ЧИСТОВИК

Задание 1.

Пусть x сотрудников были изначально за изменение. Тогда потом стало $\frac{12x}{11}$ сотрудников, выступающих за изменения. Мы знаем, что x меньше, чем $\frac{2}{3}$ сотрудников, а $\frac{12x}{11}$ — нет. Составим систему с учетом того, что раз в последующий год количество выступающих „за" стало $\frac{12x}{11}$, и оно точно целое (не может выступать нецелое количество людей), то x кратен 11:

$$\begin{cases} x < \frac{2}{3}\cdot 200 \\ \frac{12}{11}x \geq \frac{2}{3}\cdot 200 \\ x = 11k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{400}{3} \\ x \geq \frac{1100}{9} \\ x = 11k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 133\frac{1}{3} \\ x \geq 122\frac{2}{9} \\ x = 11k \end{cases}$$

Так как x — целое, то можно из системы вычислить возможные значения x:

$122\frac{2}{9} \leq x < 133\frac{1}{3} \Rightarrow$ $x = 123$
$x = 124$
$\vdots$
$x = 133$

+

Но при этом $x = 11k$, а среди $[123; 133]$ только одно число кратно 11 — 132.

Ответ: 132 сторонника изменения правового статуса было изначально.

Задание 3

а) Рассмотрим x_1 и x_2:

$$4x_0 - x_0^2 = 4(4x_0 - x_0^2) - (4x_0 - x_0^2)^2$$

$$4x_0 - x_0^2 = 16x_0 - 4x_0^2 - 16x_0^2 + 8x_0^3 - x_0^4$$

$$x_0^4 - 8x_0^3 + 19x_0^2 - 12x_0 = 0.$$

$$x_0(x_0^3 - 8x_0^2 + 19x_0 - 12) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0^3 - 8x_0^2 + 19x_0 - 12 = 0,* \end{array}\right.$$

$*$ $x_0^3 - 8x_0^2 + 19x_0 - 12 = 0$

Заметим, что $x_0 = 1$ — корень (сумма коэф. при нечетных степенях x_0 равна сумме при четных)

По схеме Горнера:

	1	-8	19	-12
1	1	-7	12	0

Получим:

$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \\ x_0^2 - 7x_0 + 12 = 0 ** \end{array}\right.$$

$**$ $x_0^2 - 7x_0 + 12 = 0$

$$D = 49 - 48 = 1$$

$$x_0 = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 4 \\ x_0 = 3 \end{array}\right.$$

Т.о.
$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = 4 \end{array}\right.$$

+

Ответ:

При $x_0 \in \{0; 1; 3; 4\}$ все члены последовательности будут равны между собой.

б) $x_1 = f(x_0)$

$x_2 = f(x_1)$

$\vdots$

$x_n = f(x_{n-1})$

$f(x) = 4x - x^2$

$x_1 = 4x_0 - x_0^2$

$x_2 = 4x_1 - x_1^2$

$\vdots$

$x_n = 4x_{n-1} - x_{n-1}^2$

$f(x)$ — функция общего вида

Если x_1 будет равно x_0 из пункта а), то остальные члены будут равны между собой и мн-во значений будет состоять из 2х чисел.

$$\left[\begin{array}{l} 4x_0 - x_0^2 = 0 \\ 4x_0 - x_0^2 = 1 \\ 4x_0 - x_0^2 = 3 \\ 4x_0 - x_0^2 = 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \\ x_0^2 - 4x_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \\ x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \\ x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = 2 \\ x_0 = 2+\sqrt{3} \\ x_0 = 2-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$x_0^2 - 4x_0 + 1 = 0$

$D = 16 - \cancel{4} = 12.$

$$x_0 = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$x_0 = 2 \pm \sqrt{3}$

При $x_0 \in \{0; 1; 3; 4\}$ все члены равны, значит, они не подходят. Проверим $x_0 = 2$.

$x_1 = 4 \cdot 2 - 4 = 4$

$x_2 = 0$

$x_3 = 0$

Подходит.

$\vdots$

$x_n = 0$

Проверим $x_0 = 2+\sqrt{3}$

$x_1 = 4\cdot(2+\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3})^2 = 8 + \cancel{4\sqrt{3}} - 4 - \cancel{4\sqrt{3}} - 3 = 1.$

$x_2 = 3$

$x_3 = 3$

Подходит.

$\vdots$

Проверим $x_0 = 2-\sqrt{3}.$

$x_1 = 4\cdot(2-\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3})^2 = 8 - 4\sqrt{3} - 4 + 4\sqrt{3} - 3 = 1$

$x_2 = 3$

$x_3 = 3.$

Подходит.

$\vdots$

Если x_0 (из п. а)) будет равен x_2, то если $x_0 \in \{0; 3\}$, то все члены будут равны между собой.

$x_2 = 4(4x_0 - x_0^2) - (4x_0 - x_0^2)^2 =$
$= 16x_0 - 4x_0^2 - 16x_0^2 + 8x_0^3 - x_0^4 =$
$= 16x_0 - 20x_0^2 + 8x_0^3 - x_0^4$

1) $16x_0 - 20x_0^2 + 8x_0^3 - x_0^4 = 1.$
$x_0^4 - 8x_0^3 + 20x_0^2 - 16x_0 + 1 = 0.$

2) $16x_0 - 20x_0^2 + 8x_0^3 - x_0^4 = 4$
$x_0^4 - 8x_0^3 + 20x_0^2 - 16x_0 + 4 = 0.$

Значение x_1 будет третьим другим числом, поэтому варианта $x_1 \neq x_2 \neq x_3$, $x_3 = x_4 = \ldots = x_n$ нет.

Ответ: при $x_0 \in \{2; 2-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3}\}$ множество значений данной последовательности состоит из двух различных чисел.

± Не рассмотрен случай! ($x_1 = x_2$)

Задание 2

~~Пусть x человек — самые высокооплачиваемые сотрудники~~
~~y человек — все сотрудники.~~

Пусть p человек — все работники
x руб. — суммарная ЗП высокоопл.
y руб. — суммарная ЗП всех

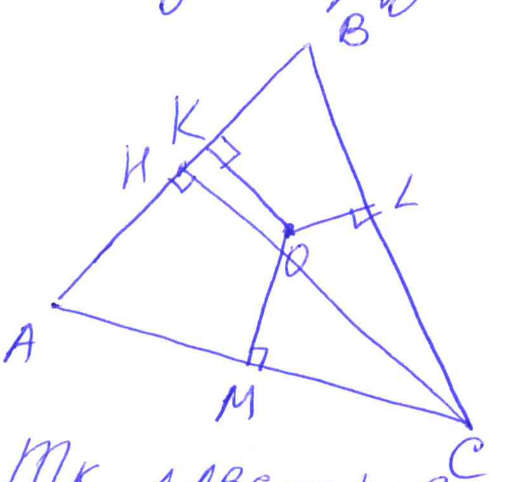
Тогда:
$$\frac{x}{0{,}1p} = \frac{y}{p} \cdot 12.$$
$$\frac{x}{0{,}1p} = \frac{12y}{p}$$
$$xp = 1{,}2yp$$
$x = 1{,}2y$. Но такого не может быть, так как y включает в себя x.

Ответ: не может быть ситуации.

Отменяют Иным...

Задание 4

Пусть рудники — A, B, C. O — мест. комбината.



