М11-476

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-476

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Колмакова	10	Гурьянова	10	10
2	Савина С.В.	6	Магомедов Р.М.	6	6
3	Маркова	12	Алексеева	12	12
4	Сунгатин	0	Кудров	0	0
5	Борисова	0	Кремер	0	0
6	Грузина	14	Олехова	14	14
7	Комнов	0	Семенчук	0	0
8		0	Цыганков	0	0
ИТОГО					42

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-476
(заполняется организатором)

№1

Пусть x – доля участников, которые занимаются только очно, y – и очно, и дистанционно, z – только дистанционно. Тогда $x+y+z=1$

$x=y \quad 3z=2y$

$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x=y \\ 3z=2y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y=1 \\ z=\frac{2}{3}x \end{cases} \quad \frac{8}{3}x=1 \quad x=\frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ (+) 10б.

№2.

$\begin{cases} A+5B\geq 9 \\ 3A+4B\geq 11 \\ 5A+3B\geq 11 \end{cases}$

Пусть $3A+4B=11$ и $5A+3B=11$, тогда:

$\begin{cases} A+5B\geq 9 \\ 3A+4B=11 \\ 5A+3B=11 \end{cases} \Rightarrow 2A-B=0 \quad B=2A.$

~~$2(3A+4B)=$~~ $3A+4\cdot 2A=11 \quad A=1 \Rightarrow A=1 \quad B=2\cdot 1=2$, тогда $A+B=3$

Пусть $A+B<3$, тогда $A+B=3-x \quad x>0$.

$\begin{cases} A+5B\geq 9 \\ 3A+4B\geq 11 \\ 5A+3B\geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 3-x+4B\geq 9 \\ 9-3x+B\geq 11 \\ 9-3x+2A\geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} B\geq \frac{6+x}{4} \\ B\geq 2+3x \\ A\geq 1+\frac{3}{2}x \end{cases} \quad A+B=3+\frac{9}{2}x>3$

Ответ: 3.

± 6 недостаточно обоснование решения

№3

Рассмотрим значения $n<50$, тогда $p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}=\frac{1}{1+g^{50-n}}$

Рассмотрим значение $n=50$ $p(50)=\frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}}=\frac{1}{2}$.

Рассмотрим значения $n>50$, тогда $p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}=\frac{g^{n-50}}{g^{n-50}+1}$.

Для каждого $n<50$ существует такой n_1, что $n+n_1=100$. $n_1=100-n$,

тогда $g^{n_1-50}=g^{50-n}=g^{100-50+n_1}$ и $p(n)+p(n_1)=\frac{1}{1+g^{n_1-50}}+\frac{g^{n_1-50}}{1+g^{n_1-50}}=1$

Тогда сумма будет равна $49\cdot(p(n)+p(n_1))+p(50)=49+\frac{1}{2}=49\frac{1}{2}$.

Ответ: $49\frac{1}{2}$.

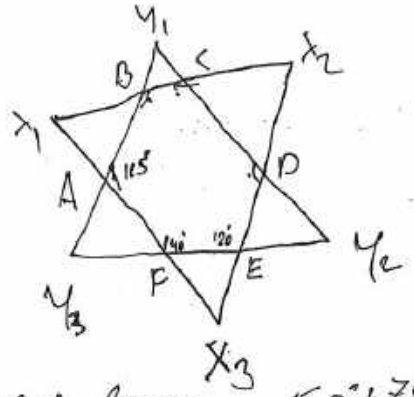
Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-476
(заполняется организатором)

№6

1 случай.



$\angle X_1AB = \angle CBY_1 = \angle BCY_1 = \angle CDX_2 = \angle ABA = \angle BCY$

$= 180° - 115° = 65°$

$\angle X_1 = \angle X_2 = \angle Y_1 = 180° - 65° = 50°$

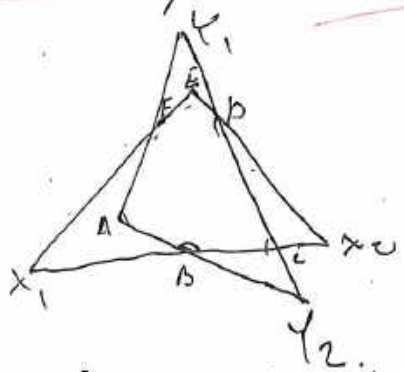
$\angle X_3 = 180° - (180° - 140° + 180° - 120°) = 80°$

$\angle Y_3 = 180° - (180° - 115° + 180° - 140°) = 75°$

$\angle Y_2 = 180° - (180° - 115° + 180° - 120°) = 55°$

$50° + 50° + 80° = 180°$ – верно $\quad 50° + 75° + 55°$ – верно.

2 случай



$\angle X_1 = 360° - (180° - 140° + 360° - 115° + 180° - 115°) =$

$= 10°$

$\angle X^2 = 180° - (180° - 115° + 180° - 115°) = 50°$

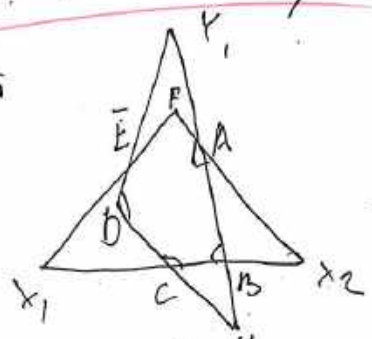
$10° + 50° + 120°$ – верно.

$\angle Y_1 = 360° - (180° - 140° + 360° - 120° + 180° - 115°) =$

$\angle Y_2 = 180° - (180° - 115° + 180° - 115°) = 50° = 15°$

$115° + 15° + 50° = 180°$ – верно.

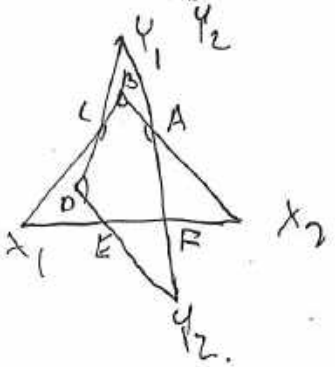
3 случай



$\angle X_1 = 360° - (180° - 115° + 360° - 115° + 180° - 120°) =$

$= 360° - 370°$ – невозможно.

4 случай



$\angle X_1 = 360° - (180° - 115° + 360° - 115° + 180° - 120°) = 360° - 370°$

невозможно.

+ 14 б.

№5 отс / 0 баллов

Ответ: 50°, 50°, 80° и 50°, 75°, 55°; 115°, 15°, 50° и 10°, 50°, 120°

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-476
(заполняется организатором)

№8.

За одно сравнение с y_i можно ограничить область, в которой находится x_i на y_i или на $100-y_i$

Количество шагов, необходимых для поиска всех x_i не менее целой части $\log_2 100 > \log_2 64 = 6$, то есть не менее 7.

При наилучшем исходе все области за 1 ход уменьшатся на $\frac{1+y_m}{2} \cdot 100$, где y_m - медиана значения области для каждого x_i;

Пусть область сокращается на $\frac{1}{4}$ за один ход, тогда для того чтобы область уменьшилась с $100 \cdot 100$, нужно n ходов, где n удовлетворяет условию $\left(1-\frac{1}{4}\right)^n < \frac{1}{100}$

Ответ: (-) 06

№7 нет

Мн-239

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-239

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Кинаев А.Ш.	2	Ананьева Т.Г	2	2
2	Бозиева	10	Магомедов Р.М.	10	10
3	Борисов	12	Кремер	12	12
4	Балашов	1	Савина	1	1
5	Уразов	0	Сунгатуллина	0	0
6	Окунева	3	Грузин	3	3
7	Конюхов	14	Семенякина	14	14
8	Шашков	0	Ткаченко	0	0
ИТОГО					42

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-239

№2 $\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$

Представим сумму A и B, как S и получим

$A+B=S \Rightarrow A=S-B$

$\begin{cases} S-B+5B \geq 9 \\ 3S-3B+4B \geq 11 \\ 5S-5B+3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S+4B \geq 9 \ (1) \\ 3S+B \geq 11 \ (2) \\ 5S-2B \geq 11 \ (3) \end{cases}$

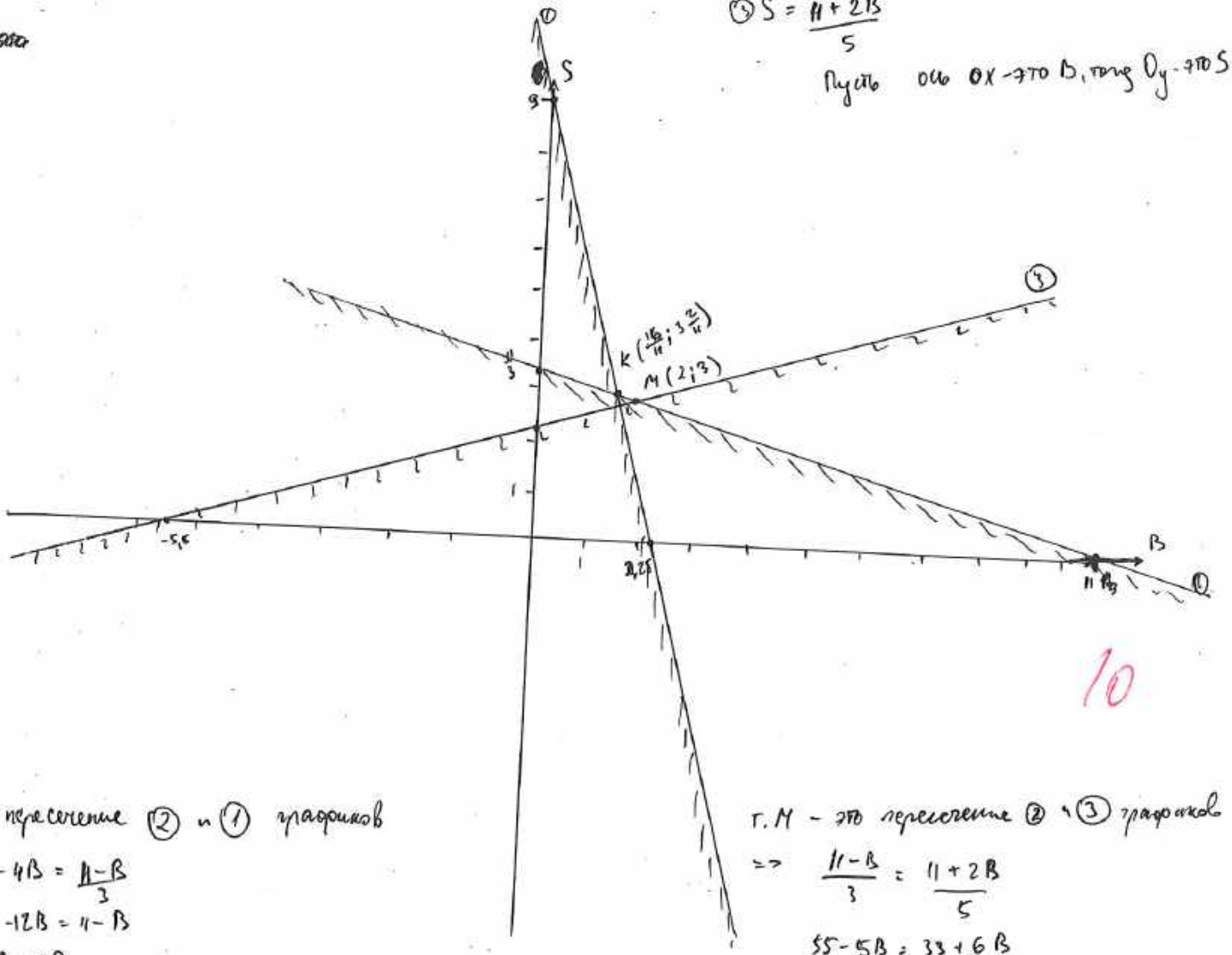
Построим ф-ции данных неравенств и получим

(1) $S = 9-4B$

(2) $S = \frac{11-B}{3}$

(3) $S = \frac{11+2B}{5}$

Пусть ось OX - это B, тогда Oy - это S



10

Т. K - пересечение (2) и (1) графиков

$\Rightarrow 9-4B = \frac{11-B}{3}$

$27-12B = 11-B$

$16 = 11B$

$B = \frac{16}{11}$

$\Rightarrow S = 9 - 4 \cdot \frac{16}{11} = \frac{99-64}{11} = \frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$

Т. M - это пересечение (2) и (3) графиков

$\Rightarrow \frac{11-B}{3} = \frac{11+2B}{5}$

$55-5B = 33+6B$

$22 = 11B$

$\Rightarrow B = 2$

$\Rightarrow S = \frac{11+2 \cdot 2}{5} = 3$

$\Rightarrow$ т. M находится ниже, чем т. K

$3 < 3\frac{2}{11} \Rightarrow$ наиб. значение $S = 3 \Rightarrow$ наиб. $A+B = 3$

Ответ: 3

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-239

№3 $p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$ $\quad p(1)+p(2)+p(3)+\dots+p(99) - ?$

Пусть $a = g$ – основание; разобьем последовательность (состоящую из 99 членов) на 49 пар + одно число в середине

$k = 50$ – центр. член;

тогда рассмотрим сумму двух членов этой последовательности $p(m) + p(2k-1)$, где $p(m) = \frac{a^m}{a^m+a^k}$, а $p(2k-1) = \frac{a^{2k-m}}{a^{2k-m}+a^k}$

$$\Rightarrow \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k-m}}{a^{2k-m}+a^k} = \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}}{a^m} : \left(\frac{a^{2k}}{a^m} + a^k\right) = \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^m}{a^{2k}+a^k\cdot a^m} \cdot \frac{a^{2k}}{a^m}$$

$$= \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}}{a^k(a^k+a^m)} = \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^k}{a^k+a^m} = \frac{a^m+a^k}{a^m+a^k} = 1$$

Все пары в последовательности имеют сумму 1 $\Rightarrow$ все пары в сумме будут давать 1;

$\Rightarrow$ сумма 49 пар равна $49 \cdot 1 = 49$;

Остается центральный член

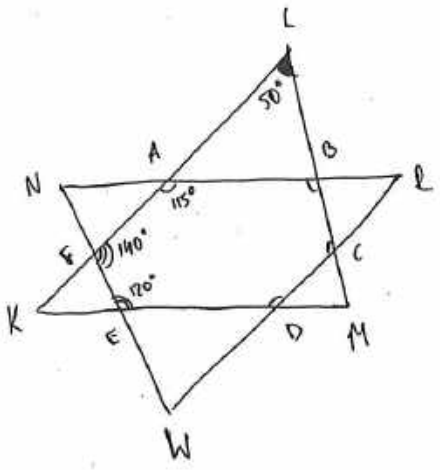
$$\frac{a^k}{a^k+a^k} = \frac{a^k}{2a^k} = \frac{1}{2}$$

12 баллов

$\Rightarrow p(1)+p(2)+p(3)+\dots+p(99) = 49 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

№6



Дано: $\triangle KLM \cap \triangle NWR = ABCDEF$; ABCDEF – шестиугольник

$\angle A = 115° = \angle B = \angle C = \angle D$

$\angle E = 120°$

$\angle F = 140°$

Найти:

$\angle W - ?$

$\angle M - ?$

$\angle R - ?$

$\angle L - ?$

$\angle N - ?$

$\angle K - ?$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-239

№6 Продолжение:

Решение:

1) $\angle BAL$ – внешний угол $\angle FAB \Rightarrow \angle BAL = 180° - 115° = 65°$

2) $\angle FAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDE \Rightarrow$ их внешние углы тоже равны

$\Rightarrow \angle ABL = \angle RBC = \angle RCB = \angle MCD = \angle MDC = \angle WDE = \angle NAF = \angle ALB = 65°$

3) Р-м $\triangle ALB$ – равнобедренный $(\angle LAB = \angle ABL = 65°) \Rightarrow \angle ALB = 180° - 130° = 50°$

3) Р-м $\triangle RCB$ – равнобедренный $(\angle RBC = \angle RCB = 65°) \Rightarrow \angle BRC = 50°$

4) Р-м $\triangle CMD$ – равнобедренный $(\angle MCD = \angle MDC = 65°) \Rightarrow \angle DMC = 50°$

5) $\angle DEW$ – внешний угол $\angle FED \Rightarrow \angle DEW = 180° - 120° = 60°$

6) Р-м $\triangle EWD$, где $\angle WDE = 65°$, $\angle DEW = 60° \Rightarrow \angle EWD = 180° - 125° = 55°$

7) $\angle KEF$ – внешний угол $\angle FED \Rightarrow \angle KEF = 60°$

8) $\angle KFE$ и $\angle NFA$ – внешние углы $\angle AFE \Rightarrow \angle KFE = \angle NFA = 40°$

9) Р-м $\triangle EKF$, где $\angle KEF = 60°$, $\angle KFE = 40° \Rightarrow \angle FKE = 80°$

10) Р-м $\triangle FNA$, где $\angle AFN = 40°$, $\angle FAN = 65° \Rightarrow \angle FNA = 75°$

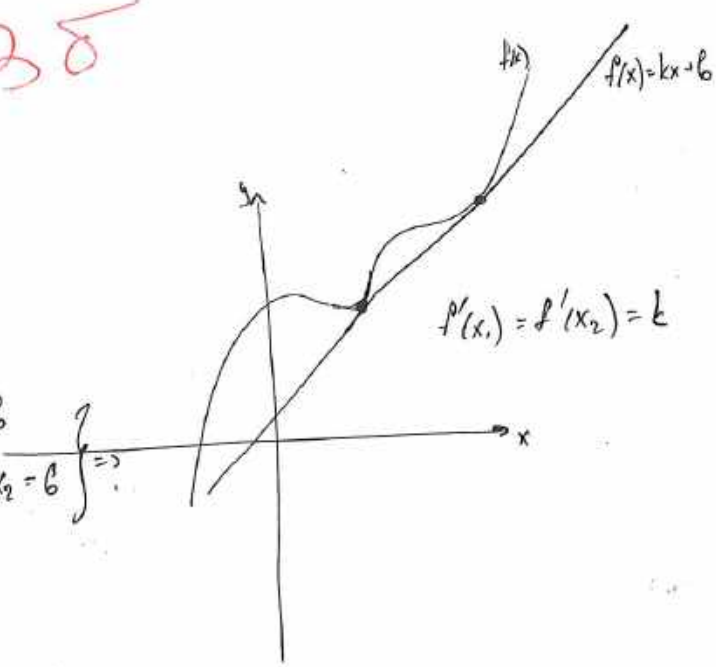
35

Ответ: 50°; 50°; 80°; 50°; 55°; 75°

№2 $f(x) = ax^4 + x^2 + x$

Р-м ф-цию $f(x) = ax^4 + x^2 + x$

$f'(x) = k$, т.к. две точки касания прямой $y = kx + b \Rightarrow f'(x_1) = f'(x_2) = k$



$f(x_1) = kx_1 + b \Rightarrow f(x_1) = f'(x_1) \cdot x_1 + b \Rightarrow f(x_1) - f'(x_1) \cdot x_1 = b$

$f(x_2) = kx_2 + b \Rightarrow f(x_2) = f'(x_2) \cdot x_2 + b \Rightarrow f(x_2) - f'(x_2) \cdot x_2 = b$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x_1) - f'(x_1) \cdot x_1 = f(x_2) - f'(x_2) \cdot x_2$

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

т.к. две точки касания, то $x_1 \neq x_2$ $\quad (x_1; f(x_1))$ $\quad (x_2; f(x_2))$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-239

№7 (Продолжение)

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

$f'(x_1) = f'(x_2)$

$\Rightarrow 4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$

$4ax_1^3 - 4ax_2^3 + 2x_1 - 2x_2 = 0 \quad |:2$

$2a(x_1^3 - x_2^3) + (x_1 - x_2) = 0$

$2a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + (x_1 - x_2) = 0$

$(x_1 - x_2)(2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1) = 0$

$\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \ (1) \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

(1) $x_1 = x_2$ – противоречит условию.

