М10-072

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 10 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М10-072

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Коннов	10	Степанян	10	10
2	Баланов	10.	Овсянникова	10	10
3	Иванова	12	Борисова	12	12
4	Борисова	2	Дубинский	2	2
5	Иванова	12	Борисова	12	12
6	Шарипов	10	Берзин	10	10
7	Грузинцев	14	Элина	14	14
8	Грузинцев	12	Элина	12	12.
ИТОГО					82

М10-072

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Коннов	10	Степанян	10	10
2	Баланов	10.	Овсянникова	10	10
3	Иванова	12	Борисов	12	12
4	Борисова	2	Дубинский	2	2.
5	Иванова	12	Борисов	12	12
6	Шарипов	10	Берзин	10	10
7	Грузинцев	14	Эминова	14	14
8	Грузинцев	12	Эминова	12	12.
ИТОГО					82

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М10-072

№2

$d = \text{НОД}(a, b)$

$a = da_1 \quad b = db_1 \quad (a_1, b_1) = 1$

$\text{НОК}(a,b) + 4\,\text{НОД}(a,b) = (a+b)^2 + 1$

$\underset{\vdots d}{da_1b_1} + \underset{\vdots d}{4d} = \underset{\vdots d}{d^2(a_1+b_1)^2} + 1 \Rightarrow 1 \vdots d,\ d>0 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow \text{НОК}(a,b) = ab$

$ab + 4 = (a+b)^2 + 1 \Leftrightarrow \underset{1}{\underset{\vee\!\!|}{a^2}} + \underset{1}{\underset{\vee\!\!|}{ab}} + \underset{1}{\underset{\vee\!\!|}{b^2}} = 3 \Leftrightarrow a = b = 1$

Ответ: $(1; 1)$

Р

№3

Предположим противное, то есть суммы во всех столбцах различна (и в строках тоже). Заметим, что сумма в любом столбце ≥ 0 и ≤ 70, т.к. строк 70 и в каждой клетке либо 1, либо 0. Тогда, если суммы во всех столбцах различны, то они принимают все значения от 0 до 70 за исключением какого-то одного числа (пусть это x). Тогда сумма всех чисел $2450 = 0+1+\ldots+70 - x = \frac{70\cdot 71}{2} - x = 2485 - x$, откуда $x = 35$. Значит, столбца с суммой 35 нет, аналогично нет строки с суммой 35. Значит, есть столбец с суммой 70 и строка с суммой 0, но такого не может быть, т.к. клетка их пересечения должна быть 1 (т.к. в столбце с суммой 70 все клетки 1) и должна быть 0 (т.к. в строке с суммой 0 все клетки 0). Противоречие. Значит, в каких-то двух строках, или в каких-то двух столбцах одинаковая сумма. □

12 +

№5

$f(x) \geq 0$

$f(x+y) = \sqrt{f^2(x) + f^2(y)} \Rightarrow$ при $y = x$ $f(2x) = \sqrt{2\cdot f^2(x)} \Rightarrow f^2(2x) = 2f^2(x)$

$\Rightarrow f(4x) = \sqrt{2\cdot f^2(2x)} = \sqrt{2\cdot 2\cdot f^2(x)} = 2f(x) \Rightarrow f(4^a x) = 2^a f(x)\ (a \in \mathbb{N})$

$f(4) = 2f(1)$, $f(1) + f(4) = 12 \Rightarrow 3f(1) = 12 \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow f(1) = 2^2$