$AB = BC = AC$

$\rho(O; BC) = 4 = OL$

$\rho(O; AC) = 9 = OM$

$\rho(C; AB) = 20 = CH.$

$OK - ?$

т.к. $\triangle ABC$ — равносторонний, то $AH = HB = \frac{1}{2}BC$. $CH = 20$. Из $\triangle HBC$ найдем HB:

По т. Пиф. $BC^2 = HB^2 + CH^2$

$$(2HB)^2 = (HB)^2 + 400$$

$$4HB^2 = HB^2 + 400$$

$$3HB^2 = 400$$

$$HB^2 = \frac{400}{3}$$

+

$$HB = \frac{20}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{40}{\sqrt{3}}$

$S_{ABC} = S_{AOC} + S_{COB} + S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot OL \cdot BC + \frac{1}{2} \cdot OK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AB(OK + OL + OM)$

Получим: $\frac{1}{2}CH \cdot \cancel{AB} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{AB} \cdot (OK + OL + OM)$

$$CH = OK + OL + OM$$

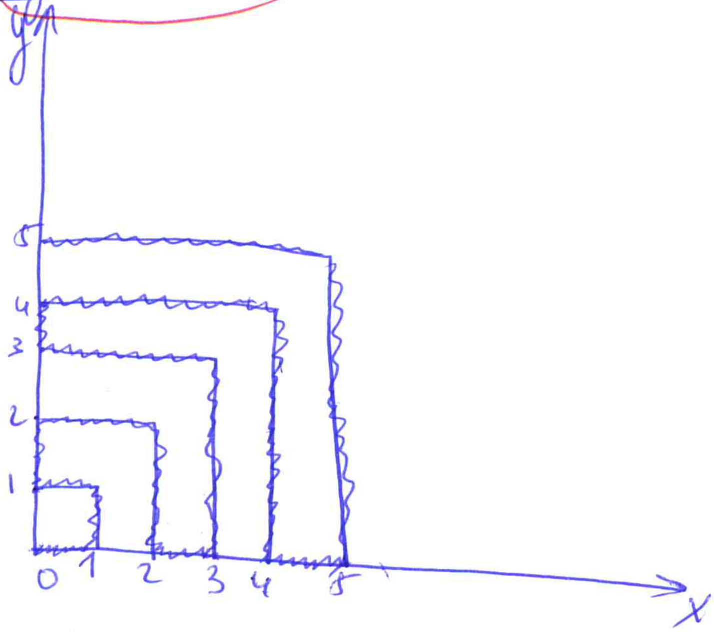
$$20 = 4 + 9 + OK$$

$$OK = 7.$$

Ответ: 7км.

10б.

Задание 5



Роботу нужно оказаться в т. (11;0). На единичный отрезок он тратит 1 минуту.

На оси OX он проходит ед. отрезки ~~...~~ между четными x и нечетными, а на OY — между нечетными и четными.

Причем, чтобы оказаться в нечетной координате на OX, роботу необходимо преодолеть 2 стороны квадрата длиной на 1 меньше, чем данная координата, и еще ед. отрезок после.

Рассмотрим его траекторию:

Если n — ~~...~~ четное, то

$$S = \underbrace{2 \cdot n}_{\text{стороны большого кв.}} + 1 + 2 \cdot (n-1) + 1 + 2 \cdot (n-2) + 1 + \ldots \ldots + 2 \cdot 1 + 1.$$

Если n — нечетное, то:

$$S = 1 + 2 \cdot (n-1) + 1 + 2(n-2) + 1 + \ldots\ldots + 2 \cdot 1 + 1.$$

а) Найдем S до (11;0).

$$S = 1 + 2 \cdot (10) + 1 + 2 \cdot 9 + 1 + 2 \cdot 8 + 1 + 2 \cdot 7 + 1 + \ldots + 2 \cdot 6 + 1 + 2 \cdot 5 + 1 + 2 \cdot 4 + 1 + 2 \cdot 3 + 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 1 + 1 = 11 + 2(10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 11 + 2 \cdot 11 \cdot 5 = 11 \cdot 11 = 121.$$

7

Значит до точки (11;0) роботу идти 121 ед. отрезок ⇒ Он окажется в т. (11;0) через 121 минуту. Заметим, что если роботу необходимо попасть в точку с нечетной координатой, то его путь будет равен ~~квадрату~~ значению квадрата этой координаты.

Найдем ближайший квадрат к 2015. ~~...~~ Это 2025 (45^2).

R

ЧИСТОВИК

Значит через 2025 минут робот будет в т. (45;0).
Нам необходимо найти ~~нужн~~ ~~ею~~ точку после 2015 минут.
Через 2024 минуты робот был в т. (44;0)
До этого он шел по вертик. стороне квадрата в течение 44 минут. Значит в 2015 минуту он был на этой стороне.
Разница 2024−2015 = 9 — значение ординаты искомой точки.
т.о. нужная нам точка имеет координаты (44;9)

Задание 7

$a_1 = 3072$
$a_{11} = 3$.
$a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots a_{11}$ — геометрическая прогрессия.
$(q<1)$

$a_{11} = a_1 q^{10}$

$3 = 3072 \cdot q^{10}$

$q^{10} = \frac{1}{1024}$

$q = \frac{1}{2}$.

Найдем $a_1 - a_n$:

$a_1 = 3072$
$a_2 = 1536$
$a_3 = 768$
$a_4 = 384$
$a_5 = 192$
$a_6 = 96$
$a_7 = 48$
$a_8 = 24$
$a_9 = 12$
$a_{10} = 6$
$a_{11} = 3$

Найдем общее число статей:
3 написали ≥11
6 написали ≥10, но в них учтены те 3, кто написал 11,
т.е. 3 написали 11 и 3 написали 10.
12 написали ≥9, но в них учтены те 6, кто написали ≥10
Значит 6 написали 9 статей.

т.е. общее число статей:

$3\cdot 11+\frac{6}{2}\cdot 10+\frac{12}{2}\cdot 9+\frac{24}{2}\cdot 8+\ldots+\frac{3072}{2}\cdot 1=$

$=33+3\cdot 10+6\cdot 9+12\cdot 8+24\cdot 7+$
$+48\cdot 6+96\cdot 5+192\cdot 4+384\cdot 3+768\cdot 2+$
$+1536\cdot 1=$
$=33+30+54+96+168+288+480+768+$
$+1152+1536+1536=$
$=63+54+96+168+288+480+768+1152+$
$+1536+1536=6141.$

Ответ: 6141 статья.

Задание 8

а) Саше. Саша первым ходом берет одну первую монету, оставляя 2013 в линии. Заметим, что 2013 ⋮ 3. Если Маша следующим ходом берет 1 монету, то Саша после нее берет 2, завершая „изъятие" тройки монет. Если же Маша берет 2 монеты, тогда Саша после нее — 1. Таким образом Саше всегда будет доставаться последняя монета из тройки. А значит и рубль достанется ему.

+

б) Больше денег получит Маша. Маша после себя должна оставлять нечетное количество монет. Тогда разница в суммах, набранных ребятами без 3х последних монет, будет 1 в пользу Маши,

в случае т.к. Если Саша первым ходом

берет одну монету, то Маша берет сразу две, а дальше копирует ходы Саши. Тогда на Сашин ход останется в конце 1к − 1к − 1р, и как бы он ни взял, рубль достанется Маше. У Маши было на 1к. больше и с рублем станет еще на 98к больше.
Если Саша первым ходом берет две монеты, то Маша своим первым ходом берет одну и копирует впоследствии ходы Саши. Тогда у Саши до выбора в ситуации 1к − 1к − 1р будет на 1к. больше, чем у Маши. ~~Если~~ Саша возьмет 2к, Маше в любом случае доста-нется рубль и тогда у Маши денег будет больше, т.к. 1 рубль покроет разницу в 2−3 копейки.

неверно

3 3 . . . 3 Маша 1р

Ответ: а) Саше
б) Маша, многочлен

Задание 6

а, в? ~~две~~ имеет три натур. корня.

$$\frac{x^3}{2}-ax^2+bx-2015=0$$
$$x^3-2ax^2+2bx-4030=0$$
$$x^3=4030+2ax^2-2bx$$
$$x^3=2(2015+ax^2-bx)$$

Значит $x \vdots 2$.
Пусть $x=2k$

3б

$(2k)^3 = 2(2015 + 2ak^2 - 2bk)$

$8k^3 = \cancel{4}2(2015 + 2ak^2 - 2bk)$

$4k^3 = 2015 + 2ak^2 - 2bk.$

$\frac{x^3}{a} - ax^2 + bx = 2015 \qquad x \in N$

м. б. не целыми

$x \vdots 2$

$x\left(\frac{x^2}{2} - ax^2 + b\right) = 2015.$

$2015 = 13 \cdot 5 \cdot 31.$

Возможно ①
$$\begin{cases} x = 2015. \\ \frac{x^2}{2} - ax + b = 1. \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} x = 1. \\ \frac{x^2}{2} - ax + b = 2015 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x = 13 \\ \frac{x^2}{2} - ax + b = 155 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} x = 5. \\ \frac{x^2}{2} - ax + b = 403 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} x = 31 \\ \frac{x^2}{2} - ax + b = 65 \end{cases}$$

СМ

~~черновик~~ Чистовик №1.