$\Rightarrow 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0$

$f(x_1) - f'(x_1) \cdot x_1 = f(x_2) - f'(x_2) \cdot x_2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - (4ax_2^3 + 2x_2 + 1)x_2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 - x_2$

$-3ax_1^4 - x_1^2 = -3ax_2^4 - x_2^2 \quad |\cdot(-1)$

$3ax_1^4 + x_1^2 - 3ax_2^4 - x_2^2 = 0$

$3a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$3a(x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 - x_2^2) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(3a(x_1^2 + x_2^2) + 1) = 0$

$\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ – противоречит условию} \\ x_1 = -x_2 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

– причем $a < 0$, т.к. 1 – всегда положительное, $(x_1^2 + x_2^2)$ – сумма квадратов тоже дает положительное число. Чтобы получить 0, необходимо отриц. и полож. число

$\Rightarrow a < 0$

$\begin{cases} \begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases} \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ми-239

№7 (Продолжение)

① $\begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 2a(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

$2a(x_2^2 - x_2^2 + x_2^2) + 1 = 0$

$2a x_2^2 + 1 = 0$

$x_2^2 = -\frac{1}{2a}$, т.к. $a < 0$

$x_2 = \pm\sqrt{-\frac{1}{2a}} \Rightarrow x_1 = \sqrt{-\frac{1}{2a}} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$f'(x) = 4a\sqrt{-\frac{1}{2a}}\cdot\left(-\frac{1}{2a}\right) + 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 = -2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 = 1$ (подставляем любой x_1 или x_2, т.к. они взаимно уменьшаются)

$y = 1\cdot\left(x - \sqrt{-\frac{1}{2a}}\right) + a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right)\cdot\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$y = x - \sqrt{-\frac{1}{2a}} + \frac{a}{4a^2} - \frac{1}{2a} + \sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$y = x + \frac{1}{4a} - \frac{2}{4a}$

$y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$

Ответ: $y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$

№6 $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

Р-м функцию $f(x) = \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x-5 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \neq \frac{5}{3} \\ x \neq -1 \end{cases}$

$f'(x) = \frac{-1}{1+\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)^2}\cdot\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)' + \frac{-1}{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2+1}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' =$

$= \frac{-(3x-5)^2}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}\cdot\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{(3x-5)^2} + \frac{-(x+1)^2}{(x-1)^2+(x+1)^2}\cdot\frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2} =$

$= -\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{(3x-5)^2+(5x+3)^2} - \frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2+(x-1)^2} =$

см. след. страницу

Бланк ответа 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-239

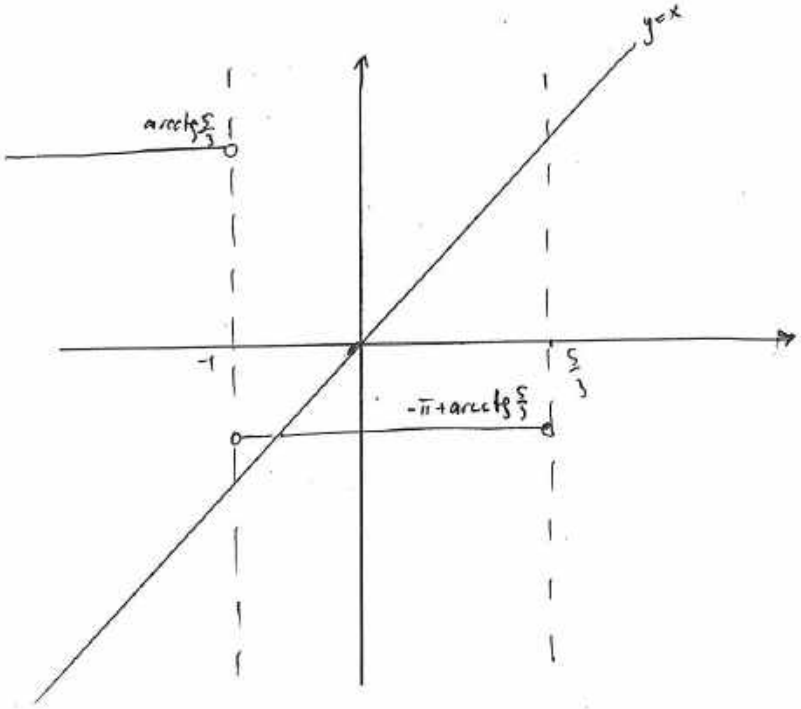
№5

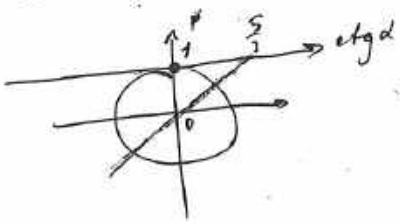
$$= \frac{-15x + 25 + 15x + 9}{9x^2 - 30x + 25 + 25x^2 + 30x + 9} - \frac{x+1-x+1}{x^2+2x+1+x^2-2x+1} = \frac{36}{36(x^2+1)} - \frac{2}{2(x^2+1)} =$$

$$= \frac{1}{(x^2+1)} - \frac{1}{(x^2+1)} = 0 \Rightarrow$$

$f(x)$ – кусочно заданная ф-ция

$$f(x) = \begin{cases} l_1, \text{ при } x < -1 \\ l_2, \text{ при } -1 < a < \frac{5}{3} \\ l_2, \text{ при } a > \frac{5}{3} \end{cases}$$





1) $\frac{5x+3}{3x-5} = -1 \Rightarrow 5x+3 = -3x+5$

$8x = 2$

$x = \frac{1}{4}$

Ø

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Мп-239

№1

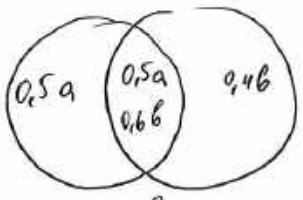
Пусть a – кол-во студентов, занимающихся очно,
b – студентов, занимающихся дистанционно

$0{,}5a$ – заним. только очно

$0{,}5a$ – очно + заочно

$0{,}6b$ – дистант. + очно

$0{,}4b$ – дистант



$\frac{a}{a+b}$ – ?

$0{,}5a = 0{,}6b$

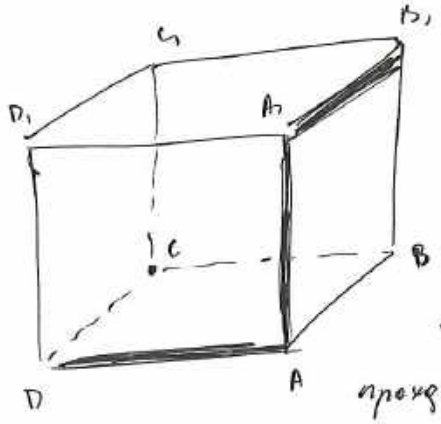
$b = \frac{0{,}5a}{0{,}6} = \frac{5}{6}a$

$\frac{a}{a+b} = \frac{0{,}5}{1+\frac{5}{6}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3}{11}$

± 2б

Ответ: $\frac{3}{11}$?

№4



Дано: $ABCDA'B'C'D'$ – куб

$AB = 1$

Найти: r – ?

Решение:

Предположим, что центр сферы лежит в т.B,
тогда сфера проходит через т.C, также
проходит через A ($\Rightarrow$ т.к. $CB = AB$) касается AD, AA'; также
проходит через BB' ($\Rightarrow$ т.к. $CB = BB'$) касается $A'B'$

$\Rightarrow$ r сферы равно ребру куба $\Rightarrow$ $r = 1$

Ответ: 1

М11 278

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 278

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Каменев	10	Малышева	10	10
2	Аблина С.В	10	Молоземов Р.М.	10	10
3	Александрович	12	Алексеева	12	12
4	Уродов	0	Сулла	0	0
5 (6)	Орехова	3	Грунская	3	3
6 (5)	Баланов.	7	Уродов	7	7
7	Кашнов	0	Степанян	0	0
8		0	Шишов	0	42
ИТОГО					

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9, \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 248

Задача №1

Пусть X – это те, кто занимается очно, а Y – это те, кто занимается дистанционно.

Заметим, что $\frac{50}{100} \cdot X$ – это те кто занимается и очно и дистанционно, также $\frac{60}{100} \cdot Y$ – это те, кто тоже занимается и очно и дистанционно.

Тогда они должны быть равны:

$$\frac{50}{100} X = \frac{60Y}{100}$$

$$0{,}5X = 0{,}6Y$$

$$Y = \frac{0{,}5X}{0{,}6} = \frac{5}{6}X$$

Заметим, что те, кто занимается только очно это $X - 0{,}5X = 0{,}5X$ (т.е тех, кто занимается очно и вычел тех, кто занимается и там, и там.)

Тогда посчитаем ~~общую~~ ~~это~~ общее количество студентов.

$X + Y - 0{,}5X$. (Заметим, что в $(X+Y)$ мы считаем дважды тех, кто учится и там, и там т.к они входят и в X, и в Y. Т.е нам нужно из $(X+Y)$ вычесть пересечение 1 раз, чтобы мы учитывали учившихся и очно и дистанционно только 1 раз.) Тогда доля студентов обучающихся только очно это $\frac{0{,}5X}{X+Y-0{,}5X}$; $Y = \frac{5}{6}X \Rightarrow \frac{0{,}5X}{0{,}5X + \frac{5}{6}X} = \frac{0{,}5X}{\frac{3X+5X}{6}} =$

$$= \frac{0{,}5X \cdot 6}{8X} = \frac{3X}{8X} = \frac{3}{8}.$$

Ответ: $\frac{3}{8} = 0{,}375$ +1,0

Задача №3

$$P(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$$

Посчитаем $P(1)$ и $P(99)$:

$$P(1) = \frac{9}{9+9^{50}} = \frac{9}{9(1+9^{49})} = \frac{1}{1+9^{49}}$$

$$P(99) = \frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}} = \frac{9^{99}}{9^{50}(9^{49}+1)} = \frac{9^{49}}{9^{49}+1}.$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11.248

Продолжение задачи №3!

Сложим $p(1)$ и $p(99)$

$$p(1)+p(99)=\frac{9^{49}}{1+9^{49}}+\frac{1}{1+9^{49}}=\frac{9^{49}+1}{9^{49}+1}=1.$$

Заметим, что и для остальных пар так работает

т.к пара → $p(2)+p(98)=1$
$p(3)+p(97)=1$
$\vdots$
$p(49)+p(51)=1$
$p(50)$.

} сумма $p(1)+p(2)\dots p(99)$

Пара всегда будет равна 1, т.к разница от 1 числа в паре до 50 и от второго числа в паре одинакова (т.е, например, $50-2=98-50$)

Если n меньше 50 то в числителе у нас будет всегда 1, тк числитель поделится на знаменатель

т.е числитель = 1, а знам. = $1+9^{50-n}$

а, если $n>50$, то в числителе будет $1+9^{n-50}$, а в знаменателе $1+9^{n-50}$.

Тогда сумма пара =

Пара всегда будет равна 1 т.к если $n<50$, т

$$\frac{9^n}{9^n+9^{50}}=\frac{9^n}{9^n(1+9^{50-n})}=\frac{1}{1+9^{50-n}}.$$

Если $n>50$, то $\frac{9^n}{9^n+9^{50}}=\frac{9^n}{9^{50}(9^{n-50}+1)}=\frac{9^{n-50}}{9^{n-50}+1}$.

Заметим, что $50-n=n-50$, когда числа на одном расстоянии от 50, т.е 1 и 99, 2 и 98, 3 и 97 и т.д.

Таким образом сумма $p(1)+p(2)\dots p(99)=$

$=\big(p(1)+p(99)\big)+\big(p(2)+p(98)\big)\dots\big(p(49)+p(51)\big)+p(50)=p(50)+49\cdot 1$ (т.к 49 пар (от 1 до 99))

$=\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}=\frac{9^{50}}{2\cdot 9^{50}}=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ сумма $=\frac{1}{2}+49=49{,}5$.

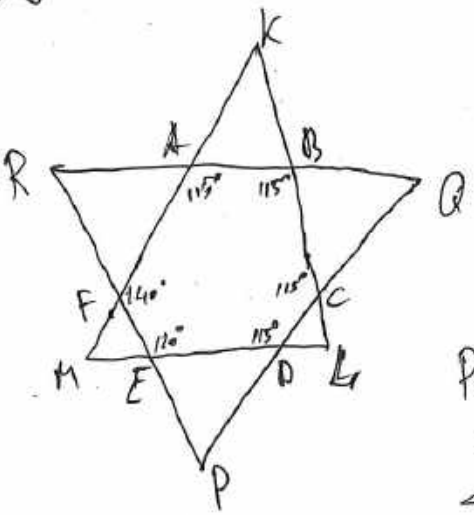
Ответ: $p(1)+p(2)\dots p(99)=49{,}5$. +

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11.248

Задача № 6.



Дано:
$\triangle KML$ и $\triangle RPQ$ пересекаются по шестиугольнику $ABCDEF$.
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$
$\angle E = 120°$; $\angle F = 140°$.
Найти: углы $\triangle KML$ и $\triangle RPQ$.

Решение:
$\angle KAM$ – развернутый $\Rightarrow \angle KAM = 180°$
$\angle KAM = \angle KAB + \angle MAB = \angle KAB + 115° = 180°$
$\angle KAB = 180 - 115 = 65°$.
$\angle KAB = \angle KBA$ т.к. $\angle EA = \angle B \Rightarrow$
$180 - \angle A = 180 - \angle B$.
$\angle MKL = 180° - \angle KAB - \angle KBA =$
$= 180° - 65° - 65° = 56°$.

Аналогично для $\triangle BCQ$ т.к. $\angle B = \angle C = \angle A = \angle D \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle QBC = \angle QCB = \angle KBA = \angle KAB = 65° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BQC = 180° - 65° - 65° = 50°$.

Аналогично для $\triangle CLD$ т.к. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle LCD = \angle LDC = \angle KAB = \angle KBA = 65° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CLD = 180° - 65° - 65° = 50°$.

В $\triangle EDP$: $\angle EDP = 180° - 115° = 65°$.
$\angle DEP = 180° - 120° = 60°$
$\angle EPD = 180° - 60° - 65° = 55°$.

В $\triangle MFE$: $\angle MFE = 180° - 140° = 40°$
$\angle MEF = 180° - 120° = 60°$
$\angle FME = 180° - 60° - 40° = 80°$

В $\triangle ARF$: $\angle FAR = 180° - 115° = 65°$
$\angle AFR = 180° - 140° = 40°$.
$\angle ARF = 180° - 40° - 65° = 75°$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) H11 248

Продолжение задачи №6:

Ответ: Тогда в $\triangle KML$: $\angle MKL = 50°$

$\angle KLM = 50°$

$\angle KML = 80°$.

в $\triangle RPQ$: $\angle RQP = 50°$

$\angle QPR = 55°$

$\angle PRQ = 75°$

35

Задача №2.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 & (1) \\ 3A+4B \geq 11 & (2) \\ 5A+3B \geq 11 & (3) \end{cases}$$

1) Вычтем из (2) второе. (2-3)

$3A+4B-5A-3B \geq 0$

$-2A+B \geq 0$

$B \geq 2A$.

2) Вычтем из (3-2)

$5A+3B-3A-4B \geq 0$

$2A-B \geq 0$

$2A \geq B$.

Заметим, что $B \geq 2A$ и $B \leq 2A \Rightarrow$ это может выполняться одновременно, когда $B = 2A$, тогда

$$\begin{cases} A+10A \geq 9 \\ 3A+8A \geq 11 \\ 5A+6A \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \geq \frac{9}{11} \\ A \geq 1 \\ A \geq 1 \end{cases} \Rightarrow A \geq 1.$$

Заметим, что для того чтобы $A+B = \min \Rightarrow$ A должно быть $= 1$. ($\min A = 1$) $\Rightarrow B = 2 \cdot 1 = 2$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 248

Продолжение задачи №2.

Если A=1, а B≥2, то проверим наши условия

$\begin{cases} 1+10 \geq 9 - \text{верно} \\ 3+8 \geq 11 - \text{верно} \\ 5+6 \geq 11 - \text{верно} \end{cases}$ → наименьшая сумма $A+B=3$.

Ответ: $\min(A+B)=3$. 10

Задача №5.

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

$$ctg\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) = ctg\,x$$

Заметим, что $ctg(\operatorname{arcctg}(x)) = x$.

$$ctg(\alpha+\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta}{\sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha} =$$

$$= \frac{ctg\alpha\cdot ctg\beta - 1}{ctg\beta + ctg\alpha}.$$

Тогда:

$$ctg\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) = ctg\,x$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + \frac{5x+3}{3x-5}} = ctg\,x$$

$$\frac{\frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(3x-5)(x+1)}}{\frac{(x-1)(3x-5)+(5x+3)(x+1)}{(x+1)(3x-5)}} = ctg\,x$$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 248

Продолжение задачи №5.

$$\frac{((5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1))(x+1)(3x-5)}{(5x-5)(x+1)((x-1)(3x-5)+(5x+3)(x+1))} = ctg\,x$$

$$\frac{5x^2-5x+3x-3-(3x^2+3x-5x-5)}{3x^2-5x-3x+5+5x^2+5x+3x+3} = ctg\,x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctg\,x$$

$$\frac{2x^2+2}{4(2x^2+2)} = ctg\,x$$

$$ctg\,x = \frac{1}{4}$$

$$x = arcctg\,\frac{1}{4}.$$

Ответ: $x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right)$ ±

№7 нет 0

№8 нет

М11017

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11 017

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камаледдинов А.М.	10	Ананьева Т.Г	10	10
2	Поздеев	10	Зайцева	10	10
3	Маркова	12	Борисова	12	12
4	Мальцева Р.Ф.	0	Савина	0	0
5	Балашов.	0	Угрюмов	7	7
6	Грушев	3	Конов	3	3
7	Конов	0	Степанов	0	0
8		0	Щеглов	0	0
ИТОГО					42

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(n) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11017

(заполняется организатором)

№1

Пусть x м – в общем кол. об. на дистанс

y м – в общем кол об на очном формате.

Из y: $\frac{1}{2}y$ – очное об.уч.

$\frac{1}{2}y$ – очное и заоч. обуч

Из x: $0,6x$ – оч. и д. обуч.

$0,4x$ – дист. обуч.

Т.к. на очн. и дист. обуч. одни и те же люди $\Rightarrow$

$0,6x = 0,5y \Rightarrow y = \frac{0,6x}{0,5}$

Всего обучающихся:

$0,6x + 0,4x + 0,5y = 1$

$0,6x + 0,4x + 0,5\frac{0,6x}{0,5x} = x$

$1,6x = 1$

$x = \frac{10}{16} \Rightarrow y = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{16} = \frac{3}{4}$

обуч. только на очном $\frac{1}{2}y = \frac{3}{8} \Rightarrow$

8 z – 100 %.

3 z – z % $\Rightarrow z = \frac{300}{8} = 37,5$ %.

Обучающихся только на очном 37,5% уч.

Ответ: 37,5. +10

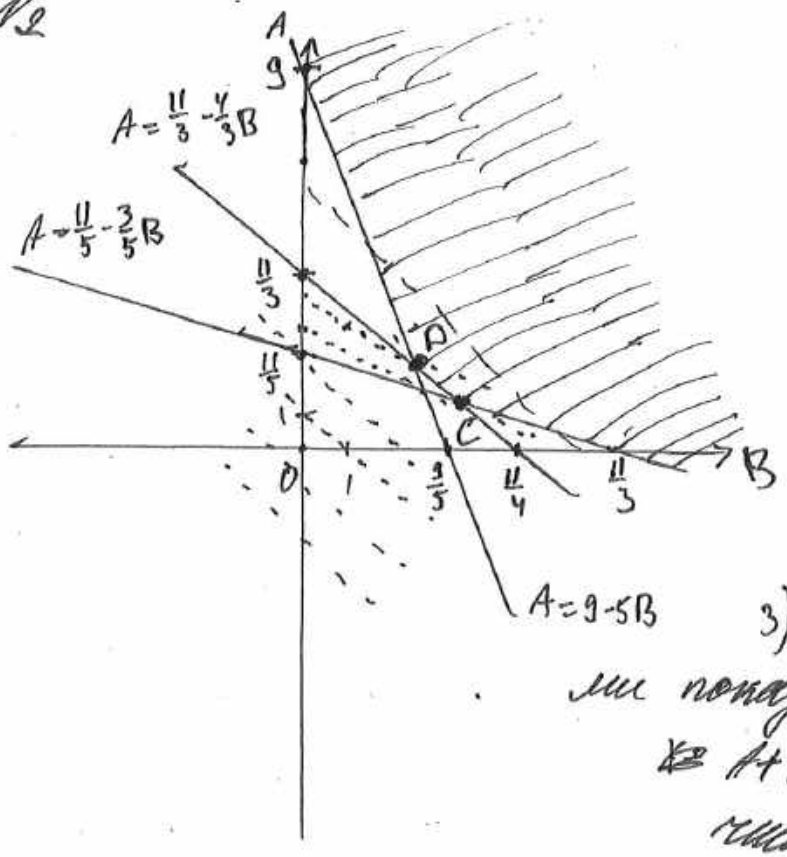
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11017

(заполняется организатором)

№2



$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

1) Построим графики функций:

$$\begin{cases} A \geq 9-5B \\ A \geq \frac{11-4B}{3} \\ A \geq \frac{11-3B}{5} \end{cases}$$

2) Закрасим нужную область

3) Пунктирными линиями покажем графики функции $A+B=a$, где a - какое-либо число, и где a точка пересечения графика с осью A.

Нам нужно, чтобы прямая $A+B=a$, хотя бы в одной точке проходила через закрашенную область.

На графике видно, что в точке C - прямая $A+B=a$ - будет иметь наименьший коэффициент a, т.к $A+B=a$ - пересекает ось A в самой наименьшей точке и при этом проходит через закрашенную область.

C - точка пересечения графиков: $A=\frac{11}{3}-\frac{4}{3}B$ и $\frac{11}{5}-\frac{3}{5}B \Rightarrow$

$\frac{11}{3}-\frac{4}{3}B=\frac{11}{5}-\frac{3}{5}B \Rightarrow 55-20B=33-9B \Rightarrow B=2 \Rightarrow$

$A=\frac{11}{3}-\frac{8}{3}\cdot 2=1$

$A+B=3$, значит 3 - наименьшее значение $A+B$.

10

Ответ: 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11017

(заполняется организатором)

№3

$$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$$

$S = p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$; $S - ?$

Разобьём числа на пары так, чтобы сумма их номеров была равна 100. То есть возьмём пару $p(n) + p(100-n)$, где $n < 50$

$$p_n = \frac{g^n}{g^n + g^{50}} = \frac{g^n}{g^n(1 + g^{50-n})} = \frac{1}{1 + g^{50-n}}$$

$$p(100-n) = \frac{g^{100-n}}{g^{100-n} + g^{50}} = \frac{g^{100-n}}{g^{50}(1 + g^{50-n})} = \frac{g^{50-n}}{1 + g^{50-n}}$$

$$p_n + p(100-n) = \frac{1}{1 + g^{50-n}} + \frac{g^{50-n}}{1 + g^{50-n}} = 1$$

Значит сумма любой такой пары равна $1 \Rightarrow$

$p(1) + p(99) = 1$

$p(2) + p(98) = 1$

$\vdots$

$p(49) + p(51) = 1$

Надо доказать, что для любого n

Всего таких пар получится 49

Отдельно рассмотрим $p(50)$

$$p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \frac{1}{2}$$

(8)

$$S = 49 \cdot 1 + \frac{1}{2} = 49{,}5$$

Ответ: 49,5

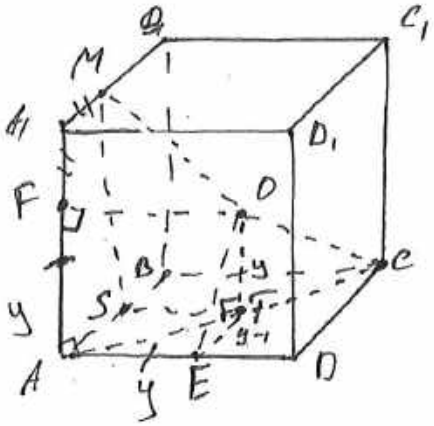
Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М01074

(заполняется организатором)

№4



Пусть сфера касается AD - в точке E;
AA' - в точке F; A1D1 - в точке M
O - центр сферы.

