdot 2019 + 5 \frac{1}{2} = 64 + 4638 + 5,5 = 4107,5$

$x_{2019}^2 < 4107,5 < 4108,8$

$x_{2019} < 64,1$

$x_{2019} > 64$ – по доказанному ранее,

$64 < x_{2019} < 64,1$, что и требовалось доказать.

№ 6

$(k, l, m, n)$

$k! + l! = m! - n!$

$k! + l! + n! = m!$

$1! = 1$;  $2! = 2$;  $3! = 6$;  $4! = 24$;  $5! = 120$,  $6! = 720$,

$7! = 5040$

$k! \le (m-1)!$

$l! \le (m-1)!$

$n! \le (m-1)!$

$m! = k! + l! + n! \le 3(m-1)!$

$m! \le 3(m-1)!$

$m \le 3$

1) $m = 1$   $0 \notin N$

2) $m = 2$   $2! = 2 < 1! + 1! + 1! = 3$

3) $m = 3$   $3! = 6$

$1! = 1$,  $2! = 2$

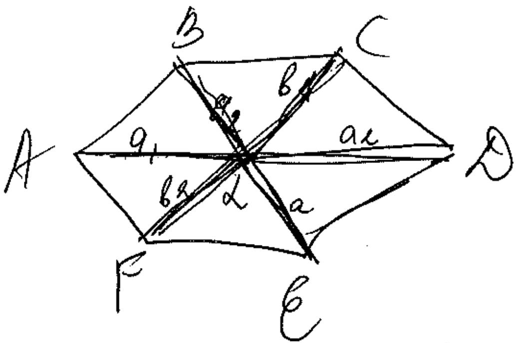
$(k, l, m, n)$ : $(2; 2; 3; 2)$

$2! + 2! = 3! - 2!$

$2! + 2! + 1! = 5 < 3! = 6$

Ответ: $(2; 2; 3; 2)$

№ 8



$\alpha + \beta + \delta = 180°$

$\frac{1}{2} a_1 c_2 \sin\beta = 4 = S_1$

$\frac{1}{2} b_1 a_2 \sin\delta = 6 = S_3$

$\frac{1}{2} c_1 b_2 \sin\alpha = 9 = S_5$

$\frac{1}{2} b_1 c_2 \sin\alpha + \frac{1}{2} a_2 c_1 \sin\beta + \frac{1}{2} a_1 b_2 \sin\delta = \boxed{?}$

$x \cdot y \cdot z = 4 \cdot 6 \cdot 9 = 216$

$S_2 \cdot S_4 \cdot S_6 = 216$

$\sqrt{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3} \leq \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3} \leq S_1 + S_2 + S_3$ $\cancel{\geq}$ – неравенство между средне арифметич. и среднегеометрич.

$S_1 + S_2 + S_3 \geq 3 \cdot 6$

$S_1 + S_2 + S_3 = 18$

$18 + 4 + 6 + 9 = $ [illegible] $37$

$\alpha + \beta + \delta = 60°$

$a_1 c_2 = 4 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$b_1 a_2 = 6 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$c_1 b_2 = 9 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$b_1 c_2 = c_1 a_2 = a_1 b_2 = 6 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$a_2 = c_2$
$b_1 = c_1$

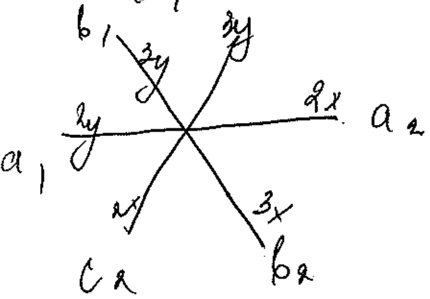
№8 (продолжение)

$$\frac{b_2}{c_2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{2}{3}$$



Ответ: 3~~7~~.

№5

$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$

$|\bar{a}| = |\bar{b}| = |\bar{c}| = 1$

$$\sqrt{1-\bar{a}\bar{b}} \leq \sqrt{1-\bar{b}\bar{c}} + \sqrt{1-\bar{a}\bar{c}}$$

$$\sqrt{1-\cos \underset{\varphi_1}{\widehat{a,b}}} \leq \sqrt{1-\cos \underset{\varphi_2}{\widehat{b,c}}} + \sqrt{1-\cos \underset{\varphi_3}{\widehat{c,a}}}$$

$$\sqrt{1-\cos\varphi_1} \leq \sqrt{1-\cos\varphi_2} + \sqrt{1-\cos\varphi_3}$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

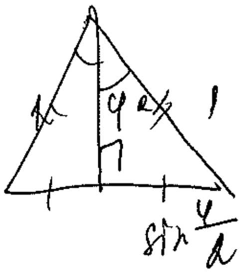
$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

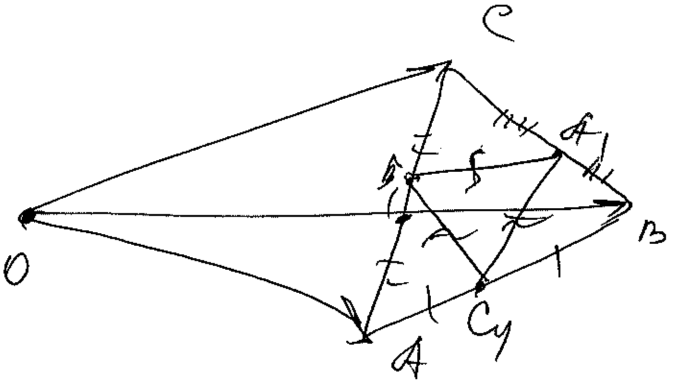
$$1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

$$\sqrt{2\sin^2\frac{\varphi_1}{2}} \leq \sqrt{2\sin^2\frac{\varphi_2}{2}} + \sqrt{2\sin^2\frac{\varphi_3}{2}}$$

№5 (продолжение)

$$\left|\sin \frac{\varphi_1}{2}\right| \le \left|\sin \frac{\varphi_2}{2}\right| + \left|\sin \frac{\varphi_3}{2}\right|$$





Из нер-ва треугол.

$A_1B_1 \le B_1C_1 + C_1A_1$

Чер. к.

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 1

$(x; y)$, $x^2+y^2+7-xy+3x+3y=a$; где (а наим.) -? наим. / наиб. ) предп?

$x^2+y^2+2xy=$ свободный

$(x^2+y^2)+7-xy+3x+3y=$ ~~$x^2+y^2+2xy-3xy+3x+3y+7=$~~ квадрат. квадрат $-3(xy-x+y)$?

$=x^2+x(3-y)+y^2+3y+7=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2-\left(\frac{(3-y)}{2}\right)^2+y^2+3y+7=$

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2-\frac{y^2-6y+9}{2}+y^2+3y+\cancel{7}=$

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+\frac{y^2+12y+5}{2}=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+$ ~~$\left(\frac{y-3}{2}\right)^2$~~ $=(y+6)^2=y^2+12y+36$

$D=144-20=104$ ✗

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+\frac{(y+6)^2-31}{2}=$ ?

Чтобы было $(y+6)^2$ 12

$=\left(x+\frac{3-y}{2}\right)^2+\frac{(y+6)^2}{2}-15\frac{1}{2}=a$, где а — НАИМ

всегда ≥0 всегда ≥0 свободный

$y+6=0$

$y=-6$

$x+\frac{3-6}{2}=0$ $-\frac{3}{2}$

$x=1\frac{1}{2}$

$(1{,}5; -6)$

№ 2

1.01.1119 г. кол-во зол. мон.

$И:П=5:11$

кажд. д. 1119 года, со 2.01

(И + на 11, П + 5) — у одного!!!

$И:П=5:11$. ① сначала.

| И | П |
|---|---|
| 5x | 11k |
| 5y | 11y. |

① $\begin{cases} \cancel{5x+11k}=5y \\ 11x+5n=11y \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x+11k_1=y \\ x+5n_1=y. \end{cases}$

② $\begin{cases} k=5k_1 \\ n=11k_1 \end{cases}$ или ? ~~$n=11n_1$~~

$11k_1=y-x=5n_1$

④ $\begin{cases} k_1=5t \\ n_1=11t \end{cases} \Rightarrow$ ~~$5k_1=9(t)$~~

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 3

продолжение:

$1+1-2+2+3+3-4+4+5+5-6+6+7+7-8+8+9 \ldots$

② ~~2+2~~ ②

$2-\cancel{2}+\cancel{2}+\underbrace{3+3}_{6}-\cancel{4}+\cancel{4}$

⑧ ⑧

18

18 ...

32

(32)

$63,5 \times 63,5$

$64 \times 64 = 256\ldots 384\ldots 4096$

$63 \times 32$

Осталься число · 2 раза, каждое число *2.

1) 1 | −2 | 1 1 3 | 1 1 1 −4
1 | 2 | 3 | 4

$1+2+3+\ldots+4=\frac{n(n+1)}{2}$

$\frac{n(n+1)}{2}=2019$

$n^2+n-2\cdot 2019=0$

$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2=2019\cdot 2+\frac{1}{2}$

$63,5 \times 63,5 = 31775 + 19050 + 38100 = 4032,25$

$2019 \times 2 = 4038$

$63\cdot 32 = 1890+126 = 2016$

$63 \times 30 = 1890$

~~$4038,5=\left(n+\frac{1}{2}\right)^2$~~

$65^2=4225$

$64^2 \text{ ⓘ } 4096$

$63,5^2=4032,25$

$\frac{63(63+1)}{2}=63\cdot 32=2016$ +

$(63+1):2=32$ — точно е ~~[illegible]~~ ⇒

## ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
## «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

### ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№4 (продолжение)

$P(A1) + P(A4) = \frac{1}{2}$

$P(СП_{Ржд}) = \frac{м}{м+ж} \cdot \frac{2}{5} + \frac{ж}{м+ж} \cdot \frac{4}{7}$

$P(СН_{Петров}) = \frac{м}{м+ж} \cdot \frac{5}{5} + \frac{ж}{м+ж} \cdot \frac{3}{7}$

$P(A_1) = P(P_{Ржд}) \cdot P(СП)$

$P(A4) = P(P_{Петров}) \cdot P(СН)$.

$\frac{7}{10}\left(\frac{м}{м+ж} \cdot \frac{2}{5} + \frac{ж}{м+ж} \cdot \frac{4}{7}\right) + \frac{3}{10}\left(\frac{м}{м+ж} \cdot \frac{3}{5} + \frac{ж}{м+ж} \cdot \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{2}$

$\boxed{\times 10 \cdot 5 \cdot 7}$ как

$7 \cdot \frac{14м + 20~~ж~~}{м+ж} + ~~25~~$

$3\left(\frac{21м}{м+ж} + 15ж\right) = 25 \cdot 7.$

$98м + 140ж + 63м + 45ж = ~~185~~ \; 175(м+ж.$

~~164~~ ~~183~~ = 175

$10ж = 14м$

$\frac{м}{ж} = \frac{5}{7}.$

$$\begin{array}{r} 4019 \\ +\;64 \\ \hline 4083 \end{array}$$

$>64$

$x_{2019}$

$x_n^2 + 2 + \frac{1}{x_n^2} = x_{n+1}^2 < x_n^2 + 2 + \frac{1}{8^2}$

$x_{2019}^2 < \left(2 + \frac{1}{8^2}\right) 4019 + 8^2 =$

$= 4102 + 31\frac{35}{64} = 4133\frac{35}{64}$

$\boxed{64{,}1^2 = 4108{,}81}$

$$\begin{array}{r} 641 \\ \times 641 \\ \hline 641 \\ 2564 \\ 3846 \\ \hline 410881 \end{array}$$

№7.

$x_0;\ x_1;\ x_2;\ \dots x_n, \dots$

$x_0 = 8, \quad x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}, \; n \geq 0.$

Д-ть: $64 < x_{2019} < 64{,}1$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n} \boxed{)^2}$ ? Проверил!

$x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n}.$

$x_2 - x_1 = \frac{1}{8}$

$x_2 = \frac{1}{8} + x_1$

$x_{n+1}^2 = x_1^2 + 2 + \frac{1}{x_n^2} > x_n^2 + 2$

$x_0^2 = 64$

$x_1^2 > 64 + 8$

$x_0^2 = 8^2$

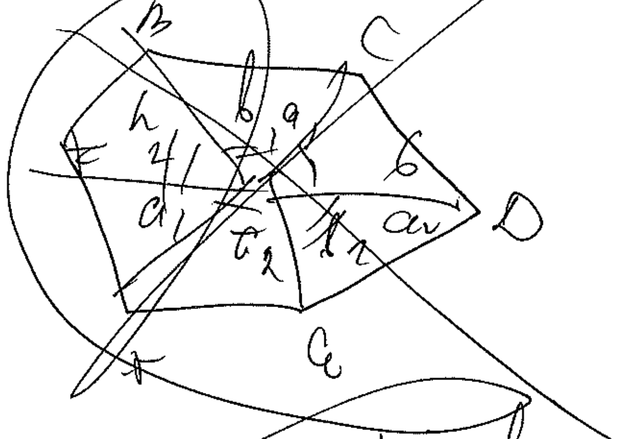
$x_1^2 > 8^2 + 2$

$x_{2019}^2 > x_0^2 + 2 \cdot 2019 =$

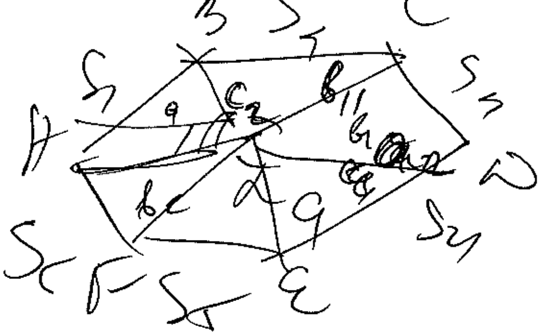
$= 8^2 + 2 \cdot 2019 = 64 + 4038 =$

$= 4102 > \boxed{4096} = 64^2$

$\sqrt{\ }=8$ Черновик 2.



$\frac{1}{2} a_1 d_1 \sin\alpha + \frac{1}{2} c_1 c_2$ $a_1$



$$\begin{array}{r}64\\ \times 64\\ \hline\end{array}$$

$\frac{1}{2} a_1 c_1 \sin\beta = 4 = S_1$ $\alpha+\beta+\delta = 180^0$

$\frac{1}{2} b_1 a_2 \sin\delta = 6 = S_3$

$\frac{1}{2} e_1 b_2 \sin\alpha = 9 = S_5$

$\frac{1}{2} b_1 c_2 \sin\alpha + \frac{1}{2} c_1 a_2 \sin\beta + \frac{1}{2} a_1 b_2 \sin\delta$ ②

$x \cdot y \cdot z = 4 \cdot 6 \cdot 9 = 216$

$S_2 \cdot S_4 \cdot S_6 = 1$

$\sqrt{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3} \leq \frac{S_1+S_2+S_3}{3} \leq$

$S_1 + S_2 + S_3 \geq 3 \cdot 6 = 18$

$18+4+2+9 = 33$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a_1 c_2 = \frac{4 \cdot 4}{\sqrt{3}}$

$b_1 a_2 = \frac{6 \cdot 4}{\sqrt{3}}$

$e_1 b_2 = \frac{6 \cdot 4}{\sqrt{3}}$

$a_1 = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$b_1 = \frac{6}{\sqrt{3}}$ $c_1 = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $\frac{c_2}{a_2} = \frac{4}{6}$ $b_2 = 9$

№8 (продолжение)

$\alpha = \beta = \gamma = 60°$

$a_1 c_2 = 4 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$b_1 a_2 = 6 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$c_1 b_2 = 9 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$b_1 c_2 = c_1 a_2 = a_1 b_2 = 6 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}$

$a_2 = c_2$

$b_1 = c_1$

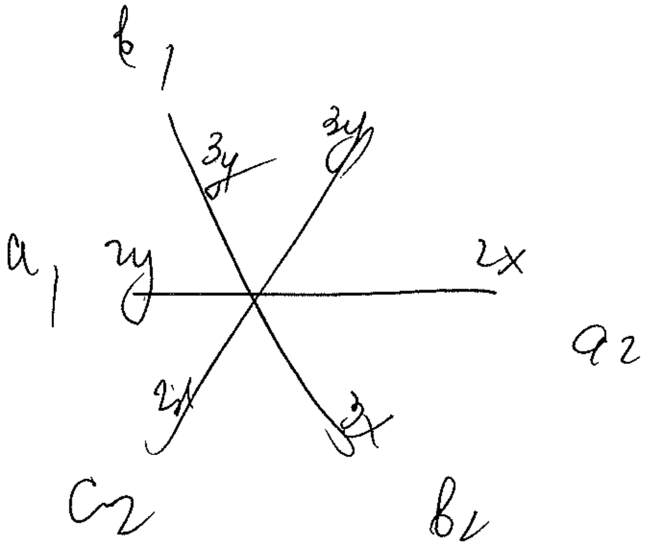
$\frac{b_2}{c_2} = \frac{5}{2}$

$\frac{a_1}{c_1} = \frac{2}{3}$

$\frac{a_2}{b_2} = \frac{2}{3}$

$\frac{a_2}{b_2} = \frac{2}{3}$ 1/2

$\frac{a_1}{b_1} = \frac{2}{3}$



**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

701-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 3 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 8 | | |
| ИТОГО | 100 | 55 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

701-13

Код участника

## БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

### Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

(-3; -3)

**Ответ на задание 2**

27 мая

**Ответ на задание 3**

1988

**Ответ на задание 4**

5 : 7

**Ответ на задание 5**

~~k=2; l=2; m=3; n=2~~

**Ответ на задание 6**

k=2; l=2; m=3; n=2

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

37

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№5

$\sqrt{1-\vec{a}\vec{b}} \le \sqrt{1-\vec{b}\vec{c}} + \sqrt{1-\vec{c}\vec{c}}$

т.к векторы единичные, то все скалярные произведения по модулю $\le 1$

$1-\vec{a}\vec{b} \le 1-\vec{b}\vec{c}+1-\vec{a}\vec{c}+2\sqrt{1-\vec{b}\vec{c}}\ \sqrt{1-\vec{a}\vec{c}}$

$-1+\vec{b}(\vec{c}-\vec{a})+\vec{a}\vec{c} \le 2\sqrt{1-\vec{b}\vec{c}}\ \sqrt{1-\vec{a}\vec{c}}$

своего максимума левая часть будет достигать, когда $\vec{a}$ и $\vec{c}$ и $\vec{b}$ сонаправлены, и левая часть будет равняться нулю
Но даже в таком случае ~~правая~~ левая часть $\le$ правой, т.к правая
неотрицательна

№6

~~$k=1$ $l=1$ $m=2$ $n=1$~~

$k=2$ $l=2$ $m=3$ $n=2$

$k!+l! \cancel{=} m!-n!$

$k!+l!+n!=m!$

Таблица !

$1!=1$ $3!=6$ $5!=120$

$2!=2$ $4!=24$ ...

т.к $3\cdot 3!<24$, то $k,l,m,n \in [1;3]$

$3\cdot 4!<120$

итд

№4

Пусть x мужчин, y женщин

Вероятность, что будет выбран мужчина, и он угадает

$\frac{x}{x+y}\cdot\frac{2}{5}$ не угадает $\frac{x}{x+y}\cdot\frac{3}{5}$

— " — женщина — " —

$\frac{y}{x+y}\cdot\frac{4}{7}$ не угадает $\frac{y}{x+y}\cdot\frac{3}{7}$

Вероятность, что случайно выбранный сотрудник угадает, и робот тоже

$$\left(\left(\frac{x}{x+y}\cdot\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{y}{x+y}\cdot\frac{4}{7}\right)\right)\cdot\frac{7}{10} \qquad (a)$$

не угадает, и робот тоже не угадает

$$\left(\left(\frac{x}{x+y}\right)\cdot\frac{3}{5}+\left(\frac{y}{x+y}\right)\cdot\frac{3}{7}\right)\cdot\frac{3}{10} \qquad (в)$$

$a+в=\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{x+y}\left(\frac{18}{100}x+\frac{9}{70}y+\frac{28x}{100}+\frac{28}{70}y\right)=\frac{1}{2}$$

$322x+370y=350x+350y \qquad \Big| \cdot 700(x+y)$

$x:y=5:7$

Ответ: 5:7

$k! + l! = n! - k!$

$8 \quad 8\frac{1}{8} \quad 8\frac{1}{8}\frac{1}{64}$

$5 \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{25} \quad +\frac{1}{125} \quad 8+\frac{1}{8}$

$1 \quad 1 \quad 2 \quad 1$

$8+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}$

$8+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

$2 \quad 4 \quad 8$

$\frac{65}{8} \quad +\frac{8}{65}$

$8+\frac{1}{8} \quad +8$

$\frac{\cancel{8}}{7} \quad \frac{64}{7}$

$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

$8+\frac{1}{8}+\frac{1}{64} \quad +\frac{1}{64\cdot 8}$

$8\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{25}\ ..\right)$

$8 \quad 8+\frac{1}{8} \quad 8+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}$

~~$8+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}$~~ $8+\frac{1}{8}+\frac{2}{64}+\frac{1}{}$

$a_1\cdot q^n$

$4 + 8\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{1}{5}\right)}$

$8$

$\lim_{n\to\infty} a_1 q^n$

$8\cdot\frac{1}{(1-\underset{\frac{1}{2}}{q})}$

$8\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\,1$

$a_1\cdot q$

$a_1\cdot q^2$

$a_1\cdot q^3$

$a_1 q$

$a_1\cdot q^n$

$a_1\cdot q^1$

$\frac{2\cdot(2^3-1)}{1}$

$\frac{(a_1+a_1q^n)n}{2}$

$\frac{a_1(q^n+1)}{q-1}$

$\frac{a_1(1+q^n)\cdot n}{2}$

$a_1\cdot 1$

$-\frac{a_1}{q-1} = \frac{a_1}{1-q}$

$\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2} = \cancel{\frac{1}{10}}\ \frac{2}{5}$

$8\cdot\cancel{2}$

$\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}+8$

$a_2 = a_1+\frac{1}{a_1} \qquad a_3 = a_1+\frac{1}{a_1}+\frac{a_1}{a^2+1}$

$8$

$8+\frac{1}{8}$

$a_3 = \frac{1}{a_1^2+a_1}+a_2 \qquad a_4 = a_1+\frac{1}{a_1}+\frac{a_1}{a^2+1}+\frac{a^3+a}{a^3+a^2+a+1}$

$8+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}+\frac{1}{8}+\frac{2}{64}+\frac{1}{64\cdot 8}+\frac{1}{8}+\frac{3}{64}+\frac{5}{64\cdot 8}+\frac{1}{64\cdot 64}$

$8+\frac{1}{8}+\frac{8}{65}+$

$a_n = a_{n1}+\frac{1}{a_{n1}(a_1+1)}$

$\overbrace{1\ -2}^{-1}\ \overbrace{3\ -4}^{-1}\ \overbrace{5\ +6}^{-1}\ \overbrace{7\ -8}^{-1}\ \overbrace{9\cdot 10}^{-1}\ \overbrace{11\ -12}^{-1}\ \overbrace{13\ -14}^{-1}\ \overbrace{15\ -16}^{-1}$