№1

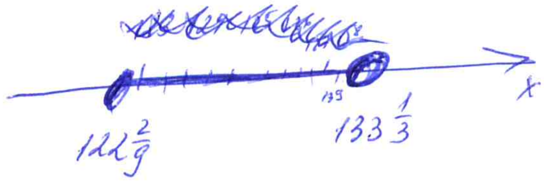
всего – 200

x – кол-во сторонников учен.

$x \in Z,\ x>0.$

$$\begin{cases} \frac{x}{200} < \frac{2}{3} \\ \frac{12x}{11\cdot 200} \geqslant \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{400}{3} \\ x \geqslant \frac{\cancel{2}\cdot 11\cdot \overset{100}{\cancel{200}}}{3\cdot \cancel{12}\,\cancel{6}\,3} \end{cases} ; \quad \begin{cases} x < 133\frac{1}{3} \\ x \geqslant 122\frac{2}{9} \end{cases}$$



$x = 123; 124; 125; 126; 127; 128; 129, 130, 131, 132, 133$

$\frac{12x}{11}$ – целое число $\Rightarrow x \,\vdots\, 11 \Rightarrow x = 132$

Ответ: 132.

№2

x – ~~кол-во~~ кол-во 10% от кол-ва высоком. сотр., $x \in Z,\ x>0$

y – кол-во не высокооплач. сотр., $y \in Z,\ y>0$

a – зарплата x, $a>0$

$в$ – зарплата всех $(10x+y)$ – фонд, $в>0$.

$\frac{a}{x} = 12\cdot\frac{в}{10x+y}$; $в>a$; $y>x$

$\frac{a}{12в} = \frac{x}{10x+y}$; $\frac{12в}{a} = \frac{10x+y}{x}$

$12вx = 10xa + ay$

$x(12в-10a) = ay$

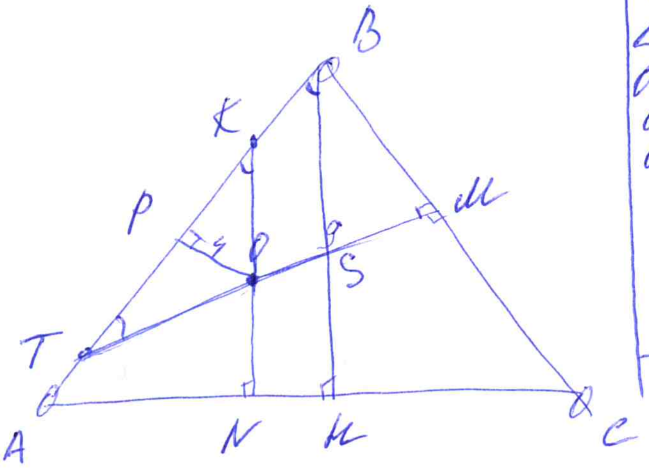
$\frac{x}{y} = \frac{a}{12в-10a}$; $\frac{y}{x} = \frac{12в-10a}{a} = \frac{12в}{a} - 10$

$в>a \Rightarrow \frac{\cancel{12}в}{a} > 1 \Rightarrow \frac{12в}{a} > 12 \Rightarrow \frac{12в}{a} - 10 > 2$

$x<y \Rightarrow 0 < \frac{x}{y} < 1 \Rightarrow \frac{x}{y} \neq \frac{12в}{a} - 10 \Rightarrow$ не может быть.

Ответ: ~~невозможно~~ не может быть.

№4



Дано:
$\triangle ABC$ – р/с тр
$OP \perp AB$
$OM \perp BC$
$ON \perp AC$
$OP = 4$ см
$OM = 9$ см
BH – высота, $BH \cap OM = S$
$BH = 20$ см
Н-ти: ON – ?

Решение:
Достроим OM до пересечения с AB, $OM \cap AB = T$
Достроим ON до пересечения с AB, $ON \cap AB = K$
BH – высота, $\triangle ABC$ – р/с $\Rightarrow$ BH – мед. и бис. $\Rightarrow \angle ABH = \angle CBH = 30°$, $AH = HC$
$KN \perp AC$, $BH \perp AC$ $\Rightarrow KN \parallel BH$; $KN \parallel BH$, AB – сек. $\Rightarrow \angle ABH = \angle AKN = 30°$ как соответств.
$\triangle KPO$: $\angle KPO = 90°$, $\angle PKO = 30° \Rightarrow KO = 2 \cdot PO = 2 \cdot 4 = 8$ см,
$KP = \sqrt{OK^2 - OP^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ см
$\triangle TMB$: $\angle TMB = 90°$, $\angle MBT = 60° \Rightarrow \angle BTM = 30°$
PO – общ., $\angle TPO = \angle KPO = 90°$, $\angle PTO = \angle PKO = 30°$ $\Rightarrow \triangle KPO = \triangle TPO$ по катету и углу $\Rightarrow OT = KO = 8$ см

+

$MT = TO + OM = 17$ см. $TK = PT + PK = 2PK = 8\sqrt{3}$ см
$\triangle TBM$: $\frac{TM}{TB} = \sin 60°$; $\frac{17}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = TB$, $TB = \frac{34\sqrt{3}}{3}$ см
$\triangle ABC$: $BH = 20 \Rightarrow BC^2 - HC^2 = BH^2$, $\frac{4BC^2}{4} - \frac{BC^2}{4} = 400$; $\frac{3BC^2}{4} = 400$;
$BC = \sqrt{\frac{1600}{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ см; $BA = BC$
$BT - KT = BK$; $BA - BT = TA$; $TA = \frac{40\sqrt{3}}{3} - \frac{34\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ см
$AK = AT + TK = 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ см
$\angle KNA = \angle BHC = 90°$, $\angle KAN = \angle BCH = 60°$ $\Rightarrow \triangle AKN \sim \triangle CBH$ по 2ум угл. $\Rightarrow \frac{KN}{BH} = \frac{AK}{BC}$; $KN = \frac{10\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 3}{40\sqrt{3}}$
$KN = 15$ см; $ON = KN - KO = 15 - 8 = 7$ см
Ответ: 7 см

10б

№7

Всего – 3072 сотрудника.

a_n – кол-во сотрудников, написавших не менее n статей.

$a_{11}=3$; $n=11$ – наибольшее кол-во статей, написанных одним человеком.

$a_1,\dots,a_{11}$ – геометрическая прогрессия.

$a_1=3072$ (т.к. каждый сотрудник написал одну или более статей).

$a_{11}=3$

$a_{11}=a_1\cdot q^{10}$

$3=3072\cdot q^{10}$

$\frac{1}{q^{10}}=1024$

$q=\frac{1}{2}$, ($q>0$ по усл.)

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
3072	1536	768	384	192	96	48	24	12	6	3

n (кол-во статей)	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Кол-во человек, написавших n статей	3	$6-3=3$	$12-6=6$	$24-(6+6)=12$	24	48	96	192	384	768	1536

N – общее кол-во статей.