$OC = OE = OF = OM$ - радиусы сферы.

$FA = AE$, т.к. отрезки касательные из одной точки к сфере, аналогично с FA_1 и A_1M; $FA_1 = A_1M$

$AE = y$; $AF = y$; $FA_1 = A_1M = 1-y$

$OT = SA$ - т.к. FOTA - прямоугольник

$$FC = \sqrt{y^2 + (y-1)^2}$$

$$OC = y^2 + y^2 + (y-1)^2$$

$$OE = y^2 + y^2 - 2y + 1$$

$$OC = OE$$

$$3y^2 - 2y + 1 = 2y^2 - 2y + 1$$

~~$FA = OT$~~.

$FO = AT$

$AT = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$OF = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

0 б. Ответ не верный

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11017

(заполняется организатором)

№5 $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

$\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ $\Rightarrow x \in (-\pi; \pi)$

$ctg\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = ctg\,x$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = ctg\,x \Rightarrow \frac{\frac{(5x+3)(x+1) - (3x-5)(x+1)}{(3x-5)(x+1)}}{\frac{(5x+3)(x+1) + (x-1)(3x+3)}{(3x-5)(x+1)}} = ctg\,x$$

$$\frac{5x^2+3x-5x-3-3x^2-3x+5x+5}{5x^2+5x+3x+3+3x^2-5x-3x+5} = ctg\,x \Rightarrow \frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctg\,x \Rightarrow$$

$\frac{1}{4} = ctg\,x \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} \\ x = -\operatorname{arcctg}\frac{1}{4} \end{array}\right.$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} \\ x = -\operatorname{arcctg}\frac{1}{4} \end{array}\right.$

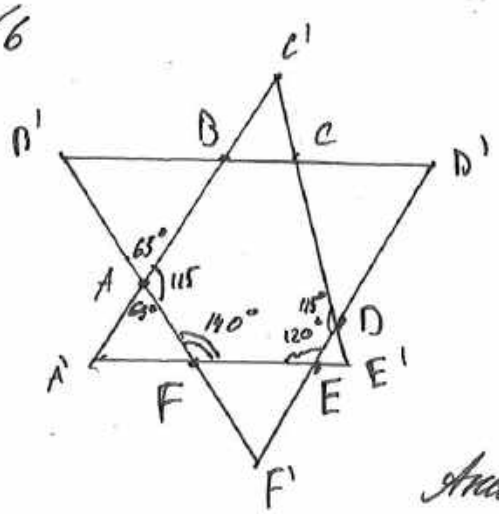
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11017

(заполняется организатором)

№6



Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$; $\angle F = 140°$

Найти: $\angle A'; \angle B'; \angle C'; \angle D'; \angle E'; \angle F'$ – ?

$\angle BAF = 115°$

$\angle B'AB = 65°$

$\angle ABC = 115° \Rightarrow \angle B'BA = 65°$

$\angle B' = 180° - \angle B'AB - \angle B'BA = 180° - 130° = 50°$

Аналогично с углами C' и D'

$\angle B' = \angle C' = \angle D' = 50°$

$\angle A'AF = 180° - \angle BAF = 180° - 115° = 65°$; т.к. $\angle BAF + \angle A'AF = 180°$; как смежные углов.

$\angle A'FA = 180° - \angle AFE = 180° - 140° = 40°$

$\angle A' = 180° - \angle A'AF - \angle A'FA = 180° - 40° - 65° = 75°$

$\angle EFF' = 40°$

$\angle FEF' = 60°$

$\angle F' = 180° - \angle EFF' - \angle FEF' = 180° - 40° - 60° = 80°$

$\angle EE'D = 60$

$\angle EDE' = 65°$

$\angle E' = 180° - \angle EE'D - \angle EDE' = 180° - 60° - 65° = 55°$

Ответ: $\angle B' = \angle C' = \angle D' = 50°$

$\angle A' = 75°$

$\angle F' = 80°$

$\angle E' = 55°$

1 бар рис

1

3 б.

№7 нет

№8 нет

МПГ 11-6

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ.11-6

Задание №1

Пусть всего на очном учится x человек, на дистанционном y

тогда $0{,}5x$ учится и на очном и на дист. и $0{,}6y$ учится и на очн. и на дист.

т.е. $0{,}5x = 0{,}6y$ $\quad x = \frac{6}{5}y$; $y = \frac{5}{6}x$

Всего студентов $x+y$; из них $0{,}5x$ учится только очно

тогда их доля из всех студентов равна $\frac{0{,}5x}{x+y} = \left(\frac{5}{10}x\right) : \left(x + \frac{5}{6}x\right) =$

$= \frac{5}{10} : \frac{11}{6} = \frac{3}{11}$ Ответ: $\frac{3}{11}$ всех студентов учится только очно. −.(25)

Задание №3

$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$; $p(1)+p(2)+\ldots+p(99) = ?$

сгруппируем слагаемые по парам (первый с последним; 2ой с 98ым, ... 49.)

Заметим что $p(50)$ не имеет пары, и что пара можно записать

в виде $p(50-k)+p(50+k)$, где $k \in \{1;2;\ldots;49\}$

$$p(50-k)+p(50+k) = \frac{g^{50-k}}{g^{50-k}+g^{50}} + \frac{g^{50+k}}{g^{50+k}+g^{50}} = \frac{g^{50}}{g^k} \cdot \frac{1}{g^{50}\cdot(g^{-k}+1)} + \frac{g^{50}}{g^{-k}} \cdot \frac{1}{g^{50}(g^k+1)} =$$

$$= \frac{1}{1+g^k} + \frac{1}{1+g^{-k}} = \frac{(1+g^{-k})+(1+g^k)}{1+g^k+g^{-k}+g^0} = \frac{2+g^k+g^{-k}}{2+g^k+g^{-k}} = 1$$

Следовательно сумма 49 пар равна $49 \cdot 1 = 49$

тогда вся сумма $= 49 + p(50) = 49 + \frac{g^{50}}{2 \cdot g^{50}} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

МПГ 11-6

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

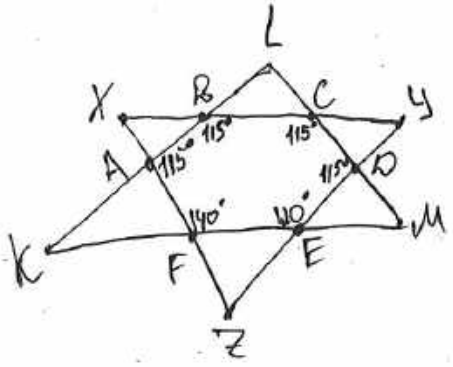
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ильинова Т.Г	2	Гурьянова И.Э	2	2
2	Магомедов Р.М.	10	Савина С.В	10	10
3	Маркова	12	Ушакова	12	12
4	Гисич	0	Киреенова	0	0
5	Балашов.	12	Борисова	12	12
6	Орехова	3	Конюхов	3	3
7	Конюхов	3	Степанян	3	3
8	Киреенова	0		0	0
ИТОГО					42

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ 11-6

Задание №6



Пусть исходные треугольники $\triangle KLM$ и $\triangle XYZ$

$\angle KAF = \pi - \angle A$; $\angle KFA = \pi - \angle F$; $\angle LBC = \pi - \angle B$, и т.д.

$\angle KAF = 65°$; $\angle LBC = 65°$; $\angle LCB = 65°$, $\angle MDE = 65°$; $\angle MED = 60°$

$\angle KFA = 40°$

Тогда из равных углов $\triangle KAF$, $\triangle LBC$; $\triangle MDE$ следует, что $\angle K = \pi - (65° + 40)$; $\angle L = \pi - (65° + 65°)$; $\angle M = \pi - (65° + 60°)$

$\angle K = 75°$; $\angle L = 50°$; $\angle M = 55°$

Аналогично считаются углы $\angle X, \angle Y, \angle Z$: $\angle X = 50°$; $\angle Y = 50°$; $\angle Z = 80°$

Ответ. $(75°; 50°; 55°)$ и $(50°; 50°; 80°)$

5

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-6

Задание №5

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$

$ctg(\alpha+\beta)=\frac{ctg\alpha\cdot ctg\beta\mp 1}{ctg\alpha+ctg\beta}$

1) ~~Область определения~~ $\operatorname{arcctg}\in(0;\pi)$ $\begin{cases}\frac{5x+3}{3x-5}<\pi\\ x+1<\pi\end{cases}$

$\begin{cases}3x-5\neq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}\quad\begin{cases}x\neq\frac{5}{3}\\ x\neq -1\end{cases}$

2) $x\neq\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, т.к. $\operatorname{arcctg}\frac{5\pi k+3}{3\pi k-5}+\operatorname{arcctg}\frac{\pi k-1}{\pi k+1}\neq\pi k$

возьмём котангенс от обеих частей уравнения

$ctg\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=ctgx;\ \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\neq\pi k,k\in\mathbb{Z}$

$ctgx$ $ctg(\operatorname{arcctg}2)=2$

$\Downarrow$

$ctgx=\frac{\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}};\ \left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1=\frac{2(x^2+1)}{(3x-5)(x+1)}$

$\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}=\frac{8(x^2+1)}{(3x-5)(x+1)}$

$ctgx=\frac{2(x^2+1)}{(3x-5)(x+1)}:\frac{8(x^2+1)}{(3x-5)(x+1)}=\frac{1}{4};\ ctgx=\frac{1}{4};\ x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi k,k\in\mathbb{Z}$

3) Область значений $\operatorname{arcctg}(\alpha)-(0;\pi)\Rightarrow\operatorname{arcctg}(\alpha)+\operatorname{arcctg}(\beta)\in(0;2\pi)$

т.е. $x\in(0;2\pi)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)\\ x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi\end{array}\right.$



Ответ: $\left[\begin{array}{l}x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)\\ x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi\end{array}\right.$

X

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-6

Задание №7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

Ур-нение касательной в общ. виде: $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = f'(x_0)\cdot x + \left(f(x_0) - x_0 \cdot f'(x_0)\right)$

Прямая касающаяся графика в двух точках существует $\Leftrightarrow$ касательные в этих точках совпадают, что означает, что существуют x_1 и x_2 $(x_1 \neq x_2)$ такие что $f'(x_1)x + f(x_1) + x_1 f'(x_1) = f'(x_2)x + f(x_2) + x_2 f'(x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_1) = f'(x_2) \\ f(x_1) + x_1 f'(x_1) = f(x_2) + f'(x_2)\cdot x_2 \end{cases}$

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

Заметим, что при $a \geq 0$ $f'(x)$ возрастает на $\mathbb{R}$ значит невозможно $\begin{cases} f'(x_1) = f'(x_2) \\ x_1 \neq x_2 \end{cases}$

тогда $a < 0$ ✓

$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1 \Leftrightarrow 4a(x_1^3 - x_2^3) + 2(x_1 - x_2) = 0$; $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)$

$(x_1 - x_2)\left(4a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2\right) = 0$; $x_1 \neq x_2 \Rightarrow 4a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = -2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2$; $a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1^2 - x_2^2) + (x_1 - x_2) = 0$

$x_1^4 - x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$; $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$

$(x_1 - x_2)\left(a(x_1^2 + x_2^2)(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2) + 1\right) = 0$; $x_1 \neq x_2 \Rightarrow a(x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2(x_1 + x_2)) + (x_1 + x_2) = -1$

$\begin{cases} 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = -1 \\ 5a(x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2(x_1 + x_2)) + 3(x_1 + x_2) = -2 \end{cases}$; $\begin{cases} 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = -1 \\ (x_1 + x_2)(5a(x_1^2 + x_2^2) + 3) = -2 \end{cases}$

$a(x_1^2 + x_2^2 + (x_1 + x_2)^2) = -1$

$(x_1 + x_2)(5a(x_1^2 + x_2^2) + 3) = -2$

$-3x_1^4 \cdot a - x_1^2 + x_1 - x_1 = -3ax_2^4 - x_2^2 + x_2 - x_2$; $3ax_1^4 + x_1^2 = 3ax_2^4 + x_2^2$

$3a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$; $(x_1^2 - x_2^2)\left(3a(x_1^2 + x_2^2) + 1\right) = 0$; $x_1 \neq x_2$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) = -1 \end{cases}$

Продолжение см. на бланке

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-6

Задание №7 (продолжение)

1) $x_1 = -x_2$: $4a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = -2$

$4a(x_1^2 + x_1(-x_1) + (-x_1)^2) = -2$

$4a(2x_1^2 - x_1^2) = 4ax_1^2 = -2$ $\begin{cases} 2ax_1^2 = -1 \\ 2ax_2^2 = -1 \end{cases}$

2) $3a(x_1^2 + x_2^2) = -1$: $2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = -1$

$2a\left(-\frac{1}{3a} + x_1x_2\right) = -1$

$-\frac{2}{3} + 2ax_1x_2 = -1$; $2ax_1x_2 = -\frac{1}{3}$

Ур. прямой

3

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-6

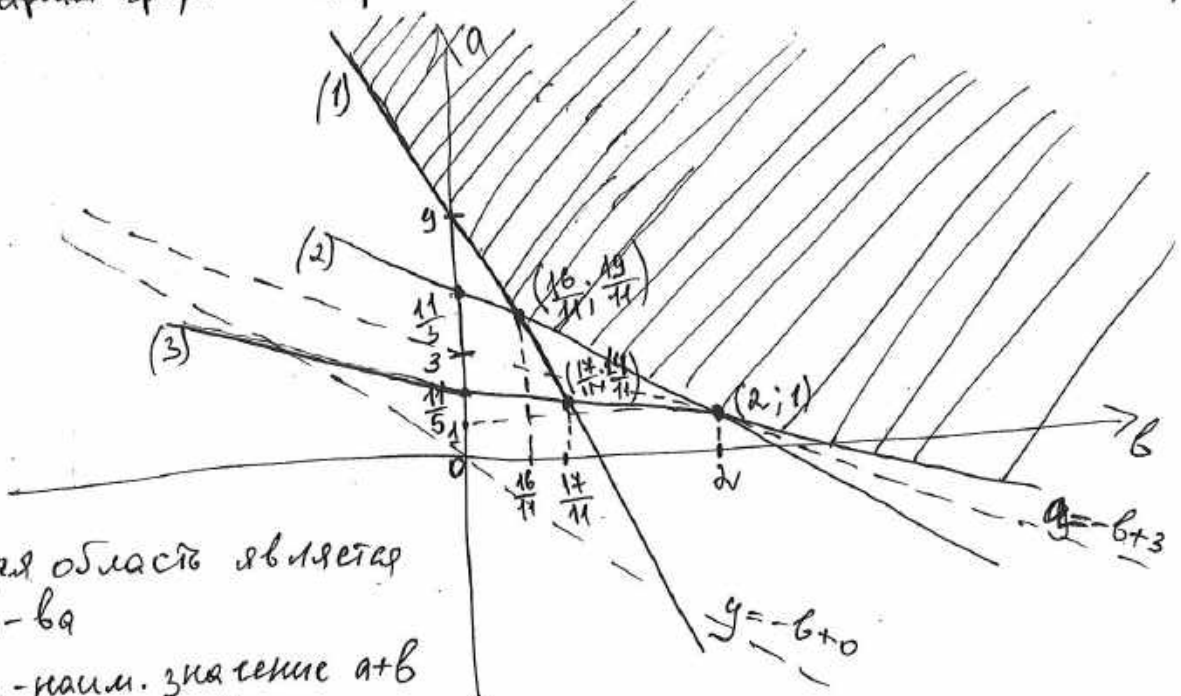
Задание № 2

$$\begin{cases} a+5b \geq 9; \\ 3a+4b \geq 11; \\ 5a+3b \geq 11; \end{cases}$$

Введём прямоугольную систему координат oab (a – ось ординат, b – ось абсцисс)

Построим (изобразим) графически нер-ва

$$\begin{cases} a \geq 9-5b \quad (1) \\ a \geq \frac{11-4b}{3} \quad (2) \\ a \geq \frac{11-3b}{5} \quad (3) \end{cases}$$



Заштрихованная область является решением нер-ва

Допустим k – наим. значение $a+b$

Т.е. $a+b \geq k$; $a \geq k-b$

Тогда требуется найти наименьшее значение k, при котором прямая $a=-b+k$ будет содержать точки (хотя бы одну) из закрашенной области.

Сравним коэффициенты наклона прямых и получим, что $-\frac{4}{3} < -1$; $-5 < -1$; $-\frac{3}{5} > -1$.

Т.е. угол наклона прямой $a=-b+k$ будет больше чем у (1) и (2), но меньше чем у (3).

Изменение k это сдвиг прямой $a=-b$ вдоль оси oa

Тогда перемещая прямую $a=-b$ вверх получим, что первая точка пересечения с закрашенной областью это (2; 1): $1=-2+k$; $k=3$

Ответ: 3

10

Н11-642

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-642

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Башкатова	2	Гурьянова	2	2
2	Мамонтов	6	Савина	6	6
3	Иванова	12	Мамонтов	12	12
4	Иванова	0	Мамонтов	0	0
5	Кремер	7	Угнидов	7	7
6	Гудунец	3	Конкова	3	3
7	Конкова	0	Степанян	0	0
8	Пелипец	0	Цветков	0	0
ИТОГО					30

Бланк ответа

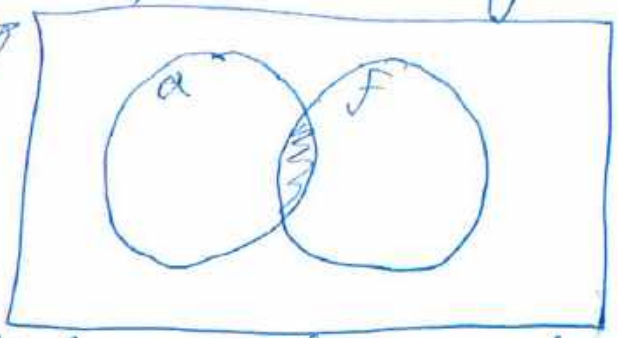
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-642

№1

У нас есть моди. Среди них есть те, кто говорит по-английски, по французски, на двух данных языках вместе, и ни на одном из данных. Доля тех, кто говорит по-англ. – a (в долях)

по франц. – f (в долях)



Т.к. нельзя задать кол-во человек в долях, составим ур-я по условия: 1 – моди

$(1-a)$ – моди не говорящие по англ.

Из них 4% говорят по франц.

Т.к. $(1-a)$ не говорят по англ., то мы должны взять только часть франц.-говор., которые не говорят по англ., т.е. $0{,}04(1-a) = f - af$

(af – говорят и по англ. и по фр. (пересечение на диаграмме Эйлера))

$\Rightarrow 0{,}04(1-a) - f(1-a) = 0$

$(1-a)(0{,}04-f) = 0$. (1)

Аналог. составим второе ур.: $0{,}2(1-f) = a - af$

т.е. $(1-f)(0{,}2-a) = 0$. (2);

$\Rightarrow$ (1): $(1-a)(0{,}04-f) = 0$

(2): $(1-f)(0{,}2-a) = 0$.

Если $a = 1$, то из 2 ур.:

$f = 1$ – все моди говорят и по фр. и по англ.

(по усл. задачи ясно, что такой случай невозможен)

Аналог. при $f = 1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-642

N1 (прод.)

$\Rightarrow f = 0{,}04$?

$\Rightarrow d = 0{,}2$?

Нам требуется найти: $\frac{1-f}{1-d} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{80} = \frac{6}{5} =$ (1-f — неговор. по усл.; 1-d — неговая по усл.)

$= 1{,}2$

Ответ: в 1,2 раза (+) 2 б.

(1) $3A + 5B \le 11$

(2) $4A + 3B \le 10$

(3) $7A + 4B \le 18$

(1) $\cdot 3$: $3A + 5B \le 11$

$12A + 12B \le 33$

$12A + 9B \le 30$

$3B \le 3$

$B \le 1$

$A + B = \frac{30}{17}$

Ответ.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-642

№2

(1): $3A+5B \le 11$

(2): $4A+3B \le 10 \mid \cdot 2$ $\Big| + \Big| \Rightarrow$ ~~$8A+6B \le 20$~~ $3A+5B+8A+6B \le 31$

(3): ~~$2A+4B \le 18$~~

$11S \le 31$

Пусть $A+B=S$

$S \le \frac{31}{11} = 2\frac{9}{11}$

(?): S_{max}

$\Rightarrow S_{max} = \frac{31}{11}$ (пункт оценки / сущность дисц.)

I. Т.к. я делал р/с пункт 1 - (сущность дисц.), то моя оценка верна при $+S$. При других пункт. я могу получить либо более строгие (1) ограничения, либо более слабые (2).

(2). - если я получу более слабое ограничение, то оно будет противоречить моей оценке.

(1). - ~~если я получу более сильное~~ я могу получить более строгое огран.

Но если я сейчас приведу пример на A и B, где $S = \frac{31}{11}$ и удовл. системе, то более строгих огран. я не получу. Т.е. я решил задачу.

II. Пример: $A = \frac{17}{11}$, $B = \frac{14}{11} \Rightarrow S = \frac{31}{11}$

(1): $3A+5B = \frac{51+70}{11} = \frac{121}{11} = 11 \le 11$ - верно

(2): $4A+3B = \frac{68+42}{11} = \frac{110}{11} = 10 < 10$ - верно

(3): ...

Ответ: $2\frac{9}{11}$

6, не доказано!

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 411-642

№3

$n \in \mathbb{N}$: $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$.

1) $n \in [1;17]$: для $n:2$: $p(n) = -\frac{3^n}{3^n(1+3^{17-n})} = -\frac{1}{1+3^{17-n}}$.

2) для $n:2$: $p(n) = \frac{3^n}{3^n(1+3^{17-n})} = \frac{1}{1+3^{17-n}}$.