$f(2^{2024}) = f(4^{1012}\cdot 1) = 2^{1012}\cdot f(1) = 2^{1014}$

Ответ: $f(2^{2024}) = 2^{1014}$

\+ 12

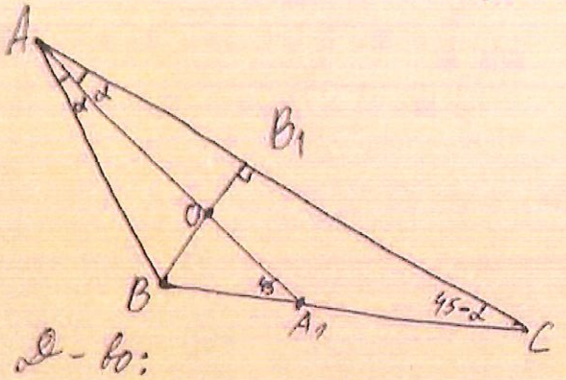
2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М10-072

№ 4



Дано:
$\triangle ABC$, AA_1 - бис, BB_1 - высота,
$\angle AA_1B = 45^\circ$

Доказать:
окружность описанная около $\triangle A_1OB_1$ касается BC

Д-во:

окружность описанная около $\triangle A_1OB_1$ касается $BC \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \angle OB_1A_1 \overset{?}{=} \angle OA_1B$ (критерий касания) $\Leftrightarrow \angle OB_1A_1 \overset{?}{=} 45^\circ$, $\angle BB_1C = 90^\circ$

$\Leftrightarrow B_1A_1 \overset{?}{-}$ биссектриса $\angle BB_1C \Leftrightarrow \frac{BA_1}{A_1C} \overset{?}{=} \frac{BB_1}{B_1C}$ (свойство и признак биссектрисы), AA_1 - бис. $\angle BAC \Rightarrow \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{AB}{AC}$

Нужно доказать теперь, что $\frac{BB_1}{B_1C} \overset{?}{=} \frac{AB}{AC} \left(= \frac{BA_1}{A_1C}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{B_1C}{AC} \overset{?}{=} \frac{BB_1}{AB} \Leftrightarrow \frac{S_{\triangle BB_1C}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{\frac{1}{2}BB_1 \cdot B_1C}{\frac{1}{2}BB_1 \cdot AC} = \frac{B_1C}{AC} \overset{?}{=} \frac{BB_1}{AB}$

$$\frac{S_{\triangle BB_1C}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BB_1 \cdot BC \cdot \sin\angle B_1BC}{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC} = \frac{BB_1}{AB} \cdot \frac{\sin\angle B_1BC}{\sin\angle ABC}$$

Пусть $\angle BAA_1 = \alpha = \angle A_1AC \Rightarrow$ из $\triangle AA_1C$ ($\angle AA_1B = 45^\circ$ - внешний) $\angle ACA_1 = 45^\circ - \alpha \Rightarrow$ из $\triangle BB_1C$ ($\angle BB_1C = 90^\circ$, $\angle B_1CB = 45^\circ - \alpha$) $\angle B_1BC = 45^\circ + \alpha$

Из $\triangle ABC$ ($\angle BAC = 2\alpha$, $\angle ACB = 45^\circ - \alpha$) $\angle ABC = 180 - 2\alpha - 45^\circ + \alpha = 135^\circ - \alpha = 180^\circ - (45$

$\angle B_1BC = 45^\circ + \alpha = 180^\circ - (180^\circ - (45^\circ + \alpha)) = 180^\circ - \angle ABC \Rightarrow \sin\angle B_1BC = \sin\angle ABC$

$\Rightarrow \frac{S_{\triangle BB_1C}}{S_{\triangle BAC}} = \frac{BB_1}{AB} \cdot \frac{\sin\angle B_1BC}{\sin\angle ABC} = \frac{BB_1}{AB} \Leftrightarrow \frac{B_1C}{AC} = \frac{BB_1}{AB}$ □

Приведено только начало решения.