$N = 3\cdot 11+3\cdot 10+6\cdot 9+12\cdot 8+24\cdot 7+48\cdot 6+$

$+96\cdot 5+192\cdot 4+384\cdot 3+2\cdot 768+1536=$

$=6141.$

№ 3

$f(x) = 4x - x^2$

$x_1 = f(x_0) = 4x_0 - x_0^2$

$x_2 = f(x_1) = 4x_1 - x_1^2 = 4(4x_0 - x_0^2) - (4x_0 - x_0^2)^2 =$

$= (4x_0 - x_0^2)(4 - 4x_0 + x_0^2)$

$b = \frac{x_2}{x_1} = \frac{(4x_0 - x_0^2)(4 - 4x_0 + x_0^2)}{(4x_0 - x_0^2)} = 4 - 4x_0 + x_0^2$

Геометрическая прогрессия.

а) Если $x_1 = x_2$, то все члены последовательносту равны.

$x_1 = x_2$

$x_1 = x_1 \cdot b$

$x_1 (b - 1) = 0$

$(4x_0 - x_0^2)(4 - 4x_0 + x_0^2 - 1) = 0$

$x_0 (4 - x_0)(x_0^2 - 4x_0 + 3) = 0$

$x_0 (x_0 - 4)(x_0 - 3)(x_0 - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = 1 \end{array}\right.$

Ответ: 0; 1; 3; 4. ±

б) Если $\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$, то множество значений состоит из 2ух различных чисел.

$x_1 = x_1 \cdot b^2$ — $x_0 \neq 0; 3; 4; 1.$

$x_1 (b^2 - 1) = 0$

$x_1 (b - 1)(b + 1) = 0$

$(4x_0 - x_0^2)(4 - 4x_0 + x_0^2 + 1)(4 - 4x_0 + x_0^2 - 1) = 0$

$x_0 (4 - x_0)(x_0^2 - 4x_0 + 3)(x_0^2 - 4x_0 + 5) = 0$

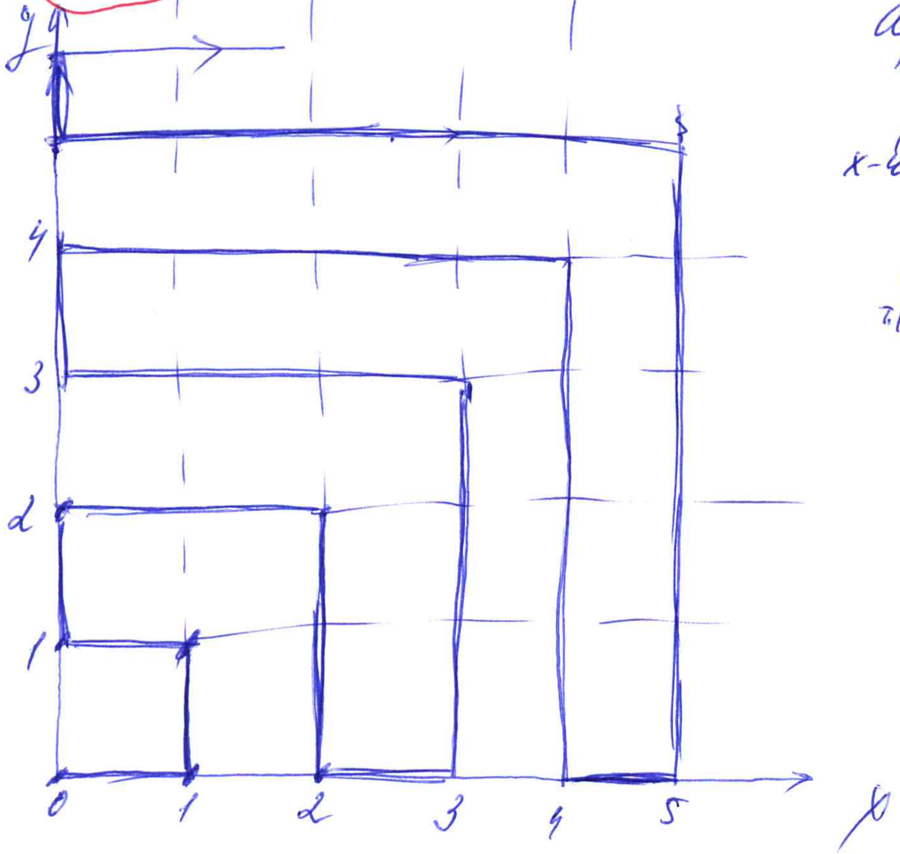
$x_0^2 - 4x_0 + 5 = 0$

$D = 16 - 20 < 0 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 + 5 > 0$ при все x x_0.

$x_0 \in \varnothing$

Ответ: $x_0 \in \varnothing$.

№5 → 15



а)

Точки $(x;0)$ x-четн.	0	2	4
Время от т.$(0;0)$ до т.$(x;0)$	0	8	24

$0 = 8 \cdot 0$

$8 = 8 \cdot 1 + 8 \cdot 0$

$24 = 8 \cdot 2 + 8 \cdot 1$

Точки $(x;0)$, x-четн.	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
время от т.$(x-2;0)$ до т.$(x;0)$, мин	8 $(=8 \cdot 1)$	16 $(=8 \cdot 2)$	24 $(=8 \cdot 3)$	32 $(=8 \cdot 4)$	40 $(=8 \cdot 5)$

В т. $(11;0)$ робот бы в $t = t_{10} + 1 = 8 + 16 + 24 + 32 + 40 + 1 =$
$= 121$ мин

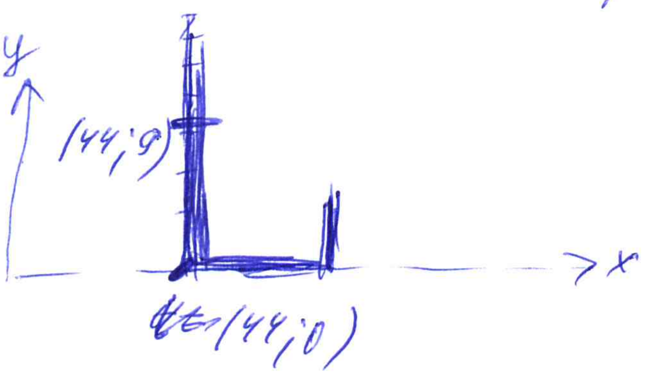
Ответ: 121 мин.

7.

б) Точка (x;0), x- четн.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Время от т.(0;0) до т.(x;0), мин.	8	24	48	80	120	168	224	288	360	440	528

(x;0)	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44
t	624	728	840	960	1088	1224	1368	1520	1680	1848	2024

В $t = 2024$ ~~был~~ робот имел координаты $(44;0)$



$2024 - 2015 = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 9$

в $t=2015$ робот имел координаты $(44;9)$.

Ответ: $(44;9)$.

8

№8 — кеб

Чистовик № 2.

№5-нет.

№ 6

$\frac{x^3}{2} - ax^2 + bx - 2015 = 0$

$x^3 - 2ax^2 + 2bx - 4030 = 0$

$y = x^3 - 2ax^2 + 2bx - 4030$

Построим график ф-ции, для этого найдем её производную.