$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$

$1\ \ 3\ \ 6\ \ 10\ \ 15\ \ 21\ \ 28\ \ 36$

$\overbrace{17\ -18}^{-1}\ \overbrace{19\ -20}^{-1}\ \overbrace{21}^{-1}$

$\overbrace{-22\ \ 23\ \ -24}^{-1}\ \ \overbrace{25\ -26}^{-1}$

$\overbrace{27\ -28}^{-1}\ \ \overbrace{29\ -30}^{-1}\ \ \overline{31}$

$\overbrace{-32}^{-1}\ \ \overbrace{33\ -34}^{-1}\ \ \overbrace{35\ -36}^{-1}$

$\overbrace{37\ -38}^{-1}\ \ \overbrace{39\ -40}^{-1}\ \ \overline{41}$

$\overbrace{-42}^{-1}\ \ \overbrace{43\ -44}^{-1}\ \ \overbrace{45\ -46}^{-1}$

$\overbrace{47\ -48}^{-1}\ \ \overbrace{49\ -50}^{-1}\ \ \overline{51}$

$\overbrace{-52}^{-1}\ \ \overbrace{53\ -54}^{-1}\ \ \overbrace{55\ -56}^{-1}$

$\overbrace{57\ -58}^{-1}\ \ \overbrace{59\ -60}^{-1}\ \ \overline{61}$

$\overbrace{-62}^{-1}\cdot\overbrace{63}^{+63}\ \ 111$

2016

$n+2n$

~~$n+2(n+1)$~~

$\underline{a_n = a_{n-1} + n}\ = 2015$

$n(n+1)$

$n^2+n$

~~$2n+1$~~

$$\frac{\overbrace{n(n+1)}^{\text{сумма выч. единиц}}}{2} + \overbrace{n}^{\text{кол-во чисел до ...}} \leq 2015$$

$n^2+n+2n \leq 4038$

$n^2+3n \leq 4038$

$n^2+3n-4038 \leq 0$

$\frac{-3 \pm \sqrt{127\ldots}}{2}$

$\approx$ ~~124~~ $63$

т.е. 63 члена нехватает ~~нужн~~

$\frac{(1+~~62~~63)\,~~62~~63}{2}$

$\frac{(1+63)\,63}{2}$

$-31\cdot 63 + 3 + 1953$

~~1888~~

1888

1 2 6 24 120

$n\cdot k\quad n\ k\quad n\ ~~+n~~\quad n$

$n(k+1) = n(n-1)$

$\frac{k+1}{n-1} =$

$8+6 = 12-1$

$\frac{7}{10}$ $\frac{4}{10}$ - мужчина $\frac{4}{7}$ - женщина

$x\quad y$

$$\frac{x}{x+y}\cdot\frac{4}{10} + \frac{y}{x+y}\cdot\frac{4}{7} = \frac{~~7~~}{10}$$

$\frac{21}{10}+\frac{5}{10}=\frac{3}{10}$

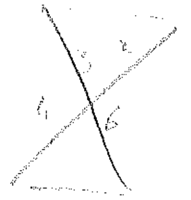
3

$$\boxed{\frac{4}{x+y}\left(\frac{x}{10}+\frac{y}{7}\right)\cdot\frac{7}{10}}$$

$$\left(\frac{x}{x+y}\cdot\frac{6}{10}+\frac{y}{x+y}\cdot\frac{3}{7}\right)\cdot\frac{3}{10}$$

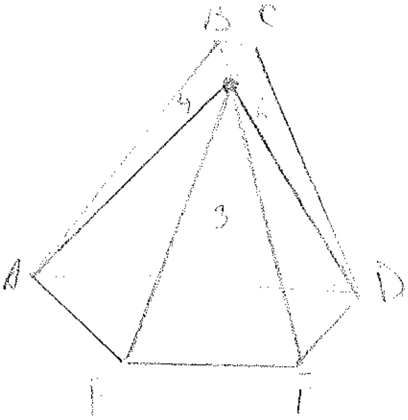
$$\boxed{\frac{3}{x+y}\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{7}\right)\cdot\frac{3}{10}}$$

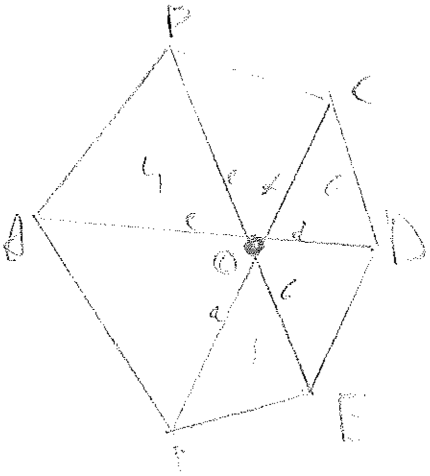
$$\left(\frac{1}{x+y}\right)\left(\frac{9}{10}\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{7}\right)+\frac{28}{10}\left(\frac{x}{10}\frac{y}{7}\right)\right) = \frac{1}{2}$$



$x+\frac{1}{x}=6$

$x^2+1-6x$





$\frac{efdbac}{abcefd} =$

$\frac{ef}{ab} : \frac{S_{BOC}}{S}$

$\frac{ec}{aB} \quad \frac{dk}{ce} \cdot \frac{S_{DOI}}{4}$

$\frac{ac}{fd} : \frac{S_{ci}}{S_{COD}}$

$\frac{ef}{ab} \cdot \frac{ac}{fd} = \frac{5}{2}$

$3ef :\ af\ S_{BOC}$

$4dB = S_{EOT} \cdot ce$

$6ac : S_{AOF}\ fb$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9097-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 58 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9097 – 13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| -3; -3. |
| **Ответ на задание 2** |
| 27 мая |
| **Ответ на задание 3** |
| 1922 |
| **Ответ на задание 4** |
| $\frac{5}{7}$ |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| 2; 2; 3; 2 |
| **Ответ на задание 7** |
| 1 |
| **Ответ на задание 8** |
| |

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задание №1.

$k! + l! = m! - n!$,

$k! + l! + n! = m!$ Отсюда следует, что $m > k, m > l, m > n$, поскольку $k > 0, l > 0, n > 0$

1 Предположим, что $k \geq l > n$

~~Пусть $k! = a \cdot n!$, $l! = b \cdot n!$, $m! = c \cdot n!$~~

~~$a \cdot n! + b\, n! + n! = c\, n!$, $| : n!$~~

~~$a + b + 1 = c$~~

~~Поскольку c~~ ~~$=(n+1) \cdot \ldots \cdot m$~~ ~~Поскольку~~ ~~$m!$~~ ~~$m > n$, то $m! \vdots (n+1)$~~

~~Если $k \geq l > n$, то $k! \vdots (n+1)$, $l! \vdots (n+1)$~~

✓ Из уравнения $a + b + 1 = c$ следует, что если правая часть уравнения делится на $(n+1)$

Пусть $k! = a \cdot (n+1) \cdot n!$, $l! = b \cdot (n+1) \cdot n!$, $m! = c \cdot (n+1) \cdot n!$

$a \cdot (n+1) \cdot n! + b \cdot (n+1) \cdot n! + n! = c \cdot (n+1) \cdot n!$, $| : n!$

$a \cdot (n+1) + b(n+1) + 1 = c \cdot (n+1)$,

Если правая часть делится на $(n+1)$, то и левая должна делиться. А т.к. $a \cdot (n+1) \vdots (n+1)$, $b(n+1) \vdots (n+1)$, то и 1 должно делиться на $(n+1)$. Но поскольку $n \in N$, то $n + 1 \geq 2$. В таком случае 1 не может делиться на $(n+1)$. Противоречие.

Соответственно, есть хотя бы 2 равных факториала и они меньше

2 Предположим, что $k > l$, $k > n$, $l = n$

Тогда $k! + l! + n! = m!$

$k! + 2n! = m!$

Пусть $k! = a \cdot (n+1) \cdot n!$, $m! = c \cdot (n+1) \cdot n!$

$a \cdot (n+1) \cdot n! + 2n! = c \cdot (n+1) \cdot n!$, $| : n!$

$a \cdot (n+1) + 2 = c \cdot (n+1)$

Если $c \cdot (n+1)$, ~~не~~ $\vdots (n+1)$, то и $(a \cdot (n+1) + 2) \vdots (n+1)$, а т.к. $a \cdot (n+1) \vdots (n+1)$, то

$2 \vdots (n+1)$, а если $n \in N$, то $n = 1$

Подставим в исходное уравнение

$k! + 2 = m!$

Но поскольку разница между последовательными факториалами всегда возрастает, а $1! = 1$, $\underset{2-1=1}{2! = 2}$, $\underset{6-2=4}{3! = 6}$. Следовательно, не существует такого факториала

**ЛИСТ-ВКЛАДЫШ**

2

разница между которыми равнялась двум.

Следовательно, $k = l = n$

$3k! = m!$

Пусть $m = a \cdot k!$

$3k! = a \cdot k!, \; |: k!$

$3 = a$

Но, т.к. 3 - простое число, а в случае если бы $m - k \geq 2$, то было бы число составное, то $m = k+1$

$3k! = (k+1) \cdot k!, \; |: k!$

$k+1 = 3$

$k = 2$

$k = l = n = 2$

$m = 3$

Ответ. $(2; 2; 3; 2)$

---

Задание №4.

Пусть x - доля мужчин в общем числе сотрудников, y - доля женщин в общем числе сотрудников

Если робот ответил неправильно, то вероятность того, что случайный сотрудник фирмы ответит так же равна:

$$\left(\frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y\right) \cdot \frac{3}{10}$$

Если робот ответил правильно, то вероятность того, что случайный сотрудник компании ответит так же равна:

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y\right) \cdot \frac{7}{10}$$

Известно, что ответ случайно выбранного сотрудника компании совпадет с ответом робота равна $\frac{1}{2}$:

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y\right) \cdot \frac{7}{10} + \left(\frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y\right) \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$$

Кроме того, $x + y = 1$

Тогда

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y\right) \frac{7}{10} + \left(\frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y\right) \frac{3}{10} = \frac{1}{2} \\ x + y = 1. \end{cases}$$

Решая эту систему, получитсл: $y = \frac{7}{12}$

$x = \frac{5}{12}$

~~#~~ Тогда отношение кол-ва мужчин к женщинам будет равно: $\frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{12}} = \frac{5}{7}$

Ответ. $\frac{5}{7}$. ⊕

---

Задание 3.

~~Замечу, что после 1 одна цифра, после минус-2 две цифры после ми-3 3 цифры и т.д. Тогда пусть после числа 1, до -2 1 единица цифра, после числа -2 до 3 2 единички~~

~~Замечу, что после 1 до -2 одна единичка, после -2 до 3 две единички, после -3 до -4 три единицы, после числа |n| до |n+1| n единиц. Тогда Пусть они образуют новые последовс. Тогда их ко~~

Замечу, что после 1 до -2 одна единичка, после -2 до 3 две единички, после |n| до |n+1|. Пусть число и следующее кол-во за ним единичек до след. числа образуют новую последовательность:

$\underbrace{(1+1)}_{1+\text{после нее 1 единица}}$; $\underbrace{(1+2)}_{2+\text{после нее 2 единица}}$ *; $\underbrace{(1+3)}_{3+\text{после нее две един.}}$ *; ... *2 +3+4+5... $\Leftrightarrow$ 2; 3; 4...

Т.к. сумма этой последовательности и есть кол-во членов заданной в условии последовательности, то:

$\frac{2+n}{2} \cdot (n-1) < 2019$,

$(n+2)(n-1) < 4038$,

$n^2 + n - 4040 < 0$

$D = 1 + 16160 = 16161 \approx 127,1$

$n_1 = \frac{-1+127,1}{2} = 63,...$

$n_2 = \frac{-1-127,1}{2} = -64,...$

Поскольку $n \in N$ то $n = 63$    Но при $n = 63$ $S = \frac{n+2}{2} \cdot (n-1) = 2015$. Следователоне, после этого еще 4 члена последовательности

Поскольку $n=63$, то это $-62$ и 62 единички потом. Следовательно, следующими членами будут 63 и три единички потом

Замечу, что после каждого отрицательного числа до след. числа идет столько 1, что в сумме они дают ноль. Тогда сумма этой последовательности:

$$2\cdot(1+3+\ldots+61)+63+3\cdot1=2\cdot31\cdot31+63+3=1988$$

Ответ. 1988.

---

## Задание 2.

Если их монеты были в отношении 5:11, и кроме того остались такими же, то и у каждого из них прибавилось монет в таком же соотношении:

$\frac{11a}{5b}=\frac{5}{11}$, где $a$ - кол-во дней, когда деньги увеличивались только у Ивана, $b$ - кол-во дней, когда деньги увеличивались только у Петра, $a\in N$, $b\in N$

$121a=25b$

Тогда $a_{min}=25$, $b_{min}=121$, поскольку 121 и 25 - взаимно простые числа.

Получается всего 146 дней

| | |
|---|---|
| 2 - 31 января - 30 дней | $146-30=116$ |
| 1 - 28 февраля - 28 дней | $116-28=88$ |
| 1 - 31 марта - 31 день | $88-31=57$ |
| 1 - 30 апреля - 30 дней | $57-30=27$ |

Тогда получается, что такое отношение монет будет возможно лишь 27 мая

Ответ. 27 мая.

---

## Задание 1.

Задание 1.

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y$

$f(x)=x^2+y^2+7-xy+3x+3y$ - парабола, ветви направлены вверх, а соответственно точка минимума:

$f'(x)=2x-y+3$

$f'(x)=0 \qquad y=2x+3$

$g(y)=x^2+y^2+7-xy+3x+3y$ - парабола, ветви направлены вверх, а значит точка минимума:

$g'(y)=2y-x+3$

$g'(y)=0, \qquad x=2y+3$

Для того, чтобы все это выражение достигало своего минимума, необходимо одновременное совпадение минимумов вышеуказанных функций:

$\begin{cases} y=2x+3 \\ x=2y+3 \end{cases}$

$\begin{cases} y=2x+3 \\ x=2(2x+3)+3 \end{cases}$

$\begin{cases} x=4x+9 \\ y=2x+3 \end{cases}$

$\begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$

Ответ. $(-3;-3)$. ④

---

Задание №7.

Отметим, чтобы $X_n \geq 9$ необходимо не мен-больше 8 членов и меньше 9 т.к. $8+\frac{1}{8}\cdot 8=9$, но ведь вместо $\frac{1}{8}$ каждый раз будет число, меньше $\frac{1}{8}$, а потому потребуется более 8 членов, но менее 9 т.к. дробь $\frac{1}{9}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Аналогично рассуждая, с остальными членами выйдет, что 64 будет достигнуто не ранее 1988 члена и не позднее 2044:

$\frac{8+63}{2} \cdot 56 = 1988$ $\quad$ ~~8~~ $\frac{9+64}{2} \cdot 56 = 2044$

Но поскольку дробь вклада уменьшается, то приблизительно каждый раз будет уходить на 0,5 больше: ⊖

$\frac{8,5+63,5}{2} \cdot 56 = 2016$

Т.к. $\frac{3}{64} < 0,1$, то $64 \leq x_{2019} \leq 64,1$

Ответы на задания 5, 8 не даны ⊖

Задача 3.

1 - 2

2 - 3

3 - 4

$2+3+4+5+6+7+\ldots n = 2019$

$\frac{2+n}{2} \cdot (n-1) = 2019$

$(2+n)(n-1) = 4038,$

$(n+2)(n-1) = 4038,$

$n^2+2n-n-2 = 4038$

$n^2+n-4040 = 0,$

$= 1+4040 \cdot 4 = 16161$

$2+3+\ldots+n = 2019$

$63 + 4$

$1\ 2 \cdot (\underbrace{1+3+61}_{61}) + 63 + 3 \cdot 1 = 2 \cdot 31 \cdot 61 + 63 + 3 = 3848$

Зад 4.

$P - \frac{7}{10}$

$M - \frac{2}{5}$

$X = \frac{4}{7}$

$$\begin{cases} 0,3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y \\ 0,7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{5}x \end{cases}$$

$0,3\ \frac{3}{10}$

$$\begin{cases} \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y \\ \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{5}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{20} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{7}y \\ \frac{7}{20} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{5}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4} - \frac{5}{7}y \\ \frac{7}{20} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{5}\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{7}y\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0.25 - \frac{5}{7}y \\ 49 = 80y + 28\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{7}y\right) \end{cases}$$

$49 = 80y + 14 - 40y$

$35 = 40y$

$y = \frac{7}{8}$ $x =$

$k! + l! + n! = m!$

$n!\left(\frac{k!+l!}{n!} + 1\right) = m!$

Задание 1.

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y$

~~$x^2+4x-x+4+3+y^2-xy+3x+3y$~~

$x^2+4x-x+4+3+y^2-xy+3y$

$(x+2)^2$ $x^2+2xy+y^2+7-3xy+3x+3y=(x+y)^2$

$f(x)=x^2+y^2+7-xy+3x+3y$

$f'(x)=2x-y+3$ $\quad$ $f'(y)=2y-x+3$

$f'(x)=0$ $\quad 2x-y+3=0,$ $\quad$ $f'(y)=0$ $\quad x=2y+3$

$2x+3=y.$

$$\begin{cases}2x+3=y\\2y+3=x\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=2y+3\\2(2y+3)+3=y\end{cases}$$

$4y+6+3=y$

$3y=-9$

$y=-3$

$$\begin{cases}x=-3\\y=-3.\end{cases}$$

Задание 2.

$5x \quad : 11x$

$\frac{l}{m}=\frac{5}{11} \Leftrightarrow 5m=11l$

$l=\frac{5}{11}m$

$\frac{l+11x}{m+5y}=\frac{5}{11}$

$11(l+11x)=5(m+5y)$

$11(\frac{5}{11}m+11x)=5(m+5y)$

$\frac{l}{m}+\frac{11x}{5y}$ $\quad 11$

$\frac{11x}{5y}=\frac{5}{11}$

$25y=121x$

$y = \frac{121}{25}x$

$\sqrt{146}.$

$\frac{11\cdot25^5}{3\cdot121}$

$146-30=1$ фев.

$126-28=98$ - 1 м.

$98-31=67$ - 1 ап

$67-30=37$ - 1 м.

$37-31=6$ - 1 июля

[illegible]

$x_0, x_1, x_2 \dots x_n \dots$

$x_0 = 8$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$

$8 + \frac{1}{8} = 8{,}125$ ; $\frac{65}{8} + \frac{1}{\frac{65}{8}}$

$2 : \frac{65}{8}$ ; $\frac{65}{8} + \frac{8}{65} = \frac{}{8 \cdot 65}$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$

$x_{n+2} = x_n + \frac{1}{x_n} + \frac{1}{x_n + \frac{1}{x_n}}$

$x_{2019} = x_0 + \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0 + \frac{1}{x_0}} + \frac{1}{x_0 + \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0 + \frac{1}{x_0}}}$

2019

$\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} =$

7 жен
1 мужчина

$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{3}{40} = \frac{18}{40}$

$$\begin{cases} \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y \\ \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{5}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{20} - \frac{1}{7}y = \frac{1}{5}x \\ \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{7}y + 2 \cdot \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{7}y\right) \end{cases}$$

$\frac{7}{20} = \frac{4}{7}y + \frac{2}{20} - \frac{2}{7}y$

$\frac{5}{20} = \frac{2}{7}y$

$\frac{1}{4} = \frac{2}{7}y$

$y = \frac{7}{8}$

$x =$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \left(\frac{3}{5}x + \frac{3}{7}y\right) \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y\right) \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - y \\ \left(\frac{3}{5}(1-y) + \frac{3}{7}y\right) \cdot 3 + \left(\frac{2}{5}(1-y) + \frac{4}{7}y\right) \cdot 7 = 5 \end{cases}$$ 135

$(21(1-y) + 15y) \cdot 3 + (14(1-y) + 20y) \cdot 7 = 175$

$63(1-y) + 45y + 98(1-y) + 140y = 175$

$63 - 63y + 45y + 98 - 98y + 140y = 175$

$24y = 14$

$y = \frac{14}{24}$

$y = \frac{7}{12}$

$\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} + \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{2}$

Задание 4

$P - 0{,}7$

$M - \cancel{\frac{4}{7}}\frac{2}{5}$

$K - \frac{4}{7}$

$\frac{7}{10} = \frac{2}{5}x + \frac{4}{7}y$

$1! + 1! = 2! - 1!$

$k! + l! + n! = m!$ +

$n!\left(\frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} + 1\right) = \frac{m!}{n!}$

$\cancel{\frac{279}{81}}$

~~$k! + l$~~

$\underline{a! + b! + 1} = c!$

$4 \cdot 11$

$4.\ n = 4$

$n \cdot 4 = 1$

$a! + b - n!$ $+1$

$a! + (n+1) \cdot \cancel{b!} = c!$

$a! + n + 2 = c!$

$(n+1)!$

$k! + l! = m! - n!$

↓

$a! + b! = c! - 1$

$\underbrace{a! + b! + 1}_{\vdots 2} = \underbrace{c!}_{\vdots 2}$

$n \vdots 2$

$a!(n+1) + (n+1) + 1 = c!$

$n+1$

~~$2+6=$~~

$k! + l! = m! - n!$

$\underline{k! + l! + n!} = m!$

$n!(a+b+1) = m!$

$a+b+1 = c$

$\underline{2+2+2=6.}$

$a+b+1 \quad c \vdots 2$

$\vdots 2$

$a \neq b$ ..

$a + n + 2 = c \Rightarrow n \vdots 2$

$a + b + 1 = \underbrace{(n+1)\cdot\ldots\cdot(n+k)}$,

$k! + l! + n! = m!$

$n!$

$m > 1$

$m \vdots 2$

$m = 2$

$m = 3$

$m = 4$

2 2 3 3

1;1;1;1

0;0;0;0;

$k! + l! + n! = m!$

$n!(\cancel{k! + l}\ a + b + 1)\cancel{m!} = m!$

$a + b + 1$ $\cancel{a}$ $n+4$

$a + b = n \Leftrightarrow \cancel{a = b}$

$\underbrace{a + b + 1}_{2} = \underbrace{(n+1)(n+k)}_{k}$

$n \cdot 2$

$\underbrace{a + (n+1) + 1}_{n+1} = \underbrace{(n+1)\ldots(n+k)}_{n+1}($ $= n+1$

$1 \cdot 2 = 2$

$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$a + 2 = c$

$k! + 2n! = m!$

$a + 2 = c$

$a = 3!$

$2! + 2$

$2 + 2 = 6$

$1 + 2 - 2!$

$1 \quad 1 = 1$

$1 \cdot 2 = 2$

$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6.$

$a \cdot (n+1) + 2 = b \cdot (n+1)$

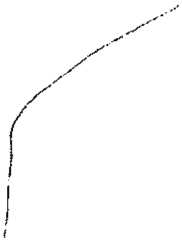
$a \cdot (n+1) + 2 = b \cdot (n+1)$

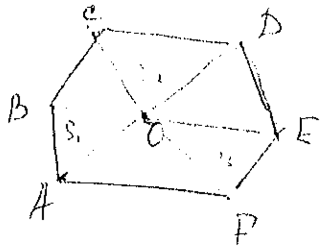
$n = 1$

$a + 2 = b$

$k! + 2 = b!$

~~$|1-\vec{a}-\vec{b}|$~~





$S_1 = 4$

~~$C_{KD}$~~

$S_2 = 6$

$S_3 = 9$

$$8 + \frac{1}{8} \xrightarrow[8 раз]{} 9 \xrightarrow[9 раз]{} 10 \xrightarrow[10 раз]{} 11 \xrightarrow[11 раз]{} 12 \xrightarrow[12]{}$$

$8 < x < 9$

$8 + 9 + 10 + 11 \ldots + 12 + n = 2019$

$$\frac{8+n}{2} \cdot n = 2019$$

$$\frac{8+63}{2} \cdot 56 \qquad 63,5 \le x \le 64,5$$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

7603-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 12 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 70 | | |

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

7603-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

(-3; -3)

**Ответ на задание 2**

26 мая

**Ответ на задание 3**

19 др

**Ответ на задание 4**

5 : 7

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

(2; 2; 3, 2)

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

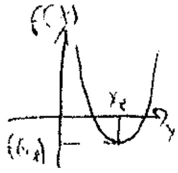
# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №1

№1

$f(x) = x^2 + x(3-y) + y^2 + 3y + 7$ ~~$D = (3-y)^2 - 4(y^2+3y+7) =$~~



$x_b = \frac{y-3}{2}$ $f(x_b) = \frac{(y-3)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{2} + y^2 + 3y + 7 = \frac{4y^2 + 12y + 28 - (y-3)^2}{4} =$

$= \frac{4y^2 + 12y + 28 - y^2 - 9 + 6y}{4} = \frac{3y^2 + 18y + 19}{4}$

Т.е. наим. возм. значение достигается при $x = \frac{y-3}{2}$ и оно равно $\frac{3y^2+18y+19}{4}$, т.к. старш. коэфф $> 0 \Rightarrow$ ветки параболы напр ↑.