2) $n \in [18;33]$: 1) $n:2$: $p(n) = -\frac{3^n}{3^n(1+3^{17-n})} = -\frac{1}{1+3^{17-n}}$

т.к. $17-n<0$: $\Rightarrow$ $p(n) = -\frac{1}{1+\frac{1}{3^{n-17}}} = -\frac{3^{n-1}}{3^{n-17}+1}$.

2) $n:2$: $p(n) = \frac{3^n}{3^n(1+3^{17-n})} = \frac{3^{n-17}}{3^{n-17}+1}$.

$\Rightarrow p(1)+p(2)+\dots+p(16)+p(17)+p(18)+\dots+p(33) =$

$= -\frac{1}{1+3^{16}} + \frac{1}{1+3^{15}} - \dots + \frac{1}{1+3} - \frac{1}{1+1} + \frac{3}{1+3} - \frac{3^2}{3^2+1} + \dots$

Заметим, что можем взять по парам след. обр.

т.к. $3^{n-17} = 1+3^{n-17}$, а сумма числ. ± 1 | (числа слева от $p(17)$) $+ 3^{n-17}$ / (числа справа от $p(17)$) | то сумма р-ния в паре

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Н11-642

№3 (прод.)

(=) 1 или −1 (если в аргументах р чётн. числа, то 1, а если нечёт. то −1 (очев., что в паре у р-этих аргументов одинаковой четности,

т.к. всего пар 16 (1-33; 2-32; 3-31; ...; 16-18) и ~~ни~~ пар, где арг. р чёт. ~~нет~~ равны 0, где нечёт. (т.к. можно разбить на пары 1-2; 3-4; 5-6; ...; 15-16 и аналог. 18-19; 20-21; ...; 31-32)

то $p(1)+p(2)+\dots+p(n)+\dots+p(33) =$

$= +1+1-1+1-\dots+p(17)+1-1+\dots-1 = 0+p(17) =$

$= -\frac{1}{1+1} = -\frac{1}{2}.$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ +

№5.

Для начала выведу-ка я формулу тангенса суммы.

$tg(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}$ (=) $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} / \cdot \cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha = tg\alpha\cos\alpha$

(=) $\frac{tg\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta+tg\beta\cdot\cos\beta\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot\cos\beta-tg\alpha\cos\alpha\cdot tg\beta\cdot\cos\beta} =$

$= \frac{\cos\alpha\cdot\cos\beta(tg\alpha+tg\beta)}{\cos\alpha\cos\beta(1-tg\alpha tg\beta)} = \frac{tg\alpha+tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Н11-642

№5 (пункт 1)

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=X$

$\operatorname{arctg}\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow -\frac{\pi}{2}<X<\frac{\pi}{2}$.

Возьмём tg от обоих частей, зная, что tg не опред. в т. $\pm\frac{\pi}{2}$ (на обл. зн. X), т.е. $X\neq\pm\frac{\pi}{2}$. Также будем держать в голове, что $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\beta \Rightarrow \alpha=\beta$! (нужно будет в конце это проверить)

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{(x+3)}{3x-1}\right)=\operatorname{tg}X$$

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\operatorname{tg}X$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\operatorname{tg}X$$

$$\frac{\left((2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)\right)(x+2)(3x-1)}{\left((x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)\right)(x+2)(3x-1)}=\operatorname{tg}X;$$

$$\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{3x^2+5x-2-2x^2-5x+3}=\operatorname{tg}X$$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 1814-642

№5 (прод.)

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = \operatorname{tg}x$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}x = 7 \Rightarrow x = \operatorname{arctg}7.$$

$$\operatorname{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x} = 7 \Rightarrow \sin x = 7\cos x$$

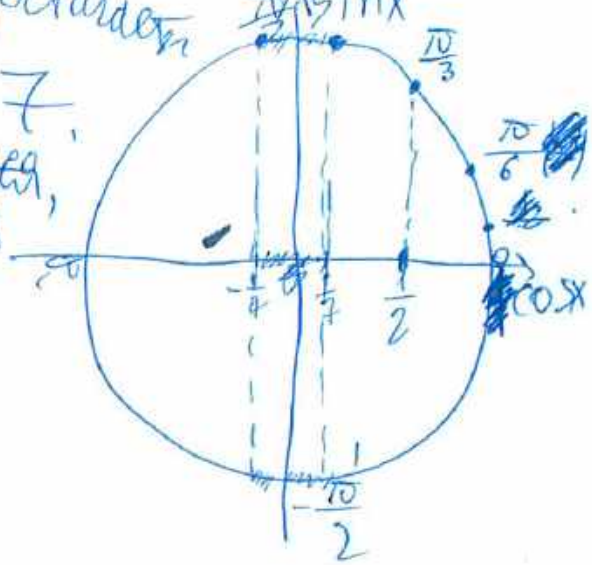
$$\Rightarrow -1 \le 7\cos x \le 1 \Rightarrow -\frac{1}{7} \le \cos x \le \frac{1}{7}.$$

$x = \pm\frac{\pi}{2}$, очев., не достигается

$x = \operatorname{arctg}7$.

~~После проверки убеждаемся, что $x = \operatorname{arctg}7$ уд.~~

~~Ответ: $\operatorname{arctg}7$.~~



$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta$$

$$\begin{bmatrix} \alpha = \beta \\ \alpha = \beta + 2\pi k \\ \alpha = \beta + \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{bmatrix}$$ очев., чет уд.

$x = \operatorname{arctg}7$.

(т.к. это основная)

$\Rightarrow x = \operatorname{arctg}7$ – ед. корень (5)

Ответ: $\operatorname{arctg}7$

Жеб 2-го корня

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

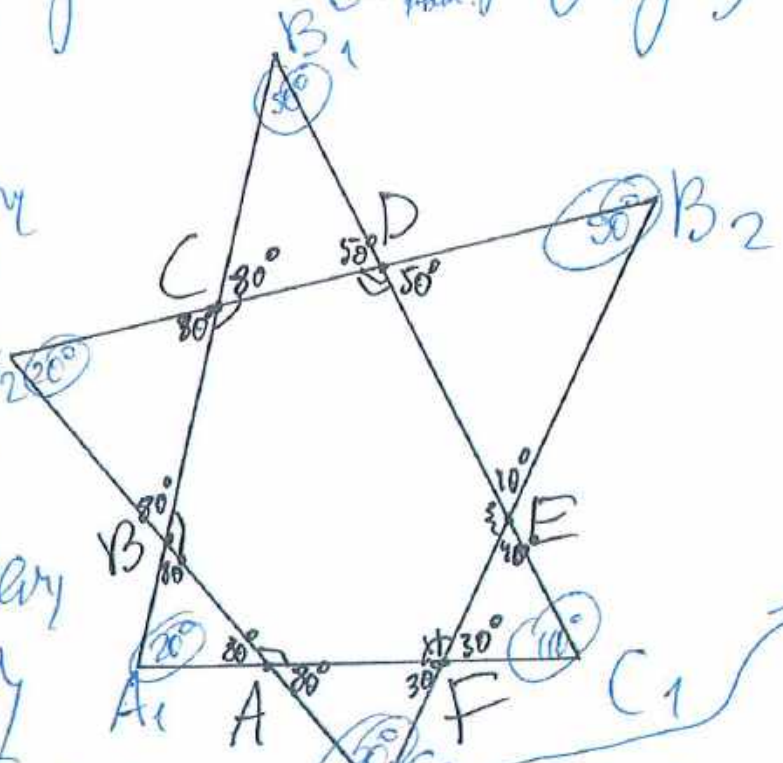
Код участника: (заполняется организатором) М11-6У2

№6

$\angle A = \angle B = \angle C = 100^\circ$, $\angle D = 130^\circ$, $\angle E = 110^\circ$, $\angle F = 150^\circ$. Два луча пересек. по шестиуг. ABCDEF

(?): углы данных лучей

Т.к. два луча пересек. по шестиуг. ABCDEF, то у двух лучей будет 6 общих точек. Тогда очевидно, что существует лишь одна конфигурация, при которой это возможно (когда вершины 2-ого луча лежат на каждом луче).



1 вариант - 35

ИУО: обозначим вершины A, B, C, D, A_2, E, F →

Посчитаем к каждом из углов ABCDEF смежн. угол, а к каждому смежн.-верт. в каждом из лучей. A_1AB (A_2BC, B_1CD, B_2DE, C_1EF, C_2AF посчитаем остальные углы по сумме углов луча.)

$\Rightarrow \angle A_1 = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 20^\circ$, $\angle A_2 = 20^\circ$, $\angle B_1 = 50^\circ$, $\angle B_2 = 50^\circ$, $\angle C_1 = 110^\circ$

Ответ: (20°; 50°; 110°) и (20°; 50°; 70°).

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ИИ-642

№8

$X, Y, Z \in \mathbb{N}$.

ИЗО: $X < Y < Z \leq 100$ (по усл.)

$\{a_1, \dots, a_{100}\}$, где $a_i \in \mathbb{N}$, $a_i \in [1; 100]$.

(?). наим. число послед. нужно выписать, чтобы среди них наверняка нашлась такая, в которой два или три подряд идущих члена принадлежат множеству $\{X; Y; Z\}$.

Всего разл. послед. $\{a_1, \dots, a_{100}\}$ существует: $100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 1 \leq 100!$

Посчитаем кол-во способов (= кол-во послед.) составить послед., где два подряд числа $\in \{X, Y, Z\}$.

Кол-во способов расставить 97 чисел на ровные 97 мест.

Кол-во способов составить $\{X, Y, Z\}$

Можно поставить на 98 мест

Не больше, т.к. всего чисел 100, и нам поставить

нужно ровно 101 число ≤ 100

$= 3! \cdot 98 \cdot (97 \cdot 96 \cdot \dots \cdot 1) = 3! \cdot 98!$

Об чем реч.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) И11-642

№8 (прод.)

[illegible]

$= C_3^2 \cdot 2 \cdot 99 \cdot 98! = 99! \cdot 6$ — значит, что мы посчитали как

- C_3^2 — кол-во способов выбрать 2 числа из $\{X; Y; Z\}$
- 2 — кол-во сп. расст. эти два числа на 2 места
- 99 — кол-во сп. поставить разные из двух чисел на 99 мест (на 99 мест по сколько, т.е. $\overline{99,100}$)
- $98!$ — кол-во сп. расст. 98 чисел на ост. 98 мест.

способы (кол-во) ост. послед., т.е. две подряд числа $\in \{X, Y, Z\}$ так и три подряд числа $\in \{X, Y, Z\}$, ведь любые 98 чисел может быть тройным из набора $\{X, Y, Z\}$ и мы ничего не потеряем.

$\Rightarrow$ что нам надо доставить

$100! - 99! \cdot 6 = 99!(100-6) = 99! \cdot 94$

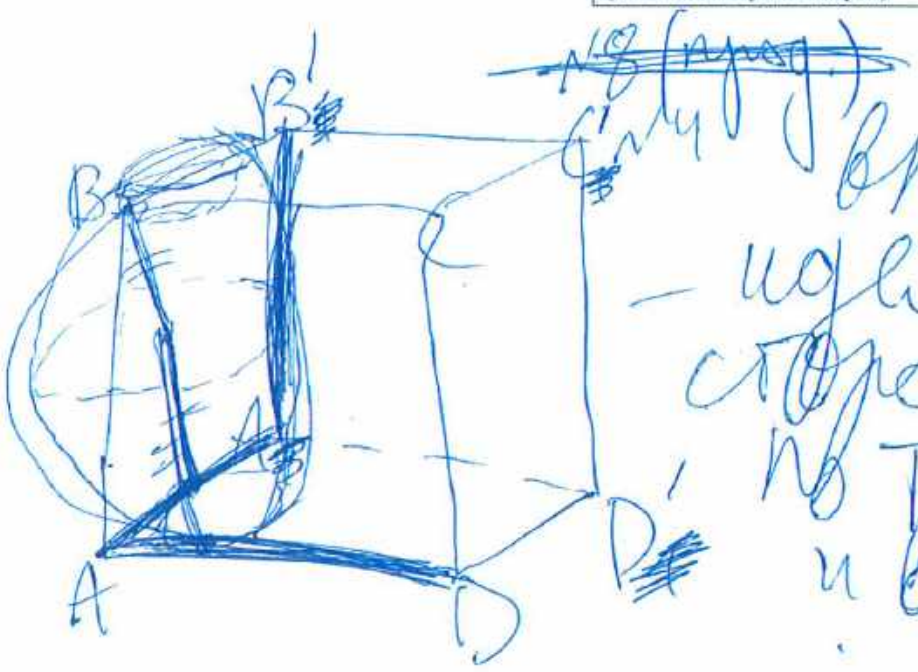
послед., что гарантировано ≥ 1 послед. удов. усл.

$\Rightarrow$ min число послед., которые мы должны выписать $= 99! \cdot 94 + 1$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-642



~~C'~~ Времени нет. Идея - посчитать стороны и углы по т. кос. и выразить R.

№7

В-? : $f(x)=x^4+bx^2+x$ ~~не имеет~~ кас. ур. в дв. т.

+ур.

$f'(x)=4x^3+2bx+1$ 0

Т. Виета:

М11-262

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № _____

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-262

Задание 1 Решение:

1) Обозначим за X кол-во ~~людей~~ людей, которые не говорят по-английски, тогда кол-во людей, которые не говорят по-английски, но говорят по-французски → 0,04 X (следовательно, те, которые не говорят → 0,96 X)

2) Обозначим за Y кол-во людей, кот. не говорят по-французски, тогда кол-во людей, которые не говорят по-французски, но говорят по-английски → 0,2 Y (те, кот. не говорят → 0,8 Y)

3) ~~При кол-во всех людей можно представить двумя способами:~~

~~а) кол-во людей, не говорящих по-английски + кол-во людей, говорящих по-английски~~

3) Кол-во людей, кот не знают ни одного языка можно представить двумя способами:

а) 0,96 X (мы из группы людей, не говорящих по-~~французски~~ английски, "взяли" тех, кто не говорит по-французски)

б) 0,8 Y (то же самое, но ~~наоборот~~ наоборот)

∴ Очевидно, что их кол-во равно (т.к. мы одно и то же число людей представляем разными способами) ⇒ $0,8Y = 0,96X$

$$\frac{Y}{X} = \frac{0,96}{0,8} = 1,2,$$

где $\frac{Y}{X}$ – искомое отношение

Ответ: 1,2 + (10 б)

Задание 2

Найти: A+B – наиб.

Дано:

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & (1) \\ 4A+3B \le 10 & (2) \\ 7A+4B \le 18 & (3) \end{cases}$$

Решение:

1) Т.к. все неравенства верны, мы можем сложить (1) и (2) нер-ва и получим новое нер-во (4), кот. будет верным

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \end{cases} \oplus \Rightarrow 7A+8B \le 21 \ (4)$$

6 б

2) Теперь сложим (3) и (4) нер-ва

$$\begin{matrix} 4A+3B \le 10 \\ 7A+8B \le 21 \end{matrix} \oplus \Rightarrow \begin{matrix} 11A+11B \le 31 \\ 11(A+B) \le 31 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{A+B \le \frac{31}{11}}$$

Ответ: ~~$\frac{33}{10}$~~ $\frac{31}{11}$

не обосновано, что $\frac{31}{11}$ – максимальное значение; пример не проверен!

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-262

Задание 3

1) $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{3^n (-1)^n}{3^n (1 + 3^{17-n})} = \frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}}$ – мы преобразовали выражение для $p(n)$ и будем использовать его для $n < 17$

2) Расм. $n > 17$, тогда:

$$p(n) = \frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}} = \frac{(-1)^n}{1 + \frac{1}{3^{n-17}}} = \frac{(-1)^n \cdot 3^{n-17}}{3^{n-17} + 1} = \frac{(-1)^n (3^{n-17} + 1 - 1)}{3^{n-17} + 1} =$$

$$= \frac{(-1)^n (3^{n-17} + 1)}{3^{n-17} + 1} - \frac{(-1)^n}{1 + 3^{n-17}} = (-1)^n - \frac{(-1)^n}{1 + 3^{n-17}}$$

3) Рассм. пары чисел от 1 до 33, для которых $17 - n_1$ и $n_2 - 17$ будут равны (где n_1 – 1 число из пары, кот. меньше 17, n_2 – второе число из пары, кот. больше 17)

а) Т.к. 17 – нечетное число, то при вычитании ~~его~~ / из него числа можно получить нечетное только если ~~вычит~~ это число четное (соответственно четное можно получить только если мы вычитаем из нечетного числа / нечетное число)

б) Из п.а) следует, что при сложении в рассм. паре $17 - n_1 = n_2 - 17$ будет происходит следующее:

$$\frac{(-1)^{n_1}}{1 + 3^{17-n_1}} + (-1)^{n_2} - \frac{(-1)^{n_1}}{1 + 3^{n_1 - 17}} = (-1)^{n_2}$$ (т.к. n_2 и n_1 одинаковой четности: $(-1)^{n_1} = (-1)^{n_2}$, (+ из усл. того, что $17 - n_1 = n_2 - 17$ следует, что $3^{17-n_1} = 3^{n_2 - 17}$)

4) Мы видим, что при сложении пар расм. нами чисел будет получаться -1, если числа нечетные и $+1$, если числа четные

5) Такими парами будут все, например, 16 и 18, 33 и 1 и т.д.

Всего четных пар 8 и нечетных по ее 8 $\Rightarrow$ при сложении всех этих пар в сумме получится 0

6) Единственное n, кот. мы ~~не~~ не расположили: $n = 17$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow p(1) + p(2) + p(n) + \ldots + p(33) = p(17) + \underbrace{p(1) + \ldots p(16) + p(18) \ldots + p(33)}_{0} =$$

$$= p(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17} + 3^{17}} = \frac{3^{17}(-1)}{3^{17} \cdot 2} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

Ответ: $\boxed{-\frac{1}{2}}$ +

№ 11-262

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

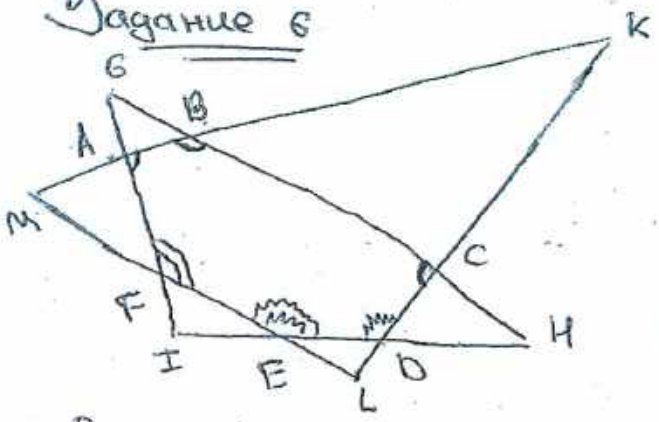
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Анисимова	10	Гурьянова	10	10
2	Гоздева	6	Зайцева	6	6
3	Александрович 12		Олехова	12	12
4	Овчинникова	0	Дубинский	0	0
5	Угров	7	Волкова	7	7
6	Олехова	3	Коснова	3	3
7	Степаня	3	Коснова	3	3
8	Шашков	0	Ахлимцев	0	0
ИТОГО					41

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-262

Задание 6



Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = 100°$, $\angle D = 130°$, $\angle E = 140°$, $\angle F = 150°$

Найти: углы треугольников $\angle M - ?$, $\angle K - ?$, $\angle L - ?$, $\angle H - ?$, $\angle I - ?$, $\angle G - ?$

Решение:

1) Рассм. $\triangle AGB$

$\angle GAB = 180° - \angle A = 80°$ (т.к. это смежные углы)

$\angle GBA = 180° - \angle B = 80°$ (смежные углы)

$\Rightarrow \angle G = 180° - \angle GAB - \angle GBA = 20°$ (т.к. сумма углов $\triangle$ равна $180°$)

2) Рассм. $\triangle CHD$

$\angle HCD = 180° - \angle C = 80°$ (смеж)

$\angle HDC = 180° - \angle D = 50°$ (смеж)

$\Rightarrow \angle H = 180° - 80° - 50° = 50°$ (по сумме углов $\triangle$)

3) Рассм. $\triangle FIE$

$\angle IEF = 180° - \angle E = 40°$ (смеж)

$\angle IFE = 180° - \angle F = 30°$ (смеж)

$\Rightarrow \angle I = 180° - \angle IEF - \angle IFE = 110°$ (по сумме ум. $\triangle$)

4) Рассм. $\triangle AMF$

$\angle MAF = 180° - \angle A = 80°$ (смеж)

$\angle MFA = 180° - \angle F = 30°$ (смеж)

$\Rightarrow \angle M = 180° - \angle MAF - \angle MFA = 70°$ (по сумме углов $\triangle$)

5) Рассм. $\triangle BKC$

$\angle KBC = 180° - \angle B = 80°$ (смеж)

$\angle KCB = 180° - \angle C = 80°$ (смеж)

$\Rightarrow \angle K = 180° - \angle KBC - \angle KCB = 20°$ (по сумме углов $\triangle$)

6) Рассм. $\triangle DLE$

$\angle LDE = 180° - \angle D = 50°$ (смеж)

$\angle LED = 180° - \angle E = 40°$ (смеж)

$\Rightarrow \angle L = 180° - \angle LDE - \angle LED = 90°$ (по сумме углов $\triangle$)

7) Из пунктов 1–3 мы нашли углы $\triangle GHI$: $\angle G = 20°$, $\angle H = 50°$, $\angle I = 110°$

Из пунктов 4–6 мы нашли углы $\triangle MKL$:

$\angle M = 70°$

$\angle K = 20°$

$\angle L = 90°$

+3

Ответ:

$\triangle MKL$: $\angle M = 70°$, $\angle K = 20°$, $\angle L = 90°$;

$\triangle GHI$: $\angle G = 20°$, $\angle H = 50°$, $\angle I = 110°$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-262

Задание 5

1) $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$, возьмем тангенс от обеих частей

2) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} x$, расп левую часть

3) $\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)} = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)} : \frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}$

$\Leftrightarrow \frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2-x+6x-2-2x^2-6x+x+3} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7$

4) $\operatorname{tg} x = 7$

$x = \operatorname{arctg}(7)$ ~~+ пункт в четверти~~

Ответ: $\operatorname{arctg}(7)$ ⊥ $x_2 = ?$

Задание 7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

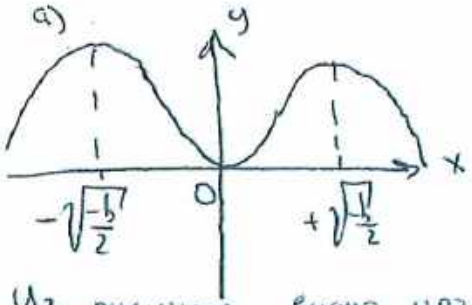
1) Проанализируем функцию и построим примерный её рисунок

$f(0) = 0$

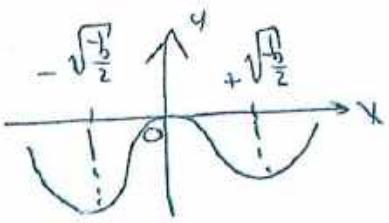
$f' = 4x^3 + 2bx = 2x(2x^2 + b)$, корни производной: $x = 0$, $x = \pm\sqrt{\frac{-b}{2}}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Сущ. 2 варианта функции:

а)



б)



2) Из рисунка видно, что наша касательная должна касаться графика в 2 точках, она должна касаться его в $-\sqrt{\frac{-b}{2}}$ и $+\sqrt{\frac{-b}{2}}$

↓ (продолжение)

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-262

Задание 7 (продолжение)

3) ~~Рассм. случай, когда эта кас. будет || оси x :~~

~~тогда $f\left(-\sqrt{\frac{-b}{2}}\right) = f\left(+\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)$~~

3) Напиш. ур-ние кас. для $x_0 = \sqrt{\frac{-b}{2}}$ ⇒ ?