0 балла

Нет доказательства нужного утверждения

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М10 – 072

№6

$$\begin{cases} a^3+b^3+3abc=c^3 \Rightarrow (a+b)(a^2-ab+b^2)+3abc=c^3 \Rightarrow \\ (2a+2b)^2=c^3 \Rightarrow (a+b)^2=\frac{c^3}{4} \Rightarrow a^2+2ab+b^2=\frac{c^3}{4} \\ a^2-ab+b^2=c^2 \end{cases} \Rightarrow 3ab=\frac{c^3}{4}-c^2$$

$\Rightarrow (a+b)c^2+3abc=c^3$

I $c=0 \Rightarrow (2a+2b)^2=0 \Rightarrow a=-b \Rightarrow a^2-ab+b^2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2+b^2+b^2=0 \Rightarrow b=0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow (0;0;0)$ (очевидно подходит)

II $c\neq 0 \Rightarrow (a+b)c+3ab=c^2 \Rightarrow (a+b)c+\frac{c^3}{4}-c^2=c^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a+b=2c-\frac{c^2}{4} \Rightarrow (a+b)^2=\left(2c-\frac{c^2}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{c^3}{4}=\left(2c-\frac{c^2}{4}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{c}{4}=\left(2-\frac{c}{4}\right)^2 \Rightarrow 4c=(8-c)^2 \Rightarrow 4c=64-16c+c^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow c^2-20c+64=0 \Rightarrow c=\left[\begin{matrix}16\\4\end{matrix}\right.$

~~1. $a+b=-\frac{16^3}{4}$ (из $(a+b)^2=\frac{c^3}{4}$) $\Rightarrow a=-b-4\cdot 16^2 \Rightarrow$~~
~~$a^2-ab+b^2=16^2 \Rightarrow b^2+8b\cdot 16^2+4^2\cdot 16^4+b^2+4\cdot 16^2 b+b^2=16^2 \Rightarrow$~~
~~$3b^2+12\cdot 16^2 b+16^2(4^2\cdot 16^2-1)=0 \Rightarrow D=12^2\cdot 16^4-4\cdot 3\cdot 16^4\cdot 4^2+$~~
~~$+4\cdot 3\cdot 16^2=3\cdot 16^2(3\cdot 4^2\cdot 16^2-4^3\cdot 16^2+4)=3\cdot 16^2(3\cdot 2^{12}-2^{14}+2^2)=$~~
~~$=3\cdot 16^2(-2^{12}+4)<0 \quad \varnothing$~~
~~2. $a+b=\frac{16^3}{4}$~~

При нахождении c я использовал первое уравнение (и в него подставлял другие), далее для нахождения a и b я буду использовать второе и третье уравнения, поэтому проверка не нужна

1. $a+b=-\sqrt{\frac{16^3}{4}} \Rightarrow a+b=-\frac{4^3}{2}=-32 \Rightarrow a=-b-32$
$a^2-ab+b^2=16^2 \Rightarrow b^2+64b+32^2+b^2+32b+b^2=16^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3b^2+96b+16^2(4-1)=0 \Rightarrow b^2+32b+16^2=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow (b+16)^2=0 \Rightarrow b=-16 \Rightarrow a=-16 \Rightarrow (-16;-16;16)$

2. $a+b=\sqrt{\frac{16^3}{4}} \Rightarrow a+b=32 \Rightarrow a=32-b$
$a^2-ab+b^2=16^2 \Rightarrow 32^2-64b+b^2-32b+b^2+b^2=16^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3b^2-96b+3\cdot 16^2=0 \Rightarrow (b-16)^2=0 \Rightarrow b=16 \Rightarrow a=16$
$(16;16;16)$

3. $a+b=-\sqrt{\frac{4^3}{4}} \Rightarrow a+b=-4 \Rightarrow a=-b-4$
$a^2-ab+b^2=16 \Rightarrow b^2+8b+16+b^2+4b+b^2=16 \Rightarrow 3b^2+12b=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow b=\left[\begin{matrix}0\\-4\end{matrix}\right. \Rightarrow a=\left[\begin{matrix}-4\\0\end{matrix}\right.$ $(-4;0;4)$ $(0;-4;4)$