Т.е. если $g(y) = 3y^2 + 18y + 19$ принимает наим. зн. в точке $y_1$, то и $f(x)$ ~~в~~, принимает наим. знач. при $y = y_1$. Найдём $y_1$.

$y_b' = -\frac{18}{6} = -3 \Rightarrow y_1 = -3$; т.к ~~коэф~~ старш коэфф. $\forall y$ $g(y) > 0$.

То наим. знач. достигается при $\begin{cases} y = -3, \\ x = \frac{y-3}{2}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3, \\ x = -3. \end{cases}$

и оно = ~~в, 9+9-9+7=16.~~ $9 - 18 + 9 - 9 + 7 = -2$.

Ответ: $(-3; -3)$ ⊕

№2

Пусть $x_1$ – было у Ивана 1-го янв; $y_1$ – у Петра; то $\frac{x_1}{y_1} = \frac{5}{11} \Rightarrow \boxed{y_1 = \frac{11}{5}x_1}$

Пусть прошло $c$ дней с 1-го янв, а у Ивана кол-во монет увел. $a$ раз $\Rightarrow$ у Петра оно увел. $(c-a)$ раз. То $x_k$ – кол-во монет в такую был. дату у Ивана, $y_k$ – у Петра. то $\begin{cases} x_k = x_1 + 11a; \\ y_k = y_1 + 5(c-a)! \end{cases}$

$\frac{x_k}{y_k} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{x_1 + 11a}{y_1 + 5c - 5a} = \frac{5}{11} \Rightarrow 11x_1 + 121a = 5y_1 + 25c - 25a$

Т.к. $5y_1 = 11x_1$: $11x_1 + 121a = 11x_1 + 25c - 25a$; $25c = 146a \Rightarrow 146a \underset{25}{\equiv} 0$,

$-4a \underset{25}{\equiv} 0$; $a \underset{25}{\equiv} c \Rightarrow a > 25 \Rightarrow c \geq 146$, т.е. прошло минимум 146 дней.

ч/з 146 дней будет 26 мая. Ответ: 26 мая. ⊕

№3.

~~Разобьем полученную~~ Заметим, что если идут $n$ „1" подряд и справа и слева от блока этих „1" нет „1", то больше такого блока из $n$ „1" подряд нет, при $n \neq 2$. Тогда найдём какая по счёту будет ~~1~~ самая правая „1", принадлеж. блоку из 62 „1".

кол-во позиций, которые занимают „1" перед ней, кроме 1-ой „1" $=$

$= 1 + 2 + \ldots + 62 - 1 = \frac{63 \cdot 62}{2} - 1 = 1952$.

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №2

Кол-во позиций, которые занимают числа из начальной последоват. (1; 2; 3; ...) = кол-ву ~~позиций~~ блоков из „#1", которые стоят перед нашей „1", включая тот, в котором находится наша „1" т.е. оно = 62. То сумма, которую дают эти числа: $1-2+3-4+\ldots+61-62=-31$

Т.е. перед нашей „1" стоит $1952+62=2014$ чисел $\Rightarrow$ наша „1" – 2015ая, то 2019-ое число будет 1;63,1;1; 1;63,1;1;1

2015ое число

2019-ое число.

~~Т.к.~~ То сумма 1-ых 2019 чисел, 1953 „1" без 1-ой „1" дают 1953; $1-2+3-4+\ldots+61-62+63=-31+63=32$ и ещё 3 „1" дают 3: $S_{2019}=1953+32+3=1988$ Ответ: $S_{2019}=1988$ ⊕

---

## №6.

$k!+l!=m!-n!$

Без ограничения общности м/о сказать, что $k\geq l$. Понятно, что ~~m≥n~~ $m>n$; т.к. $k!+l!>0$. т.е. $\boxed{\begin{cases}k\geq l\\ m>n\end{cases}}$ I пусть $\boxed{\begin{cases}k>l\\ m>n\end{cases}}$

То $k!+l!=l!(1+(l+1)(l+2)\cdot\ldots\cdot k)$
$m!-n!=n!((n+1)(n+2)\cdot\ldots\cdot m-1)$ $\Rightarrow l!((l+1)(l+2)\ldots k+1)=n!((n+1)(n+2)\ldots m-1)$

1) $l>n$: то т.к. $n!\neq 0$: $(n+1)(n+2)\cdot\ldots\cdot l((l+1)(l+2)\cdot\ldots\cdot k+1)=(n+1)(n+2)\ldots m-1$.
Но тогда левая часть $\vdots(n+1)$, а правая $\underset{n+1}{\equiv}-1\Rightarrow\not\vdots(n+1)$ (т.к. $n+1>1$)
Т.е. такого не м/ет быть

2) $l<n$: то т.к. $l!\neq 0$: $(l+1)(l+2)\ldots k+1=(l+1)(l+2)\ldots n((n+1)(n+2)\ldots m-1)$,
То аналогично левая часть $\not\vdots(l+1)$; а правая $\vdots l+1$ (т.к. $(l+1)>1$) – противоречие

3) $l=n$: $(l+1)(l+2)\ldots k+1=(l+1)(l+2)\ldots m-1$; ~~⇔~~ $\Rightarrow(l+1)(l+2)\ldots k+2=(l+1)(l+2)\ldots m$

~~3.1) k>m: (l+1)~~

т.е. $m>k$, то $(l+1)(l+2)\cdot\ldots\cdot k((k+1)(k+2)\ldots m-1)=2$. (*)

~~3.1) l<k: m>k~~ левая часть ⋮2 ~~([illegible] т.к. там есть хотя бы 2 подряд идущих числа, 1 из которых точно ⋮2)~~

при $m>k$ $m\geq 2$, то $(k+1)(k+2)\ldots m-1\geq 1$, но при $k\geq 3$
$(l+1)\cdot$ ~~$l+2$~~ $k((k+1)(k+2)\ldots m-1)\geq 3$ – против.

4) при $\begin{cases}k=2\\ l=1\end{cases}$ $2(3-1)=2$ ⊖ 3) при $\begin{cases}k=1\\ l=0\end{cases}$ – против. $l>0$.

Т.о. такого тоже не м/ет быть.

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №3

II $k=l$: $2k! = m! - n! \Rightarrow k<m$. $>0$

$2k! = n!((n+1)(n+2)\cdot\ldots\cdot m - 1)$

1) ~~$k<l$;~~ $k=n$; ~~$3k$~~ $3k! = m! \Rightarrow 3 = \frac{m!}{k!\cancel{m!}} \Rightarrow 3 = \frac{2\cdot\ldots\cdot m}{2\cdot\ldots\cdot k\cancel{m}} = \frac{2\cdot\ldots\cdot k\cdot\ldots\cdot m}{2\cdot\ldots\cdot k} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 = \frac{(k+1)\cdot\ldots\cdot m}{1} \Rightarrow \begin{cases} m=3; \\ k=2. \end{cases}$ $2\cdot 2! = 3! - 2!$ ⊕

2) $\begin{cases} k<n; \\ n<m \end{cases}$ $2k! = k!(k+1)\cdot\ldots\cdot m - k!(k+1)\cdot\ldots\cdot n;$

$2 = (k+1)\cdot\ldots\cdot n((n+1)\cdot\ldots\cdot m - 1)$

это тоже самое ур-е, что и (A), ~~ц~~ только в ~~k заме~~ заменили $n$ на $k$; $k$ на $n$; т.е. при $\begin{cases} k<n \\ n<m \end{cases}$ оно не имеет решений.

3) $\begin{cases} k>n; \\ n<m. \end{cases}$ $2n!(n+1)\cdot\ldots\cdot k = n!(n+1)\cdot\ldots\cdot m - n!;$

$2(n+1)\cdot\ldots\cdot k = (n+1)\cdot\ldots\cdot m - 1;$

~~3)~~ т.к. $k<m$ то $2(n+1)\cdot\ldots\cdot k = (n+1)\cdot\ldots\cdot k(k+1)\cdot\ldots\cdot m - 1;$

$(n+1)\cdot\ldots\cdot k((k+1)\cdot\ldots\cdot m - 2) = 1;$

~~$(k+1)\cdot\ldots\cdot m - 2 = 1$, т.к. $(n+1)\cdot\ldots\cdot k \geq 1$;~~

т.к. $k>n \Rightarrow k\geq 2 \Rightarrow m\geq 3 \Rightarrow (k+1)\cdot\ldots\cdot m-2\geq 1;$

$(n+1)\cdot\ldots\cdot k\geq 2 \Rightarrow (n+1)\cdot\ldots\cdot k((k+1)\cdot\ldots\cdot m-2)\geq 2$ –

– противоречие.

т.к. разобрали все случаи, то ур-ву удовл. только 1 4-ка: $(2;2;3;2)$ ⊕

Ответ: $(2;2;3;2)$.

---

## №5.

$|\bar a| = 1$; $|\bar b| = 1$; $|\bar c| = 1$ $\begin{cases} \bar a\cdot\bar b = |\bar a||\bar b|\cdot\cos\alpha, \text{ где } \alpha = \widehat{(\bar a;\bar b)} \\ \bar b\cdot\bar c = |\bar b||\bar c|\cdot\cos\beta, \text{ где } \beta = \widehat{(\bar b;\bar c)} \\ \bar a\cdot\bar c = |\bar a||\bar c|\cdot\cos\gamma, \text{ где } \gamma = \widehat{(\bar a;\bar c)} \end{cases}$

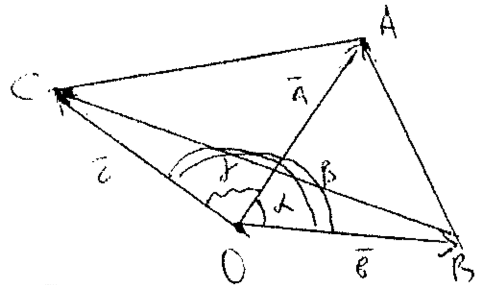
т.к. их модули $= 1$, $\begin{cases} \bar a\cdot\bar b = \cos\alpha, \\ \bar b\cdot\bar c = \cos\beta; \\ \bar a\cdot\bar c = \cos\gamma. \end{cases}$ то нер-во примет вид:

$\sqrt{1-\cos\alpha} \leq \sqrt{1-\cos\beta} + \sqrt{1-\cos\gamma}.$

Отложим вектора $\bar a$; $\bar b$; $\bar c$ из 1 точки: (1.0)

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №4



$\boxed{OC=OA=OB=1}$

$\begin{cases} \overline{OA}=\bar{a}, \\ \overline{OB}=\bar{b}, \\ \overline{OC}=\bar{c} \end{cases}$ Рассмотрим △ABC:

по из нер-ва △ $AB \le AC+CB$ (1)

по т косинусов в △ COA:

$$\begin{cases} AC^2=2-2\cos\gamma, \\ AB^2=2-2\cos\alpha, \\ BC^2=2-2\cos\beta. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AC}{\sqrt{2}}=\sqrt{1-\cos\gamma}, \\ \frac{AB}{\sqrt{2}}=\sqrt{1-\cos\alpha}, \\ \frac{BC}{\sqrt{2}}=\sqrt{1-\cos\beta}. \end{cases}$$

из (1): $\frac{AB}{\sqrt{2}} \le \frac{AC}{\sqrt{2}}+\frac{CB}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

ч.т.д.

№4.

P(пр отв ~~ж~~ р) $= \frac{7}{10}$ P(пр. отв м) $= \frac{2}{5}$. P(пр. отв ж) $= \frac{4}{7}$

P(непр отв. р) $= \frac{3}{10}$ P(непр отв м) $= \frac{3}{5}$ P(непр отв. ж) $= \frac{3}{7}$.

пусть x - кол-во женщин, а y - кол-во мужчин, то

P(случ. выб. м) $= \frac{y}{x+y}$ P(случ. выбр. ж) $= \frac{x}{x+y}$.

P(р. и м. отв. правильно) $= \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{25}$

P(р. и м. отв. неправильно) $= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{50}$

P(р. и м. отв одинаково) $= \frac{7}{25}+\frac{9}{50} = \frac{23}{50}$

P(р и ж. отв. правильно) $= \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{5}$

P(р. и ж. отв неправильно) $= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{70}$

P(р. и ж. отв. одинаково) $= \frac{2}{5}+\frac{9}{70} = \frac{37}{70}$

P(случ. выбр. м и р и м ответили один.) $= \frac{y}{x+y} \cdot \frac{23}{50}$

P(случ. выбр ж и р и ж. ответили один.) $= \frac{x}{x+y} \cdot \frac{37}{70}$.

P(случ. выбр сотр. ответил как р) $= \frac{23y}{50(x+y)} + \frac{37x}{70(x+y)}$

То получим: $\frac{23y}{50(x+y)}+\frac{37x}{70(x+y)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{23y}{5(x+y)}+\frac{37x}{7(x+y)}=5 \Rightarrow 161y+185x=175(x+y)$,

$161y+185x=175x+175y \Rightarrow 14y=10x \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{5}{7}$ Ответ. 5:7.

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
# «МИССИЯ ВЫПОЛНИМА. ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ-ФИНАНСИСТ!»

---

## ЛИСТ-ВКЛАДЫШ №5

Задание 7, 8 не выполнено ⊖

$x^2+y^2+7-xy+3x+3y \ominus \frac{x}{i}$ №1.

ЧЕРНОВИК

$$\left(\frac{x}{\sqrt2}-\frac{y}{\sqrt2}\right)^2=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-xy$$

$~~5~~ \cdot 18+7-9-~~9~~9=-2$

$~~9~~-18+9-~~9~~+7=-2$

$$\left(\frac{x}{\sqrt2}-\frac{y}{\sqrt2}\right)+\frac{y^2}{2}+\frac{y^2}{2}+7+3x+3y=$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt2}+\frac{3}{\sqrt2}\right)^2=\frac{x^2}{2}+\frac{9}{2}+\frac{3x}{2}\cdot2=\frac{x^2}{2}+\frac{9}{2}+3x$$

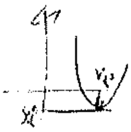
$a=\frac{3}{\sqrt2}$

$$\ominus\left(\frac{x}{\sqrt2}-\frac{y}{\sqrt2}\right)^2+\left(\frac{x}{\sqrt2}+\frac{3}{\sqrt2}\right)^2+\left(\frac{y}{\sqrt2}+\frac{3}{\sqrt2}\right)^2-2\geq-2$$

$-\frac{3}{\sqrt2}$

$x=~~-3-y~~$

$f(x)=x^2+x(3-y)+7+y^2+3y$ $x_B=\frac{y-3}{2}$



$D=(3-y)^2-4(7+y^2+3y)=9+y^2-6y-28-4y^2-12y=$

$$f(x_B)=\frac{(y-3)^2}{4}+\frac{(y-3)(3-y)}{2}+7+y^2+3y=-\frac{y^2+9-6y}{4}~~+7~~+7+y^2+3y=$$

$$=\frac{~~28+4y^2+12y-y^2-9+6y~~}{4}=\frac{3y^2+18y+19}{4}$$ . наим. зн. $f(x)$

$g(y)=3y^2+18y+19$ $y_B=-\frac{18}{6}=-3$ $18\cdot3=30+24=54$ $\underline{-46}$

$g(y_B)=27-18\cdot3+19=27-54+19=46-54=-8$

при $\begin{cases}y_B=-3\\x=\frac{y-3}{2}\end{cases}$ $\left(\begin{cases}y=-3,\\x=-3.\end{cases}\right)$

$~~29~~\ 18+7-9+9-3=\boxed{2}$.

№2.

$U-x_1$ $\Pi-y_1$ $1-20.$ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{5}{11}$ $x_{n+1}=x_n+11$ $y_{n+1}=y_n+5.$ $x_n=x_1+11(n-1)$ $y_n=y_1+5(n-1)$

$\frac{x_1}{y_1}=\frac{5}{11}$ пусть у Ив. увел. $a$ раз, ~~то~~ $a$ у П $b$ раз, то $a+b=c.\Rightarrow b=c-a$

$\frac{x_a}{y_b}=\frac{5}{11}\Rightarrow\frac{x_1+11(a-1)}{y_1+5(b-1)}=\frac{x_1}{y_1};$ $\boxed{y_1=\frac{11}{5}x_1}$

$\frac{x_1+11a-11}{y_1+5(c-a-1)}=\frac{x_1}{y_1};$ $\frac{x_1+11a-11}{y_1+5c-5a-5}=\frac{x_1}{y_1}=\frac{5}{11};$

$\frac{x_1+11a-11}{\frac{11}{5}x_1+5c-5a-5}=\frac{5}{11};$

$~~11x_1~~+121a-121=~~11x_1~~+25c-25a-25;$

$25c=121a+25a-121+25;$ $25c=146a-96$

$146a-96:25$
$146a-96\equiv0$
$146a+4\equiv0$
$-4a\cdot4\equiv0$
$a=1$

$\frac{121}{-25}$

$a\geq1$
$a=1$ $a=26$
$c=2$ $c=148$

№2

ЧЕРНОВИК

т.е. с > 2. ~~при с=2~~ т.е. 2-го января.

~~То 1 : $x_1$ $y_1$~~

~~2 : $x_1+11$ $y_1$~~

~~3 : $x_1+11$ $y_1+5$~~

~~$x_1$~~ $y_1 = \frac{11}{5}x_1$  $x_1 = \frac{5}{11}y_1$

$$\frac{x_1+11}{y_1+5} = \frac{\frac{5}{11}y_1+11}{y_1+5} = \frac{5y_1+121}{11y_1+55}$$

5 11

6 15

т.е. $c = 14$ $\Rightarrow$ 14.
янв

$\underbrace{1\ 2\ 3 \dots 31}_{31}$ февр $\underbrace{1\ 2 \dots 28}_{28}$ март $\underbrace{1\ 2 \dots 31}_{31}$ ~~м~~апр $\underbrace{1\ 2 \dots 30}_{30}$ май $\underbrace{1\ 2 \dots 31}_{31}$

по 12 . 28

28 мая

2 : 6;
2! = 2

$2k! = m! - n!$;

~~4 5~~

2 · 1 · 2 · 3 . k =

4 = 6 - 2

$2 \cdot 2! = 2 \cdot 3 -$

$2n! = m! - n!$;

$3n! = m!$;

№3

~~1 2 3 15~~

$2 \cdot k! = k!(k+1) \cdot m -$
$- k!(k+1) \cdot n$;

$2 = (k+1) \cdot m - (k+1) \cdot n$,

$2 = (k+1)\ n((k+1) \cdot m - 1)$

2 1·2

1; -2; 3; -4; ..

1; 1; -2; 11; 3; 111; -4; 1111; 5; 11111

1; 3; 5; ..  $2n+1$

-2; -4; -6; .. $-2n$

1; 2; 3; 4; ..

$1+2..+a \leq 2019$;

$\frac{a(a+1)}{2} \leq 2019$

$a^2+a \leq 4038$,

$63 \cdot 64 = 4032$.

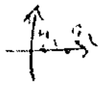
$a \leq 63$

$\frac{a(a+1)}{2} + a \leq 2019$,

$a^2+3a \leq 4038$,

$a^2+3a-4038 \leq 0$

$D = ~~27~~ 16161 \approx 127,13$



$a_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{D}}{2}$

$a \leq \frac{-3+\sqrt{16161}}{2} \approx 62,06$

$a \leq 62$

при $a = 62$.

$1; 1; -2; 11; 3; 111; -4; 1111; \dots -62; \underbrace{11 \dots 1}_{62}$

$1+2+..+62 = \frac{62 \cdot 63}{2} = 1953$ поз. заняты „1".

62 поз. заняты 1; -2; ...  $1953+62 = 2015$ т.е.

ещё 4 поз: 1; 1; .. -62; $\underbrace{1 \dots 1}_{62}$, 63; 111
2019-ая цифра

$\Sigma = 1+2+..+62+(1-2)+(3-4)+..+(61-62)+63+3 =$
$= 1953 + -1 \cdot 31 + 63 + 3 = 1953 - 31 + 66 = 1988$

2 4 6 4

№4

$P(\text{пр от } \text{в}) = ~~0,7~~ \frac{7}{10}$

$P(\text{м.ан}) = \frac{4}{10}\ \frac{2}{5}$

$P(\text{пр } v) = \frac{4}{7}$

$P(\text{отв с} = \text{отв р}) = \frac{1}{2}$

~~x - муж~~
x - жен.
kx - муж.

$\frac{M}{Ж} = k$  $k - ?$

$P(\text{отв м} = \text{отв р}) =$

$p = \frac{3\ \text{б.с.}}{7\ \text{в.с.}}$

№3

ЧЕРНОВИК

№5.