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$y = \left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{-b}{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 + b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 + \sqrt{\frac{-b}{2}} =$

$= x\left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{2}}\right) - 4\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 - 2b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 + b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 + \sqrt{\frac{-b}{2}} =$

$= x\left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{2}}\right) - 3\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 - b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 + \sqrt{\frac{-b}{2}}$

4) При этом эта кас. должна проходить через точку $x = -\sqrt{\frac{-b}{2}}$ и пересек. график в этой точке

То есть:

$f\left(-\sqrt{\frac{-b}{2}}\right) = y\left(-\sqrt{\frac{-b}{2}}\right) \Rightarrow -4\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 + 2b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 - 3\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 - b\left(\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 + \sqrt{\frac{-b}{2}} =$

$= \left(-\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^4 + b\left(-\sqrt{\frac{-b}{2}}\right)^2 - \sqrt{\frac{-b}{2}}$

5) $-\frac{4b^2}{4} + \frac{2b}{2b} - \frac{3b^2}{4} + 2\frac{b^2}{4} + \sqrt{\frac{-b}{2}} = \frac{b^2}{4} + 2\frac{b^2}{4} - \sqrt{\frac{-b}{2}}$

$-b^2 + 1 - \frac{b^2}{4} + \sqrt{\frac{-b}{2}} = -\frac{b^2}{4} - \sqrt{\frac{-b}{2}}$

$-b^2 + 1 + 2\sqrt{\frac{-b}{2}} = 0$

$2\sqrt{\frac{-b}{2}} = b^2 - 1$

$-\frac{4b}{2} = b^4 - 2b^2 + 1 \Rightarrow b^4 - 2b^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow$ (зачеркнуто)

6) Реш. данное ур-ние и найд. все полученные b при кот. существует касательная, которая касается графика в 2х точках

?

3

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11-262

Задача 8

1) Нам не подходят случаи, когда 2 или 3 подряд идущих числа принадлежат мн-ву $\{Xjyj7\}$

Расст. случай, когда мы поставим число из мн-ва vX в начало или концу: (~~после второго числа~~)

У нас его 3 варианта выбора {числа Vч 2 варианта выбора конца, далее у нас будет 98 вариантов, куда поставим 2 числа, взятых и 2 подряд идущих и далее будет 95 вариантов, куда поставим третье (т.к. мы не можем его ставить на 5 клеток - занятые клетки и клетки-соседи), После этого оставшиеся числа можно расставить на свободные клетки.

Итого для первого случая вариантов:

~~3·2·98·95~~ $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 98 \cdot 95 \cdot 97!$

2) Для второго случая: ~~это~~ число стоит не у конца:

если 3 вар выбора числа, 98 вар выбора места ~~для~~ 1 числа, 2 вар выбора 2го числа и 97 вар выбора места, куда его поставим, и для 3 числа будет 94 варианта выбора места

Ост. числа так же расставляем на свободные клетки

Итого для 2 варианта: $3 \cdot 98 \cdot 2 \cdot 97 \cdot 94 \cdot 97!$

3) Всего случаев будет:

$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 98 \cdot 95 \cdot 97! + 3 \cdot 98 \cdot 2 \cdot 97 \cdot 94 \cdot 97! = 3 \cdot 2 \cdot 98 \cdot 97! (2 \cdot 95 + 97 \cdot 94) =$

$= 98! \cdot 6 (2 \cdot 95 + 97 \cdot 94)$

Решена другая задача (0б)

Ответ: $98! \cdot 6 (2 \cdot 95 + 97 \cdot 94)$

М11-424

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-424

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Колесникова А.Ю.	10	Атаманова Т.Г	10	10
2	Позднева	10	Савина С.В	10	10
3	Борисова	8	Кремер	8	8
4	Овсянникова	1	Савина	1	1
5	Сухан	12	Угрюмов	12	12
6	Онехова	0	Степанян	0	0
7	Комнов	0	Степанян	0	0
8	Яковлев	0	Цыцун	0	0
ИТОГО					~~41~~ 51

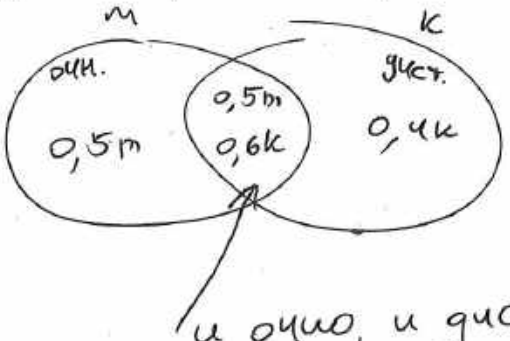
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - [illegible] 424

Задание №1:

1) Число студентов, занимающихся очно - m, занимающихся дистанц. - k, тогда: $0{,}5m = 0{,}6k \Rightarrow m = \frac{6}{5}k$



и очно, и дистанц.

Тогда доля студентов занимающихся только очно равна:

$(m + k - 0{,}6k)$ - всего уч-ся

$$\Rightarrow \frac{0{,}5m}{m + k - 0{,}6k} = \frac{\frac{3}{5}k}{\frac{6}{5}k + \frac{2}{5}k} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

Ответ: Доля студентов, занимающихся только очно равна 0,375 или 37,5 % +10 б.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 424

Задание №2:

$A+B$ - min;

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \quad |\cdot 2 \\ 5A+3B \geq 11 \quad |\cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 6A+8B \geq 22 \\ 10A+6B \geq 22 \end{cases}$$

Т.к. $A+B=S$, тогда $\begin{cases} S+4B \geq 9 \\ 3S+B \geq 11 \\ 5S-2B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} B \geq \frac{9-S}{4} \\ B \geq 11-3S \\ B \leq \frac{5S-11}{2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} S \geq 9-4B \\ S \geq \frac{11-B}{3} \\ S \geq \frac{11+2B}{5} \end{cases}$$

Имеем промежуток, на котором при $B \uparrow$ $\left(\frac{11+2B}{5}\right) \uparrow$; $(9-4B) \downarrow$; $\frac{11-B}{3} \downarrow$

Наиб. S будет при равенстве:

$$\left[\begin{cases} 9-4B = \frac{11+2B}{5} \\ \frac{11-B}{3} \leq \frac{11+2B}{5} = 9-4B \end{cases} \quad (1) \right.$$

$$\left. \begin{cases} \frac{11-B}{3} = \frac{11+2B}{5} \\ 9-4B \leq \frac{11+2B}{5} \end{cases} \quad (2) \right.$$

Don Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 - 424

(1): $\begin{cases} 45 - 20B = 11 + 2B \\ \frac{11-B}{3} \le \frac{11+2B}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} B = \frac{34}{22} \\ \frac{11 - \frac{34}{22}}{3} \vee \frac{11 + \frac{34}{11}}{5} \text{ Н.б.} \end{cases}$

$55 - \frac{34 \cdot 5}{22} \vee 33 + \frac{34 \cdot 3 \cdot 2}{11}$

$22 \vee \frac{34}{22}$

(2) $\begin{cases} \frac{11-B}{3} = \frac{11+2B}{5} \\ 9 - 4B \le \frac{11+2B}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{22}{5} - 5B = 3 + 6B \\ 9 - 4B \le \frac{11+2B}{5} \ (B) \end{cases}$

$\hookrightarrow 1 \le \frac{11+4}{5} \ (B)$

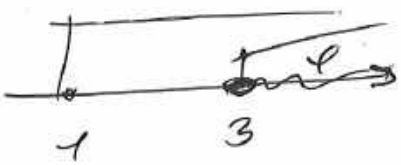
$B = \frac{22}{11} = 2$

$S = A + B \ge 3$ 10

$\begin{cases} S \ge 1 \Rightarrow \\ S \ge \frac{11-2}{3} = 3 \\ S \ge \frac{11+4}{5} = 3 \end{cases}$

Ответ: 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow A + B$ наим $= 3$



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М.11 - 424

Задание №3:

$P(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$, Найти $P_1 + P_2 + \dots + P_{99}$

Рассм: $P_1 + P_{99} = \frac{9}{9 + 9^{50}} + \frac{9^{99}}{9^{99} + 9^{50}} = \frac{9}{9(1 + 9^{49})} +$

$+ \frac{9^{50} \cdot 9^{49}}{9^{50}(1 + 9^{49})} = \frac{9^{49}}{1 + 9^{49}} + \frac{1}{1 + 9^{49}} = 1$

Аналогично складываем $P_2 + P_{98}$; $P_3 + P_{97}$ ....

... $P_{49} + P_{51}$, считая $P_1 + P_{99}$ получим 49 пар

$\Rightarrow P_1 + P_2 + \dots + P_{99} = 49 \cdot 1 + P_{50} = 49 + \frac{9^{50}}{9^{50} + 9^{50}} =$

$= 49 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

8 баллов

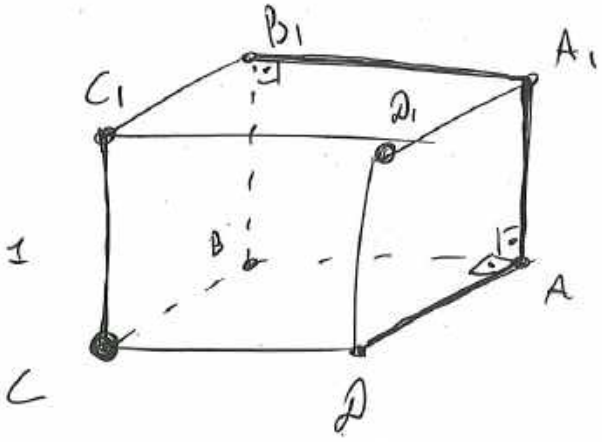
Не доказано, что $P(n) + P(100 - n) = 1$ $\forall n$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-424

Задание №4



1) Если центр сферы будет расположен в т-ке B, то т.к. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб →

→ $\rho(B;C) = 1 = R$

2) $BB_1 \perp (A_1B_1C_1)$ и $BB_1 \perp A_1B_1$ → $\rho(B;B_1A_1) = 1 = R$

Аналогично $\rho(B;$ [illegible] $AA_1) = 1 = R$, $\rho(B;AD) = 1 = R$

Ответ: 1

не найдено все решения

1 б

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-424

Задание №5:

$$\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x$$

$\operatorname{arcctg}(t) \in (0;\pi)$, $t \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in (0;2\pi)$

У-е (б): $\begin{cases} x \neq \frac{5}{3} \\ x \neq -1 \end{cases}$ +

1) $x \neq \pi$, тогда $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = \operatorname{ctg} x$

(α, β)

$$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} =$$

$$= \frac{\frac{(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)} - 1}{\frac{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)}{(3x-5)(x+1)}} = \frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)} =$$

$$= \frac{5x^2 - 5x + 3x - 3 - 3x^2 - 3x + 5x + 5}{5x^2 + 5x + 3x + 3 + 3x^2 - 3x - 5x + 5} = \frac{2x^2+2}{8x^2+8} =$$

$$= \frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} = \frac{1}{4} \quad +$$

$x \neq 0$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-424

Значит $ctg(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ ~~x ≠ arcctg~~

$$\begin{cases} x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) + \pi n, \ n \in Z \\ x \in (0; 2\pi] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \\ x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) + \pi \end{cases}$$

2) При $x = \pi$: $\alpha + \beta = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \beta$

$$arcctg\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) = \pi - arcctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$\uparrow (0;\pi)$ $\uparrow (0;\pi)$

$$ctg(\alpha) = ctg(\pi - \beta) \Leftrightarrow ctg(\alpha) = ctg(-\beta)$$

$\rightarrow \alpha = -\beta$ $\frac{5x+3}{3x-5} = -\frac{x-1}{x+1}$, при $x = \pi$

рав-во не вып-ся

Ответ: $\begin{cases} x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \\ x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) + \pi \end{cases}$ +

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Мп-4124

Задание 8

Имеется ~~какая~~ посл-ть $X\{x_1; \dots; x_{100}\}$, сост. из всех натур. чисел от 1 до 100, тогда сравнив все числа с 50, $Y = \{50; 50; \dots; 50\}$, получим позицию числа 50 и две группы: больше 50 и меньше 50, обозначим x - позиция числа, которое нам известно $\Rightarrow$ 49×50 ← 50 чисел $> x$

→ 49 чисел $< x$.

далее напишем такую посл-ть Y, которая сравнивала бы каждый член < 50 с 25, каждый член > 50 с 75, получим такое разбиение

$(24 \times 24) \times (2^{4} \times 2^{5})$, ~~обозначим сколько чисел~~

49 50

Аналогичным образом сравним числа < 25 с 12; > 25, но < 50 с 37; > 50, но < 75 с 62; > 75 с 88, получим следующее разбиение:

$(11 \times 12) \times (11 \times 12) \times (11 \times 12) \times (12 \times 12)$,

действуя аналогичным образом будем получать такие разбиения:

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-424

$(5\times5)\times(5\times6)\times(5\times5)\times(5\times6)\times(5\times5)\times(5\times6)\times(5\times6)\times(5\times6)$

↓

$(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(3\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(3\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times$

$(2\times2)\times(3\times2)\times(2\times2)\times(3\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(3\times2)$

Следующей проверкой группы, состоящие из 2 и 3 чисел однозначно определяются, т.к. группа из 2 чисел представляет собой либо $(a+1;a)$ => Сравнивая с a-число нек-е, однозначно $(a-1;a)$. определяем группу, для 3-х чисел аналогично $(a-1)a;a+1)$ =>

=> Итого 6 шагов

Т.к. один шаг разбивает множество из 2-е группы и определяет одно число, то число шагов не может быть < 6

неверно. 0б

№7 нет 0

№6 нет

Ответ: 6

М11-436

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

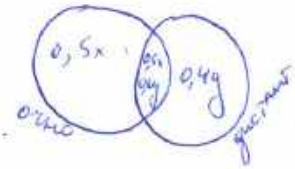
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-430

№1

Пусть x – кол-во учеников, занимающихся очно

y – кол-во учеников, занимающихся дистанционно



дистант от очно – $0,5x$ => только очно: $x - 0,5x = 0,5x$

очно от дистант – $0,6y$ => только дистант: $y - 0,6y = 0,4y$

дистант + очно: $0,5x = 0,6y \Rightarrow y = \frac{0,5x}{0,6} = \frac{5}{6}x$

всего учеников: $x + y - 0,5x$

только очно: $\frac{x-0,5x}{x+y-0,5x} = \frac{0,5x}{0,5x+\frac{5}{6}x} = \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{8}{6}x} = \frac{3}{8} = 0,375$

10б

Ответ: $\frac{3}{8}$ (0,375)

№2 Найти значение $A+B$.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \Leftrightarrow 3A+15B \geq 27 \ (1) \Leftarrow 5A+25B \geq 45 \\ 3A+4B \geq 11 \ (2) \Leftrightarrow 5A+\frac{20}{3}B \geq \frac{55}{3} \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Вычтем (1)-(2): $3A+15B-3A-4B \geq 27-11$

$11B \geq 16$

$B \geq \frac{16}{11}$

Вычтем (1)-(3): $22B \geq 34$

$B \geq \frac{34}{22}$

$B \geq \frac{17}{11}$

Вычтем (2)-(3) (*)

$\frac{20}{3}B - 3B \geq \frac{55}{3} - \frac{33}{3}$

$\frac{20-9B}{3} \geq \frac{22}{3}$

$\frac{11B}{3} \geq \frac{22}{3}$

$11B \geq 22$

$B \geq 2$

Распишем (2) и (3):

$3(A+B)+B \geq 11$ (**)

$3(A+B)+2A \geq 11$

$B-2A \geq 0$

$B \geq 2A$

10б

Из (2): $3A+4B = 3(A+B)+B \geq 11$

$3(A+B) \geq 11-B$

$3(A+B) \geq 11-B$

$(A+B) \geq \frac{11-B}{3}$ Чтобы $A+B$ было min, B должно быть макс. min, примем из (**) $B \geq 2A$

Тогда из (*) $3(A+B)+B \geq 3(A+B)+2 \geq 11$

$3(A+B) \geq 9$

$(A+B) \geq 3 \Rightarrow$ min значение $\rightarrow 3$

к примеру если $A=1$, $B=2$ $\begin{pmatrix} 1+10 \geq 9 \\ 3+8 \geq 11 \\ 5+6 \geq 11 \end{pmatrix}$

Ответ: 3.

М11-430

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Костомарова	10	Литягина	10	10
2	Гордиенко	10	Бабкина	10	10
3	Маркова	12	Иванова	12	12
4	Балашов	0	Савина	0	0
5	Борисова	6	Краснер	6	6
6	Гарин	3	Онегова	3	3
7	Конюхов	0	Семенова	0	0
8		0	Цыганов	0	0
ИТОГО					41

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-430

№3.

Пусть $n<50$, тогда

$$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}}=\frac{9^n}{9^n(1+9^{50-n})}=\frac{1}{1+9^{50-n}}$$

Если $n>50$, тогда

$$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}}=\frac{9^n}{9^{50}(9^{n-50}+1)}=\frac{9^{n-50}}{9^{n-50}+1}$$

Тогда для n и $100-n$ сумма (где $n<50$):

$$p(n)+p(100-n)=\frac{1}{1+9^{50-n}}+\frac{9^{(100-n)-50}}{9^{(100-n)-50}+1}=\frac{1}{1+9^{50-n}}+\frac{9^{50-n}}{9^{50-n}+1}=\frac{9^{50-n}+1}{9^{50-n}+1}=1$$

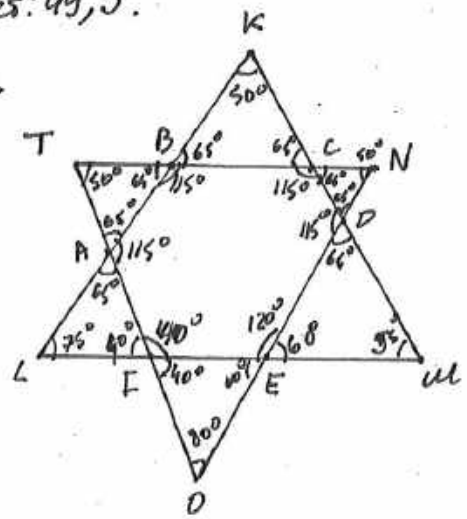
Таким образом сумма $p(1)+p(2)+p(3)\ldots+p(n)=$

$=(p(1)+p(99))+(p(2)+p(98))\ldots+((p(49)+p(51))+p(50))=$

$=1+1+\ldots+1+\frac{9^{50}}{2\cdot 9^{50}}=49+\frac{1}{2}=49{,}5$

Ответ: 49,5.

№6.



Дано:

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=115^\circ$

$\angle E=120^\circ$

$\angle F=140^\circ$

Найти: углы треуг.-?

Решение:

1. Рассмотрим $\angle BAF$. Он $\Rightarrow 115^\circ$ и смежный с углами $\angle BAT$ и $\angle FAL \Rightarrow \angle BAT=\angle FAL=180^\circ-115^\circ=65^\circ$
2. Аналогично для $\angle ABC$, $\angle BCD$ и $\angle CDE$:
$\angle ABT=\angle KBC=65^\circ$, $\angle KCB=\angle NCD=65^\circ$, $\angle NDC=\angle MDE=65^\circ$
3. $\angle BTA=180^\circ-65^\circ-65^\circ=50^\circ$; Аналогично $\angle CKB=50^\circ$ и $\angle DNC=50^\circ$
4. $\angle DEM=\angle FEO=180^\circ-\angle DEF=60^\circ$ Из смежности и вертик. углов
$\angle EFO=\angle AFL=180^\circ-\angle AFE=40^\circ$
$\angle FOE=180^\circ-60^\circ-40^\circ=80^\circ$
$\angle ALF=180^\circ-40^\circ-65^\circ=75^\circ \Rightarrow$
$\angle DME=180^\circ-65^\circ-60^\circ=55^\circ$
5. в $\triangle KLM$ углы: 50°, 55° и 75°
в $\triangle TNO$ углы: 50°, 50° и 80°

Ответ: $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ; 50^\circ, 55^\circ, 75^\circ$.