0б

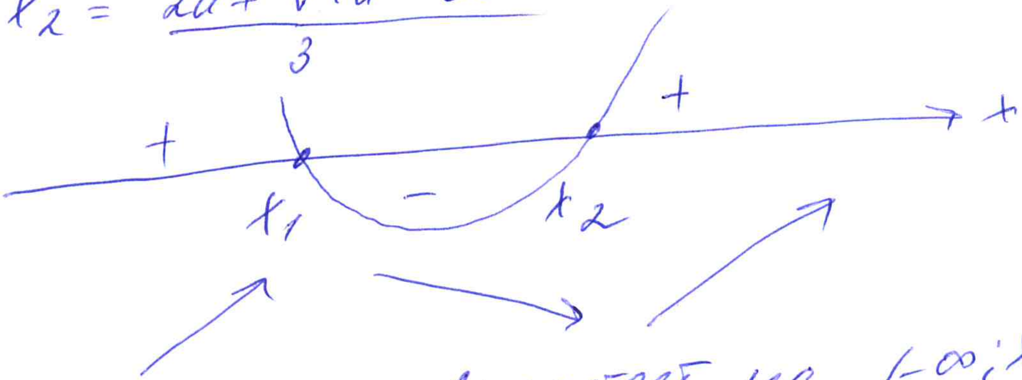
$y' = 3x^2 - 4ax + 2b$

$3x^2 - 4ax + 2b = 0$

$D = 16a^2 - 24b$ $\qquad 16a^2 - 24b \geq 0$

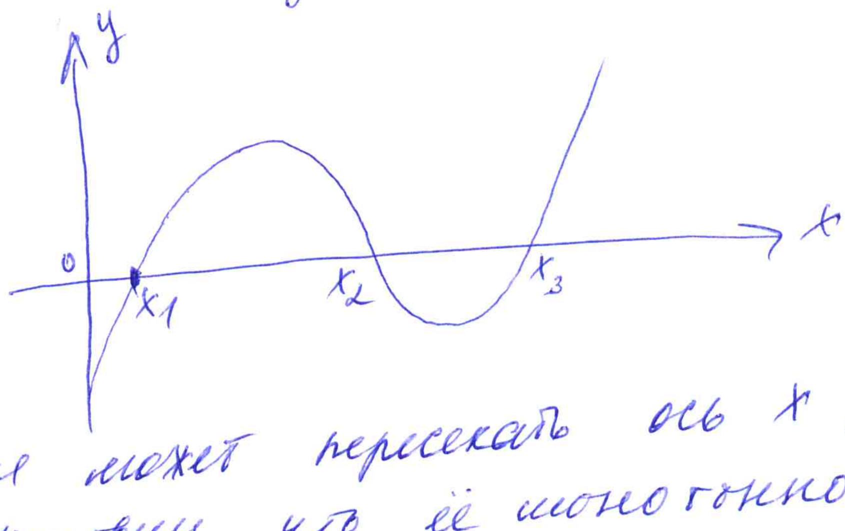
$x_1 = \frac{4a - 2\sqrt{4a^2-6b}}{2\cdot 3} = \frac{2a - \sqrt{4a^2-6b}}{3}$

$x_2 = \frac{2a + \sqrt{4a^2-6b}}{3}$



ф-ция возрастает на $(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty$
убывает на $[x_1; x_2]$

$x > 0$ по усл.



Ф-ция может пересекать ось x, только при условии, что её монотонность ?!

меняется 2 раза. ⇒ $16a^2-24b > 0$.

~~$x>0$ (по усл.), значит~~

$$\begin{cases} x^3-2ax^2+bx-4030=0 \\ 2a^2-3b>0 \\ x>0 \end{cases}$$

СМ

№ 8.

а) При правильной игре рубль может достаться Маше, т.к. Маша ходит второй, чтобы заполучить рубль она должна делать такие ходы, чтобы после её хода ~~одно~~ кол-во взятых Сашей и Машей монет ~~было~~ становилось четным,

—

если 2, то выиграет Саша!

б) Саша. Нет доказательства

ЧИСТОВИК

№1 Пусть x - количество проголосовавших „за" на первом голосовании, тогда $\frac{12x}{11}$ - кол-во проголосов. на II голос.

I) $x < \frac{2}{3} \cdot 200 \iff x < \frac{400}{3}$

$x < 133,(3)$; т.к $x \in \mathbb{N}$, то $\underline{x \leq 133}$

II) $\frac{12x}{11} \geq \frac{2}{3} \cdot 200 \iff \overset{9}{\cancel{36}}x \geq \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 100 \cdot 11 \iff$

$x \geq \frac{1100}{9} \iff x \geq 122,(2)$; т.к. $x \in \mathbb{N}$, то $\underline{x \geq 123}$

из I и II получим, что $x \in [123; 133]$,

также заметим, что $\frac{12x}{11} \in \mathbb{N} \Rightarrow x \vdots 11$, (т.к. $12 \not\vdots 11$)

$\Rightarrow \underline{x = 132}$, т.к. это единственное число, кратное 11, принадлежащее допустимому отрезку.

Ответ: изначально было 132 сторонника изменения правового статуса.

№2 Пусть 1) A - суммарная зарплата 10% самых высокооплачиваемых работников фирмы ~~работников~~;

2) B - суммарная зарплата всех работников фирмы;

3) x - общее число работников, тогда

$\frac{A}{0{,}1x} = \frac{12 \cdot B}{x} \iff \underline{A = 1{,}2B}$ (*) $\Rightarrow$

такого быть не может, т.к. суммарная зарплата всех работников фирмы включает в себя зарплату 10% самых высокооплачиваемых, а следовательно (пользуясь условными обозначениями) $\underline{B>A}$; $\Rightarrow$ мы получили противоречие.

Ответ: Нет, не может;

№3 ~~а)~~ $f(x) = 4x - x^2$

а) $\begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ x_1 = x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 4x_0 - x_0^2 \Leftrightarrow$

$-x_0^2 + 3x_0 = 0 \Leftrightarrow$

$x_0^2 - 3x_0 = 0 \Leftrightarrow$

$x_0(x_0 - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{array}\right.$

+

~~б)~~ $\begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ x_2 = 4x_1 - x_1^2 \\ \left[\begin{array}{l} x_2 = x_1 \quad (1) \\ \cancel{x_2 = x_0} \quad (2) \end{array}\right. \end{cases}$

• Решим 2 системы:

(1) $\begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ x_2 = 4x_1 - x_1^2 \\ x_2 = x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ x_1 = 4x_1 - x_1^2 \; (*) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \; (1.1) \\ x_1 = 3 \; (1.2). \end{array}\right. \end{cases}$

(*) $x_1^2 - 3x_1 = 0$ (~~подставим~~)

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_1 = 3 \end{array}\right.$

(1.1) $4x_0 - x_0^2 = 0$

$(4 - x_0)x_0 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \; (**) \\ x_0 = 4 \end{array}\right.$

(1.2) $4x_0 - x_0^2 = 3 \Leftrightarrow$

$x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \quad D = 16 - 4 \cdot 3 = 4$

$x_0 = \frac{4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 3 \; (**) \\ x_0 = 1 \end{array}\right.$

подставим $x_0 = 4$

$x_0 = 1$

$(x_0 = 1)$ $x_1 = 3; \ldots ; x_n = 3$ (+)

$(x_0 = 4)$ $x_1 = 0; \ldots ; x_n = 0$ (+)

② $\begin{cases} X_1 = 4X_0 - X_0^2 \\ X_2 = 4X_1 - X_1^2 \\ X_2 = X_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 4X_0 - X_0^2 \\ X_0 = 4X_1 - X_1^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 - X_0 = 4X_0 - 4X_1 + X_1^2 - X_0^2 \quad ① \\ X_1 = 4X_0 - X_0^2 \end{cases}$

① $\cancel{(X_1 - X_0)} = -4\cancel{(X_1 - X_0)} + \cancel{(X_1 - X_0)}(X_1 + X_0) \Leftrightarrow$ (можно разделить на $X_1 - X_0$, т.к. $X_1 \neq X_0$, т.к. п.б не удовл. условию данному в п.а);

$1 = -4 + X_1 + X_0 \Leftrightarrow$

$\underline{X_1 = 5 - X_0}$

Вернёмся к системе:

$\begin{cases} X_1 = 5 - X_0 \\ X_1 = 4X_0 - X_0^2 \end{cases} \Leftrightarrow 5 - X_0 = 4X_0 - X_0^2 \Leftrightarrow X_0^2 - 5X_0 + 5 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 5 = 5$

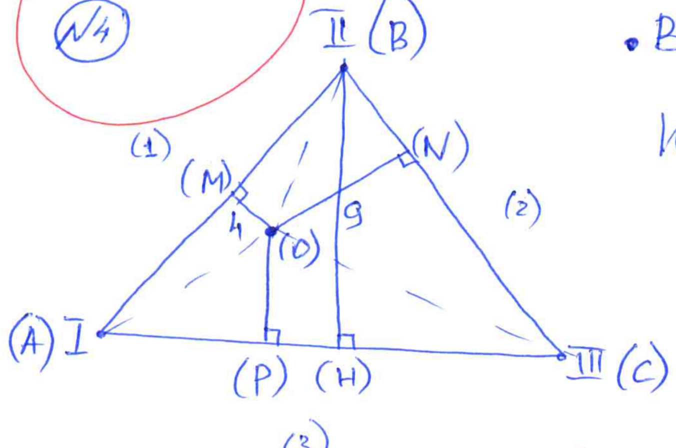
$\underline{X_0 = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}}$;