$\sqrt{1-\vec{a}\,\vec{b}} \le \sqrt{1-\vec{b}\,\vec{c}} + \sqrt{1-\vec{a}\,\vec{c}}$

~~$a(x_a;y_a;z_a)$~~ $i(x_i;y_i;z_i)$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_ax_b + y_ay_b + z_az_b$

$\sqrt{x_i^2+y_i^2+z_i^2} = 1.$ $|x_i|;|y_i|;|z_i| \le 1$

$\sqrt{1-x_ax_b+y_ay_b-z_az_b} \le \sqrt{1-x_bx_c+y_by_c-z_bz_c} + \sqrt{1-x_ax_c-y_ay_c-z_az_c};$

$\cancel{1}-x_ax_b+y_ay_b-z_az_b \le \cancel{1}-x_bx_c-y_by_c-z_bz_c+1-x_ax_c-y_ay_c-z_az_c+2\sqrt{1-x_bx_c\ldots}$;

$x_bx_c+x_ax_c-x_ax_b+y_by_c+y_ay_c-y_ay_b+z_bz_c+z_az_c-z_az_b \le 1+2\sqrt{1-\ldots};$

$x_i^2+y_i^2+z_i^2=1;$

~~$(x_i+y_i+z_i)^2$~~

---

2

$k!+l!=m!-n!$

$1\cdot2\cdot\ldots k+1\cdot2\cdot\ldots l = 1\cdot2\ldots m - 1\cdot2\ldots n$

~~$\text{т.к.}$~~ $l\le k$; $(k!+l!)\,\vdots\,l!$

$m>n$ $m!-n!=n!(n+1)\ldots m-1)$

т.к. $m!-n!>0$

$l!((l+1)\ldots k+1)=n!((n+1)\ldots m-1);$

1) ~~$l>n$~~: ~~$(l+1)$~~ $(n+1)\ldots l((l+1)\ldots k+1)=\underbrace{(n+1)\ldots m-1}_{\vdots(n+1)};$

2) $n>l$: $\underbrace{(l+1)\ldots k+1}_{\vdots(l+1)} \overset{\vdots(n+1)}{=} (l+1)\ldots n((n+1)\ldots m-1)$ ⊖ $\vdots(l+1)$

3) $l=n$; ~~$(l+1)\ldots k+1=$~~ ⊖ $\vdots(l+1)$

$k;l;m;n\ge1.$

$(l+1)\ldots k+1=(n+1)\ldots m-1;$

$(l+1)\ldots k+2=(l+1)\ldots m-2;$

3.1) $k>m$: ~~$(l+1)\ldots(n+1)\ldots k=$~~ $(\underbrace{(l+1)\ldots m}_{>1})(\underbrace{(m+1)\ldots k}_{>1}+1)=-2;$ ⊖

3.2) $k<m$; $(l+1)\ldots k((k+1)\ldots m-1)=2;$

$2\cdot1\cdot(2\cdot1-1)=2$

$l=1$

$k=1$; ⊖

$m=1$

3.3) $k=m$;

т.е. нет таких.

№7

$x_0=8$; $x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}=$

$\boxed{x_n+\frac{1}{x_n}\ge2}$

$x_1=8+\frac{1}{8}=\frac{65}{8}$

$x_2=\frac{65}{8}+\frac{8}{65}=\frac{65^2+8^2}{8\cdot65}=\frac{4289}{520}$

$x_{n+1}=x_n$

$x_{n+1}=\frac{x_n^2+1}{x_n}=$

$=\frac{(x_n+1)^2}{x_n}-2$

$1+\frac{1}{1}\to2$

$\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=\frac{13}{6}$

$\frac{13}{6}+\frac{6}{13}$

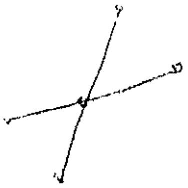
$\frac{1}{2}+\frac{2}{1}$ $1+1=2=\frac{2}{1}$

$2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$\frac{5}{2}+\frac{2}{5}=\frac{29}{10}$

$\frac{29}{10}+\frac{10}{29}=\frac{941}{290}$

$\frac{941}{290}+\frac{290}{941}=$



X ж

y м

№4

ЧЕРНОВИК

$\frac{X}{X+y}$ – Р(выб. ж.)   $\frac{y}{X+y}$ – Р(выб м).

~~Р(выб. ж~~ и

Р(ответ ж. совп. с отв Р~~т~~ и оппр) = $\frac{7}{10}\cdot\frac{4}{7}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

Р(м ир пр) = $\frac{7}{\cancel{10}_{5}}\cdot\frac{2}{5}=\frac{7}{25}$

~~Хе~~ 7 вар.   ~~В~~ 7 из 10 м

○ ○ ○   ●

$\underbrace{\quad\quad\quad}$ Р 4 из 7 м.

7.

~~$\frac{2}{5}+\frac{7}{25}=\frac{17}{25}$~~

$\frac{X}{X+y}\cdot\frac{2}{5}+\frac{y}{X+y}\cdot\frac{7}{25}=\frac{1}{2}$;

$\frac{10X}{25(X+y)}+\frac{7y}{25(x+y)}=\frac{1}{2}$;

$25(x+y)=20x+14y$.

$25x+25y=20x+14y$,

$5X$

Р(~~ответ~~ ж ир непр) = $\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{7}=\frac{9}{70}$

$\frac{2}{5}+\frac{9}{70}=\frac{37}{70}$

Р(м и р непр) = $\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{50}$

$\frac{7}{25}+\frac{9}{50}=\frac{23}{50}$

~~37~~   $\frac{23}{50}\cdot\frac{y}{X+y}+\frac{37}{70}\cdot\frac{x}{x+y}=\frac{1}{2}$;

$\frac{23y}{5(x+y)}+\frac{37x}{7(x+y)}=5$;

$161y+185x=$ ~~257~~ $175x+175y$;

$14y=10x$;

$x_n+\frac{1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}=$

$=\frac{x_n^2+1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}=$

$=\frac{(x_n^2+1)^2+x_n^2}{x_n^3+x_n}=$

$=\frac{x_n^4+3x_n^2+1}{x_n^3+x_n}$

$x_n+\frac{1}{x_n}$

$x_{n+2}=x_{n+1}+\frac{1}{x_{n+1}}=$

$=x_n+\frac{1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}$

$x_{n+3}=x_{n+2}+\frac{1}{x_{n+2}}=$

$=x_n+\frac{1}{x_n}+\frac{x_n}{x_n^2+1}$

$\frac{S_1}{S_4}=\frac{ab}{ed}$

$S_4=\frac{4ed}{ab}$

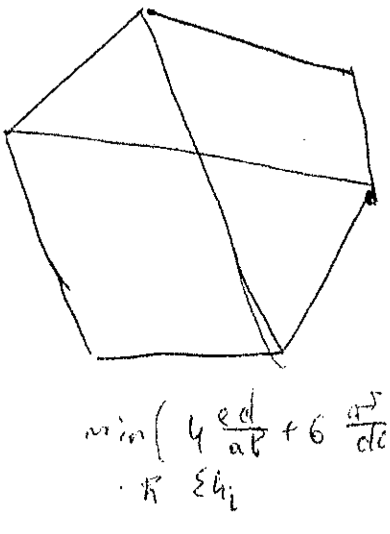
$\frac{S_2}{S_5}=\frac{bc}{fe}\Rightarrow S_2=9\frac{bc}{fe}$

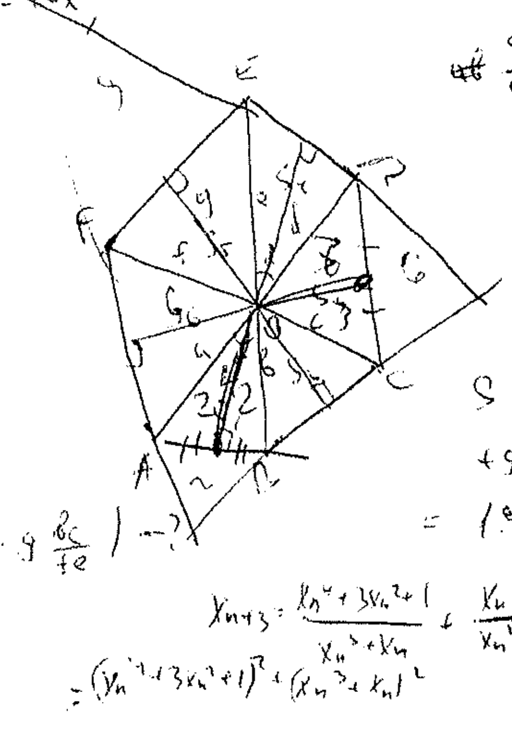
$\frac{S_6}{S_3}=\frac{af}{dc}\Rightarrow S_6=6\frac{af}{dc}$

$S=4+4\frac{ed}{ab}+6+6\frac{af}{dc}+$

$+9+9\frac{bc}{fe}=$

$=19+4\frac{ed}{ab}+6\frac{af}{dc}+9\frac{bc}{fe}$





$\min\left(4\frac{ed}{ab}+6\frac{af}{dc}+9\frac{bc}{fe}\right)\to ?$

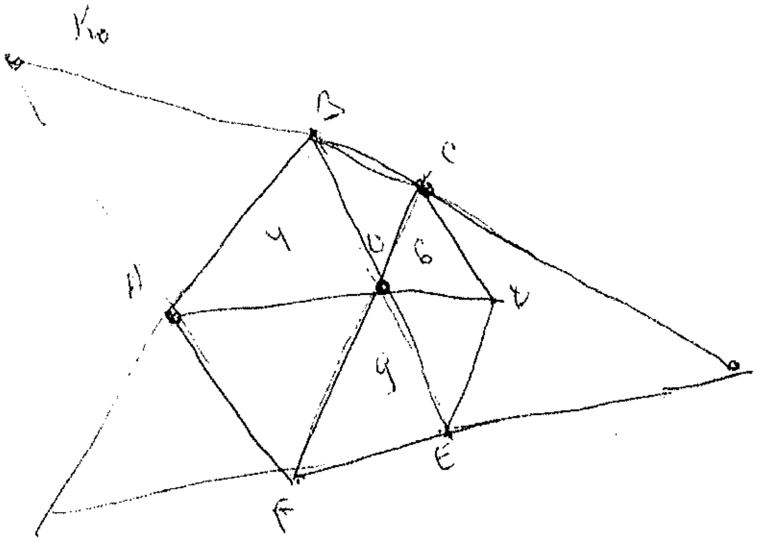
$\cdot R\ \Sigma h_i$

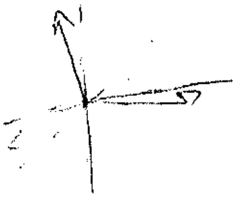
$x_{n+3}=\frac{x_n^4+3x_n^2+1}{x_n^3+x_n}+\frac{x_n^3+x_n}{x_n^4+3x_n^2+1}=$

$=(x_n^4+3x_n^2+1)^2+(x_n^3+x_n)^2$

Ко

№5





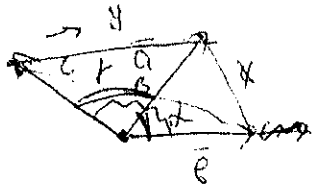
$|\bar a| = 1 = |\bar b| = |\bar c|$

$\bar a\,\bar b = |\bar a|\cdot|\bar b|\cdot\overset{\cos}{\cancel{\sin}}(\widehat{\bar a;\bar b})$

$\sqrt{1-\cos(a;b)} \le \sqrt{1-\cos(b;c)} + \sqrt{1-\cos(a;c)}$

$\sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

1)

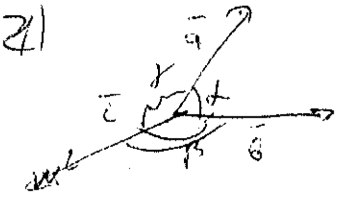


$\beta=\alpha+\gamma$ $\quad\boxed{0\le\alpha;\beta;\gamma\le\pi.}$

$\sqrt{1-\cos\alpha} \le \sqrt{1-\cos(\alpha+\gamma)}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

$\sqrt{1-\cos(\alpha+\gamma)}+\sqrt{1-\cos\gamma} = \sqrt{1-\cos\alpha\cos\gamma+\sin\alpha\sin\gamma}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

2)



$\alpha+\beta+\gamma=360^\circ$

$\cos\alpha = \cos(2\pi-(\beta+\gamma)) = \cos(-(\beta+\gamma)) = \cos(\beta+\gamma)$

$\sqrt{1-\cos(\beta+\gamma)} \vee \sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\gamma}$

$1-\cos(\beta+\gamma) \vee 2-\cos\beta-\cos\gamma+2\sqrt{(1-\cos\beta)(1-\cos\gamma)}$

$-1-\cos\beta\cos\gamma+\sin\beta\sin\gamma \vee \cancel{0}-\cos\beta-\cos\gamma+2\sqrt{1-\cos\gamma-\cos\beta+\cos\beta\cos\gamma}$

$-1-\cos\beta\cos\gamma=A \quad \cos\beta+\cos\gamma=B$

$\sin\beta\sin\gamma-A \vee -\cos\beta-\cos\gamma+2\sqrt{A-\cos\beta-\cos\gamma}$

$\sin\beta\sin\gamma-A \vee -B+2\sqrt{A-B}$

$c^2$

$x^2 = \cancel{a^2+b^2}\ 2-2\cdot\cos\alpha$

$x^2 = 2(1-\cos\alpha)$

$\frac{x}{\sqrt2} = \sqrt{1-\cos\alpha}$

$\frac{y}{\sqrt2} = \sqrt{1-\cos\gamma}$

$\frac{z}{\sqrt2} = 1-\cos$

№ 6.

ЧЕРНОВИК

$x_0 = 8$

$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$

$x_7$

$x_0 = 1$

$x_1 = 2$

$x_3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

$x_4 = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3^2+2^2}{6} = \frac{13}{6} = 1\frac{1}{6}$

$x_5 = \frac{13}{6} + \frac{6}{13} = \frac{205}{78} = 2\frac{49}{78}$

$x_6 = \frac{78^2+205^2}{205 \cdot 78} = \frac{6084+42025}{15990} = \frac{48109}{15990} = 3\frac{1339}{15990}$

$x_7 =$

$\frac{1}{8}$ ~~$\frac{8}{65}$ $\frac{520}{4289}$~~

$x_0 = 8$

$x_1 = 8\frac{1}{8} = \frac{65}{8}$

$x_2 = \frac{8^2+65^2}{520} = \frac{4289}{520} = 8\frac{129}{520}$

$x_3 = \frac{520^2 + 4289^2}{4289 \cdot 520} = \frac{18665321}{2230280} = 8,37$

$x_4 = 8,48$

$x_5 = 8,6\ldots$

$x_6 = 8,722..$

$x_7 = 8,837$

$x_8 = 9,06\ldots$

$\approx 0,1$

$x_{2019} =$

$0,11315$

$0,1117$

$\frac{1}{x_{n+1}} = \frac{1}{x_n + \frac{1}{x_n}} =$

$= \frac{x_n}{x_n^2+1} < \frac{x_n}{x_n^2} = \frac{1}{x_n}$

1 2 13 205 48109

~~$x_n = \frac{1}{}$~~ ~~$y_n = \frac{1}{y_n}$~~ ~~$x_n = x_n$~~

$$\frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n+1}} = \frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_n + \frac{1}{x_n}} = \frac{1}{x_n} - \frac{x_n}{x_n^2+1} = \frac{x_n^2+1-x_n^2}{x_n(x_n^2+1)} =$$

$$= \frac{1}{x_n^3 + x_n} = \frac{1}{x_n(x_n^2+1)}$$

$x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n}$

$x_{n+2} - x_{n+1} = \frac{1}{x_{n+1}}$

$x_{n+2} - x_n = \frac{1}{x_{n+1}} + \frac{1}{x_n}$

$x_{n+k+1} - x_n = \frac{1}{x_{n+k}} + \frac{1}{x_n}$

$x_{2019} - x_0 = \frac{1}{x_{2018}} + \frac{1}{x_{2017}} + \ldots + \frac{1}{x_0}$

~~$x_{n+3} + x_{n+2}$~~ $x_{n+3} - x_{n+2} = \frac{1}{x_{n+2}}$

$x_{n+3} - x_n = \frac{1}{x_{n+2}} + \frac{1}{x_{n+1}} + \frac{1}{x_n}$

$x_{n+3} - x_n = x_{n+3} - x_{n+2}$

$x_{n+1} = \frac{x_n^2+1}{x_n} =$

$= \frac{(x_n+1)^2}{x_n} - 2$

~~$\frac{(x_n+1)^2}{x_n} > x_n$~~

$$56 < \underbrace{\frac{1}{x_{2018}} + \frac{1}{x_{2017}} + \ldots + \frac{1}{x_0}}_{2019} < 56,1.$$

$\frac{8}{8}$

$8 + 81 .. + 9 = 2019$

$\frac{n(n+1)}{2}$ ~~$28$~~ $= 2047$

$n(n+1) = 4094$

$63 \cdot 64 = 4094$

$x_n =$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2059-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2;2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 28 февраля 1019 года |
| **Ответ на задание 3** |
| 1923 |
| **Ответ на задание 4** |
| 1 : 1 |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| (2;2;3;2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| 37 |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

**ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ**
**-ФИНАНСИСТ**
**МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

2059 - 13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 2 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 8 | | |
| ИТОГО | 100 | ~~54~~ 56 | | |

## Задание 1.

Решение: $x^2+y^2+5-xy-2x-2y=\frac{2x^2+2y^2+5\cdot2-2xy-4x-4y}{2}=$

$=\frac{(x^2-4x+4)+(y^2-4y+4)+(x^2-2yx+y^2)+2}{2}=\frac{(x-2)^2+(y-2)^2+(x-y)^2+2}{2}\geq1,$

т.к. $(x-2)^2\geq0$; $(y-2)^2\geq0$ и $(x-y)^2\geq0$. Наим. значение 1 достигается при

$x=y=2$: $4+4+5-4-4-4=1$

Ответ: (2; 2) ⊕

## Задание 2.

Решение: Пусть прошло n дней, когда отношение кол-ва монет у Ивана к кол-ву монет Петра снова стало $\frac{3}{7}$. При этом, если k ($n\geq k$) дней увел-ивалось кол-во монет у Ивана, то по условию $(n-k)$ дней росло кол-во монет у Петра. Пусть изначально у Ивана было 3x монет, тогда у Петра их было 7x. Имеем: $\frac{3x+7k}{7x+(n-k)\cdot3}=\frac{3}{7}$

$21x+49k=21x+9n-9k$

$9n=58k$

$k=\frac{9n}{58}$.

Мы знаем, что n и $k\in\mathbb{N}$, и ищем наименьшее n. т.к. $k\in\mathbb{N}$, то $n\,\vdots\,58$, а значит $n=58$. ⊕

т.е. через 58 дней отношение $\frac{3}{7}$ вернётся (в ближайшее время), т.е. 28 февраля 2019 года

Ответ: 28.02.2019

## Задание 3.

Решение: $-1, 1, 2, 1 1, -3, 1 1 1, 4, 1 1 1 1, -5 \ldots$ – конечная посл-ть

$-1, 2, -3, 4, -5, 6 \ldots$ – исходная посл-ть

Будем считать |n| единиц „привязанными" к числу n в конеч-ой посл-ти (т.е. после -1 идёт 1 привязанная „1", после 2 идут 2 привязанные „1", после -3 идут 3 привязанные „1" и т.д.)

реди первых 2018 членов конечной посл-ти найдём последнее число n, все привязанные „1" которого находятся среди этих 2018 первых членов.

аметим, что если все привязанные „1" числа n взяты среди первых K членов, и ти первые K членов заканчиваются на последней единице из привязанных к n, о $K=|n|+(1+2+\ldots+|n|)=|n|+\frac{|n|(|n|+1)}{2}$

④ Итак, ищем наибольший по модулю n [illegible] смотри пункт ②):

$k = |n| + \frac{|n|(|n|+1)}{2} \leq 2018$

Если $n = 62$, то $k = 2015$, при $|n| \geq 63$ $k > 2018$. Значит наибольший $n$ равен 62.

⑤ Тогда 2016-ый член посл-ти равен $-63$, 2017-ый и 2018-ый равны 1.

⑥ Ищем сумму первых 2018 членов: Заметим, что все нечетные $n$, кроме $-63$, в сумме со своими привязанными „1" дадут 0. Четные же $n$ в сумме со своими привязанными „1" даст $2n$. Т.е.:

$S_{2018} = 2\cdot2 + 4\cdot4 + \ldots + 60\cdot2 + 62\cdot2 - 63 + 1 + 1 = 2\cdot(2+4+6+\ldots+62) - 61 =$
$= 1923$

⊕

Ответ: 1923

## Задание 4.

Пусть роботов k штук, мужчин сотрудников x человек, а женщин y человек.

Вероятность того, что ответ робота и сотрудника оба будут верны:

$$\frac{4k\cdot(2x+3y)}{5k\cdot(3x+7y)} = \frac{4}{5}\frac{(2x+3y)}{(3x+7y)} = \frac{8x+12y}{15x+35y}$$

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{7}y}{x+y}$$

Вероятность того, что ответы робота и сотрудника оба будут ложны:

$$\frac{k\cdot(x+4y)}{5k\,(3x+7y)} = \frac{1}{5}\frac{(x+4y)}{(3x+7y)} = \frac{x+4y}{15x+35y}$$

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{\frac{1}{3}x + \frac{4}{7}y}{x+y}$$

Итого, вероятность того, что ответы робота и сотрудника совпадут (она же равна $\frac{1}{2}$ по условию):

$$\frac{8x+12y}{15x+35y} + \frac{x+4y}{15x+35y} = \frac{1}{2}$$

$18x + 32y = 15x + 35y$

$3x = 3y$

$x = y$, т.е. $\frac{x}{y} = \frac{1}{1}$.

∓

Ответ: $\frac{1}{1}$

## Задание 6.

Решение: $k! + l! + n! = m!$

Р-м случаи: ① $m \geq 4$. Допустим, что $k, l$ и $n \leq m-1$.

Тогда: $k! + l! + n! \le 3\cdot(m-1)! < m!$ (т.к. $m \ge 4$)

Противоречие. Значит одно из чисел $n$; $l$ и $k$ больше или равно $m$, но т.к. остальные 2 числа $\in N$, то $k! + l! + n! > m!$. Противоречие.

Значит $m$ не больше 3

② $m = 3$. По предыдущему пункту $k, l$ и $n$ должны быть меньше $m$, иначе левая часть будет больше правой. (т.е. $k, l$ и $n \le 2$)

Нетрудно заметить, что только при $k = l = n = 2$ $k! + l! + n! = 3! = 6$, иначе левая часть меньше правой.

③ $\left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2 = k! + l! + n!, \text{ но } k! + l! + n! \ge 3. \text{ Противоречие} \\ 1 = k! + l! + n!, \text{ но } k! + l! + n! \ge 3. \text{ Противоречие} \end{array}\right.$ ⊕

④ Имеем единственное решение: $\underset{(k;\, l;\, m;\, n)}{(2;\, 2;\, 3;\, 2)}$ Ответ: $(2; 2; 3; 2)$

## Задание 5.

$\sqrt{1 - \vec{a}\vec{b}} \le \sqrt{1 - \vec{b}\cdot\vec{c}} + \sqrt{1 - \vec{a}\cdot\vec{c}}$ — требуется док-ть

$1 - \vec{a}\vec{b} \vee 1 - \vec{b}\vec{c} + 1 - \vec{a}\vec{c} + 2\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})}$

$\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{c} - \vec{a}\vec{b} - 1 \vee 2\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})}$

Т.к. $\vec{c}$ - единичный вектор, то $|\vec{c}|^2 = 1$, и $\vec{c}^{\,2} = 1$. Домножим на $\vec{c}^{\,2}$ $-\vec{a}\vec{b}$ (и ничего не изменится, т.к. $\vec{c}^{\,2} = 1$):

левое часть: $\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\cdot\vec{c} - \vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}^{\,2} - 1 = \vec{b}\vec{c}(1 - \vec{a}\,\overset{c}{\cancel{b}}) + \vec{a}\vec{c} - 1 = (1 - \vec{a}\vec{c})(\vec{b}\vec{c} - 1)$

$(\bar{a}\bar{b})\cdot\bar{c}^2 \ne (\bar{b}\bar{c})\cdot(\bar{a}\cdot\bar{c})$

$\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\cdot\vec{c} - \sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})}$

$(1 - \vec{a}\vec{c})(\vec{b}\vec{c} - 1) \vee 2\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})}$

Перенесем всё в правую часть:

$(1 - \vec{a}\vec{c})(1 - \vec{b}\vec{c}) + 2\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})} = \sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})}\left(\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})} + 2\right) \overset{0}{\ge}$

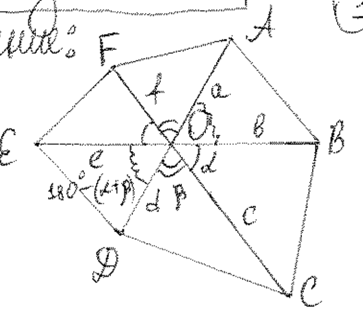
т.к. $\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})} \ge 0$, $\sqrt{(1 - \vec{b}\vec{c})(1 - \vec{a}\vec{c})} + 2 > 0$.