105

4. $a+b=\sqrt{\frac{4^3}{4}} \Rightarrow a+b=4 \Rightarrow a=4-b$
$a^2-ab+b^2=16 \Rightarrow 16-8b+b^2-4b+b^2+b^2=16 \Rightarrow 3b^2-12b=0 \Rightarrow b=\left[\begin{matrix}0\\4\end{matrix}\right. \Rightarrow a=\left[\begin{matrix}4\\0\end{matrix}\right.$
$(4;0;4)$ $(0;4;4)$

Ответ: $(0;0;0)$, $(-16;-16;16)$, $(16;16;16)$, $(-4;0;4)$, $(0;-4;4)$, $(4;0;4)$, $(0;4;4)$

4

Бланк ответа
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М10 - 072

№ 7

Ответ: 56 различных значений

Пример: пусть даны числа $2^0, 2^1, 2^2, \ldots 2^{10}$ тогда все возможные произведения это степени двойки, не превосходящие $2^{0+1+2+\ldots+10} = 2^{55}$, значит, их ≤ 56 (на самом деле ровно 56, сейчас оценка это докажет)

Оценка: пусть даны ~~все~~ числа $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_{11}$. Заметим, что $2 \leq a_2 < a_3 < \ldots < a_{11}$. ~~Итак~~ Сначала выпишем на доску эти 11 чисел. Далее будем выписывать $a_{11} \cdot a_{10}, a_{11} \cdot a_9, \ldots, a_{11} \cdot a_2$, они все больше a_{11}, а значит, эти все 9 чисел новые. Теперь выпишем $a_{11} \cdot a_{10} \cdot a_9, a_{11} \cdot a_{10} \cdot a_8, a_{11} \cdot a_{10} \cdot a_7, \ldots, a_{11} \cdot a_{10} \cdot a_2$, они все больше $a_{11} \cdot a_{10}$, значит, все эти 8 чисел новые. И так далее будем выписывать. Последним мы выпишем $a_{11} a_{10} a_9 \cdot \ldots \cdot a_2$

Таким образом, на доске будет хотя бы $11 + 9 + 8 + \ldots + 1 = 11 + 45 = 56$ чисел (различных). Потом допишем все оставшиеся произведения, но ~~хотя~~ 56 различных чисел уже есть, поэтому получили оценку, что различных значений на доске ≥ 56

Р

№ 8

Ответ: Заяц победит (выиграет)

Стратегия за Зайца: замостим всю доску 12 × 12 квадратиками 2 на 2. Когда Волк ставит фишку мы можем считать это за ход Волка.

~~Во~~ При любом ходе волк будет попадать в один из квадратиков 2 на 2, заяц будет ходить в этом квадратике по диагонали (не выходя за его пределы). Предположим, что заяц в какой-то момент впервые нарушит свою стратегию, тогда то место куда он должен пойти должно быть уже занято фишкой ранее, т.к. мы рассматриваем первое нарушение стратегии, то на том месте фишка оказалась после хода Волка, но тогда он занял, то место, на котором сейчас Волк, значит, такого не может быть, и после каждого хода Волка зайцу будет куда пойти, значит, он не проиграет.

прошло б решении

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором)	М10-072

Но игра конечна, т.к. всего ходов $\leq n \cdot n$, значит, проиграет Волк или Заяц выиграет.

№1

$\underbrace{1 \quad\quad k+31}_{k+31}$, Гран $\underbrace{k+32 \quad 100 \quad 2k+31}_{k}$

$k+31 > 10$, $k \in N$ $\quad\quad$ $k+31 < 100 \Rightarrow k < 69 \Rightarrow 2k+31 < 200 < 1000$

$$(\underset{\uparrow}{9} + (\underset{\uparrow}{k+31-9}) \cdot 2) \cdot 1{,}2 = (\underset{\uparrow}{99-(k+31)}) \cdot 2 + (\underset{\uparrow}{2k+31-99}) \cdot 3$$

однозначные $\quad$ двузначные $\quad$ двузначные $\quad$ трехзначные

$\Rightarrow k = 82\frac{1}{4} \Rightarrow n = 2k+31 = 164{,}5+31 = 195{,}5$ $\notin N$