Ответ: а) ~~{0; 3}~~ {0; 1; 3; 4}

б) $\{\cancel{1; 4};\ \underline{\frac{5+\sqrt{5}}{2}; \frac{5-\sqrt{5}}{2}}\}$;

(+) см. дальше

№4



• Введем геометрические обозначения;

Пусть) I рудник будет обозначен A, II и III соответственно B и C

2) металл. комбинат = O;

$\rho(O; (1)) = OM\ (OM \perp AB) = 4$ (км);

$\rho(O; (2)) = ON\ (ON \perp BC) = 9$ (км);

$\rho(O; (3)) = OP\ (OP \perp AC) = x$ (км);

$\rho(II; (3)) = BH\ (BH \perp AC) = 20$ (км);

3) Сторона $\triangle ABC = a$;

① Запишем $S_{\triangle ABC}$:

1) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot a$;

2) $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{AOC}$; (из аксиом, содержащихся в определении

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot a + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot a + \frac{1}{2}\cdot x\cdot a$

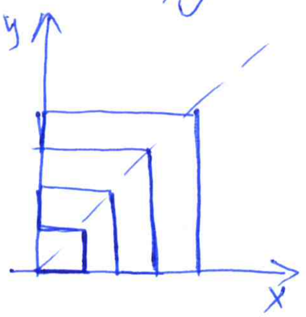
③ $\begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot a \\ S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot a + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot a + \frac{1}{2}\cdot x\cdot a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\cancel{\frac{1}{2}}\cdot 20\cancel{a} = \cancel{\frac{1}{2}}\cdot 9\cancel{a} + \cancel{\frac{1}{2}}\cdot 4\cancel{a} + \cancel{\frac{1}{2}}\cdot x\cdot\cancel{a} \Leftrightarrow$

$20 = 9+4+x \Leftrightarrow \underline{x=7} \Rightarrow \underline{\rho(O;(3)) = 7};$

Ответ: расстояние от комбината до третьей дороги равно 7км.;

№5 Пусть t_n – это время, за которое робот окажется в точке с координатами $(n;0)$, при условии, что n - четное;



Выразим t_n;

1) проведем прямую $x=y$, заметим, что в каждой из двух частей I четверти содержится одинаковое число ходов робота при перемещении от точки $(0;0)$ к $(n;0)$, где n - чётное

$\Rightarrow t_n = 2\cdot a$

2) a состоит из 1) половине * переходов на сл. уровень т.е. удаленнем на 1 значение по оси; и 2) ходов от точки $(x;y)$ к $(x;0)$, число которых $= n$ (т.к. части симметр.)

* число которых равно $\frac{n}{2}$

$\Rightarrow a = \frac{n}{2} + (1+2+3+\ldots+n)$

$\Rightarrow t_n = 2\left(\frac{n}{2} + (1+2+3+4+\ldots+n)\right) = n + 2\underbrace{(1+2+3+\ldots+n)}_{\text{предел. как ар. п}}$

$= n + \cancel{2}\frac{n+1}{\cancel{2}}\cdot n = n+n+n^2 = n^2+2n;$

а) Тогда $t_{10} = 100+20 = 120$

$\Rightarrow$ в точке $(10;0)$ робот будет через 120 минут

$\Rightarrow$ в точке $(11;0)$ ...

б) $t_{44} = 44^2 + 2\cdot 44 = 2024$ (мин) до точки $(44;0)$

$2024 - 2015 = 9$ (мин) – то, насколько меньше дви... робот.

Отложим 9 шагов по прямой $x = 44$ от точки $(44;0)$ в вертикальном, восходящем направлении; попадём в точку $(44;9)$;

(+)

Ответ: а) 121 минута;
б) $(44;9)$;

(+)

№6 $\frac{x^3}{2} - ax^2 + bx - 2015 = 0 \,/\, 2 \Leftrightarrow$

$$x^3 - 2ax^2 + 2bx - 2015\cdot 2 = 0$$

По т. Виета для многочлена третьей степени, учтя тот факт, что $0<x_1<x_2<x_3$, получим ~~эт~~ систему:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2a \\ x_1\cdot x_2 + x_2\cdot x_3 + x_1\cdot x_3 = 2b \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3 = 2\cdot 2015 \end{cases}$$

+

$$x_1\cdot x_2\cdot x_3 = 2\cdot 5\cdot 13\cdot 31$$

Рассмотрим случаи

x_1	x_2	x_3	$2a$	$2b$
1	2	2015	2018	
1	5	806	812	
1	13	310	324	
1	31	130	162	
1	10	403	414	
1	26	155	182	

x_1	x_2	x_3	$2a$	$2b$
1	62	65	128	
2	5	403	410	
2	13	155	170	
2	31	65	98	
5	13	62	80	
5	31	26	62	
10	13	31	54!	$10\cdot13 + 13\cdot3[illegible] + 10\cdot31 = 843$

П

1) $2a = 54$ – наим $\Rightarrow$ $\underline{a = 27 \text{ – наим}}$;

2) при данном значении a $2b = 843$; $\boxed{b = 421{,}5}$

Ответ: $a = 27$ – наименьшее зн. параметра a,
при котором $b = 421{,}5$;

№7 $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{11}$ – геометрическая прогрессия;

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 3072 \\ a_{11} = 3\ ;\ a_{11} = a_1 \cdot q^{10} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3072 \\ a_1 \cdot q^{10} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$3072 \cdot q^{10} = 3$$

$$q^{10} = \frac{1}{1024} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \pm\frac{1}{2} \\ q > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \underline{q = \frac{1}{2}}$$

Найдем все члены ~~ариф~~ геометр. прогрессии;

$a_1 = 3072$;
$a_2 = 1536$;
$a_3 = 768$;
$a_4 = 384$;
$a_5 = 192$;
$a_6 = 96$;
$a_7 = 48$;
$a_8 = 24$;
$a_9 = 12$;
$a_{10} = 6$;
$a_{11} = 3$;

Заметим, что значение любого члена a_{n-1} включает в себя значение a_n, т.к. например, если человек написал 5 статей, то он соотв. учтен и в группе написавших 5, и в группе написавших 4, и в группе напис. 3 и т.д.

На основании данного замечания вычислим ~~какое~~ кол-во человек, написавших одну, две, три, ..., одиннадцать статей.

3 чел. – 11 статей;
3 чел. – 10 статей;
6 чел. – 9 статей;
12 чел. – 8 статей;
24 чел. – 7 статей;
48 чел. – 6 статей;

96 чел. – 5 статей;
192 чел. – 4 статьи;
384 чел. – 3 статьи;
768 чел. – 2 статьи;
1536 чел. – 1 статья;

Пусть S = общее количество статей, тогда

$$S = 1536 + 768\cdot2 + 384\cdot3 + 192\cdot4 + 96\cdot5 + 48\cdot6 + 24\cdot7 + 12\cdot8 + 6\cdot9 + 3\cdot10 + 3\cdot11 =$$
$$= 1536 + 1536 + 1152 + 768 + 480 + 288 + 168 + 96 + 54 + 30 + 33 = \underline{6141}$$

Ответ: всего за 2014 год ~~ра~~ сотрудниками университета было написано 6141 статья;

№8 а) Саша;

Если первым ходом он возьмёт 1 монету, тем самым на столе 2013 монет и каждым последующим ходом будет брать 3-n монет, где n - количество монет, которое взяла Маша.