А значит $\sqrt{1 - \vec{a}\vec{b}} \le \sqrt{1 - \vec{b}\vec{c}} + \sqrt{1 - \vec{a}\vec{c}}$ ⊖

что и требовалось док-ть

## Задача 8.

Решение:



① Пусть $S_{\triangle AOB} = x$; $S_{\triangle COD} = y$; $S_{\triangle EOF} = z$; $S_{\triangle BOC} = k$; $S_{\triangle EOD} = l$; $S_{\triangle AOF} = m$

По условию $x = 4$; $y = 6$; $z = 9$

② Пусть $AO = a$; $BO = b$; $CO = c$; $DO = d$; $EO = e$; $OF = f$

Пусть $\angle BOC = \alpha$; $\angle COD = \beta$.

Тогда $\angle EOD = 180° - \alpha - \beta$; $\angle FOE = \alpha$; $\angle AOB = 180° - \alpha - \beta$; $\angle AOF = \beta$

Продолжение задачи №8

③ $\begin{cases} S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} ab \sin(\alpha+\beta) = x = 4 \\ S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} cd \sin\beta = y = 6 \\ S_{\triangle EOF} = \frac{1}{2} ef \sin\alpha = z = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} bc \sin\alpha = k \\ S_{\triangle DOE} = \frac{1}{2} de \sin(\alpha+\beta) = l \\ S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} af \sin\beta = m \end{cases}$

Заметим, что $xyz = kml = 216$

④ $S_{ABCDEF} = (x+y+z)+(k+l+m) = 19 + k+l+m.$

$k+l+m \geq 3\sqrt[3]{klm} = 3\sqrt[3]{216} = 18.$

т.е. наим. значение $k+l+m = 18$, при $k=l=m=6$.

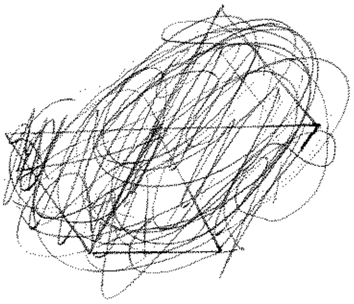
значит $S_{ABCDEF} \geq 37$, т.е. её наим. значение $= 37$.

~~[illegible]~~

Ответ: 37

**Не показано, что min достигается**

⊕/2



**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

973-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

~~[illegible]~~ (2;2)

**Ответ на задание 2**

28 февраля 2019

**Ответ на задание 3**

1925

**Ответ на задание 4**

$\frac{3}{7}$

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

(2;2;3;2)

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

**ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ**
**-ФИНАНСИСТ**
**МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

973-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 2 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 3 | 12 | 12 | 8 | 12 |
| 4 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 5 | 12 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 14 | 3 | 3 | 3 |
| 7 | 14 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 16 | 0 | 0 | 0 |
| ИТОГО | 100 | 47 | 43 | 47 |

Задание ① $x^2+y^2+5-xy-2x-2y \to min$

При $x<2$ $x^2<2x$, также при $y<2$ $y^2<2y$.

⊕ ⊕

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=x^2+y^2+5+\frac{(x\mp y)^2-x^2-y^2}{2}-$
$-2x-2y$. При домножении ф-ии на константу точки её минимума не меняются,

$2x^2+2y^2+10+(x-y)^2-x^2-y^2-4x-4y=x^2+y^2+(x-y)^2-$
$-4x-4y=(x^2-4x+4)+(y^2-4y+4)+2^{+(x-y)^2}=(x-2)^2+(y-2)^2+2+$
$+(x-y)^2$,

(1) $f(x)=(x-2)^2\geq 0$ при $x\in R$ $x_{min}=2$ $f(2)=0^2=0$

(2) $f(y)=(y-2)^2\geq 0$ при $y\in R$ $y_{min}=2$ $f(2)=0^2=0$

(3) $(x-y)^2\geq 0$ при $x\in R$ и $y\in R$ данная ф-ия принимает своё наименьшее значение при $x=y$.

Всем 3 условиям (1); (2); (3) удовл. точка $(2;2) \Rightarrow$ она искомая

Ответ: (2;2)

---

Задание ⑥ $~~x~~K!+l!=m!-n!$

$m!=K!+l!+n!$ Пусть $K=l=n$, тогда $m!=3\cdot K!$. Это равенство верно при $K=2$ и $m=3$ $3!=3\cdot 1\cdot 2$

Значит четверка $(2;2;3;2)$ удовлетворяет условию

Не разобран случай $m>3$

не разобран $k \neq l \neq n$

∓ ∓

Задание ④.

$P_{прав} - \frac{4}{5}$ , $М_{прав} - \frac{2}{3}$, $Ж_{права} - \frac{3}{7}$   Совпад $- \frac{1}{2}$

$\frac{М}{Ж} - ?$

⊕

1) Найдем вероятность того, что ответ М совпадет с ответом Р т.е. или оба правы или оба ошиблись: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = P_м$

2) Найдем вероятность того, что ответ Ж совпадет с ответом Р. т.е. или оба правы или оба ошиблись: $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{16}{35} = P_ж$

Найдём

3) Вероятность того, что ответ случайно выбранного человека совпадет ~~сто~~ ответом Р. ~~ра~~ Пусть в компании работало m Мужчин и n Женщин. Тогда:

$$P_0 = \frac{m}{n+m} \cdot P_м + \frac{n}{m+n} \cdot P_ж = \frac{m}{n+m} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\cancel{m}n}{m+n} \cdot \frac{16}{35}$$

По условию $P_0 = Совпад = \frac{1}{2}$

$$\frac{3m}{5(n+m)} + \frac{16n}{35(n+m)} = \frac{1}{2}$$

~~$\frac{42m+32n}{70(m+n)} = 1$~~

~~$32(m+n)+10m = 70(m+n)$~~

~~$10m$~~

$$\frac{21m+16n}{35(n+m)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{42m+32n}{35(n+m)} = 1$$

$42m+32n = 35n+35m$

$7m = 3n$

$m = \frac{3n}{7}$

$\frac{m}{n} = \frac{3}{7}$

$\frac{М}{Ж} = \frac{3}{7}$

⊕

Ответ: $\frac{3}{7}$

## Задание 1.

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y$ – наим. $(x,y)$ – ?

~~$(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)+3-xy=K$~~

~~$(x-1)^2+(y-1)^2+3-xy=K$~~

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=(x^2+2xy+y^2)-2(x+y)+5-3xy=$

$(x+y)^2-2(x+y)+5-3xy$

Пусть $x+y=a$

$a^2-2a+5-3xy$ ~~$=(a-1)^2+4-3xy$~~

График данной функции – парабола, ветви которой направлены вверх, значит своё наименьшее значение она принимает в вершине.

$a_0=\frac{2}{2\cdot1}=1$ $\Rightarrow$ чтобы данная ф-ция приняла ~~ск~~ минимальное должно выполняться

$$\begin{cases} x+y=1 \\ xy - max \end{cases}$$

$y=1-x$

$x(1-x)$ – max $-x^2+x$ – график этой ф-ции парабола, ветви которой направлены вниз $\Rightarrow$ своё максимальное значение она примет в вершине. $x_0=\frac{-1}{(-1)\cdot2}=\frac{1}{2}$ – искомое значение $x$. Тогда $y=1-x=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ – искомое значение $y$.

Ответ: $(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

Задание ②.

~~П,~~ И : П = 3 : 7   И – +7/день   П – +3/день

Пусть у И было $3x$ монет, а у П – $7x$ соответственно. Чтобы отношение их монет снова стало 3 : 7 И должен получить $3K$ монет, а П $7K$ монет соответственно. ~~При этом $K \in N$, $\frac{3K}{7} \in Z$ (1) и (2) $\frac{7K}{3} \in Z$. Из (1) следует, что $K \overset{7}{\equiv} 0$, а из (2) следует, что $K \overset{3}{\equiv} 0$, значит $K \overset{21}{\equiv} 0$ т.е. K делится на 21. Наименьшее натуральное число, делящееся на 21 есть.~~ И $3K$ монет получит ерез $\frac{3K}{7}$ дней, а П получит $7K$ монет а $\frac{7K}{3}$ дней. При этом $K \in N$, $\frac{3K}{7} \in N$; $\frac{7K}{3} \in N$. начит, чтобы выполнялось $\frac{3K}{7} \in N$ и $\frac{7K}{3} \in N$, должно делиться на 7 и на 3, т.е. делится на 21. Наименьшее K, удовлетворяющее таким условиям $K_{min} = 21$. начит, с 1 января пройдёт $\frac{3 \cdot 21}{7} + \frac{7 \cdot 21}{3} =$ $9 + 49 = 58$ дней

Ответ: 28 февраля 2019

⊕

⊕

Задание №3.

1) Заметим, что кол-во единиц, вписанных после каждого члена исходной последовательности равно модулю члена, после которого эти единицы вписаны, значит, сумма любого отрицательного члена и единиц, вписанных после него равна нулю. (1)

2) Назовём циклом n-ый член исходной последовательности и n идущих после него единиц. В 2018 членах последовательности „помещается!" 62 полных цикла и ещё 3 числа: $-63; 1; 1$. Тогда нужный участок последовательности будет иметь вид $-1; 1; 2; 1; 1; -3; 1; 1; 1; 4 \dots -63; 1; 1$. Учитывая св-во, описанное в п. (1), сумма этого участка последовательности:

$$0+2+2\cdot1+0+4+1\cdot4+0+6+6\cdot1+\dots-63+2=$$

$$=4+8+12+16+\dots-63+2=4(1+2+3+\dots+31)-63+2=$$

$$=4\cdot\frac{32\cdot31}{2}-63+2=2\cdot32\cdot31-63+2=1925$$

Ответ: 1925

±

+

3

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

970-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

$x = 2$ ; $y = 2$

**Ответ на задание 2**

28 февраля 1019 года

**Ответ на задание 3**

1923

**Ответ на задание 4**

$\frac{3}{7}$

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

$k=2$; $l=2$; $n=2$; $m=3$

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

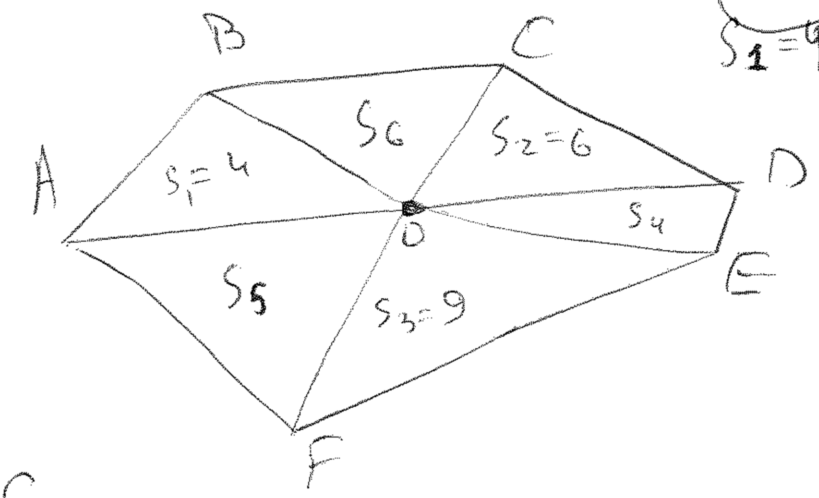
970-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 0 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 48 | | |

N 8



$S_1 = 4 = \frac{1}{2}\sin(\angle AOB)\cdot AO\cdot BO$

$S_2 = 6 = \frac{1}{2}\sin(\angle COD)\cdot CO\cdot OD$

$S_3 = 9 = \frac{1}{2}\sin(\angle FOE)\cdot FO\cdot OE$

$S_6 = S_{\triangle BOC} = CO\cdot OB\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin(180^\circ - \angle AOB - \angle COD)$

$S_4 = S_{\triangle ODE} = OD\cdot OE\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin(180^\circ - \angle COD - \angle FOE)$

$S_5 = S_{\angle AOF} = OA\cdot OF\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin(180^\circ - \angle AOB - \angle FOE)$ $\quad \sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$

$$\Rightarrow \quad S_6 = \frac{4}{\frac{1}{2}\sin(\angle AOB)\cdot AO}\cdot\frac{6}{\frac{1}{2}\sin(\angle COD)\cdot OD}\cdot\frac{1}{2}\sin(\angle AOB+\angle COD)$$

$$S_4 = \frac{6}{\frac{1}{2}\sin(\angle COD)\cdot CO}\cdot\frac{9}{\frac{1}{2}\sin(\angle FOE)\cdot FO}\cdot\frac{1}{2}\sin(\angle COD+\angle FOE)$$

$$S_5 = \frac{9}{\frac{1}{2}\sin(\angle FOE)\cdot OE}\cdot\frac{4}{\frac{1}{2}\sin(\angle AOB)\cdot OB}\cdot\frac{1}{2}\sin(\angle AOB+\angle FOE)$$

—

---

N 1

Дополнение к N 1 Если
$x=0$ то будет $y^2+5-2y$
~~то выр~~ и это больше 1
т.к. $y^2-2y+4$ больше 0
т.к. $D<0$ и парабола
$y^2-2y+4$ ветвями вверх

, а раз $y^2-2y+4>0$
то $y^2-2y+5>1$
Аналогично при $x>0$
Если и $x=0$ и $y=0$
то выражение $= 5$

№1

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=(x-1)^2+(y-1)^2+3-xy$

~~мин. значения $(x-1)^2$ и $(y-1)^2$ при~~

~~$x=1$ и $y=1$~~

1) Пусть $x=2$ и $y=2$ $\Rightarrow (2-1)^2+(2-1)^2+3-2\cdot2=$

$=1+1+3-4=1$ ⊖

2) При $x<0$ и $y<0$ $x^2, y^2, xy$ не изменят знак

а $-2x$ и $-2y$ станут $>0$ $\Rightarrow$ ~~чтобы~~

наим. знач. не при $x<0$ и $y<0$ (Аналогично при $x<0$ $y>0$)

(Если $x>0$, а $y<0$ то в $(x-1)^2+(y-1)^2+3-xy$ станет $>0$ $\Rightarrow$ есть такой $y>0$

что $-xy<0$ и $(y-1)^2$ не изменится $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ выражение станет меньше)

3) По неравенству о средних $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}} \geq \frac{a+b+c}{3}$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 \geq \frac{a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2+b^2+c^2 \geq ab+ac+bc}.$$

Теперь ~~дополни~~ пусть $a=x$ $b=y$ $c=2$

$$\left.\begin{aligned}&\Rightarrow x^2+y^2+4 \geq xy+2y+2x\\&\Rightarrow x^2+y^2+4-xy-2y-2x \geq 0\end{aligned}\right\}?$$

$\Rightarrow x^2+y^2+5-xy-2y-2x \geq 1$ $\Rightarrow$ наше выражение $\geq 1$, а при $x=2; y=2$ оно $=1$

$\Rightarrow$ меньше нельзя Отв: $x=2; y=2$

№4

Пусть y - кол-во мужчин

x - кол-во женщин

=> $\frac{2}{3}y$ дают верный ответ

$\frac{3}{7}x$ - тоже

+

=> ~~из всех~~ сотрудники дают верный ответ с вероятностью (вер)

$\frac{\frac{2}{3}y+\frac{3}{7}x}{y+x}$ и сотрудники с вер. $\frac{1}{2}$ отвечают так же, как робот, но робот, как и сотрудник может ответит верно или не верно => если робот отвечает верно ~~и~~ ~~или~~ то у сотрудника ~~50% ответить~~ ~~вер~~ вер. ответить как робот (верно) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$ не как робот (неверно) если робот не верен у сотрудника вер $\frac{1}{2}$ ответить как робот (неверно) и $\frac{1}{2}$ не как робот (верно) => вер. ответить верно = $\frac{1}{2}$ => $\frac{\frac{2}{3}y+\frac{3}{7}x}{y+x}=\frac{1}{2}$ => $\frac{\frac{2}{3}\frac{y}{x}+\frac{3}{7}}{\frac{y}{x}+1}=\frac{1}{2}$

=> $\frac{2}{3}\frac{y}{x}+\frac{3}{7}=\frac{1}{2}\frac{y}{x}+\frac{1}{2}$ => $\frac{1}{6}\frac{y}{x}=\frac{7-6}{14}=\frac{1}{14}$

=> $\frac{y}{x}=\frac{6}{14}=\frac{3}{7}$ Ответ: $\frac{3}{7}$.

№2

Кол-во монет у Ивана 1 января: И

Кол-во монет у Петра 1 января: П

=> $\frac{\text{И}}{\text{П}} = \frac{3}{7}$ Пусть n = кол-во дней, когда у Ивана увеличивалось кол-во монет

и k = кол-во дней, когда у Петра увеличивалось кол-во монет

=> Нам нужно, чтобы $\frac{3}{7} = \frac{\text{И}+7n}{\text{П}+3k}$

=> $\frac{3}{7} = \frac{\frac{3}{7}\text{П}+7n}{\text{П}+3k}$ => $\cancel{3\text{П}}+9k=\cancel{3\text{П}}+49n$

=> $9k=49n$

⊕

Нам нужна ближн. дата

=> k+n=min

=> НОК 9 и 49=441

=> k = 49 и n = 9

=> 49 дней Пётр получал и 9 дней Иван => ~~$\frac{\text{И}+\cancel{49}\,63}{\text{П}+147}=\frac{3}{7}$~~

=> ~~$3\text{П}+441=3\text{П}+441$~~

=> Через 58 дней ситация повторится

=> Это произойдет 28 февраля

Отв: 28 февраля 1019 года

№3

$-1, 2; 3 \dots \quad (-1)^n n$

$-1; 1; 2; 1; 1; -3; 1; 1; 1 \dots$ => после n-элемента в старой последовательности (' послед.) вписали n единичек ('' един.)

в новой послед. n-элемент старой послед. стоит на месте $k = n + (1+2+3+\dots+n-2+n-1) =$

$= ~~n~~\ 1+2+3\dots+n-1+n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$ т.к. после каждого элемент теперь добави~~ло~~ един. кол-во которых = номер элемента в старой посл.

Не ясно, что стоит на 2018 месте но можно понять что на 2016 месте стоит $-63$ т.к. $2016 = \frac{63^2+63}{2}$

+

=> на 2017 и 2018-ых местах стоят един.

Заметим, что ~~после~~ элемент стоящий на нечёт. месте в старой послед. со знаком минус, а в новой после него поставили кол-во един. = значению это ~~числа~~ элемента по модулю => сумма этого элементы и этих един. = 0 => до $-63$ сумма $= S = 2+2\cdot1 + 4+4\cdot1 + 6+6\cdot1+\dots+60+60\cdot1 + 62+62\cdot1 = 4\cdot(1+2+3+\dots+30+31) =$

$= \frac{4\cdot 32\cdot 31}{2} = 1984$ теперь осталось вычесть 63 и прибавить 2 един. => $1984-63+2 = 1923$

Отв: 1923.

№6

+

$k! + l! = m! - n!$

$k! + l! + n! = m!$

1. $m > k, l, n$ т.к. если $m \leq k$ либо $m \leq l$ либо $m \leq n$

=> остальные два числа в сумме дадут что-то $\leq 0$, а $k, l, m, n$ – натуральные $(>0)$

2. Докажу, что $m < 4$: Пусть $m = 4$

=> $k! + l! + n! = 3! \cdot 4$ $k, l$ и $n$ макс. $3!$ т.к. $k, l$ и $n$ – натуральные

=> их сумма это макс. $3 \cdot 3!$

При больших ~~или больше~~ $m$ аналогично?

макс $k, l$ и $n$ – это $m-1$

=> $3 \cdot (m-1)!$ – это макс сумма

но $m \cdot (m-1)!$ больше этой суммы

=> противор.

3. $m \leq 3$ $m \neq 2$ ~~т.к.~~ и $m \neq 1$ т.к. мин. сумма $k, l$ и $n = 1! \cdot 3 = 3$, а $2! = 2$ и $1! = 1$ и $3 \neq 2$, $3 \neq 1$

=> $m = 3$ => $k, l$ и $n$ либо 1 либо 2

Пусть один из $k, l, n = 1$ => $1! + 2! + 2! \neq 3!$ $5 \neq 6$

Пусть два из $k, l, n = 1$ => $1! + 1! + 2! \neq 3!$ $4 \neq 6$

Если все $k, l, n = 1$ => $3 \neq 6$

Пусть все $k, l, n = 2$ => $\boxed{2+2+2=6}$ подходит! => Ответ: $k=2$; $l=2$; $n=2$; $m=3$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1894-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

**Ответ на задание 2**

~~1923~~ 28 февраля 2019 года

**Ответ на задание 3**

1923

**Ответ на задание 4**

3 : 7

**Ответ на задание 5**

[illegible]

**Ответ на задание 6**

(2 ; 2 ; 3 ; 2)

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

38

Чистовик

№1 $(x;y)$: $x^2+y^2+5-xy-2x-2y \to \min$

Пусть выражение равна $a$ $(a \to \min)$

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=a$

$y^2-(2+x)y+x^2-2x+5-a=0$

решим относительно $y$:

+

$D_0 = 4+4x+x^2-4(x^2-2x+5-a)=$

$=4+4x+x^2-4x^2+6x-20+4a = -3x^2+12x-16+4a$

Разложим: $-3x^2+12x-16+4a \geq 0$

$D_1 = 4(36+3(4a-16)) = 4(36+12a-48) =$

$=4(12a-12) \geq 0 \Rightarrow 12a \geq 12$

$a \geq 1$

т.к. $a \to \min \Rightarrow a=1$

$\Rightarrow -3x^2+12x-16+4=0$

$-3x^2+12x-12=0 \Rightarrow -3(x^2-4x+4)=-3(x-2)^2$

$\Rightarrow D_0=-3(x-2)^2$, но выражение должно иметь корни $\Rightarrow$ ~~D~~ т.к. ~~…~~ $D_0 \leq 0$, но для условия сущ. корня нужно чтобы $D_0 \geq 0 \Rightarrow D_0=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow$

подставим: $y^2-4y+4-4+5-1=y^2-4y+4=(y-2)^2=0$

$\Rightarrow$ ~~$y=0$~~ $y=2$

Ответ: ~~при $(x;y)$ рав~~ при $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ минимальное значение

№4 ~~т.к.~~ Пусть n – кол-во мужчин
m – кол-во женщин

вероятность $\frac{1}{2}$ достигается при случайном выборе, а значит является средневзвешенным по количеству людей:

не обосновано

~~$\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}n$~~ $\frac{\frac{2}{3}n+\frac{3}{7}m}{n+m} = \frac{1}{2}$

+/2 4

$\Rightarrow \frac{2}{3}n+\frac{3}{7}m = \frac{1}{2}n+\frac{1}{2}m$

$\frac{1}{6}n = \frac{1}{14}m \Rightarrow 14n = 6m \Rightarrow 7n = 3m \Rightarrow m = \frac{7}{3}n$

$\frac{\text{мужчины}}{\text{женщины}} = \frac{n}{\frac{7}{3}n} = \frac{3}{7}$

Ответ: мужчины : женщины = 3 : 7

---

№2 Пусть изначально 3 и 7 монет у ребят:
Пусть h – кол-во дней когда прибавляли Ивану,
m – кол-во дней когда прибавляли Петру:

тогда

частный случай

$$\begin{cases}\frac{3+7h}{7+3m} = \frac{3}{7} & h, m \in \mathbb{Z}\\ h+m \to \min\end{cases}$$

±

Пусть $h+m=a$, тогда $a \in \mathbb{Z}$ : $(a \to \min)$

$$\begin{cases}\frac{3+7h}{7+3m} = \frac{3}{7} \quad ①\\ h+m=a \Rightarrow h=a-m\end{cases}$$

$① \Rightarrow 49h = 9m$

$\Rightarrow 49(a-m) = 9m \Rightarrow m = \frac{49a}{58}$

т.к. уравнение диофантово, то нужно подобрать целое $a \in \mathbb{Z}$ при котором $m \in \mathbb{Z}$:

Заметим, что $49 = 7^2$ $58 = 2 \cdot 29$ ⇒ взаимно простые числа ⇒ $a = 58$

2 января + 58 дней = 28 ~~дня~~ февраля

Ответ: 28 февраля 2019 года.