1 вар уник – 3 ✓

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-430

№6. Решить уравнение:

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$ (=)

6 баллов

Вычислим сумму arcctg: $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) =$

$= \frac{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{(5x+3)}{(3x-5)}\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)+\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)} = \frac{\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}} =$

$= \frac{\frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(3x-5)(x+1)}}{\frac{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)}{(3x-5)(x+1)}} = \frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)} = \frac{5x^2-2x-3-3x^2+2x+5}{5x^2+8x+3+3x^2-8x+5} =$

$= \frac{2x^2+2}{8x^2+8} = \frac{1}{4}\frac{(x^2+1)}{(x^2+1)} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ из изн. уравнения

Решено наполовину

Потеряли одно решение

$\operatorname{ctg}x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

Ответ: $\operatorname{arcctg}0{,}25$

№7. При каких a существует прямая, кас. графика функции в двух точках.

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

I. $a=0$, тогда $f(x) = x^2 + x$, т.е. $f(x)$ – квадратный двухчлен → парабола с ветвями вверх и вершиной в т. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$. ~~Такой граф~~ Такая функция на $\mathbb{R}$ выпукла вниз => любая кас. не выше графика => при $a=0$ такая прямая не существует.

II. $a \neq 0$, тогда $f(x) = ax^4 + x^2 + x$

Найдём производную $(f(x))' = 4ax^3 + 2x + 1$

Приравняем к 0, чтобы найти т. лок. мин. и макс.

$4ax^3 + 2x + 1 = 0$ (*)

Заметим, что при $a>0$ и $x > \Phi$ $(f(x))' > 0$ и при $a<0$ и $x < \Phi$ (*) > 0.

При $a>0$ и $x < \Phi$ (*) < 0 и при $a<0$ и $x > \Phi$ (*) < 0.

Но т. беду $x : 1 \Rightarrow x = -1$ или $x = 1$ (из *)

$\begin{cases} 4a + 2 + 1 = 0 \\ -4a - 2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = -\frac{3}{4} \\ a = -\frac{1}{4} \end{matrix}$

В этих случаях x сущ. точка лок. мин. и макс.

Общего решения нет

Ответ: $-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}$.

0

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-430

№8. Первыми шагами выпишем такую последовательность:

$\{y_1=51, y_2=52 \dots y_{49}=99, y_{50}=100, y_{51}=1, y_{52}=2 \dots y_{99}=49, y_{100}=50\}$

Таким образом для каждой позиции мы узнали ~~в какой~~ половине относительно своего номера в последовательности число

$n \le 50$: $y_n = n+50$

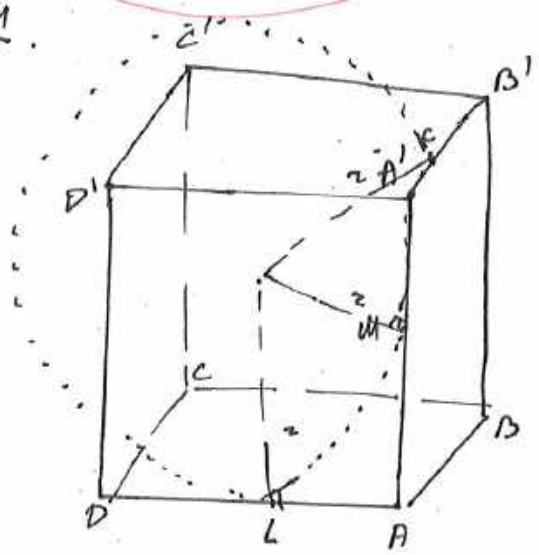
$n > 50$: $y_n = 50-n$

Пусть для n-ной ($n \le 50$) позиции мы узнали, что $y_n < x_n \Rightarrow n+50 < x_n$. Тогда след. шагом на эту позицию поставим число $50+n$ (= $25+n$) -25. Если же $y_n > x_n$, то $50+n+25 = 75+n$. Таким образом будем делить получивш. числа на n позиции „пополам" (если $y_n < x_n$ то с окр. вверх, иначе с округл. вниз (при нечётн.)). Следовательно, такое получится реализовать за 7 шагов.

Ответ: 7 шагов.

неверно!

№4.



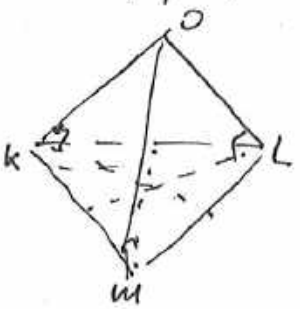
Дано: ребро куба = 1

Сф., прокод. через т. C и касат. AD, AA' и A'B'

Решение:

Пусть K, L, M – т. касания сферы, O – ц. сферы;

Тогда $OK = OM = OL > \frac{1}{2}OC$, т.к. C – внутри сферы; $OK \perp A'B'$, $OM \perp A'A$, $OL \perp AD$



т.к. $OK = OL = OM$ то высота проходит через ц. опис. окр. $\triangle KLM$



об

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)



11-189

Код участника
(заполняется организатором)

17-33
17-55

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 – 189

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалдинова	10	Гурьянова	10	10
2	Киреева	10	Гоздец	10	10
3	Александровна	12	Маркова	12	12
4	Иванова	0	Магомедов	0	0
5	Волкова	2	Удодов	2	2
6	Олехова	7	Степанян	7	7
7	Конкова	0	Степанян	0	0
8	Клемина	0	Ивашин	0	0
ИТОГО					41

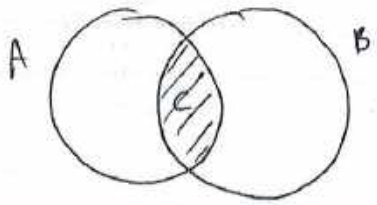
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) : Ul11-197

№8 ver

№1.



A - не говорят по английски (множество не говорящ. по англ.)

B - не говорят по французски (множество не говорящ. по франц.)

C - не говорят по англ и не говорят по франц; пересечение A и B.

С одной стороны: $C = (1-0{,}04)\cdot A = 0{,}96\cdot A$.

С другой стороны: $C = (1-0{,}2)\cdot B = 0{,}8\cdot B$.

$\Rightarrow$ $0{,}8\cdot B = 0{,}96\cdot A \Rightarrow \quad \frac{B}{A} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = 1{,}2.$

Отв: В 1,2 раза. +10б

№2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(A+B)+2B \le 11 \\ 3(A+B)+A \le 10 \\ 4(A+B)+3A \le 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2B \le \frac{11-3(A+B)}{2} \quad (1) \\ A \le 10-3(A+B) \quad (2) \\ A \le \frac{18-4(A+B)}{3} \quad (3). \end{cases}$$

Оценка:

Просуммируем 1 и 2:

$$A+B \le \frac{11-3(A+B)+20-6(A+B)}{2} = \frac{31-9(A+B)}{2}$$

$$A+B \le \frac{31}{11}$$

Просуммируем 1 и 3:

$$A+B \le \frac{18-4(A+B)}{3}\cdot 12 + \frac{11-3(A+B)}{2}\cdot 13 = \frac{36-8(A+B)}{6} + \frac{33-9(A+B)}{6}$$

$$A+B \le \frac{69}{23} = 3.$$

$\Rightarrow$ $A+B \le \frac{31}{11}$ Проверим может ли $A+B = \frac{31}{11}$.

Пример: $A = \frac{17}{11} \quad B = \frac{14}{11}$.

Проверка:

$$\frac{17}{11} \le 10 - 3\cdot\frac{31}{11} = \frac{110-93}{11} = \frac{17}{11}.$$

$$\frac{17}{11} \le \frac{18-4\cdot\frac{31}{11}}{3} = \frac{198-124}{33} = \frac{74}{33}.$$

$$\frac{14}{11} \le \frac{11-3\cdot\frac{31}{11}}{2} = \frac{121-93}{22} = \frac{28}{22} = \frac{14}{11}.$$

+10

Отв: $\frac{31}{11}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ЦФО-1-1189

№3

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}.$$

$$p(34-n) = \frac{(-3)^{34-n}}{3^{34-n} + 3^{17}} = \frac{\frac{3^{34}}{(-3)^n}}{\frac{3^{34}}{3^n} + 3^{17}} = \frac{\frac{3^{34}}{(-3)^n}}{3^{17}\left(\frac{3^{17} + 3^n}{3^n}\right)} = \frac{3^{17}\cdot(-1)^n}{3^{17} + 3^n}$$

$$p(n) + p(34-n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} + \frac{3^{17}\cdot(-1)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{(-3)^n + 3^{17}\cdot(-1)^n}{3^n + 3^{17}}$$

при $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$ данная сумма равна -1,

при $n = 2m$, $m \in \mathbb{Z}$ сумма равна 1.

$\Rightarrow$ $p(1) + p(33) + p(2) + p(32) + \dots + p(16) + p(18) = 0$

$\Rightarrow$ $p(1) + p(2) + \dots + p(33) = p(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17} + 3^{17}} = \frac{-3^{17}}{2\cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$. +

№5

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right) = x.$$

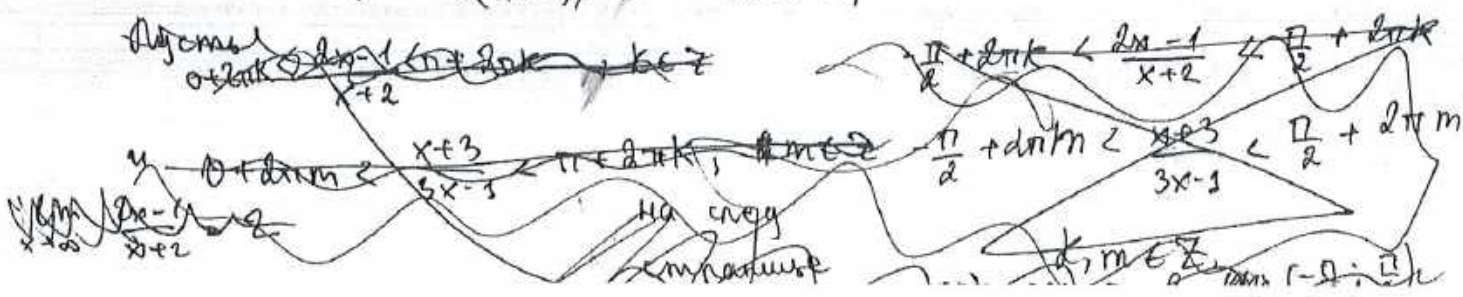
ОДЗ: $x+2 \neq 0$, $x \neq -2$; $3x-1 \neq 0$, $x \neq \frac{1}{3}$.

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)\right) = \operatorname{tg} x.$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} + \frac{\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}}{1 - \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\right) + \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\right)\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)\right)} = \operatorname{tg} x.$$



Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ш-11-159

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)} = \frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+5x+6}{3x^2+6x-x-2-(2x^2-x+6x-3)} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7. = \operatorname{tg} x.$$

не все и порядке.

$x = \operatorname{arctg} x + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Рассмотрим $\lim_{x\to\infty} \frac{x+3}{3x-1} = \frac{1}{3}$ и $\lim_{x\to\infty} \frac{-3-x}{1-3x} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{x+3}{3x-1} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

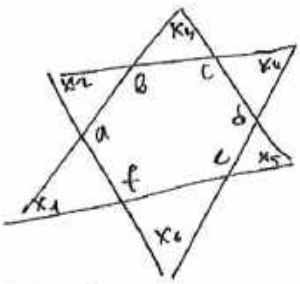
Но $\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2 > \frac{\pi}{2}$.

т.к $\operatorname{arctg} a$ возвр значение $\in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, но tg от арктангенса всё равно равна tg a

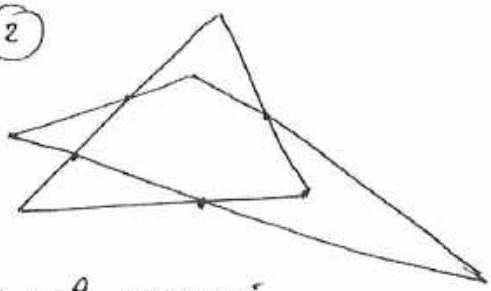
отсюду верн. $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = \operatorname{tg} a$

№6

(1)



(2)



Есть два случая когда при пересечении 3-ков фигурой пересечения явл шестиугольник

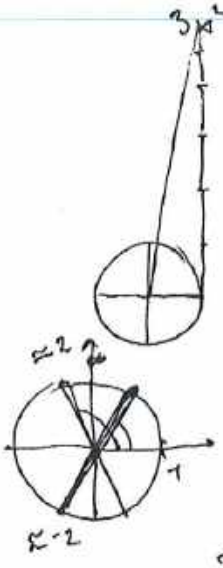
(1) каждая сторона первого пересекает две другого.

(2) один угол первого и один угол второго 3-ков явл. углами шестиугольника, а третьи оставшиеся пересекают две стороны другого.

(1) $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 360 = 2(a+b+c+d+e+f) - 6\cdot 180$

$= 2(3\cdot 100 + 130 + 150) = 2\cdot 720 - 1080 = 360$ правда

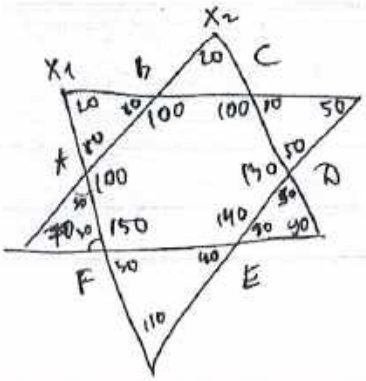
тогда стороны треугольника можно найти



Бланк ответа 4

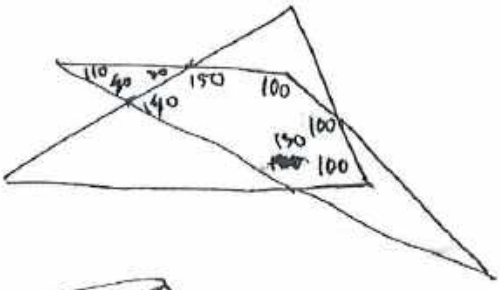
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

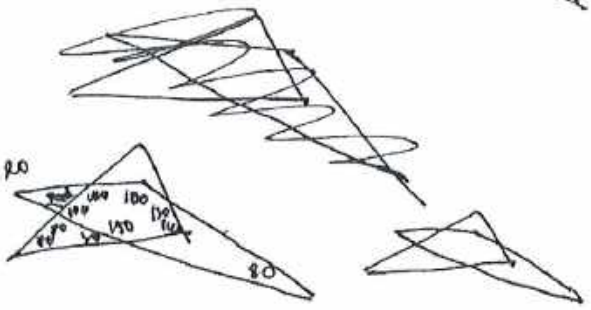
Код участника: (заполняется организатором) Ю11 – 187



(20; 70; 90) и (20; 50; 110).

(2).







Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ш44 - 189

№7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x.$

$y_{кас} = kx + c$

$x^4 + bx^2 + x = kx + c. \qquad k = 1$

$x^4 + bx^2 - c = 0 \qquad t = x^2 \quad t \geq 0.$

$t^2 + bt - c = 0.$

$D = b^2 + 4c > 0.$ Это когда $b^2 + 4c > 0.$

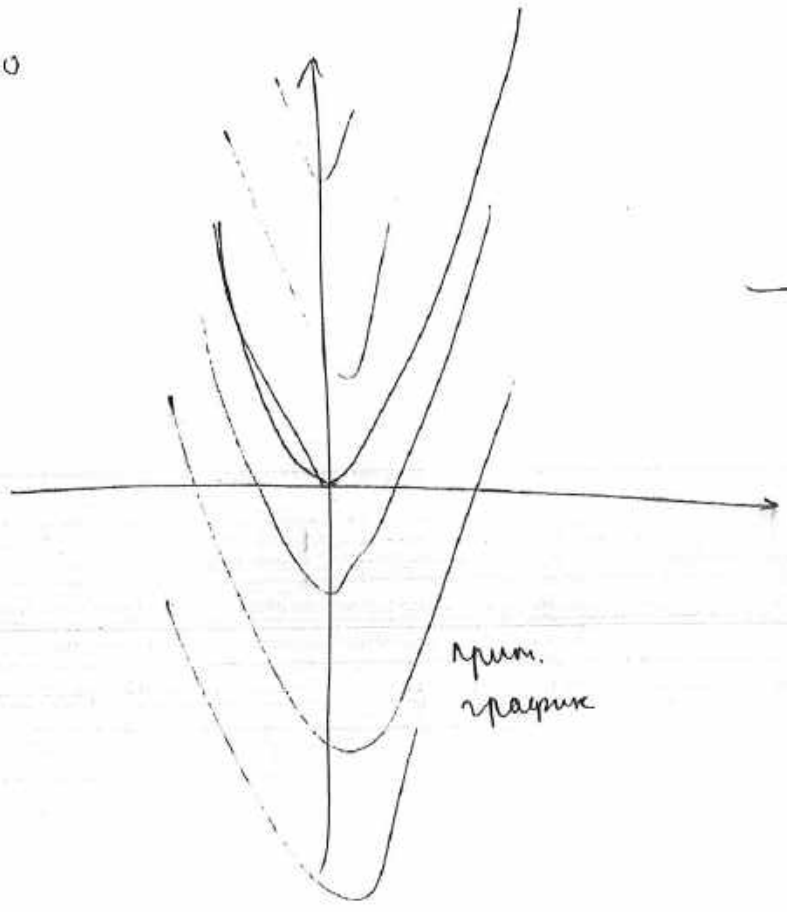
$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2+4c}}{2}$ т.к $t > 0$, то $-t - \sqrt{b^2+4c} > 0.$

$t < -\sqrt{b^2-4c}$ противоречие

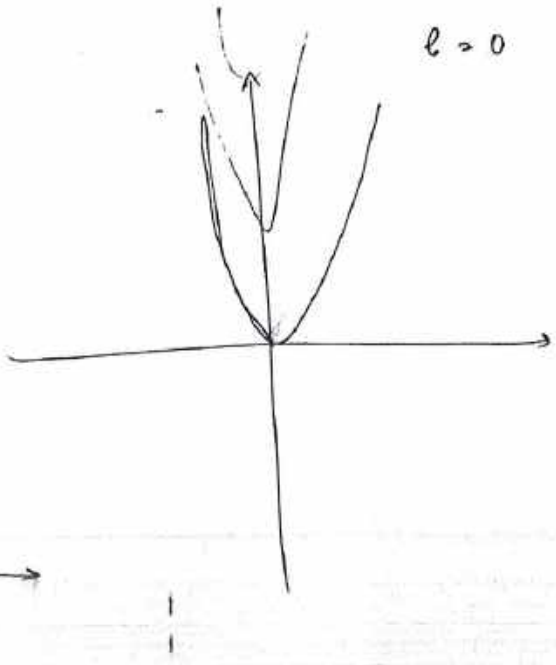
$k \neq 1$

$x^4 + bx^2 + (1-k)x - c = 0.$

$b \neq 0$



$b = 0$



М11-170

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-270

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Самсонова	10	Гурьянова	10	10
2	Сабитова	10	Магомедов Р.М.	10	10
3	Маркова	12	Макаева	12	12
4	Курсанова	0	Овчинникова	0	0
5	Борисова	6	Кремер	6	6
6	Гуляева	3	Степан	3	3
7	Курсанова	0	Степанов	0	0
8	[illegible]	0	Шапова	0	0
ИТОГО					41

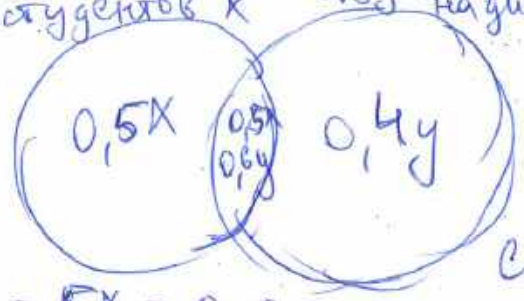
1

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-270
(заполняется организатором)

Задача 1.



Предположим, что y - студенты на дистанционном обучении. Тогда x - студенты на очном обучении.

Следовательно, мы получаем

$0,5x = 0,6y$

$5x = 6y$

$y = \frac{5}{6} \cdot x$

$x = \frac{6}{5} \cdot y$

$0,5x = \frac{3}{5}y$ - ученики, которые занимаются только очно.

Общее кол-во студентов:

$0,5x + 0,5x + 0,4y = \frac{3}{5} \cdot y + \frac{3}{5} \cdot y + 0,4y = \frac{6}{5}y + 0,4y = 1,6y.$

Давайте теперь найдем только отношение очных студентов ко всем студентам:

$\frac{0,5x}{1,6y} = \frac{3}{5} \cdot y : \left(\frac{16}{10} \cdot y\right) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ ⊕ 10б

2

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: Н14-279
(заполняется организатором)

Задача №2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

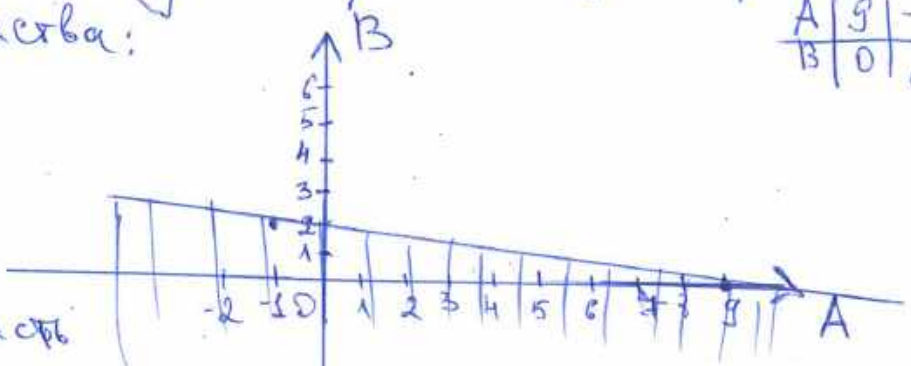
Решение задачи:

1) $A+B$ стремится к минимуму. Применим пространственный метод интервалов для решения каждого неравенства:

$A+5B \geq 9$

$A \geq 9-5B$

A	9	-1
B	0	2

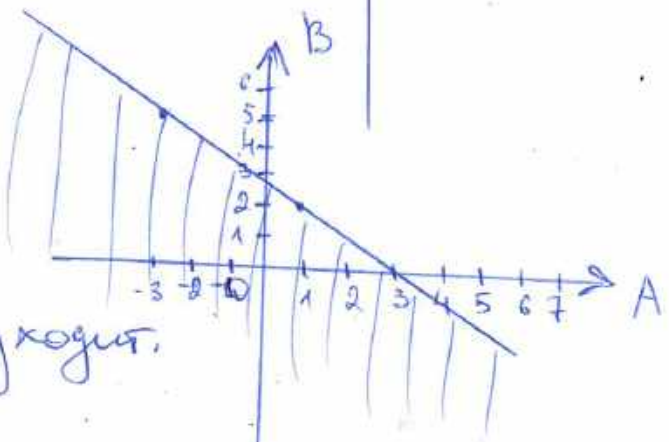


Подходящая область не закрашенная.