Ответ: 195,5

10

М10-018

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 10 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М10–018

(заполняется организатором)

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Застенков	10	Орлов	10	10
2	[illegible]	10	Разумов	10	10
3	[illegible]	12	Гурьенова М.Э.	12	12
4	Борисова	10	Дубинский	10	10
5	Орлов	10	Застенков	10	10
6	Борисова	6	Дубинский	6	6
7	Грузаев	2	Эжиев	2	2
8	Грузаев	16	Эжиев	16	16
ИТОГО					76

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: Н10-018

(заполняется организатором)

№5) $f(x+y)=\sqrt{f^2(x)+f^2(y)}$

$f(1)+f(4)=12$

$f(4)=12-f(1)$

т.к. у модуля только положительные знач. f

$f(2+2)=\sqrt{f^2(2)+f^2(2)}=f(2)\cdot\sqrt{2}$ $\quad f(2^{2024})=?$

$f(2)=\frac{12-f(1)}{\sqrt{2}}$; $f(2)=f(1+1)=\sqrt{f^2(1)+f^2 1}=f(1)\cdot\sqrt{2}$

$\frac{12-f(1)}{\sqrt{2}}=f(1)\cdot\sqrt{2} \iff 12-f(1)=2f(1)$
$12=3f(1)$
$f(1)=4$

$f(2^{202})=f(2^{201}+2^{201})=\sqrt{f^2(2^{201})+f^2(2^{201})}=f(2^{201})\cdot\sqrt{2}$

$f(2^{201})=f(2^{200}+2^{200})=\sqrt{f^2(2^{200})+f^2(2^{200})}=f(2^{200})\cdot\sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow f^{202}=f(2^{200})\cdot(\sqrt{2})^2$

$f(2^{202})=(\sqrt{2})^{202}\cdot f(2^0)^{202}=2^{101}\cdot 4=2^{103}$

$1=2^0$

Ответ: $f(2^{202})=2^{103}$

№2) $НОК(a;b)\vdots a$; $НОК(a;b)\vdots b$; $a\vdots НОД(a;b)$; $b\vdots НОД(a;b)$ $\Rightarrow \begin{cases} НОК(a,b)\vdots НОД(a,b) \\ a+b\vdots НОД(a;b)\end{cases}$

Рассмотрим
$НОК(a,b)+4НОД(a,b)=(a+b)^2+1$.
Левая часть делится на $НОД(a,b)$ без остатка $\Rightarrow$ правая часть тоже должна делиться без остатка.
$(a+b)^2\vdots НОД(a;b) \Rightarrow 1\vdots НОД(a;b) \Rightarrow НОД(a;b)=1 \Rightarrow a$ и b взаимно простые $\Rightarrow НОК(a;b)=ab$

+

Имеем: $ab+4=(a+b)^2+1 \Rightarrow a^2+ba+(b^2-3)=0$
Уравнение по a должно иметь корни:
$D=b^2-4(b^2-3)\geq 0$
$b^2\leq 4$
т.к. $b\in N \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=2\end{array}\right.$
Для $b=1$ имеем:
$a^2+a-2=0$
$\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-2\end{array}\right.$ т.к. $a\in N \Rightarrow a=1$ Продолжение на бланке ответа №2.

10 8

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: Н10-018

(заполняется организатором)

Первая пара (1;1)

Для $b=2$ имеем:

$a^2+2a+1=0$ +

$(a+1)^2=0$

$a=-1$, $a\in N$ => корней нет.

Ответ: (1;1)

№3) Рассмотрим возможные суммы чисел для каждой строки (столбца). Так как мы используем только 0 и 1, суммы могут быть от 0 до 70. ~~$S=\frac{0+70}{2}\cdot 7$~~) Что бы сумма всех строк была равна 2450 сначала посчитаем сумму чисел от 0 до 70.