+

$2014 = 1 + 671\cdot3$

$\Rightarrow$ из последних 3х монет Саша всегда может забрать третью;

б) Маша;

Если каждым следующим своим ходом Маша будет сохранять отрицательную чётность оставшихся на столе монет. ~~В конце останется перед Сашей 1 монета и он выиграет~~

1) Если Саша берет 1 монету, то Маша берет две, и послед. ходами сохраняет чётность монет (их кол-ва) нечётной; ~~то есть~~ рассм. худший случай, когда Саша будет пытаться получить max. число монет и будет брать по 2, тогда и Маша будет брать по 2 и так 501 раз. (2004 мон.), потом т.е. если

—

~~Все другие случаи~~!

Саша берет 2, то Маша снова 2 и из 3х забирает рубль $\Rightarrow$

1 2 2004

7 монет.

+1

если Саша будет чередовать 1 и 2, тогда

3б) $\begin{cases} x_1 = 4x_0 - x_0^2 \\ x_2 = 4x_1 - x_1^2 \\ \left[\begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_2 = 3 \end{array}\right. \end{cases}$

① $\left[\begin{array}{l} x_1^2 - 4x_1 = 0 \\ x_1^2 - 4x_1 + 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_1 = 4 \\ x_1 = 1 \\ x_1 = 3 \end{array}\right.$

② $\left[\begin{array}{ll} x_0^2 - 4x_0 = 0 & (ж) \text{ п.а} \\ x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 & (ж) \text{ п.а.} \\ x_0^2 - 4x_0 + 1 = 0 & (2.1) \\ x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 & (2.2). \end{array}\right.$

2.1 $D = 16 - 4 = 12$

$x_0 = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \underline{x_0 = 2 \pm \sqrt{3}}$

2.2. $D = 16 - 4 \cdot 4 = 0$

$(x_0 - 2)^2 = 0$

$\underline{x_0 = 2}$

Ответ: $\{2 \pm \sqrt{3}; 2\}$;
и $\{\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}\}$ (~~н~~написанные ранее);

+

7б) если саша 1 руб, то Маша 2 руб. и у Вх забирает посл.

⇒ выигрывает.

Т.К. монета достоинством р. побивает разницу в 1-2 копейки.

2) Если Саша берет 2 коп, то Маша берет 1 копейку и ~~снова повторяется~~ а можи послед. ходом сохраняет чётность кол-ва всех монет – нечётной

те же возражения

(аналогичный п.1 разбор случаев)

⇒ выигрывает Маша

Чистовик

№1

Всего 200 сотрудников.

Чтобы принять изменения надо, чтобы $\frac{2}{3}$ ее сотрудников проголосовали за.

$$200 \cdot \frac{2}{3} = \frac{400}{3} \approx 133.33\ldots$$

То есть надо ~~больше~~ не меньше 134 голосов.

При первом голосовании ~~за попра~~ изменение не были приняты. Это значит, что за проголосовало менее 134 сотрудников.

$x < 134$.

число сторонников выросло в $\frac{12}{11}$ раз. и закон был принят.

$$\frac{12x}{11} \geq 134$$

т.к x должно быть целым, то оно делится на 11.

$$x \geq \frac{134 \cdot 11}{12} \Rightarrow x \geq 122.8(3) \Rightarrow x \geq 123$$

$x \in [123, 134)$

$x \vdots 11$

$11 \cdot 11 = 121$ $\quad \underline{11 \cdot 12 = 132}$ $\quad 11 \cdot 13 = 143$

Подходит $x = 132$

При $x = 132$, при первом голосовании $x < 134$, а при втором 144 (подходит)

Ответ $x = 132$

№3

$f(x) = 4x - x^2$

а)

$x_1 = 4x_0 - x_0^2$ $\quad$ $x_2 = 4x_1 - x_1^2$

$x_1 = x_0$ $\quad$ $x_2 = x_1$

$x_0 = 4x_0 - x_0^2$ $\quad$ $x_1 = 4x_1 - x_1^2$

$x_0^2 - 3x_0 = 0$ $\quad$ $x_1(x_1 - 3) = 0$

$x_0(x_0 - 3) = 0$ $\quad$ $x_1 = 0 \quad x_1 = 3$

$x_0 = 0 \quad x_0 = 3$

При $x_0 = 0$ или 3 все $x_1\ x_2\ x_3$ и x_0 будут равны между собой (+)

б)

$4x_0 - x_0^2 = x_1$

$4x_0 - x_0^2 = 3$

$x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0$

$D = 16 - 12 = 4$ $\quad$ $\frac{4 \pm 2}{2}$

$1^\circ\ 3 \quad 2^\circ\ 1$

$4x_0 - x_0^2 = 0$?!

$f(x_2) = x_1$?!

При $x_0 = 1$ все числа $x_1\ x_2\ x_3$ и т.д. будут равны 3

А все множество состоит из 1 и 3

Ответ: а) ~~0;3~~ $x_0 = 0; 3$ (+)

б) $x_0 = 1$ (∓)

№4

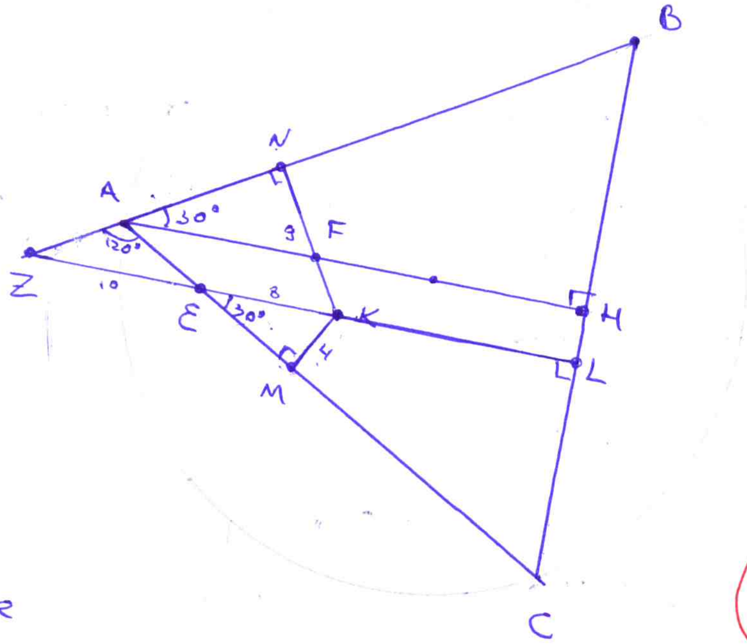
Дано

$NK = 9$

$KM = 4$

$AH = 20$

Найти KL



Решение

+

т.к $\triangle ABC$ равносторонний, то AH высота, медиана и биссектр.

~~∠NAF~~ $\angle NAF = 30^\circ$

$\angle NKM = 360 - 90 - 90 - 60 = 120^\circ$

$AH \parallel ZL$, поэтому $\angle AZE = 30^\circ$

$\angle ZAE = 120^\circ$

~~ZE~~ $EK = 2KM = 8$

$ZK = 2NK = 18$, поэтому $ZE = 18 - 8 = 10$

$100 = AZ^2 + EA^2 - 2AZ \cdot EA \cos 120^\circ = 2x^2(1 + \frac{1}{2}) = 3x^2$

$x = \frac{10}{\sqrt{3}} = AE = AZ$

$EK^2 = KM^2 + EM^2 \qquad EM^2 = 64 - 16 = 48$

$EM = 4\sqrt{3}$

$AM = 4\sqrt{3} + \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{22}{\sqrt{3}}$

$AC^2 = HC^2 + AH^2$

$a^2 = \frac{a^2}{4} + 400 \rightarrow a = \frac{40}{\sqrt{3}}$

$MC = \frac{40}{\sqrt{3}} - \frac{22}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}}$

$EC = \frac{40}{\sqrt{3}} - \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}}$

$EC = 2LC \rightarrow LC = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$\frac{30^2}{3} = \frac{15^2}{3} + EL^2 \qquad EL^2 = \frac{675}{3} \qquad EL = 15$