2) $3A+4B \geq 11$

$A \geq \frac{11}{3} - \frac{4}{3}B$

A	1	-3
B	2	5



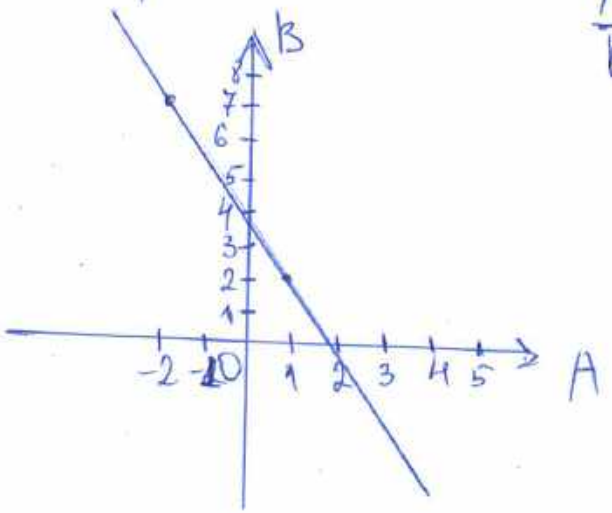
Закрашенная область не подходит.

3) $5A+3B \geq 11$

$5A \geq 11-3B$

$A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$

A	1	-2
B	2	7



Закрашенная часть не подходит.

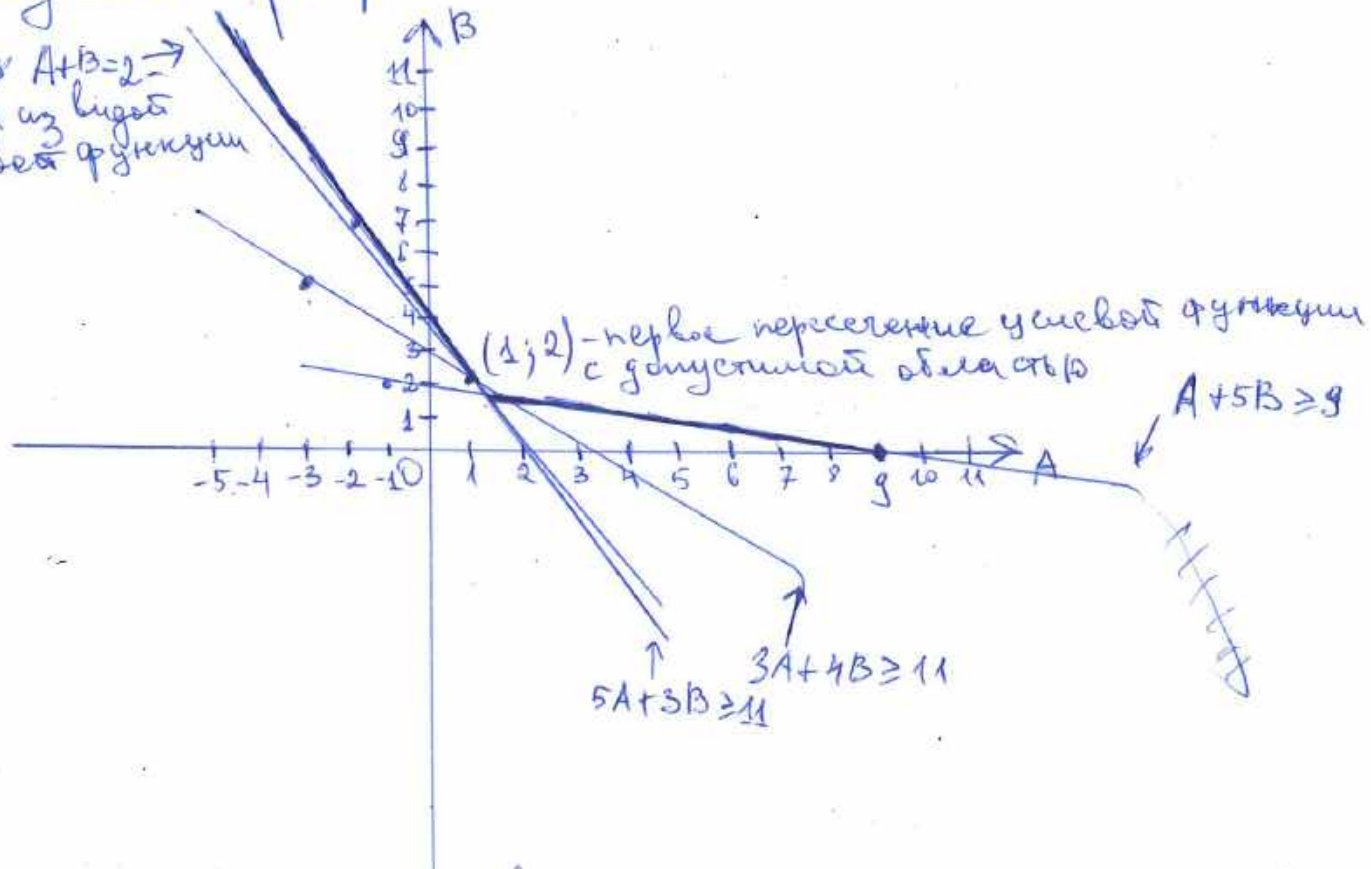
3

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-270
(заполняется организатором)

Продолжение задачи 2.
Ну и теперь нарисуем подходящие области на одном графике



A+B → MIN - целевая функция. Обозначим, A+B=2
B=2-A

A	2	0
B	0	2

Если посмотреть на график, то очевидно, что первое пересечение целевой функции с допустимой областью в точке (A;B)=(1;2), тогда A+B минимальное =
=2+1=3

Ответ: 3 10

4

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-219
(заполняется организатором)

Задача №5.

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$, где $x\neq -1$, $x\neq \frac{5}{3}$

А теперь заметим, что углы справа и углы слева равны, а это значит, что равны и их ctg.

Соответственно имеем:

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)-1}{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\right)+\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{\frac{5x^2+3x-5x-3}{3x^2+3x-5x-5}-1}{\frac{5x^2+5x+3x+3+3x^2-3x-5x+5}{3x^2+3x-5x-5}}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{5x^2-2x-3-3x^2+2x+5}{3x^2+3x-5x-5}\cdot\frac{3x^2+3x-5x-5}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)}=\operatorname{ctg}x$$

$$x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n$$

Учитывая область определения $\operatorname{arcctg}x\ (0;\pi)$ получим $x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

Ответ: $x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

6 баллов

Наберено 1 решение

5

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М14-279
(заполняется организатором)

Задача №6.3

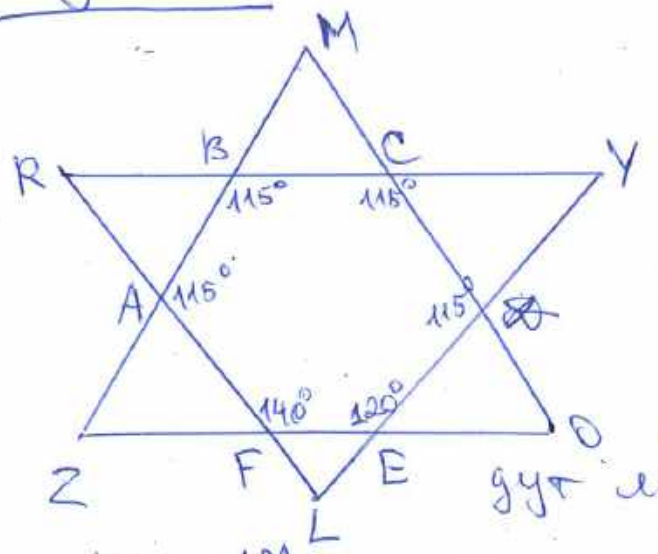
$$p(x+p)(100-p) = \frac{g^h}{g^h+g^{50}} + \frac{g^{100-h}}{g^{100-h}+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{50-h}} + \frac{g^{50-h}}{1+g^{50-h}} = \frac{1+g^{50-h}}{1+g^{50-h}} = 1$$

Следовательно, получаем:

$$p(1)+p(2)+\ldots+p(98)+p(99) = p(1)+p(99)+p(2)+p(98)+\ldots+p(49)+p(51)+p(50) = 49 + \frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}} = \frac{1}{2} + 49 = 49\frac{1}{2} = 49{,}5$$

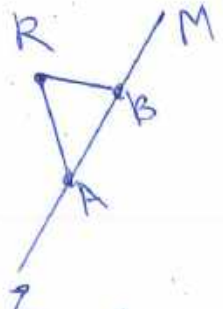
Ответ: 49,5

Задача 6.

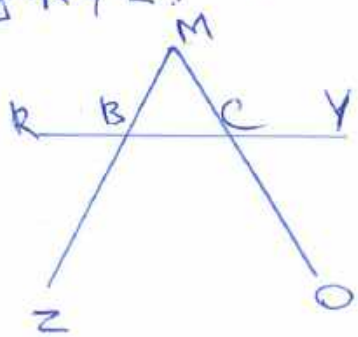


Пусть данные треугольники ZMO и RLY. Заметим, что эти треугольники равны. Предположим, что существует два случая:

1) A и B находятся на одной и той же стороне $\triangle ZMO$, A и B будут лежать на разных сторонах $\triangle RLY$



2) Во втором случае на одной и той же стороне $\triangle RYL$:



также пользуясь равносторонностью этих треугольников сложно сказать что оба этих случая абсолютно симметричны.

Следовательно, мы можем рассмотреть только один случай.

6

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-279
(заполняется организатором)

Продолжение задачи 6.

3) Наконец теперь можем найти все углы:

$\angle Z = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) - (180^\circ - 140^\circ) = 75^\circ$

$\angle M = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) \cdot 2 = 50^\circ$

$\angle O = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) - (180^\circ - 120^\circ) = 55^\circ$

$\angle K = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) \cdot 2 = 50^\circ$

$\angle M = 180^\circ - 2 \cdot (180^\circ - 115^\circ) = 50^\circ$

$\angle L = 180^\circ - (180^\circ - 120^\circ) - (180^\circ - 140^\circ) = 80^\circ$

$\triangle ZMO$: 75°; 55°; 50°

$\triangle RLY$: 80°; 50°; 50°

Ответ: $\triangle ZMO$: 75°; 55°; 50°

$\triangle RLY$: 80°; 50°; 50°

1 вар реш – 3б.

М11-051

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-051

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалеев	10	Гурьянова	10	10
2	Гоздева	2	Зиганшина	2	2
3	Маркова	12	Исаева	12	12.
4	Аксенова	0	Кирьянова	0	0
5	Кремер	6	Борисова	6	6
6	Окунева	3	Степанян	3	3
7	Конева	0	Степанян	0	0
8	Шашин	0	Селищев	0	0
ИТОГО					33

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11–051

(заполняется организатором)

№1

Всего z учеников.

x – очно и очно+дистант ученики.

0,5x – очно+дистант ученики. ⇒ только очно $x-0,5x=0,5x$.

$(z-0,5x)$ – дистант и очно+дистант.

$0,6(z-0,5x)$ – очно+дист.

$0,6(z-0,5x)=0,5x$. |·10.

$6z-3x=5x$.

$6z=8x$. ⇒ $x=\frac{6}{8}z=\frac{3}{4}z=0,75z$. – очно и дистант + очно

Только очно $x-0,5x=0,5x=0,5\cdot 0,75z=0,375z$.

Ответ: 37,5% (+) 10б.

№3. $p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}$; Найти $p(1)+p(2)+\dots+p(99)$.

$p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}=\frac{1}{1+g^{50-n}}$;

Теперь запишем сумму так: $(p(1)+p(99))+(p(2)+p(98))+\dots+(p(49)+p(51))+p(50)$.

$p(n)+p(100-n)=\frac{1}{1+g^{50-n}}+\frac{1}{1+g^{n-50}}=\frac{1+1+g^{n-50}+g^{50-n}}{1+g^{50-n}+g^{n-50}+g^{50-n+n-50}}=\frac{2+g^{n-50}+g^{50-n}}{2+g^{50-n}+g^{n-50}}=1$.

$\underbrace{1+1+\dots+1}_{49}+p(50)=49+p(50)=49+\frac{1}{1+g^0}=49+\frac{1}{2}=\frac{99}{2}$.

Ответ: $\frac{99}{2}$.

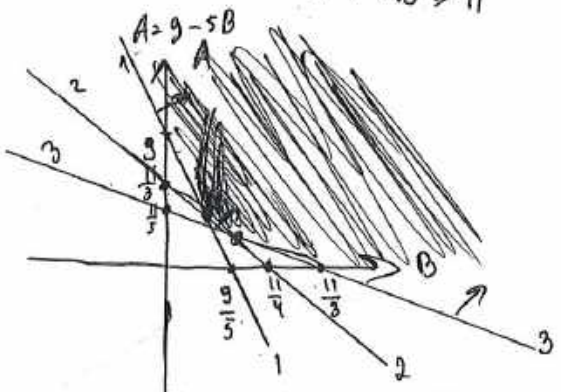
Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111 - 051
(заполняется организатором)

№2. $\min(A+B)$

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \qquad \begin{cases} A \geq 9-5B \ (1) \\ A \geq \frac{11-4B}{3} \ (2) \\ A \geq \frac{11-3B}{5} \ (3) \end{cases}$$



Нарисовали область подходящих нам значений.

(1) пересеч

точка пересечения (1) и (2). $B=\frac{16}{11}$; $A=\frac{19}{11}$.

Точка пересеч. (1) и (3) $B=\frac{17}{11}$ (не подходит из-за (2)).

точка пересеч (2) и (3). $A=\frac{98-85}{41}=\frac{14}{11}$

$55-10B=33-9B$

$B=2$; $A=1$.

или $B=\frac{16}{11}$; $A=\frac{19}{11}$.

$\frac{14}{11} \geq \frac{11-4\cdot 17}{3}$

$42 \geq 121-4\cdot 17$

$42 \geq 53$ ×

Не доказали что $A+B \geq 3$

$B=2$; $A=1 \Rightarrow A+B=3$.

$B=\frac{16}{11}$; $A=\frac{19}{11} \Rightarrow A+B=\frac{35}{11}$ объект мечты

25

$B=2$; $A=1$

Если на нашей области мы увеличим B, то $|\Delta B| > |\Delta A|$ из-за угла наклона прямых (3). $\operatorname{tg}(\alpha) = -\frac{3}{5} = -\frac{\Delta A}{\Delta B}$. Тут видно, что B изменяется быстрее.

Точно также и с A, если увеличим A, то $|\Delta A| > |\Delta B|$ из-за угла наклона прямых (1). $\operatorname{tg}\alpha = -5 = -\frac{5}{1} = \frac{\Delta A}{\Delta B}$.

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-051
(заполняется организатором)

№5. $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq \frac{5}{3}; -1; \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]. \end{cases}$

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) = \operatorname{ctg} x.$

α β.

$\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha} \Big| : = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}$

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} = \alpha \Rightarrow \operatorname{ctg}\alpha = \frac{5x+3}{3x-5}$

$\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = \beta \Rightarrow \operatorname{ctg}\beta = \frac{x-1}{x+1}$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \operatorname{ctg} x.$

$\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha} = \operatorname{ctg} x.$

$\left(\frac{(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)} - 1\right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}\right)} = \frac{5x^2 - 5x + 3x - 3 - 3x^2 - 3x + 5x + 5}{(3x-5)(x+1)} \cdot \frac{(3x-5)(x+1)}{5x^2 + 5x - 5x + 3 + 3x^2 - 3x - 5x + 5} =$

$= \frac{2x^2+2}{8x^2+8} = \frac{2}{8}\cdot\frac{(x^2+1)}{(x^2+1)} = \frac{1}{4}.$

$\operatorname{ctg}(x) = \frac{1}{4}.$

$x = \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)$

Ответ: $x = \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)$

Нет 2-го решения

6

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-051

(заполняется организатором)

4. $f(x) = ax^4 + x^2 + x$

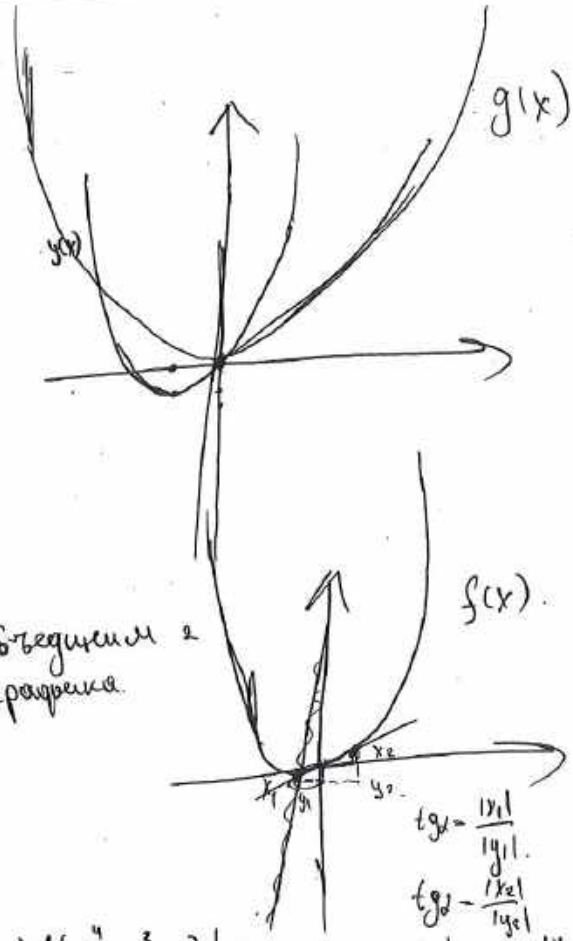
рассмотрим отдельно две функции.

$g(x) = x^2 + x$ и $g(x) = ax^4$.

$x_0 = -\frac{1}{2}; y_0 = -\frac{1}{4}$

при $a \geq 0$.

Чтобы было 2 точки касания нам нужно чтобы хотя бы одна точка функции была меньше нуля.



$y = f'(x_0)\cdot(x - x_0) + x_0$

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

$y = kx + b$

$k = f'(x_0) = 4ax_0^3 + 2x_0 + 1$

$\begin{cases} 4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = y_1 \\ 4a \end{cases}$

$\begin{cases} ax_1^4 + x_1^2 + x_1 = y_1 \\ ax_2^4 + x_2^2 + x_2 = y_2 \end{cases} \Big| :$

$\frac{|y_1|}{|y_2|} = \frac{|x_1|}{|x_2|}$ $x_2(ax_1^4 + x_1^2 + x_1) = x_1(ax_2^4 + x_2^2 + x_2) \Big| : x_1 x_2$.

$tg\alpha = \frac{|x_1|}{|y_1|}$.

$tg\alpha = \frac{|x_2|}{|y_2|}$

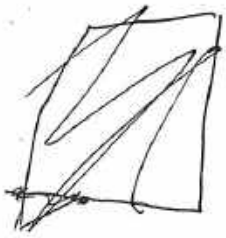
$\frac{|x_1|}{|x_1| + |x_2|} = \frac{|y_1|}{|y_1| + |y_2|}$

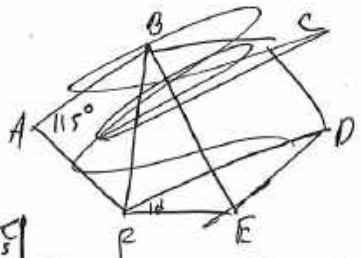
ПРОДОЛЖЕНИЕ НА ДРУГОМ ЛИСТЕ

$ax_1^3 + x_1 + 1 = ax_2^3 + x_2 + 1$

$a = \frac{x_2 - x_1}{x_2^3 - x_1^3} = -\frac{1}{x_1 + x_2 x_1 + x_2}$; $x_1 = -\frac{1}{a(1+x_2)} - \frac{x_2}{(1+x_2)}$.

6.



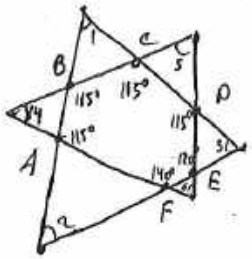


$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$

$\angle F = 140°$

$\Sigma = 180(n-2)$



$\angle 1 = 180 - 2\cdot(180 - 115) = 50$.

$\angle 2 = 180 - 65 - 40 = 75$

$\angle 3 = 180 - 75 - 50 = 55$

$\angle 4 = 180 - 2\cdot(180 - 115) = 50$.

$\angle 5 = 50$

$\angle 6 = 80$.

Ответ: $(50; 75; 55)$ и $(50; 50; 80)$.

№ 8 Не решала.

М11 802

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1 (первый)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11 802

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалеева	0	Гурьянова	0	0
2	Савина С.В.	10	Магомедов Р.М.	10	10
3	Маркова	12	Уткина	12	12
4	Овчинина	0	Куреанова	0	0
5	Кремер	2	Борисова	2	2
6	Грунская	3	Олехова	3	3
7	Конева	14	Степанян	14	14
8	Пелипенко	0	Чаусова	0	0
ИТОГО					41

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11802

№ 2.

Найти наиб. $A+B$, удовл. сис. неравенств.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Пусть $A+B=Z$, тогда $\Rightarrow A=Z-B$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z+4B \geq 9 \\ 3Z+B \geq 11 \\ 5Z-2B \geq 11 \end{cases}$$

Решим данную задачу с помощью графики: найдя т. пересечения и рассм. систему нер. 2.