$S=\frac{0+70}{2}\cdot 71=2485$ => нужно исключить строку с суммой 35.

Теперь у нас есть строки с суммами 0, 1, 2 ..., 34, 36, 37..., 70. Однако при такой расстановке мы не можем использовать столбец, где все 1, т.к. есть строка, где все нули. => Это условие говорит, что в таком случае при уникальных столбцах максимальное значение суммы столбцов: $S=\frac{0+69}{2}\cdot 70=2415$, что меньше, чем в условии задачи => строку (столбец) с суммой 0 нельзя использовать из оставшихся 70 значений.

$S=\frac{1+70}{2}\cdot 70=2485$ => если брать уникальные значения сумма получается больше 2450 => найдется хотя бы 2 строки или 2 столбца с одинаковой суммой чисел.

+12

№6) первый способ решения

$$\begin{cases} a^3+b^3+3abc=c^3 & (1) \\ (2a+2b)^2=c^3 & (2) \\ a^2-ab+b^2=c^2 & (3) \end{cases}$$

$(a+b)(a^2-ab+b^2)+3abc=c^3$

$c^2(a+b-c)+3abc=0$

$c\,|\,c(a+b-c)+3abc=0$

Продолжение на бланке ответа №3

1) $c=0 \Rightarrow 3ab=0 \Rightarrow a=0$ или $b=0$
(3): $a^2+b^2=0 \Rightarrow a=0$ и $b=0 \Rightarrow a=b=c=0$

Второй способ решения:

Имеем:

$$\begin{cases}(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab=c^3\\ 4(a+b)^2=c^3\\ a^2-ab+b^2=c^2\end{cases}$$

Подставим 3-е уравнение в первое:

$(a+b)\cdot c^2+3ab=c^3$

Из 2-го уравнение находим

$2(a+b)=\sqrt{c^3}=c\sqrt{c}$, откуда $a+b=\frac{c\sqrt{c}}{2}$

Находим ещё:

$(a+b)^2-3ab=c^2 \Rightarrow 3ab=(a+b)^2-c^2=\frac{c^3}{4}-c^2=\frac{c^3-4c^2}{4}$

При $c=0 \Rightarrow a=0,\ b=0$

Подставляем найденное выражение в первое уравнение, получаем:

$\frac{c\sqrt{c}}{2}\cdot c^2+\frac{c^3}{4}-c^2=c^3 \Rightarrow \frac{c^3\sqrt{c}}{2}=\frac{3}{4}c^3+c^2$

Считая, что $c\neq 0$ и деля обе части на c^2, получим:

$\frac{c\sqrt{c}}{2}=\frac{3}{4}c+1$

Из этого уравнение возведением в квадрат имеем уравнение:

$4c^3-9c^2-24c-16=0$

Видно, что одним из его корней является $c=4$. Пользуясь делением уголком на $c-4$, получаем: $(c-4)(4c^2+7c+4)=0$, при этом второй множитель не имеет корней, т.к. $D<0$, тогда получаем ещё систему $\begin{cases}ab=0\\ a+b=4\end{cases}$, откуда $a=0$ $b=4$ и $c=4$ или $a=4$ $b=0$, $c=4$

6 балл.

Ответ: $a=0,\ b=4,\ c=4;$
$a=4,\ b=0,\ c=4;$
$a=0;\ b=0;\ c=0.$

Не все решение получены

№1) Пусть людей спереди x, тогда сзади $x-31$. Однозначно можно сказать, что спереди стоят 9 человек с однозначными номерами, тогда спереди с двузначными стоят $(x-9)$ людей,

(10)

Продолжение на бланке ответов №4

общее кол-во цифр спереди будет: $2(x-9)+9$, сзади стоит $90-(x-9)=99-x$ с двузначными номерами и $(x-31)-(90-(x-9))=2x-130$ с трёхзначными $\Rightarrow$ цифр у людей сзади:
$3(2x-130)+2(99-x)=4x-192$ из условия следует уравнение
$4x-192=0,8(2x-9)$, откуда $x=77$, а всего людей $2x-31=123$.
Ответ: $x=123$