т.к. $D = 1+4f \Rightarrow f = \frac{D-1}{4} \Rightarrow 0 < f \leq 3 \Rightarrow$

$0 < \frac{D-1}{4} \leq 3 \Rightarrow 0 \leq D-1 \leq 12 \Rightarrow$ ~~$0\leq$~~ $1 \leq D \leq 13$

в этом ограничении 2 полных квадрата:

$\underline{4; 9} \Rightarrow f = \frac{3}{4}$ ; $f = 3$

~~При $f = \frac{3}{4}$ : $\frac{k!}{(m-2)!} + \frac{l!}{(m-2)!} + \frac{n!}{(m-2)!} = \frac{3}{4}$~~

~~т.к. $4 = 2 \cdot 2 \Rightarrow (m-2)!$ должно делиться на 4~~

~~$\Rightarrow (m-2)! \in \{24; 120; ...\}$~~

~~Очевидно, что при $(m-2)! \in \{120; ...\}$ таких чисел~~ ~~$k!$, а~~ ~~$k, l, n$ не существует, т.к. отношение дробей уменьшается $\Rightarrow$~~ ~~[illegible]~~ ~~максимальное отношение $< 1 \Rightarrow \frac{24}{120} = \frac{1}{5} \Rightarrow$ сумма чисел $\leq \frac{1}{5}$ не может равняться $\frac{3}{4}$~~

~~При $(m-2)! = 24$ выполняется только при $k, l, n = 1$~~ ~~не в ответ~~ ~~$\Rightarrow$ подставим: $1+1+1 \neq 1$~~

~~$\Rightarrow$ не подходит~~

~~Пр $\Rightarrow$ при $f = \frac{3}{4}$ - не выполняется~~

~~При $f = 3 \Rightarrow l = k = n = (m-2)$~~

решим

При $f = \frac{3}{4}$ $m = \frac{3}{2}$, но этого не может быть

При $f = 3$ $m = 2$, но мы рассматриваем, когда $m > 3$

~~т.к. $f = 3 \Rightarrow$~~

$\Rightarrow$ при $m > 3$ тройка чисел $k, l, n \leq (m-2)$ не существует $\Rightarrow$ значит $k, l, n > (m-2)$, но $k, l, n < m$

$\Rightarrow k, l, n = (m-1)$

~~Вычислим~~ $\Rightarrow$

$(m-1)! + (m-1)! + (m-1)! = m! \quad | \cdot \frac{1}{(m+1)!}$

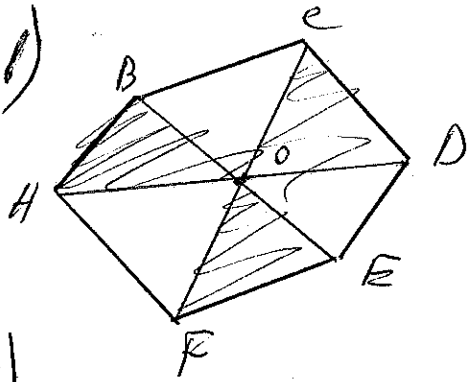
$3 = m$

но $m > 3 \Rightarrow$ не подходит

Задача ⑧

т.к. три диагонали треугольника пересекаются в одной точке ~~[illegible] из этих диагоналей является [illegible] шестиугольника.~~ то либо точка пересечения диагоналей является центром симметрии шестиугольника, либо одна из диагоналей является осью симметрии.

1)



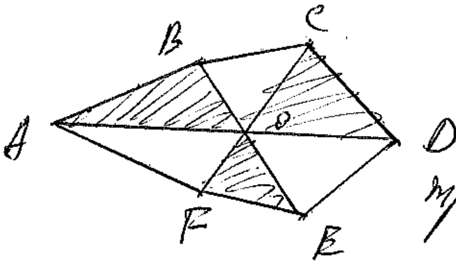
$S(AOB) = 4$

$S(COD) = 6$

$S(EOF) = 9$

−

2)



и в том и другом случае ~~тр~~ образуются по три пары ~~пара~~ равных треугольников. ?

1) 1. △AOB = △DEO (по углу и двум равным сторонам, т.к. O центр симметрии, то BO = OE, AO = OD)

2. △COD = △AOF (аналогично с 1): ∠COD = ∠AOF, стороны равны из-за симметрии

3. △BCO = △FOE (аналогично с 1) ∠BOC = ∠FOE, стороны из-за симметрии

2) △ABO = △AFO
△BCO = △FOE
△COD = △DOE
} из-за симметрии, т.к. лежат по разную сторону от оси сим.

$$\Rightarrow S_{ABCDEF} = \overset{8}{4\cdot 2} + \overset{12}{6\cdot 2} + \overset{18}{9\cdot 2} = 38$$ , оно же и является минимальным

Ответ: 38

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9458-13

Код участника

## БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

### Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2,2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 28.02.1019 |
| **Ответ на задание 3** |
| 1923 |
| **Ответ на задание 4** |
| $\frac{3}{7}$ |
| **Ответ на задание 5** |
| Доказано |
| **Ответ на задание 6** |
| (2,2,3,2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| 37 |

$\boxed{№1}$

⊕

$$f(x,y)=x^2+y^2-xy-2x-2y+5 \longrightarrow \min$$

① способ

$$f'_x = 2x-y-2=0 \qquad \begin{cases} 2x-y-2=0 \\ 2y-x-2=0 \end{cases} ; \quad \boxed{x=2,\ y=2}$$
$$f'_y = 2y-x-2=0$$

$$f'_{xx}=2 \quad f'_{yy}=2 \quad f'_{xy}=-1=f'_{yx}$$

$$|H| = f'_{xx}\cdot f'_{yy} - (f'_{xy})^2 = 4-1=3>0$$

$\Rightarrow$ (2, 2) – точка минимума

② способ

$$f(x,y) = x^2+y^2-xy-2x-2y+5 \longrightarrow \min$$

Заметим, что функция симметрична относительно $x$ и $y$ $\Rightarrow x=y$ в точке минимума

неверное утверждение

$f(x) = x^2-4x+5$ График параболы ветвями вверх. Min в вершине

$$x^* = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}} = y$$

~~③ способ~~ ~~$f(x,y) = x^2+y^2-xy-2x-2y+5$~~ ~~$\Big| : y^2$~~

~~$f = \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1 - \left(\frac{x}{y}\right) - 2\frac{x}{y} -$~~

~~константу забудем т.к. от нее минимизация не зависит.~~

Ответ: (2, 2)

$\boxed{№3}$ $\underbrace{-1,\ 2}_{1},\ \underbrace{-3,\ 4}_{1},\ -5\ \ldots.$

Для данной последовательности сумма равна

$$S_n = \frac{n}{2} \quad \text{если } n \vdots 2$$

$$S_n = \frac{n-1}{2} - n \quad \text{если } n \not\vdots 2$$

⊕

$-1,\ 1,\ 2,\ 1,\ 1,\ -3,\ 1,1,1,\ 4,\ 1,1,1,1,\ -5\ldots$

Найдем кол-во единичек (вставленных) до какого-то изначального $n^{\text{ого}}$ числа

I - 0
II - 1
III - 1+2
IV - 1+2+3
....

$$K_{1\,\text{до}\,n} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Тогда кол-во чисел в новой последователности будет задаваться (до какого-то изначального числа)

$$K = \frac{n(n-1)}{2} + n \quad , \text{где } n \text{ - номер изначального числа}$$

при $n = 63$ $\quad K = 63 + \frac{63\cdot62}{2} = 2016$

$n = 64$ $\quad k = 64 + \frac{64\cdot63}{2} = 2080$ $\quad$ А у нас 2018

Значит

$$S = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{кол-во}\\ \text{единиц}\\ \text{до 63 номера}\\ n}}{\frac{63\cdot62}{2}} + \underbrace{31 - 63}_{\substack{\uparrow\\ \text{сумма}\\ \text{изнач.}\\ \text{циф}}} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{еще}\\ \text{2 единички}}}{2} = 1923$$

Ответ: 1923

$\boxed{№6}$ $k! + l! = m! - n!$

$1! = 1$ $6! = 720$
$2! = 2$ $7! = 5040$
$3! = 6$ ...
$4! = 24$
$5! = 120$

Если и только если $x > y$, то $x! > y!$

$n! < m!$, т.к $k! + l! > 0$

$\Rightarrow n < m$

$k! + l! = n! \cdot \left(\frac{m!}{n!} - 1\right)$ Разделим обе части на $n!$, т.к $n! \neq 0$

$\rightarrow$ $\underline{k! \vdots n!}$ и $\underline{l! \vdots n!}$ $\Rightarrow (k \geq n$ и $l \geq n)$

$$\frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} = \frac{m!}{n!} - 1$$

① случай, когда $k! > n!$ $(k > n)$ и $l! > n!$ $(l > n)$

$\frac{k!}{n!} = \underbrace{(n+1)(n+2)\dots(k)}_{\text{кол-во множителей } k-n}$ $\frac{l!}{n!} = (n+1)\dots(l)$ $\frac{m!}{n!} = (n+1)\dots(m)$

где $n+1 \geq 2$

$(n+1)\dots(k) + (n+1)\dots(l) = (n+1)\dots(m) - 1$

$(n+1)\dots(k) + (n+1)\dots(l)$ — кратна $(n+1)$,

а $(n+1)\dots(m) - 1$ - не кратна $(n+1)$

Чего не может быть

Рассуждение неверное

② случай, когда $k! = l! = n!$

$$1 + 1 + 1 = \frac{m!}{n!} = 3$$

$\boxed{+/2}$

А такое отношение возможно только при $m = 3$ и $n = 2$ $\frac{3!}{2!} = \frac{6}{2} = 3$
$l = k = 2$

$2! + 2! = 3! - 2!$

$4 = 4$

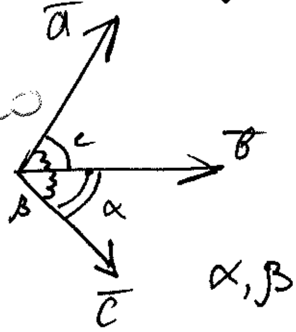
$(2, 2, 3, 2)$ нам подходит

$\boxed{№5}$

$$\sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{b}} \overset{?}{\leq} \sqrt{1-\bar{b}\cdot\bar{c}} + \sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{c}}$$

$\bar{x}\cdot\bar{y} = |x|\cdot|y|\cdot\cos\varphi$ $\quad\varphi$ – угол между $\bar{x}$ и $\bar{y}$

$\sqrt{1-\cos c} \overset{?}{\leq} \sqrt{1-\cos\alpha} + \sqrt{1-\cos\beta}$, т.к длины векторов единичные

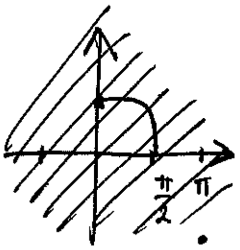


Во-первых, $\alpha+\beta+c \leq 360°$

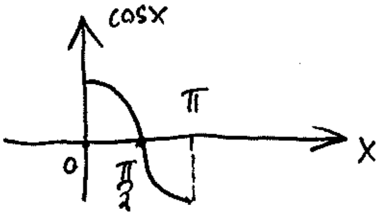
Во-вторых, $\underbrace{c \leq \alpha+\beta}$ не доказано

$\alpha, \beta, c \leq 180°$

$f(x) = \sqrt{1-\cos x}$ – возрастающая функция на $x \in [0;\pi]$



Т.к. $\cos x$ на $x \in [0;\pi]$ – убывающая



$\Downarrow$

$1-\cos x$ – возрастающая

$\Downarrow$

$\sqrt{1-\cos x}$ – возрастающая

Если $\quad c \leq \alpha+\beta \Rightarrow \sqrt{1-\cos c} \leq \sqrt{1-\cos(\alpha+\beta)}$

Докажем также, что

$\sqrt{1-\cos 2\varphi} \leq \sqrt{1-\cos\varphi} + \sqrt{1-\cos\varphi}$

$\uparrow$

$\sqrt{1-2\cos^2\varphi+1} \leq 2\sqrt{1-\cos\varphi}$

$\uparrow$

$\sqrt{2}\cdot\sqrt{1-\cos\varphi}\cdot\sqrt{1+\cos\varphi} \leq 2\sqrt{1-\cos\varphi}$

$\uparrow$

$\sqrt{1+\cos\varphi} \leq \sqrt{2}$

$\uparrow$

$1+\cos\varphi \leq 2$

$\uparrow$

$\cos\varphi \leq 1$

$\mp$

N1 $x^2+y^2+5-xy-2x-2y \longrightarrow \min$

$x^2+\underline{y^2}+5-\underline{xy}-2x-\underline{2y}=a$

~~[illegible]~~

$y^2-(x+2)y+x^2-2x+5-a=0$

$D= x^2+4x+4-4x^2+8x-20+4a=$

$=-3x^2$

---

$f(x,y)=x^2+y^2+5-xy-2x-2y \longrightarrow \min$

$f'_x=2x-y-2=0$

$f'_y=2y-x-2=0$

$\begin{cases} 2x-y-2=0 \\ 2y-x-2=0 \end{cases} \Big| \times 2 \ ; \ \begin{cases} 2x-y-2=0 \\ -2x+4y-4=0 \end{cases} \oplus$

$f''_{xx}=2 \quad f''_{yy}=2$

$f''_{xy}=-1$

$|H|=4-1=3>0$

$3y=\cancel{8}+6$

$\boxed{y=2}$ $\boxed{\cancel{y=\frac{8}{3}}}$

$\boxed{x=2}$

---

$x^2+y^2-xy-2x-2y+5$

$(x-1)^2+(y-1)^2+3-xy$

$x^2-4x+5=0$

$x^*=\underline{\underline{2}}$

---

Иван $=3x \quad +7$

Петр $=7x \quad +3$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-1-\frac{2}{y}-\frac{2}{x}$

31 янв.

~~30~~ 28 фев.

N2 $\dfrac{3x+7n_1}{7x+3n_2}=\dfrac{3}{7}$

$21x+49n_1=21x+9n_2$

$49n_1=9n_2$

$n_1=9$

$n_2=49$

$49 \cdot 3 = 147$

$49+9=58$

$58-31=\textcircled{27}$

$\dfrac{3(x+21)}{7(x+21)}=\dfrac{3x+63}{7x+147}$ $\quad 63=7\cdot3\cdot3, \ 147=7\cdot7\cdot3$

$3(x+7\cdot3)$

$n_1+n_2=49+9=58$

28.02.1019

$\underline{28.02.1019}$

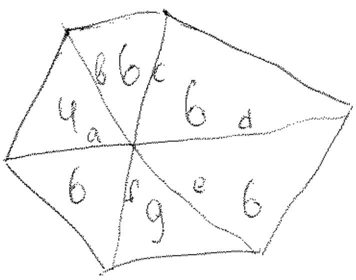
$\frac{4}{5}$ - робот

$\frac{3}{7}$ - женщины

$\frac{2}{3}$ - мужчины

Пример шестиуг.

$a = b = f = 2$
$c = 4$
$d = 1$
$e = 6$

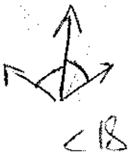


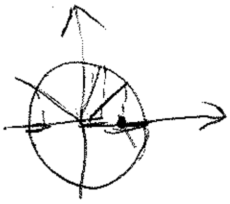
$$\sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{b}} \le \sqrt{1-\bar{b}\cdot\bar{c}} + \sqrt{1-\bar{a}\cdot\bar{c}} \qquad \bar{a}\cdot\bar{b} = \cancel{1\cdot 1}\cos(\bar{a}\wedge\bar{b})$$

$$\boxed{\sqrt{1-\cos c} \le \sqrt{1-\cos\alpha} + \sqrt{1-\cos\beta}}$$

$-1\le \quad <1 \qquad -1< \quad <1$

$\sqrt{2} \le 0 + 0$





$< 1 + 1$

$$\cancel{1} - \cos c \le \underset{1}{\cancel{2}} - \cos\alpha - \cos\beta + 2\sqrt{(1-\cos\alpha)(1-\cos\beta)}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta - \cos c - \cancel{1} \le 2\sqrt{(1-\cos\alpha)(1-\cos\beta)}$$

$-1< \quad <1 \quad 2$

$\le 0$

$$\cos\alpha + \cos\beta - \cos c - 1 \le 0$$

---

$X_0 = 8 \qquad X_{\cancel{n}+1} = 8 + \frac{1}{8} = 8\frac{1}{8} = \frac{65}{8}$

$X_2 = \frac{65}{8} + \frac{8}{65} = \frac{65^2 + 64}{8\cdot 65}$

$\left(a + \frac{1}{a}\right) \ge 2$

$$X_{n+1} = \frac{X_n^2 + 1}{X_n}$$

$$X_{n+2} = \frac{\left(\frac{X_{n}^2+1}{X_n}\right)^2 + 1}{\left(\frac{X_n^2+1}{X_n}\right)}$$

$$\frac{X_n^2+1}{X_n} + \frac{X_n}{X_n^2+1}$$

$64 = 2^{\cancel{6}}$

$$\frac{3x+7n}{7x+3(21-n)}=\frac{3}{7}$$

$21x+9(22-n)=\cancel{21x}+49n$

$\cancel{32\cdot 3\cdot 3\cdot 21}=58n$

$9(x-\overset{29}{n})=49n$

$9x=58n$

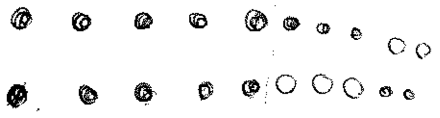
$\overset{\shortparallel}{58}$ $\overset{\shortparallel}{n}$

Робот $=\frac{4}{5}$

Мужчина $-\frac{2}{3}$

Женщина $-\frac{3}{7}$

Всего в компании 100 чел.



$$\frac{m}{100}\cdot\cancel{\frac{3}{7}}\frac{2}{3}+\frac{100-m}{100}\cdot\frac{3}{7}=\frac{2}{5}$$

$\frac{7}{10}$

$3(\alpha+6)<720\,|\,\frac{3}{240}$ $\frac{-6}{12}$

~~$3\ 4000$~~

$m\cdot\frac{2}{3}+(1-m)\frac{3}{7}=\frac{2}{5}$

$\frac{14m+9-9m}{21}=\frac{2}{5}$

$(5m+9)5=42$

$25m=-3$

$m=$

$\beta+C<720°-2\beta-2C$

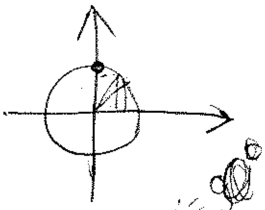
$\boxed{\beta+C<240}$

$\beta<360°-\beta-C$

$2\beta<360°-C$

$C<360°-2\beta$

$\beta<360°-2C$



$\alpha\le\beta$

$\alpha>C$

$\alpha=90°$

$1\le$

$-\cos(\beta+C)\le\sqrt{1-\cos\alpha}\le\sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos C}$

если

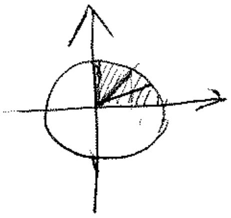
$\alpha+\beta+C\le360°$

$\alpha\le360°-\beta+C$

$3\cdot180-\alpha-\beta-C\ge180°$

$\sqrt{1-\cos\alpha}+\sqrt{1-\cos C}<$

$\beta+C\ge\alpha$



$\sqrt{(1-\cos\alpha)(1-\cos\beta)}-$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

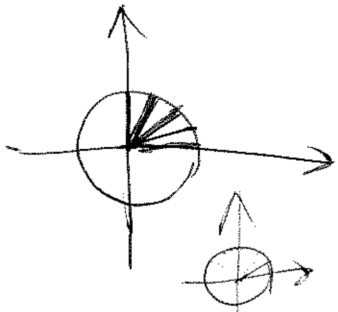
$\cos2\varphi=2\cos^2\varphi-1$

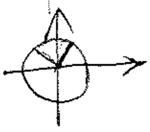
$\sqrt{1-\cos(\beta+C)}\le\sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos C}$

$\sqrt{1-2\cos^2\varphi+1}\le2\sqrt{1-\cos\varphi}$

$\sqrt{2}\sqrt{1-\cos^2\varphi}\le2\sqrt{1-\cos\varphi}$

$\underbrace{\sqrt{1-\cos\varphi}\cdot\sqrt{1+\cos\varphi}\le\sqrt{2}}\cdot\sqrt{1-\cos\varphi}$





$\sqrt{1-\cos2\beta}\le\sqrt{1-\cos(\beta+C)}\le\sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos C}$

$1-\cos(2\beta)$

$\le\sqrt{1-\cos\beta}+\sqrt{1-\cos\beta}$

$\beta<C$

$\le\sqrt{1-\cos2\beta}$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9485 - 13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

(2;2)

**Ответ на задание 2**

начиная со 2 января, пройдёт 58 дней

**Ответ на задание 3**

1923

**Ответ на задание 4**

$\frac{3}{7}$

**Ответ на задание 5**

(2,2,32)

**Ответ на задание 6**

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

36

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

9485-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 2 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 50 | | |

Чистовик. I вариант

№1.

$f(x,y)=x^2+y^2+5-xy-2x-2y$

$f(y,x)=x^2+y^2+5-xy-2x-2y$

$f(x,y)=f(y,x)$

?

если $(x,y)$ является корнем и $(y,x)$

$x\overset{y}{=}y$

Речь идёт о min, а не корнях ур-ия

∓

$x^2+x^2+5-x\cancel{y}x-2x-2x=f(x)$

$f(x)=\cancel{2}x^2-4x+5=(x-2)^2+1$

минимальное значение $x=2$

$x=2\overset{\Downarrow}{=}y$

Ответ: $(2;2)$

---

№2.

