

Олимпиада 10 класс

Первый вариант

1. (10 баллов) Из города А в город Б, расстояние между которыми 100 км, в 9:00 вышли два автобуса, причем скорость одного из них в $17/12$ раза больше скорости другого. В то же время из города Б в город А выехал велосипедист. Первый автобус он встретил в 10:00, а второй – в 10:20. Найдите скорость велосипедиста, выразив её в км/ч.

2. (10 баллов) Существует ли выпуклый 73-угольник такой, что градусная мера каждого из его углов кратна пяти?

3. (12 баллов) Решите систему уравнений в натуральных числах:

$$\begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 3b + 3c. \end{cases}$$

4. (12 баллов) Является ли простым число $2...27999..9$? (сначала 2 написано 2024 раза, затем 9 написано 2024 раза).

5. (12 баллов) В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) оказалось, что $\angle BAD = \angle ADB = 40^\circ$ и $AB + CD = AD$. Найдите угол DAC .

6. (14 баллов) Сколько существует решений уравнения

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 1023$$

в целых числах? Напомним, что решения уравнения различны, если в них хотя бы у одной переменной отличаются значения.

7. (14 баллов) Пусть t – корень уравнения $x^3 - 3x - 4 = 0$. Докажите, что t больше, чем $\sqrt[5]{46}$.

8. (16 баллов) Заяц выписал все натуральные числа от 1 до 8100. Волк покрасил n чисел Зайца в красный цвет так, чтобы произведение любых двух различных красных чисел не было красным. При каком наибольшем n это возможно?