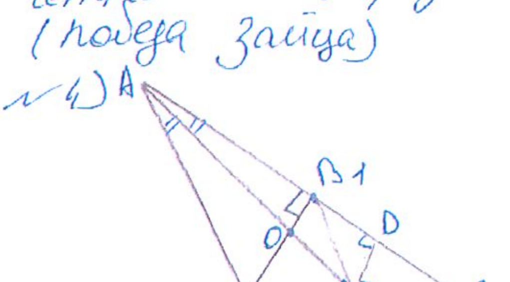
№8) Разобьём игровое поле на квадрат 2x2. Пример: 

Вне зависимости от того, в какую клетку волк поставит фишку, задача зайца остаться в этом поле 2x2. Это всегда возможно, поскольку изначально заяц либо сходит внутри „старого" квадрата 2x2, либо появится в „новом" пустом.

Сходив наискосок внутри квадрата 2x2, заяц не оставит волку возможности. В т.е. после хода зайца волк либо сходит внутри этого квадрата в 1 из 2 направлений, тогда заяц сходит на вторую диагональ и волк будет вынужден покинуть квадрат.

Если после хода зайца волк сразу покидает квадрат, то, появившись в этом квадрате снова, у зайца точно будет ход – вторая диагональ.

Таким образом у зайца всегда будет ход, а число полей чётно – и очередной нечетный ход зайца станет последним. (победа зайца)

№4) 

Докажем, что B_1A_1 – биссектриса $\angle BB_1C$. Проведем перпендикуляр из точки A_1 к BC. D – точка пересечения со стороной AC.
$\triangle AA_1B=\triangle AA_1D$, т.к AA_1 – общая, $\angle BAA_1=\angle A_1AD$ и $\angle AA_1D=90^\circ-\angle AA_1B=45^\circ=\angle AA_1B$
$\Rightarrow BA_1=A_1D$ и $\angle DA_1B+\angle BB_1D=$
$=90^\circ+90^\circ=180^\circ$. Значит, $\exists$ опис. вокруг BA_1DB_1, равные дуги $\Rightarrow \angle BB_1A_1=\angle A_1B_1C=$

Опр-ьб – BA_1 и A_1D – равные
$=\frac{90}{2}=45^\circ$. Пусть O' – центр описаной вокруг $\triangle OA_1B_1$ окружности.

Продолжение на бланке ответов №5.

Нет точки O1 на чертеже

Бланк ответа № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М10-018

(заполняется организатором)

(Проведем ~~перпендикуляр~~ из т. A_1 к BC. D - точка) пересечения со стороной

$\triangle OO'A_1$ равнобедренный, т.к $O'O = O'A = R \Rightarrow \angle O'A_1O =$
$= \angle O'OA_1$,

$\angle OB_1A_1$ впис., опир. на дугу OA_1 $\angle OB_1A_1 = 45^0$

$\angle OO'A_1$ центр., опир. ~~на~~ на дугу OA_1, $\angle OO'A_1 =$

$= 2\angle OB_1A_1 = 2 \cdot 45^0 = 90^0 \Rightarrow \angle O'AO = \frac{180^0 - \angle OO'A_1}{2} =$

$= \frac{180-90}{2} = 45^0 \Rightarrow \angle O'A_1B = \angle AA_1B + \angle O'A_1A = 45^0 + 45^0 =$
$= 90^0$. т.е. $O'A_1$ - радиус, перпен., стороне BC $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ окр-ть с центром в точке O' касается стороны BC.

№ 4.

Самый простой способ минимизировать кол-во произведений – выбрать числа, являющиеся степенями одного числа. Можно взять степени двойки:

$2^0, 2^1, 2^2, \ldots, 2^{10}$ (11 чисел). Максимальное произведение - произведение всех 11 чисел. $2^{0+1+2+3+}$