⊕

∃ 1 января 1019 года у Ивана было $3x$ монет, у Петра $7x$

∃ $d$-кол-во дней, когда монеты увеличивались

$c$-кол-во дней, когда увелич. монеты у Ивана, тогда у Петра $(d-c)$ дней увеличивалось

$$\frac{3x+7\cdot c}{7x+3(d-c)}=\frac{3}{7}\ ;\quad 21x+49c=21x+9d-9c$$

$$58c=9d$$

$d=\frac{58c}{9}$, т.к. $58 \not\vdots 9 \Rightarrow c \vdots 9$, тогда $d_{мин}=\frac{58\cdot9}{9}=$ =58 дней. ~~Ответ: начиная со 2 января, они 58 дней увеличива~~

$x = \frac{1}{2}$. $\exists$ $n$ - кол-во мужчин,
$m$ - кол-во женщин

$$\frac{n \cdot \frac{2}{3} + m \cdot \frac{3}{7}}{m+n} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}n + \frac{3}{7}m = 0{,}5m + 0{,}5n$$

$$\frac{1}{6}n = \frac{1}{14}m$$

$$\frac{n}{m} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{7}$$

+

Ответ: $\frac{\text{кол-во мужчин}}{\text{кол-во женщин}} = \frac{3}{7}$

---

№6

$k! + L! = m! - n!$

$m! = k! + L! + n!$

+

$k, L, n$ могут быть только меньше $m$, т.е $K_{max} = m-1$
$n_{max} = m-1$
$l_{max} = m-1$

$1! = 1$; $2! = 2$; $3! = 6$; $4! = 24$; $5! = 120$;

разница между факториалами соседних числах,

2, 3, 4, 5, 6 т.е. увел. т.к. $K_{max} = m-1$
$n_{max} = m-1$
$L_{max} = m-1$, $\Rightarrow$

Чтобы $m! = k! + L! + n!$ необходимы возможные $m = 3, 2, 1$,
т.к. больше $m!$ будут иметь с ~~$m!$~~ $(m-1)!$ разницу в $\geq 4$ раза.

1. $m = 3$, тогда ~~един~~ единственное решение

62 такие группы: $\overset{0}{\underline{-1,1}}$ ; $\overset{4}{\underline{2,1,1}}$ ; $\overset{0}{\underline{-3,1,1,1}}$ ; $\overset{\overset{8}{4,1,1,1}}{\cancel{1,1,1,4}}$

Т.е. 62 такие ~~гр~~ группы, где суммы чисел 0, 4, 0, 8, 0, 12, 0, 16, 0, 20 и т.д.

~~в 1 группе сумма 0, в остальных арифм. прогрессия с $d=4$~~

Разобьём группы на арифм. прогрессию состоящую из 31 члена $(d=4)$ и ~~одн~~ числами $b_1$ 4, 8, 12, 16, 20 и т.д.

$S=\frac{b_1+b_1+4\cdot(30)}{2}\cdot 31=\frac{4+4+4\cdot 30}{2}\cdot 31=\underline{1984}$, но там остались ещё какие-то числа.

Всего в с $a_1$ по $a_{62}$: 2015 членов, ⇓ ещё 3 числа остались

~~$a_{62}=\frac{a_1+a_1+1\cdot(62-1)}{2}\cdot 62=1953$ 2015~~

$a_{62}=\frac{a_1+a_1+1\cdot(62-1)}{2}\cdot 62=2015$

⇓

в $a_{63}$ (если была бы такая группа) было бы 2016 членов; $a_{63}$ начинается с числа ~~$a_{63}$~~ - какое-то, а потом много единиц!

⇓

$\underbrace{-\text{число, много единиц}}_{2016\text{ членов}}$ = $\underline{\text{число}=2015}$

⇓

$S_{2018}=S_{\cancel{n}}-2015+1+1=$

Чистовик.

Задача №3 (продолжение)

$a_{62}=a_1+1\cdot(62-1)=2+61=63$ числа было

↓

в группе $a_{63}$ (если она была бы) было бы 64 числа

группа ~~$a_{63}$~~ → $a_{63}$ начиналась бы с отр. числа; т.к. отр. число : единицы

64 числа ⇒ число $=-63$

↓

~~$S=S$~~ $S_{2018}=S_k-63+1+1=1984-63+1+1=$

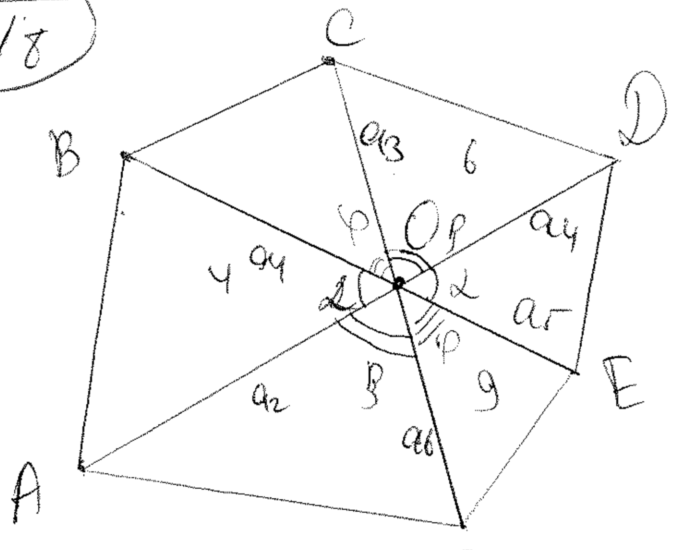
$=1923$

+

Ответ: 1923

---

~~№8,~~ №8



~~9 : 6 : 4 = sin φ : sin~~

~~9 : 6 : 4 = sin φ : sin β : sin~~

$\frac{1}{2}a_1a_2\sin\alpha=4$; $\frac{1}{2}a_6a_5\sin\varphi=9$; $\frac{1}{2}a_3a_4\sin\beta=6$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

5489-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

**Ответ на задание 1**

1

**Ответ на задание 2**

~~58~~ 28 февраля 1019 года

**Ответ на задание 3**

1923

**Ответ на задание 4**

$\frac{3}{7}$

**Ответ на задание 5**

**Ответ на задание 6**

2 2 2 3

**Ответ на задание 7**

**Ответ на задание 8**

34,5

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

54 89 -13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 5 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 53 | | |

1

## Задание 1

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y$ $\begin{cases} z'_x=0 \\ z'_y=0 \end{cases}$

а) Найдём критические точки

$\begin{cases} z'_x=2x-y-2 \\ z'_y=2y-x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y-2=0 \; (1) \\ 2y-x-2=0 \; (2) \end{cases}$

Из 1): $y=2x-2$

$2(2x-2)-x-2=0$

$3x=6$

$x=2 \Rightarrow y=4-2=2$

$(2;2)$ - критическая точка

$z(2;2)=4+4+5-4-4-4=1$

б) Проверим, что $z(2;2)=1$ - минимум

$\frac{\partial^2 z}{\partial y}=-1$ $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial y}=2$

$\frac{\partial z}{\partial x \partial x}=2$

+/2

Продолжение:
Значение вторых производных в точке экстремума постоянны

Тогда: $A=\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial x}=2$

$C=\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial y}=2$

$B=\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}=-1$

?

Ответ: $z_{min}=1$

Не доказано, что в т. (2,2) действительно достигается миним. знач.

---

## Задание 2

Пусть у Ивана $3x$, тогда у Петра $7x$ золотых монет.
Ивану прибавлялось по 7 монет, а Петру по три.
Тогда у Ивана стало $3x+7y$ монет, а у Петра $7x+3z$ монет.

Нужно, чтобы их соотношение стало 3:7

$\frac{3x+7y}{7x+3z}=\frac{3}{7}$

$21x+49y=21x+9z$

$21x+49y-21x=9z$

$49y=9z$

$7 \cdot 7 \cdot y=3 \cdot 3 \cdot z$

Решение
$y<9$ $z=49$
$y=18$ $z=98$
$y=27$ $z=147$
и т.д.

+

Ближайший целый $y<9$, а ближайший целый $z=49$

$y+z=49+9=58$

2 января + 58 дней = 28 февраля 1019 года

Ответ: 28 февраля 1019 года

## Задание 4

Известно, что

$P$ правильного ответа робота $= \frac{4}{5}$

$P$ правильного ответа мужчины $= \frac{2}{3}$

$P$ правильного ответа женщины $= \frac{3}{7}$

Вероятность того, что ответ робота совпадёт с ответом сотрудника $\frac{1}{2}$

Пусть в компании $n$ мужчин и $k$ женщин

Тогда всего $n+k$ человек

Опишем варианты того, в каких случаях ответ сотрудника совпадёт с ответом робота. Таких случаев 4.

1) Мужчина ответит верно и робот ответит верно.
2) Мужчина ответит неверно и робот ответит неверно.
3) Женщина ответит верно и робот верно
4) Женщина ответит неверно и робот неверно.

Найдём данные вероятности и сложим их:

$$\frac{n}{n+k}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}+\frac{n}{n+k}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{k}{n+k}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{5}+\frac{k}{n+k}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{8n}{15(n+k)}+\frac{n}{15(n+k)}+\frac{12k}{35(n+k)}+\frac{4}{35(n+k)}=\frac{1}{2}$$

+

$$\frac{3n}{5(n+k)}+\frac{16k}{35(n+k)}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{21n+16k}{35(n+k)}=\frac{1}{2}\Rightarrow 42n+32k=35n+35k$$

$$n=3k$$

$$\frac{n}{k}=\frac{3}{7}$$

Ответ: $\frac{3}{7}$

~~Во~~ коэффициент подобия $\sqrt{2}$

Площади подобных треугольников определяются квадратом коэффициента подобия

$\Downarrow$

$S_{\triangle EOD} = 2$

$S_{\triangle COB} = 4,5$

$S_{\triangle OAF} = 3$

$S_{ABCDEF} = 3+2+4,5+4+6+9 = 16+9+5+4,5 = 34,5$

Ответ: 34,5

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1417-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 2 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 14 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 50 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

1411-13

Код участника

## БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

### Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2;2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 28.02.1019 |
| **Ответ на задание 3** |
| 1923 |
| **Ответ на задание 4** |
| $\frac{3}{7}$ |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| (2;2;3;2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

Задание 6.

$(n+k_1)! + (n+\ell_1)! + n! = (n+m_1)!$

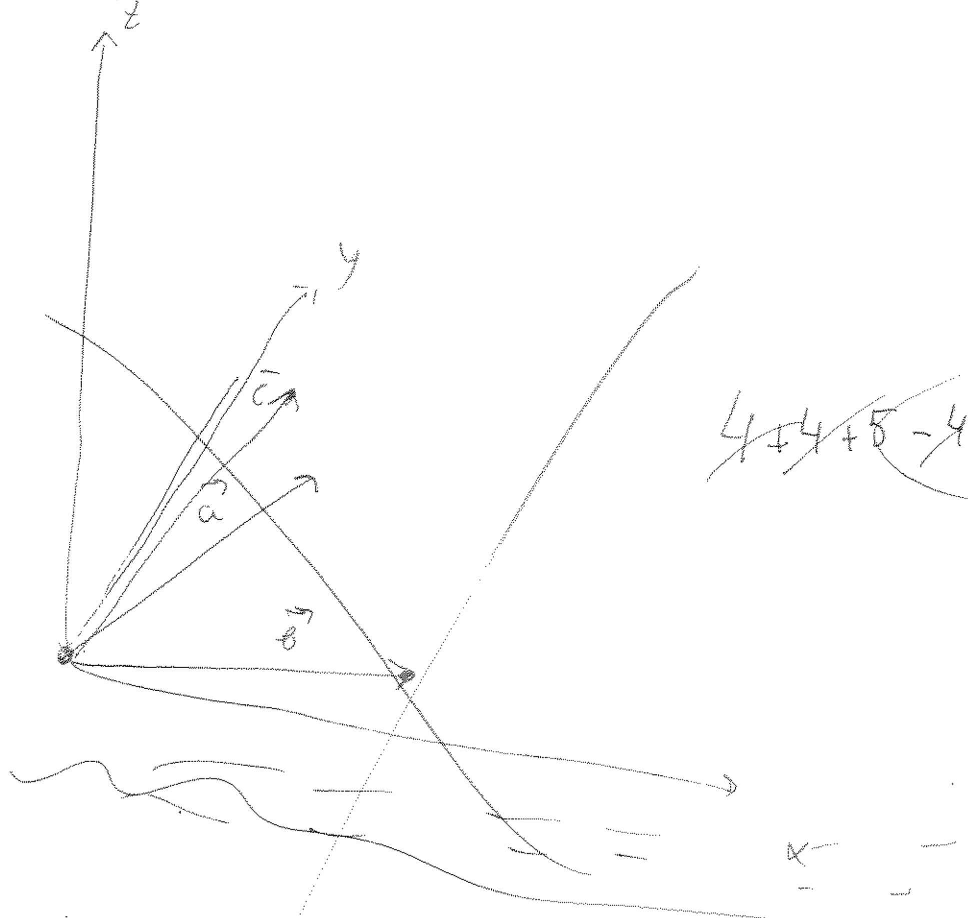
$(k-n+1)\cdot(k-n+2)\cdot\ldots\cdot k + (\ell-n+1)\cdot(\ell-n+2)\cdot\ldots\cdot \ell + 1 = (m-n+1)\cdot\ldots\cdot m$

$(2;2;3;2)$ подходит перебором. ⊕

$k!+m!+n!=m!$. У них у всех есть ~~общий~~ НОК равный факториалу наименьших из этих чисел. После выноса общего множителя получаем, что в левой части стоит сумма двух произведений и единицы, а в правой части какое-то произведение. Если в правой части осталось составное число, то в левой части тоже. Тогда получается, что число $(k-n+1)\cdot\ldots\cdot k + (\ell-n+1)\cdot\ldots\cdot \ell + 1$ является составным. Т.к. изначально у нас были факториалы, то каждый мн-ль входил ровно по 1 разу. Но на n возможных множителей мы уже сократили, а левая часть не делится ни на что кроме самой себя и 1. Тогда получается, что в правой части стоит простое число. Также считаем, что m - наибольшее из всех 4 чисел. Ещё можно считать, что наименьшее число меньше m на единицу, т.к. $7!$ $6!$ справа должно остаться единственное простое число.

Таким образом $(2;2;3;2)$ - единственно возможный вариант.

$\boxed{5.}$



$\cancel{4}+\cancel{4}+5-\cancel{4}-\cancel{4}-4$ 1

1 $(x^2-2x+1)=f(x)$

$(y^2-2y+1)=g(y)$

$1\cancel{+1}+5-1-\cancel{2}-2=$

$=$ ~~0~~ $2$

задача 4

$$\frac{\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}f}{m+f}\cdot\frac{4}{5}+\frac{\frac{1}{3}m+\frac{4}{7}f}{m+f}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{4\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}f\right)+\frac{m}{3}+\frac{4}{7}f}{5(m+f)}=\frac{1}{2}$$

$$8\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}f\right)+\frac{2m}{3}+\frac{8}{7}f=5m+5f$$

$$\frac{16}{3}m+\frac{24}{7}f+\frac{2m}{3}+\frac{8f}{7}=5m+5f$$

$$\frac{16m}{3}+\frac{32\cancel{m}f}{7}=5m+5f$$

⊕

$$m=\frac{35f-32f}{7}=\frac{3f}{7}.$$

$$\frac{\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}f}{m+f}\cdot\frac{1}{5}+\frac{\frac{m}{3}+\frac{4f}{7}}{m+f}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{2m}{3}+\frac{3}{7}f+\frac{4m}{3}+\frac{16f}{7}}{5(m+f)}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{m}{f}=\frac{3}{7}$$

$$2\left(\frac{6m}{3}+\frac{19f}{7}\right)=5m+5f$$

$$\overset{''}{2}m$$

$$4m+\frac{38f}{7}=5m+\frac{35f}{7}$$

$$\boxed{m=\frac{3}{7}f}$$

Рассмотрим случаи:

1) Хотя бы одно из чисел $(x;y) > 2$.

- Если одно число $> 2$, другое $< 2$, то неравенство
  $(x-1)^2+(y-1)^2+2 < xy$ не ~~др~~ будет верным.

---

- оба числа $> 3$. $(x-1)^2 > 4$; $(y-1)^2 > 4$; $10 \overset{<}{\cancel{>}} 9$, противоречие.
  числа от 2 до 3.

$1 < (x-1)^2 < 9$ (ид.

$1 < x-1 < 2$ $1 < y-1 < 2$ $\boxed{\mp}$

$1 < x < 3$ $1 < x < 3$

---

$\Sigma = \overset{\mp}{1}; \overset{+}{2}; \overset{+}{3}; \overset{+}{4}; \overset{\mp}{6}$

Задание 1 Перебором находим пару (2;2).

При её подстановке получаем:

$\cancel{2}^2 + \cancel{2}^2 + 5 - 2\cdot\cancel{2} - 2\cdot\cancel{2} - 2\cdot 2 = 1$ //.

Докажем, что значение данного выражение не может быть меньше 1.

Пусть не так

$x^2 + y^2 + 5 - xy - 2x - 2y < 1$

~~$x^2 + 2xy + y^2$~~

$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + 2 - xy < 0$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 + 2 < xy$

левая часть точно >0, следовательно случаи, когда x и y разного знака не подходят.

Случаи, когда x и y < 0 тоже не подходят, т.к. в таком случае -2x и -2y будут >0 и ~~[illegible]~~ значение исходного выражения не будет минимальным.

Иными словами из исходного выражения получаем, что x и y должны быть <0.

**Задание 1** $(x;y)=?$

$$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=$$

$$=x^2-2x+1+y^2-2y+1-xy+3=$$

$$=(\overset{0}{x}-1)^2+(\overset{0}{y}-1)^2+3-x\overset{1}{y}.$$

[illegible]

$$x^2+2xy+y^2-3xy-2x-2y+5=$$

$$=(x+y)^2-2(x+y)-3xy+5=(x+y)(x+y-2)-3xy+5$$

**Задание 2**

Иван 3k

Петр. 7k

31 + 28 = 59, но отсчёт начинается со 2 января, поэтому 58.

$$\frac{3k+7i}{7k+3p}=\frac{3}{7}$$

$$7(3k+7i)=3(7k+3p)$$

$$\cancel{21k}+49i=\cancel{21k}+9p$$

$$49i=9p$$

Поскольку $i$ и $p$ – натуральные числа, то $i=9$; $p=49$, т.к. 9 и 49 не имеют общих мн-лей кроме 1.

$49+9=58$

Ответ: 28 февраля 1019 года.

⊕

**Задание 4** **Решение:**

~~случай 1 робот отвечает верно.~~

**Зад. 6**

~~Пусть $m > k > l > n$~~

~~$k! + l! + n! = m!$~~

~~$n! \left( \frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} + 1 \right) = m!$~~

~~$(n+1) \cdot (n+2) \cdot \ldots \cdot (k) + (n+1) \cdot (n+2) \cdot \ldots\, l + 1 = (n+1)(n+2) \ldots (m-1) m$~~

~~$\frac{k!}{n!} + \frac{l!}{n!} + 1 = \frac{m!}{n!}$~~

**Задание 7**

$$X_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{x_n}$$

$X_0 = 8.$

$X_2 = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$

$X_3 = 8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{8}} =$ [illegible] $= \frac{\left(\frac{65}{8}\right)^2 + 1}{\frac{65}{8}} = \frac{\left(\frac{65^2}{64} + 1\right) 8}{65} = \frac{\frac{65^2}{8} + 8}{65} =$

$= \frac{65^2 + 64}{65 \cdot 8}$

$0_a < X_{2019} - 64 < 0,1$

$$\frac{X_{2018}^2 + 1}{X_{2018}} - 64 < 0,1$$

Задание 1 $x^2+y^2+5-xy-2x-2y$ найти $(x;y)$ такие, что выраж. прин. наим. зн.

~~$x^2-2x+y^2-2y+5-xy$~~

~~$(x-1)^2+(y-1)^2+3-xy$~~ / $(x+y)^2-2x-2y+5-3xy=$

$=(x+y)^2-2(x+y)+5-3xy$

$1:xy$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{5}{xy}-1-2\frac{1}{y}-\frac{2}{x}$$

$$-\frac{2x}{xy}-\frac{2y}{yx}$$

---

$\boxed{4}$

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\frac{2}{3}m+\frac{3}{7}f}{m+f}=\frac{4}{5}\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\\&\frac{\frac{m}{3}+\frac{4}{7}f}{m+f}=\frac{1}{5}\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\end{aligned}\right.$$

→ вероятность, что случайный сотрудн. ответит правильно

↓ вероятность, что случайный сотрудник ответит неправильно.

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

6 3 6 - 1 3

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2;2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 1.03.2019 |
| **Ответ на задание 3** |
| 1923 |
| **Ответ на задание 4** |
| 3:7 |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| (7;7;3;2) |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| 37 |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

636 - 13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 12 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 2 | | |
| 6 | 14 | 7 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 8 | | |
| ИТОГО | 100 | 61 | | |

## №1

$A = x^2+y^2+5-xy-2x-2y$

$2A = 2x^2+2y^2+10-2xy-4x-4y = \underset{\geq 0}{(x-2)^2} + \underset{\geq 0}{(y-2)^2} + \underset{\geq 0}{(x-y)^2} + 2 \quad \geq 2$

⊕

$2A \geq 2$

$A \geq 1$   1 - наименьшее значение

при $x = y = 2$   $A = 4+4+5-4-4-4 = 1$

Ответ: (2; 2)

## №2

Пусть вначале у Ивана $3a$ монет, тогда у Петра $7a$ монет $(a \in N)$

Через какой-то период времени: $(3a+7x)7 = (7a+3y)3$

x - число дней когда прибавлял монеты Иван, y - соответственно Петр ~~$(x, y \in N)$~~

$\cancel{21}a + 49x = \cancel{21}a + 9y$

$49x = 9y$   Так как ~~числа~~ $x, y$ целые $x \vdots 9$, а $y \vdots 49$

И $x$, и $y$ не могут одновременно быть равны $0 \Rightarrow x \neq 0, y \neq 0$

Наименьшие значения x и y - 9 и 49 ⇒ Пройдет 58 дней до отношения 3:7

⊕

Через 38 дней после 1 янв будет 1 марта

Ответ: 1 марта 2019 г

## №3

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

$-1 \underset{1}{\wedge} 2 \underset{11}{\wedge} -3 \underset{111}{\wedge} 4 \quad -5 \quad 6 \ldots$

n - номер в исходной послед.

$N_n$ - номер n члена 1 посл. во второй

$N_n = n + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2} ; \frac{n(n-1)}{2}$ - число единиц которые стоят перед n
$(1+2+3+\ldots n-1 = \frac{n(n-1)}{2})$

Последний член 1 послед входящий в 2018 член. это $n = 63$ $(\sqrt{2018 \cdot 2} \approx 63{,}5)$

Сумма первых 63 членов 1 посл: $1 \cdot \frac{62}{2} - 63 = -32$

$N_{63} = 63 + \frac{63 \cdot 62}{2} = 2016$ ⇒ после $N_{63}$ еще есть две единицы.