$KL = EL - EK = 15 - 8 = 7$

Отв: 7

СМ

№6

$\frac{x^3}{2} - ax^2 + bx - 2015 = 0$ $\qquad x_1 x_2 x_3 > 0$

$\frac{1}{2}(x^3 - 2ax^2 + 2bx - 4030) = 0$ $\qquad x_1 x_2 x_3 \in Z$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 2b \\ x_1x_2x_3 = 4030 = 2\cdot31\cdot13\cdot5 \end{cases}$$

Т.к $x_1 x_2 x_3 \in Z$ и $x_1+x_2+x_3$ должно быть наименьшим, то

x_1, x_2 и x_3 должны быть в $2\cdot13\cdot13\cdot5$

Т.к $x_1+x_2+x_3$ минимально, то

$x_1 = 10$ $\quad x_2 = 13$ $\quad x_3 = 31$ (~~это самое~~ при этих числах будет самая наименьшая сумма

т.е $2a = 10 + 44 = 54$

$a = 27$

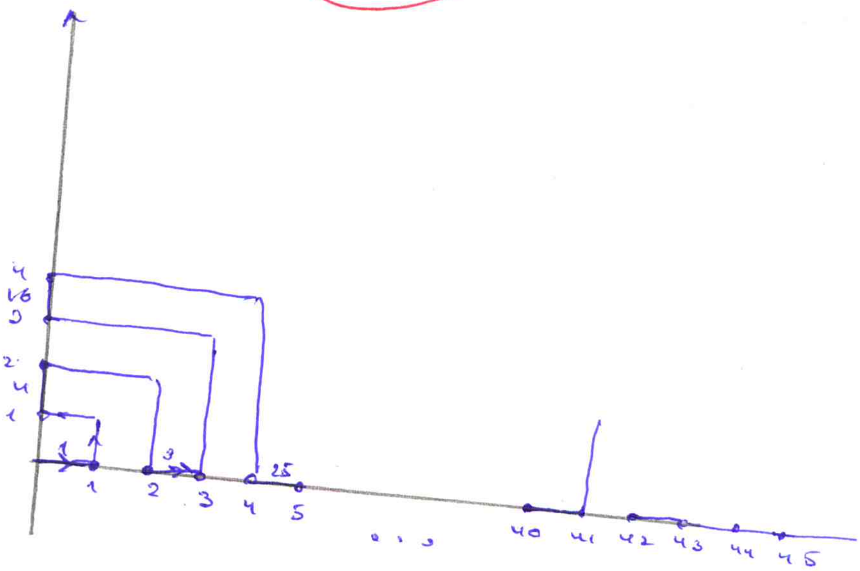
При $a = 27$

$$b = \frac{10\cdot13 + 13\cdot31 + 31\cdot10}{2} = \frac{130 + 310 + 403}{2} = \frac{440 + 403}{2} = \frac{843}{2} = 421.5$$

+

Отв: $a = 27$, $b = 421.5$

N 5



а)

Посчитав шаги, мы получаем зависимость.

При координатах $(n, 0)$ число шагов n^2, где n нечет.

При $(0, n)$ число шагов n^2, где n чет.

то есть к координате $(0, 1)$ робот сделает 1 шаг

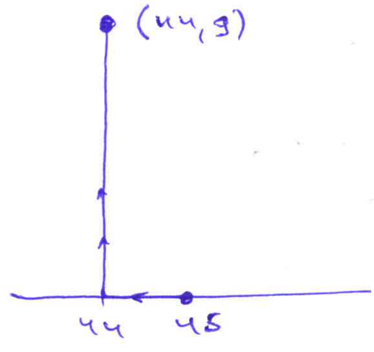
$(0, 3)$ 9 шагов

$(0, 5)$ 25 шагов

....

$(0, 11)$ 121 шаг

б) 2015 минут



$44 < \sqrt{2015} < 45$

$45^2 = 2025$

Отнимая 10 шагов, получим, что он при к 2015 минуте был в координате (44.9)

Ответ: а) 121 минута 7

б) (44.9) 8

№7

+

a_n - не менее n статей

т.к 3072 сотрудника написали хотя бы одну статью, то $a_1 = 3072$

$a_{11} = 3$

a_{11} 3, ... 3072 - геометр прогрессия

$a_{11} = 3$

$a_{10} = 3 + 8 = 3q$

т.к кол-во статей и людей - это целое число, то $q \in N$

$a_1 = 3072 = a_{11} \cdot q^{11-1} = 3 \cdot q^{10}$

$q^{10} = 1024$, т.к $q \in N$, то

$q = 2$

$2^{10} = 1024$

$a_{11} = 3$

$a_{10} = 6$

$a_9 = 12$

$a_8 = 24$

$a_7 = 48$

...

$a_1 = 3072$

$a_{10} = a_{11} + b_{10} = 6$

$3 + b_{10} = 6$

$b_{10} = 3$

3 человека написали по 10 статей.

$a_9 = a_{10} + b_9 = 12$

$6 + b_9 = 12$

$b_9 = 6$

6 человек написали по 9 статей

$a_8 = a_9 + b_8 = 24$

$b_8 = 24 - 12 = 12$

12 человек написали по 8 статей.

~~Чистовик~~ Чистовик

№7 (продолжение)

Продолжим перебирать, получаем.

$$3 \cdot 11 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 9 + 12 \cdot 8 + 24 \cdot 7 + 48 \cdot 6 + 96 \cdot 5 + 192 \cdot 4 + 384 \cdot 3 + 768 \cdot 2 + 1536 \cdot 1 =$$

$$33 + 30 + 54 + 96 + 168 + 288 + 480 + 768 + 1152 + 1536 + 1536 = 6141$$

Отв: 6141 способ.

№2

Всего n сотрудни

$\frac{n}{10}$ сотрудников с самой больши зарплатой.

Пусть сумма их зарплат $= a$

$\frac{9n}{10}$ сотрудников с зарплатой поменьше

Пусть сумма их зарплат $= b$

$$\cancel{\frac{a\cdot 10}{\frac{n}{10}} = 12\cdot \frac{b\cdot 10}{9}}$$

$$\frac{a\cdot 10}{n} = 12\cdot \cancel{\frac{b\cdot 10}{9n}}\ 12\cdot\frac{a+b}{n}$$

$\frac{a\cdot 10}{n}$ – средняя зарплата элиты вато

$\frac{a+b}{n}$ – средне зарплата всех.

$10a = 12a + 12b$

$-2a = 12b$

$a = -6b$

Но a и $b \geqslant 0$, поэтому такого не может быть

Отв: такого не может ~~быть~~ быть

№8

1 руб = 100 коп.

а) И если Саша будет каждый раз брать по 2, то она быстрее получит 1 руб. 100 коп. (уже к 50 ходу)
100 коп = 1 руб.

+

~~Ну это просто~~

б) А если разменивать нельзя ~~это~~ и если денег = монет, то

$$\underbrace{1\ 2}_{С}\ \underbrace{3\ 4}_{М}\ \ldots\ \underbrace{2013\ 2014}_{Ш}$$

~~Если четное число в ходе как~~

Если обе девочки будут брать по 2 монеты, то последний ход останется за Сашей, то есть она получит на 2 монеты больше.

Если Маша один раз ~~б~~ возьмет одну одну монетку, то у Саши будут на 98е больше

если два раза, то у Саши будет на 2 больше.

Если > 2, то у Саши будет > 2 на > 2 больше монет.

б)

Нет стратегии какого-то игрока.

А если 1 руб = 100 коп., то

~~Если обе девочки~~

Если обе девочки ~~ход~~ брали по 2 монетки, то, а в под конец кт. кто-то возьмет 1, то Маша может обо стоять победителем.

б) От в: Маша

а) 1 руб $\neq$ 100 коп.

~~При правильной~~.

Если каждая из девочек берет по 2 монеты, то рубль достанется Саше, но если Маша будет хитрить, то рубль достанется ей.

От в: 1° 100 коп = 1 руб

а) Саша

б) Маша

2° ~~100~~ 1 руб $\neq$ 100 коп. (то есть если 1 руб равнозначная, то последние монеты

а) Маша

б) Саша,