Число единиц: $\frac{63 \cdot 62}{2} + 2 = 1955$

⊕

$S_{2018} = 1955 - 32 = 1923$

Ответ: $S_{2018} = 1923$

№6

Заметим, что все факториалы натуральных чисел кроме 1! четны.

$k! + l! > 0 \Rightarrow m > n$

$$m! - n! = n!\,(\underbrace{m\cdot(m-1)\cdot\ldots(n+1)}_{A} - 1)$$

1) Если A - нечетно тогда k или l равны 1 ⇒ если $k=1$, то $k!+l!$ не четно

любому числу $\le l$. ⇒ $m!-n!$ - нечетно и $n=1$

$1+l! = m!-1$, но разности 2 между факт. натур. чисел нет.

не доказано

2) Значит A - четно  $m(m-1)\ldots(n+1)$ - нечетно, значит $m = n+1$, m - нечетное, n - четное

~~(2; 2; 3; 2) - решение  2! + 2! = 4 = 3! - 2!~~

$m! - n! = n\cdot n!$

| p | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p! | 1 | 2 | 6 | 24 | 120 | 720 | 5040 | |

Заметим что k и l не могут быть $> n$, т.к $n\cdot n! < n!\cdot(n+1)$

~~Если k и l равны n~~

$\Rightarrow k$ и $l \le n$

Если $k = l = n$  решение 1 (2; 2; 3; 2)

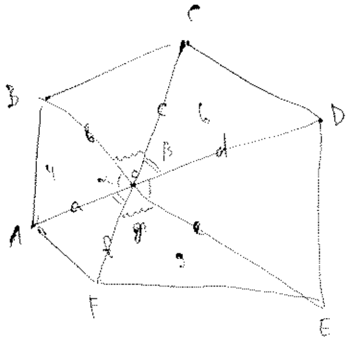
Если же k и $l < n$, то $k! + l! \le 2\cdot n! < n\cdot n!$

⇒ решений больше нет.

+/2

Ответ: (2; 2; 3; 2)

№8



$4 = \frac{ab}{2}\sin\alpha$

$6 = \frac{cd}{2}\sin\beta$

$9 = \frac{ef}{2}\sin\gamma$

$4\cdot 6\cdot 9 = 6^3 = \frac{abcdef}{8}\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma =$

$= \frac{af\sin\beta}{2}\cdot\frac{bc\sin\gamma}{2}\cdot\frac{ed\sin\beta}{2} =$

$= S_{AOF}\cdot S_{BOC}\cdot S_{DOE}$

Чтобы площадь фигуры была наименьшей $S_{AOF} + S_{BOC} + S_{DOE}$ - должно быть наим.

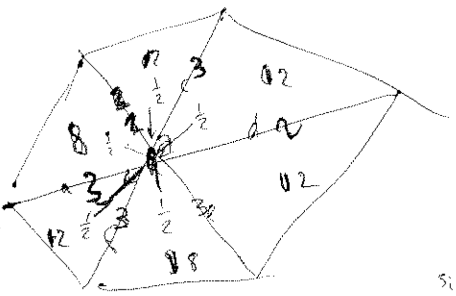
$ABC = 6^3$, $A+B+C$ - наим $\Big| \Rightarrow A = B = C = 6$   $S_0 = 6\cdot 4 + 4 + 9 = 37$

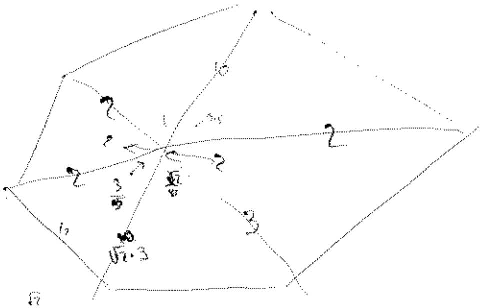
не доказано существование

+/2

Ответ: ~~8~~ 37

$\frac{2\cdot 3\cdot 2}{2\cdot 3}$





$\sin \frac{\sqrt{2}}{2}$

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ
-ФИНАНСИСТ
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

3432-13

Код участника

# ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 10 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 6 | | |
| 4 | 12 | 12 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 10 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 8 | | |
| ИТОГО | 100 | 56 | | |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ!
МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

3432-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

## Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| (2; 2) |
| **Ответ на задание 2** |
| 28 февраля 1019 |
| **Ответ на задание 3** |
| 2050 |
| **Ответ на задание 4** |
| 3 : 7 |
| **Ответ на задание 5** |
| см. решение |
| **Ответ на задание 6** |
| (2; 2; 3; 2) |
| **Ответ на задание 7** |
| см. решение |
| **Ответ на задание 8** |
| 37 |

## Задание 1

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y \to \min$

$x^2-2x-xy+5-2y+y^2 = x^2-(2+y)x+5-2y+y^2 \to \min$

Заметим, что это парабола ветви вверх $\to$ мин. в верш $\Rightarrow$ $x=\frac{2+y}{2}$

(Если $x \neq \frac{2+y}{2}$ можно не изм. $y$ изм. $x$ и получить меньшее число).

Подставим $x=\frac{2+y}{2}$

$\left(\frac{2+y}{2}\right)^2-\frac{(2+y)^2}{2}+5-2y+y^2=-\frac{(2+y)^2}{4}+5-2y+y^2=$ ⊕

$=-\frac{4+4y+y^2}{4}+5-2y+y^2=-1-y-0{,}25y^2+5-2y+y^2=$

$=-3y+0{,}75y^2+4$

Парабола, ветви вверх $\to$ минимум в вершине.

След, $y=\frac{3}{2\cdot 0{,}75}=2$

$x=\frac{2+y}{2}=2$

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y=4+4+5-4-4-4=1$

След, пара $(2;2)$

Ответ: $(2;2)$

## Задание 4

Пусть в компании $\alpha$-доля мужчин, $1-\alpha$ - доля женщин.

Вероятность правильного случайно выбранного ответа от сотрудника:

$\alpha\cdot\frac{2}{3}+(1-\alpha)\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{7}+\frac{5}{21}\alpha$ ⊕

Вероятность совпадения: да + да (пр. от. + пр. от.): $\left(\frac{3}{7}+\frac{5}{21}\alpha\right)\cdot\frac{4}{5}$

Вероятность совпадение нет+нет: $\left(1-\left(\frac{3}{7}+\frac{13}{25}\alpha\right)\right)\frac{1}{5}$

След $\left(\frac{3}{7}+\frac{5}{21}\alpha\right)\cdot\frac{4}{5}+\left(\frac{4}{7}-\frac{5}{21}\alpha\right)\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

$\frac{12}{7}+\frac{20}{21}\alpha+\frac{4}{7}-\frac{5}{21}\alpha=\frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{16}{7}+\frac{15}{21}\alpha=\frac{5}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{15}{21}\alpha=\frac{3}{14} \Leftrightarrow \alpha=0{,}3$ тогда женщин $1-\alpha=0{,}7$

Отн. м:ж ~~0,18 : 0,82~~ 0,3:0,7=3:7

Ответ: 3:7

## Задание 2.

Пусть прошло n дней, из них a дней увел.
Число монет у Ивана.
Изначально у них было 3x и 7x монет.
Тогда у Ивана стало 3x + 7(a) монет
у Петра стало ~~3~~7x + 3(n−a) монет

При этом: $\frac{3x+7a}{7x+3n-3a} = \frac{3}{7}$ (т.к. отн. вновь стало таким)

$(3x+7a)\cdot 7 = 3(7x+3n-3a)$

$\cancel{21x}+49a = \cancel{21x}+9(n-a)$

$49a = 9(n-a)$

+

След т.к. $a \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, то $a \vdots 9$, $n-a \vdots 49$

~~[illegible]~~ Если $(n-a) \vdots 49$ то мин. $n-a=49$

(Если n=a, то у одного росло ко-лво монет, у другого нет → отнош не могло вновь стать таким.

Т.к. $n-a \geq 49 \Rightarrow$ a ~~мин хотим~~

$\Rightarrow n \geq 49+a$ Анал. $a \vdots 9 \Rightarrow a \geq 9$ (анал. объясн. ~~a≠0~~ a≠0 (т.к. n−a≠0)

След $n \geq 49+9=58$

Рассм. n=58

Пусть a=9

Тогда у Ивана: $3x+7\cdot 9=3x+63$

у Петра: $7x+(58-9)\cdot 3=7x+147$

$\frac{3x+63}{7x+147}=\frac{3(x+21)}{7(x+21)}=\frac{3}{7}$

След, n=58 подходит.

Осталось найти дату.

$1\ \underbrace{2\ 3 \ldots\ 31}_{30\text{ дней}}$ январь

$\underbrace{1\ 2 \ldots\ 28}_{28\text{ дней}} \Rightarrow$ 28 февраля 1019 г.

Ответ: 28 ~~фев~~ февраля ~~[illegible]~~ 1019 г.

След. $n=1$ не подходит.

След., $n=2$.

$k!+l!=m!-2$ Как док. раньше $m>k$
$m>l$

Если $m>3$: $\frac{m!}{(m-1)!}>3 \Rightarrow m!>3(m-1)! \Rightarrow$

$\Rightarrow m!-2(m-1)!>(m-1)!$

~~т...~~ $m!-k!-l! \geq m!-2(m-1)! > (m-1)! >$
$> (3-1)!=2$

След., $m \leq 3$

т.к. $k!+l!>0$, то $m!-2>0 \Rightarrow m \geq 3$

след. $m=3$

След $k!+l!=6-2=4$

$k \geq 1$ $l \geq 1$ $\Rightarrow$ ~~случаи $1!+1!=4$~~ ~~$1!=3$ не м.б.~~

$\Rightarrow k! \geq 1$; $l! \geq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \leq k! \leq 3$; $1 \leq l! \leq 3$

След $k=1$ или $2$ $l=1$ или $2$.

Один из них $1 \Rightarrow$ другой! равен 3 не м.б.

След, оба 2.

Проверка $2!+2!=3!-2!$ верно

След $(2;2;3;2)$

Ответ: $(2;2;3;2)$

⑤ Векторы единичные $\Rightarrow |\vec{a}|=1$ $|\vec{b}|=1$ $|\vec{c}|=1$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\cos\alpha=\cos\alpha=x$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cdot\cos\beta=\cos\beta=y$

$\vec{a}\cdot\vec{c}=|\vec{a}|\cdot|\vec{c}|\cdot\cos\gamma=\cos\gamma=z$

След из простр. теор. Пифагора:

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

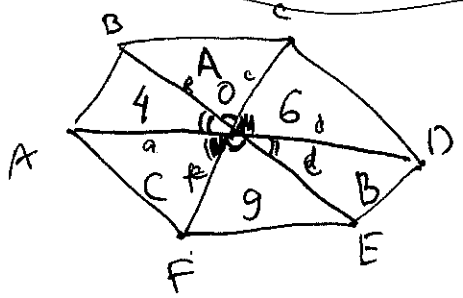
$x^2+y^2+z^2=1$ ⊖

Нужно доказать, что $\sqrt{1-x} \leq \sqrt{1-y}+\sqrt{1-z}$

0,090 0,08990 0,089 0,088 0,088 0,087 0,086 0,086
0,085 0,084 0,084 0,083 0,083 0,082 0,082
0,081 0,080 0,080 0,079 0,079 0,078 0,078 0,077
0,077 0,0766 0,076 0,075 0,075 0,074 ....

~~Т.е. примерно каждое число 3 раза~~

## ⑧ Задание 8.



~~Заметим, что $S = 2(4+6+9) = 38$ могла быть~~

Красивая карт. на обороте ⟹

~~Просто ABCDEF симметр. относ. AD →~~
~~→ $S_{BOC}=9$ $S_{AFO}=4$ $S_{OED}=$~~
~~Просто BCEF → ра~~

Просто ABCDEF симм. относ. AD →
⇒ $S_{AOF}=4$ $S_{BOC}=9$ $S_{ODE}=6$

Площади Δ с один. угл отн. как произв. сторон

т.к. верт. ∠ равны, то

Пусть AO = a
BO = b ...
$S_{AOF}=C$
$S_{BOC}=A$
$S_{ODE}=B$

$$\frac{de}{ab} = \frac{B}{4} \quad (\Delta BO \text{ и } \Delta DOE)$$

$$\frac{bc}{fe} = \frac{A}{9} \quad (\Delta BOC \text{ и } \Delta FOE)$$

$$\frac{af}{cd} = \frac{C}{6} \quad (\Delta AOF \text{ и } \Delta COD)$$

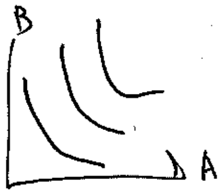
Отнош. площ. Δ с один. углом

Сл,

$$1 = \frac{de}{ab} \cdot \frac{bc}{fe} \cdot \frac{af}{cd} = \frac{B \cdot A \cdot C}{4 \cdot 9 \cdot 6}$$

+1/2

След, $B \cdot A \cdot C = 4 \cdot 6 \cdot 9$.
Миним. произв. если $B=A=C$



c = const

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

918-13

Код участника

# БЛАНК ОТВЕТОВ КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

**Занесите ответы в таблицу (кроме заданий на доказательство)**

| |
|---|
| **Ответ на задание 1** |
| |
| **Ответ на задание 2** |
| 28 февраля (решение см. чистовик) |
| **Ответ на задание 3** |
| 1920 (решение см. чистовик). — |
| **Ответ на задание 4** |
| 0,5 (решение см. черновик) — |
| **Ответ на задание 5** |
| |
| **Ответ на задание 6** |
| см. черновик — |
| **Ответ на задание 7** |
| |
| **Ответ на задание 8** |
| |

**ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**
**ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»**

**ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**ТВОЁ ПРИЗВАНИЕ -ФИНАНСИСТ**
**МИССИЯ:ВЫПОЛНИМА**

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2018-2019 уч. года

818-13

Код участника

## ОЦЕНКА КОНКУРСНОГО ОЧНОГО ЗАДАНИЯ

| Номер задания | Максимальная оценка | Оценки проверяющих | | Итоговая оценка |
|---|---|---|---|---|
| | | Первый проверяющий | Второй проверяющий | |
| 1 | 10 | 0 | | |
| 2 | 10 | 10 | | |
| 3 | 12 | 0 | | |
| 4 | 12 | 0 | | |
| 5 | 12 | 0 | | |
| 6 | 14 | 0 | | |
| 7 | 14 | 0 | | |
| 8 | 16 | 0 | | |
| ИТОГО | 100 | 10 | | |

1

Чистовик

№2.

Пусть x - монет у Ивана;
y - монет у Петра;

Тогда $\frac{x}{y} = \frac{3}{7}$ ; $x = \frac{3}{7}y$.

Пусть $n = 3k$, сколько прибавилось у Ивана;
$m = 7q$, сколько прибавилось у Петра;

тогда $\frac{x+m}{y+n} = \frac{3}{7}$

k и q - целые числа, т.к прибавили целое кол-во.

$7x + 7m = 3y + 3n$.

$\begin{cases} 7x - 3y = ~~3n~~ 3n - 7m \\ x = \frac{3}{7}y \end{cases}$

$3y - 3y = 3n - 7m$.

$0 = 3n - 7m$.

$\begin{cases} 3n = 7m \\ m = 7q \\ n = 3k \end{cases}$

$9k = 49q$

$k = \frac{49}{9}q$, т.к. q - целое число, то минимальное значение $q = 9$.

$k = 49$.

$49 + 9 = 58$.

02 января + 58 дней = 28 февраля.

Ответ: 28 февраля.

+

№1 ①

$x^2+y^2-xy-2x-2y+5 = x^2+y^2+2xy-2xy-xy+5$
$-2(x+y) = (x+y)^2-3xy+5-2(x+y)$

Пусть $a = x+y$; $b = xy$.

$a^2-2a+5-3b = \underbrace{(a-1)^2}+4-3b$.

Чтобы выражение было ⊕ минимальным $a=1$, или $a>1$ выражение будет больше

$0+4-3b$, тогда $b=\frac{4}{3}$, $3-3b$ $(1-\frac{4}{b})3b, 1$

~~$x+y=\frac{4}{3}$~~ $\begin{cases} xy=\frac{4}{3} \\ x+y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} xy=\frac{4}{3} \\ y=1-x \end{cases}$;

$=1+3-3b=$
$=1+3(1-b)$,
~~при $\boxed{b=1}$~~
$1-3(b-1)$

$x(1-x)=\frac{4}{3}$
$x-x^2-\frac{4}{3}=0$
$x^2-x+\frac{4}{3}=0$
$D=1-\frac{16}{3}<0$.
$b=\frac{4}{3}$ - не подходит.

~~$\begin{cases} xy=1 \\ x+y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} xy=1 \\ x=1-y \end{cases}$~~
~~$y(1-y)=1$~~
~~$y-y^2=1$~~
~~$y^2-y+1=0$~~
~~$D=1+4$~~

⊖

№1.

$x^2+y^2+5-xy-2x-2y$. наим. значение.

~~$-xy+2xy$~~

~~$(x-y)^2 - 2(x+y)$~~

~~$x^2+y^2-xy+2xy-2xy$~~

$-2(x+y)$

---

№2.

$\frac{3}{7}$. Пусть x – монет у Ивана

y – монет у Петра

$\frac{x}{y}=\frac{3}{7}$

$\frac{(x(+7)(+7)(+7)\ldots}{(y(+3)(+3)(+3)\ldots}$ $\frac{x+7}{y}$; $\frac{x+7+7}{y}$; $\frac{x+14}{y+3}$

$\frac{x+km}{y}$; $\frac{x+km}{y+n}$; $\frac{x+m+m}{y+n}=\ldots\frac{3}{7}$ $\frac{x+3\cdot\frac{49}{9}q}{y+7\cdot q}=\frac{3}{7}$

~~$x+k$~~ $\frac{x+m}{y+n}=\frac{3}{7}$

$n=k\cdot3$

$m=q\cdot7$ $\frac{x+\frac{49}{3}}{y+7q}=\frac{3}{7}$

$\frac{x}{y}$ $7x+7m=3y+3n$

$7x-3y=3n-7m$

$x=\frac{3}{7}y$.

$3n-7m=0$.

10дней. k; q – целые

$3(k\cdot3)-7(q\cdot7)=0$.

$9k-49q=0$.

$9k=49q$

$k=\frac{49}{9}q$

$q=9$

$k=49$.

3. $3\cdot(\underset{k}{\boxed{7}}\cdot3)-7(7\cdot\underset{q}{\boxed{3}})=0$.

№3 1 2 3 4 5 6 7

$-1; 2; -3; 4; -5; 6; -7; 8$

1 3=1 =1

$S = \frac{n}{2}$, если четное кол-во. $S = \frac{-1+1(n-1)}{2} \cdot n$

1 $S = \frac{1+1(n-1)}{2} \cdot n$ 2018. $\frac{n-2}{2}$ n.

$\frac{n}{2} \cdot n = \frac{n^2}{2} = ~~2000~~$

$-1; -3;$

$a_n$ $n = ~~4000~~$ $\frac{n^2}{2} = 2018 - \frac{n}{2}$

$-99 = -1 + 2(n-1)$

$-98$ $n = 20$

~~$-1+2(-99)$~~ 2018
2

$-49 = n-1$ $n^2 = 4036 - n$

$-48 = n$

$-1; 1; 2; 1; 1; -3; 1; 1; 1; 4; \ldots -5; 1; 1; 1; 1; 6; 1; 1; 1; 1;$ $\sqrt{4036 - n^2}$ 2; 1000-n 32; 3+1 33; 2

$0; 2; 1; 7; 1; 11; 1; 15.$ $n^2 + n = 4036.$ 19. 20

5 4 4

№3 №4 100 = —

р. Правильно р. Правильно м.

Робот $\frac{1}{5}$ = 64.

$19! + \frac{n}{2} + 10$ $\frac{n+(n-1)}{2}$ 2018 1010 954

Сотрудник $\frac{2}{3}$ м. 99! 100 4

$\frac{3}{7}$ ж. = 65. $\frac{n}{2} = 50$ 2018 1954

О. Робот совпадет с сот. $\frac{1}{2}$ 96. 63 - 2016 63 $\frac{63}{2}$ 62

2016. 1954

n = 64 четное 2018 - 1954 62! $\frac{2 + 162 - 1}{2} \cdot 62$

$\frac{2+(n-1)}{2} \cdot n$ 32 ~~2018~~ 1954 + 32 = 1986

2n = 2018 63

⑥ $k_1 = 1 \dots n$ $\frac{\cancel{a}+n(-1)}{2} \cdot n$

$k! + l! = m! - n!$

$l_1 = (1 \dots n)\ \cancel{q} \dots q$ $\frac{2+(n-1)}{2}\cdot n + \frac{n+1+(q-1)}{2}\cdot q$

$k! + l! + n! = m! -$

$n_1 = (\cancel{a \dots q}) \dots q \dots z$ $\frac{q+1+z-1}{2}\cdot z-q$

1 2 1 2 1 2 3

$m_1 = 1 \dots n$ факториал $\frac{z+1+x-1}{2}\cdot x-z$

$$\frac{a+(n-1)}{2}\cdot n + \frac{a+(q-1)}{2}\cdot q + \frac{a+(\cancel{z}-1)}{2}\cdot \cancel{z} = \frac{a+(x-1)}{2}\cdot n$$

$$3a + \cancel{a} + n + q + z + \cancel{a}\ 3 = a + x - 1$$

$$3a + n + q + z - 3 = a + x - 1$$

$$2a + n + q + \cancel{z}\,3 = x + \cancel{1}$$

$\frac{16}{2} = 8.$

$1+2+3+4$

$\cancel{\frac{n-1}{2} + \frac{q-1}{2}}$ $\cancel{2a+n+0}$

$4 = 1 +$ $\frac{1 + \cancel{4}\ 1(4-1)}{2}\cdot n$

$\cancel{\frac{n}{2} - 1 \frac{q}{2} - 1 \frac{z}{2} = \frac{x}{2}}$

$\frac{4}{2}\cdot 4 = 8.$

$$\cancel{n-1}\ \frac{2a+d(n-1)}{2}\cdot n$$

$a_n = a_q + d(n-1)$

$$\frac{2+(n-1)}{2}\cdot n + \frac{2+(\cancel{q}-1)}{2}\cdot q + \frac{2+(z-1)}{2}\cdot z = \frac{2+x}{2}\cdot x$$

$$(2+(n-1))n + (\cancel{2}\,2+q-1)q + (\cancel{2}+(z-1))z = (2+x-1)x.$$

$$(n+1)n + (q+1)q + (z+1)\cancel{z} = (x+1)x.$$

$$\underbrace{\frac{2+(n-1)}{2}\cdot n + \frac{2+(n-1)}{2}\cdot n + \frac{n+q}{2}\cdot(n-q)}\ \cancel{=}\ — \text{''} —\ \cancel{q+1+z-1}$$

$$\cancel{z^2} - q^2 + x^2 - \cancel{z^2} = 0. \quad 0 = \frac{q+z}{2}\cdot(\cancel{z-q}) + \frac{z+x}{2}\,x-z$$

$$\cancel{x^2 = q^2}.\ \cancel{z^2} - q^2 + x^2 - \cancel{z^2} = 0.$$ —

$$\cancel{x^2 = q^2}\ \boxed{\cancel{x} = q}$$