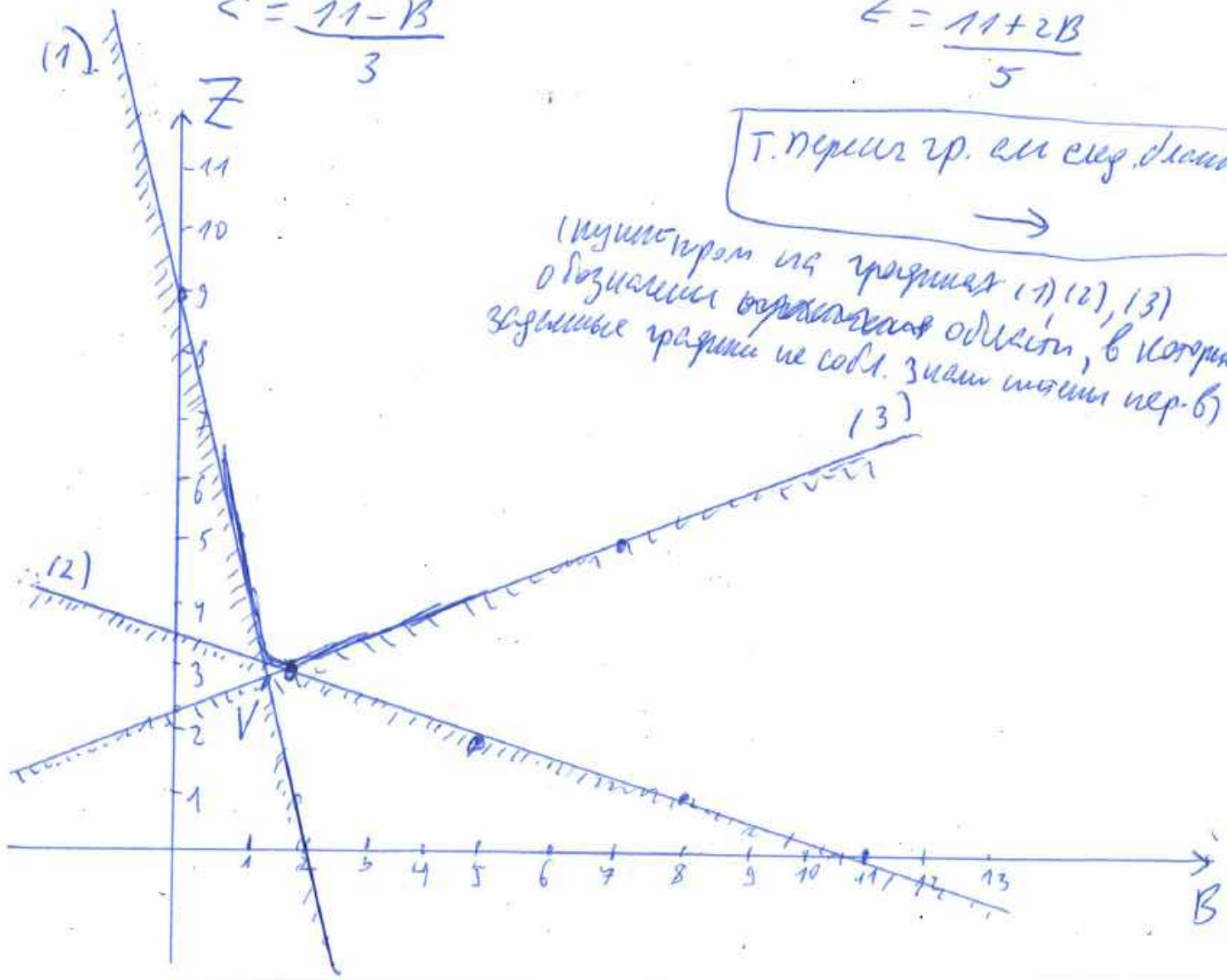
(1) график: $Z=9-4B$

(2) график: $3Z=11-B$

$Z=\frac{11-B}{3}$

(3) график: $5Z=11+2B$

$Z=\frac{11+2B}{5}$



Т. пересеч. гр. см. след. листе →

(Путем прям. на графиках (1), (2), (3) обозначим допустимую область, в которой заданные графики не сов. Знаки смотри нер. 6)

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

т. перес. (1) и (3):

$9 - 4B = \frac{11 + 2B}{5}$

$45 - 20B = 11 + 2B$

$34 = 22B \Rightarrow B = \frac{34}{22} \Rightarrow Z = \frac{62}{22}$ -

но, как мы можем
перейти
видеть на графике исходя из
исходной системы нер-в условия)
мы заметим, что т. перес. (1) и (3) (т. V)
попадет на противоположный знак
нер-в, т.е. в этой точке не
собл. $\begin{cases} A + 5B \geq 5 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases}$, поэтому данная т.
не может идти в ответ

т. перес. (1) и (2):

$9 - 4B = \frac{11 - B}{3}$

$27 - 12B = 11 - B$

$16 = 11B \Rightarrow B = \frac{16}{11} \Rightarrow Z = 9 - \frac{64}{11} =$

$= \frac{99}{11} - \frac{64}{11} = \frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$

$3\frac{2}{11} > 3$ в ответ выпишет наше знач

$Z = A + B \Rightarrow (3)$

Ответ: 3. 10

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

№5.

Решить уравнение $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=t$

Попробуем решить данное урав. через рассм. функцию:

Рассм. ф-ию: $y=\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

$$f'(x)=-\frac{1}{1+\frac{(5x+3)^2}{(3x-5)^2}}\cdot\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)'+\left(-\frac{1}{1+\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'\right)$$

Для графика функции $y=\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$ рассм. ограничения, ограничения: $\begin{cases}x\neq\frac{5}{3}\\ x\neq-1\end{cases}$

Вернемся к производной:

$$-\frac{1}{\frac{(3x-5)^2}{(3x-5)^2}+\frac{(5x+3)^2}{(3x-5)^2}}\cdot\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{(3x-5)^2}+\left(-\frac{1}{\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2}+\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{1(x+1)-1(x-1)}{(x+1)^2}\right)=-\frac{(3x-5)^2}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}\cdot\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{(3x-5)^2}+$$

$$+\left(-\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2+(x-1)^2}\cdot\frac{1(x+1)-1(x-1)}{(x+1)^2}\right)=$$

$$=-\frac{1}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}\cdot\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{1}+\left(-\frac{1}{(x+1)^2+(x-1)^2}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{1(x+1)-1(x-1)}{1}\right)=\frac{15x-25-15x-9}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}-\frac{5(3x-5)-3(5x+3)}{1}=$$

$$=\frac{34}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}-\frac{15x-25-15x-9}{(x+1)^2+(x-1)^2}=$$

Сумма $3x$

$$=\frac{1}{(3x-5)^2+(5x+3)^2}$$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11802

$$+\frac{3x}{x^2+2x+1+x^2-2x+1} = -\frac{34}{34x^2+34} + \frac{34}{\dots}$$

$$= -\frac{15x-25-15x-9}{(3x-5)^2+(5x+3)^2} - \frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(x+1)^2+(x-1)^2} \cdot (x+1)-(x-1) =$$

$$= -\frac{-34}{(9x^2-30x+25+25x^2+30x+9} - \frac{2}{(x^2+2x+1+x^2-2x+1)} =$$

$$= \frac{34}{34x^2+34} - \frac{2}{2x^2+2} = \frac{34}{34(x^2+1)} - \frac{2}{2(x^2+1)} =$$

$$= \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = 0$$

$f'(x) = 1 \quad (x' = 1)$

ч.т.д.

Производная = 0. Что это значит? Это значит, что перед нами кусочно-постоянная функция. Вспомним про ограничения:

$$y = \begin{cases} \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} & \text{при } x \in (-\infty; -1) \quad (а) \\ \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} & \text{при } x \in (-1; \frac{5}{3}) \quad (б) \\ \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} & \text{при } x \in (\frac{5}{3}; +\infty) \quad (в) \end{cases}$$

(а) $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$. Пусть $x = 1$.

$\operatorname{arcctg}(\frac{8}{-2}) + \operatorname{arcctg} 0 = \operatorname{arcctg}(-4)$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

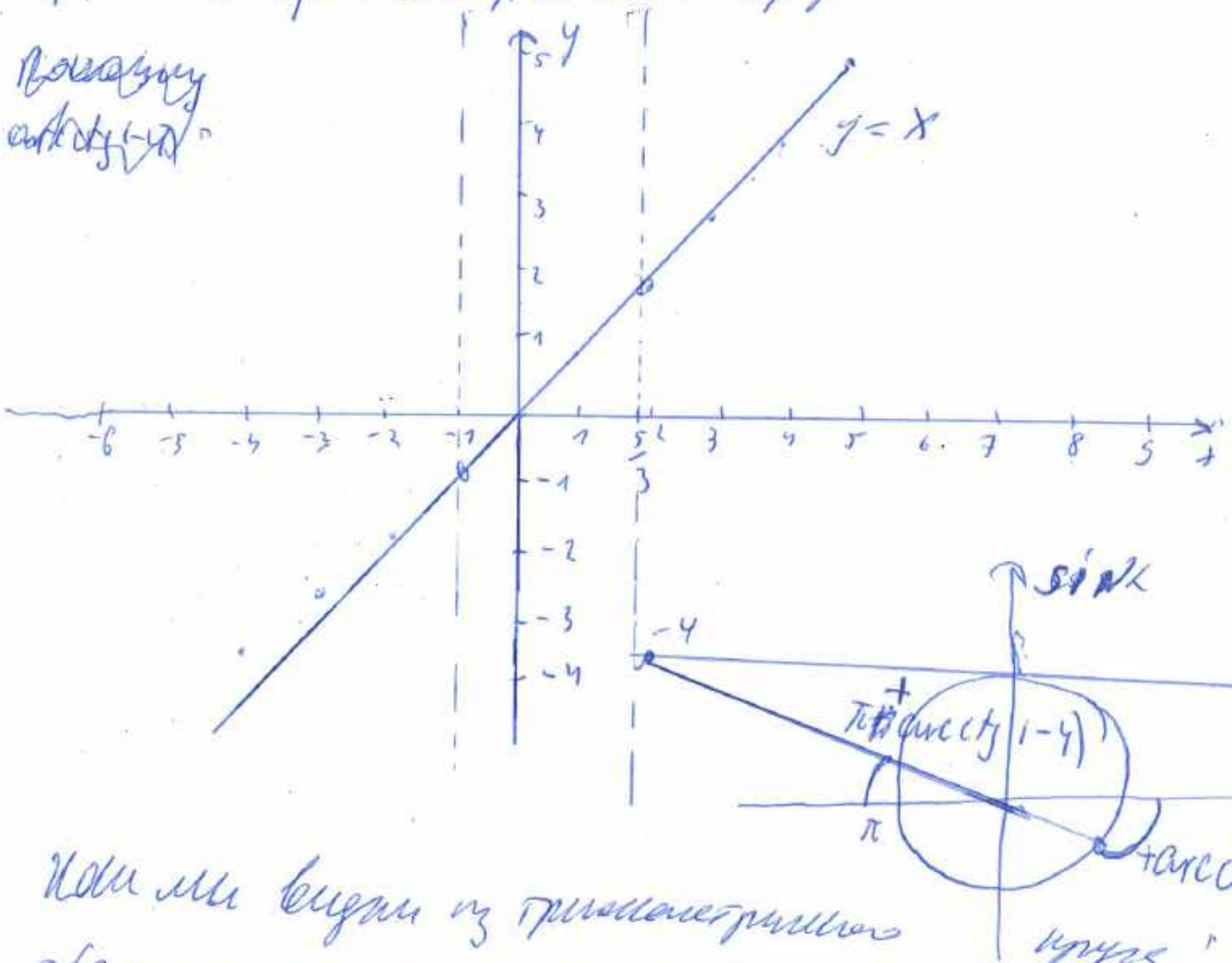
Код участника: (заполняется организатором) М11802

(б) $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{\sin 3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$. Пусть $x = -\frac{3}{5}$

$\operatorname{arcctg} 0 + \operatorname{arcctg}\left(\frac{-1,6}{0,4}\right) = \operatorname{arcctg}(-4)$

Чтобы найти уравнение, нужно нарисовать график ф-ции и тригонометрический круг

Рисунок $\operatorname{arcctg}(-4)$.



Как мы видим из тригонометрического круга: образуется 2 точки: $\pi + \operatorname{arcctg}(-4)$ и $(\operatorname{arcctg}(-4))$!

Как мы видим из графика, обе эти точки удовлетворяют условию ограничения и условию =) $x_1 = \operatorname{arcctg}(-4)$; $x_2 = \pi + \operatorname{arcctg}(-4)$

Ответ: $x_1 = \operatorname{arcctg}(-4)$; $x_2 = \pi + \operatorname{arcctg}(-4)$.

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

№6.

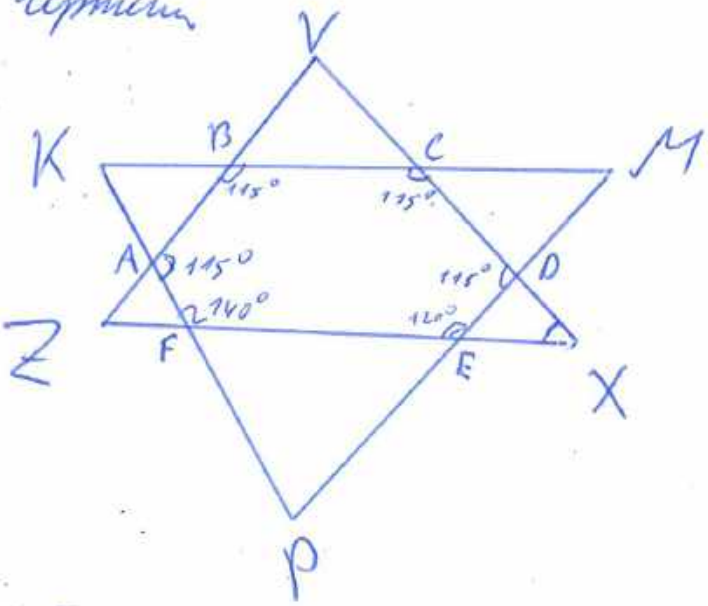
Дано: Даны: $\triangle ZVX$ и $\triangle KMP$.

$\triangle ZVX \cap \triangle KMP$ = шестиугольник $ABCDEF$, в котором $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ$, $\angle E = 120^\circ$, $\angle F = 140^\circ$

Найти: $\angle$ все в $\triangle ZVX$ и $\triangle KMP$.

Решение.

Чертеж



1. Изобразим $\triangle ZVX \cap \triangle KMP = ABCDEF$.

2. Как мы знаем, $\triangle ZVX$ и $\triangle KMP$ можно представить в виде выпуклых множеств.

Тогда: пересечение двух выпуклых множеств является другое выпуклое множество.

$ABCDEF$ - шест. по условию

$\Rightarrow$ перес. $\triangle ZVX$ и $\triangle KMP$ является выпуклый шестиугольник $ABCDEF$

3. Сумма углов выпуклого шестиугольника: $(n-2) \cdot 180^\circ =$

$= 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

4. Проверим сумму углов в выпуклом многоугольнике:

$115^\circ \cdot 4 (\angle A + \angle B + \angle C + \angle D) + 120^\circ (\angle E) + 140^\circ (\angle F) =$

$= 720^\circ$

5. Рассм. $\triangle ZAF$:

$\angle ZAF = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ - как смежный с $\angle BAF$ ($\angle BAF + \angle ZAF = 180^\circ$)

$\angle AFZ = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ - как смежный с $\angle AFE$ ($\angle AFE + \angle AFZ = 180^\circ$)

$\Rightarrow \angle AZF = \angle Z = 180^\circ - 65^\circ - 40^\circ = 75^\circ$ (по сумме углов в $\triangle = 180^\circ$)

6. Рассм. $\triangle BVC$:

$\angle VBC = 65^\circ = 180^\circ - 115^\circ$ - как смежный с $\angle ABC$ ($\angle ABC + \angle VBC = 180^\circ$)

$\angle VCB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ - как смежный с $\angle BCD$ ($\angle BCD + \angle VCB = 180^\circ$)

$\Rightarrow \angle BVC = \angle V = 180^\circ - (65^\circ \cdot 2) = 50^\circ$ - по сумме углов в $\triangle = 180^\circ$

7. Рассм. $\triangle CMD$:

$\angle MCD = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ - как смежный с $\angle BCD$ ($\angle BCD + \angle MCD = 180^\circ$)

$\angle MDC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ - как смежный с $\angle CDE$ ($\angle CDE + \angle MDC = 180^\circ$)

$\Rightarrow \angle M = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ по сумме углов в $\triangle = 180^\circ$

8. В $\triangle Z$ $\angle Z = 75^\circ$, $\angle V = 50^\circ$

$\Rightarrow$ По сумме углов в $\triangle = 180^\circ$ $\angle X$ в $\triangle ZVX = 180^\circ - 175^\circ + 50^\circ$,

$= 55^\circ$

9. Рассм. $\triangle PFE$.

$\angle FEP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (как смежный с $\angle FED$) ($\angle FED + \angle FEP = 180^\circ$)

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

$\angle EFP = 180° - 140° = 40°$ (как смежный с $\angle EFA$) ($\angle EFA + \angle EFP = 180°$)

$\angle FPE = 180° - 40° - 60° = 80°$ (по сумме углов в Δ)

$\Rightarrow \angle P = 80°$

10. Рассм. ΔKMP

$\angle P = 80°$; $\angle M = 50°$

По сумме углов в Δ: $\angle P + \angle M + \angle K = 180° \Rightarrow \angle K = 180° - 130° = 50°$

Ответ: $\angle Z = 75°$, $\angle V = 50°$, $\angle X = 55°$.
$\angle P = 80°$, $\angle M = 50°$, $\angle K = 50°$ ✓ 1 вар ран
3J

№7.

При каких зач. параметра a граф. прямая, касающаяся граф. фун. $f(x) = ax^4 + x^2 + x$ в 2 точках

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

2 точки: пусть одна $= x_1$, другая $= x_2$

Заметим, что $x_1 \neq x_2$ - ограничение. $x_1 - x_2 \neq 0$

~~Как~~ прямая, касающаяся графика функции - касательная к графику функции

Как мы знаем: $f(x_1)' = f(x_2)'$

$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$

$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 - 4ax_2^3 - 2x_2 - 1 = 0$

$4ax_1^3 - 4ax_2^3 + 2x_1 - 2x_2 = 0$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11802

$4a(x_1^3 - x_2^3) + 2(x_1 - x_2) = 0$

$4a((x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2)) + 2(x_1 - x_2) = 0$

$2 \cdot 2a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) + 1(x_1 - x_2) = 0$

$(x_1 - x_2)(2a(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) + 1) = 0$

не удовл. ограничению; $\neq 0$ иначе $a > 0$

$\Rightarrow 4a < 0$, чтобы выполнялось равенство $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $a < 0$ - ограничение на a

Как мы знаем, $f(x_1) - f'(x_1) \cdot x_1 = f(x_2) - f'(x_2) \cdot x_2$

$\Rightarrow ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - ((4ax_1^3 + 2x_1 + 1) \cdot x_1) = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 -$

$-((4ax_2^3 + 2x_2 + 1) \cdot x_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 - x_2$

$-3ax_1^4 - x_1^2 = -3ax_2^4 - x_2^2 \quad | \cdot (-1)$

$3ax_1^4 + x_1^2 = 3ax_2^4 + x_2^2$

$3ax_1^4 + x_1^2 - 3ax_2^4 - x_2^2 = 0$

$3a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$3a((x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2)) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$3a((x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2)) + (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11802

$((x_1 - x_2)(x_1 + x_2))(3a(x_1^2 + x_2^2) + 1) = 0$

не удов. огр.

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = -x_2 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{array}\right.$$

$2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0$

(1) $\begin{cases} 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$ (−)

$\begin{cases} 3a(x_1^2 + x_2^2) = 0 \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = 0 \end{cases}$

$3ax_1^2 + 3ax_2^2 = 2ax_1^2 + 2a \cdot x_1 x_2 + 2ax_2^2$

$ax_1^2 + ax_2^2 = 2a x_1 \cdot x_2$

$a[ax_1^2 - 2ax_1 \cdot x_2 + ax_2^2] = 0$

$\Rightarrow (ax_1 - ax_2)^2 = 0$

$a(x_1 - x_2)^2 = 0$

ограничение: $a < 0$

$\Rightarrow x_1 = x_2$, что не может быть, т.к. ограничение: $x_1 - x_2 \neq 0$.

(2) $\begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

Пусть $x_1 = -x_2$; $\Rightarrow x_2 = -x_1$

$2a(x_1^2 - x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0$

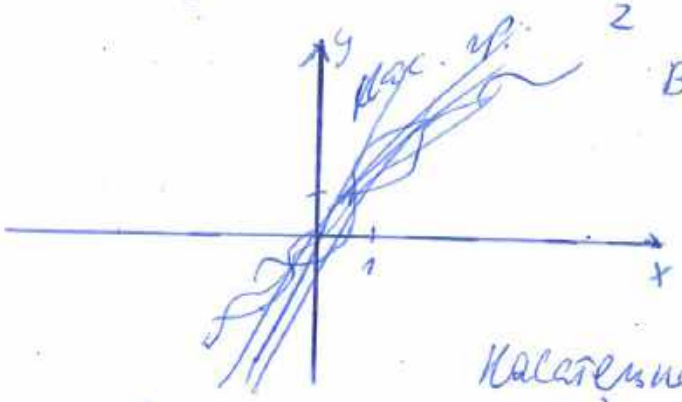
$2a(x_2^2) + 1 = 0$

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

$2a = \frac{-1}{x_2^2}$ $a = \frac{\frac{-1}{x_2^2}}{2}$ $a = \frac{-2}{x_2^2}$



Возьмем касательную, т.к. она дает опр. при всех а она существует.

По формуле уравнения касательной получаем, что

$y = y(x_0) - \frac{1}{4a} = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$

Ответ: $y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$.

№ 1.

50% от отзывов – диплом гоне

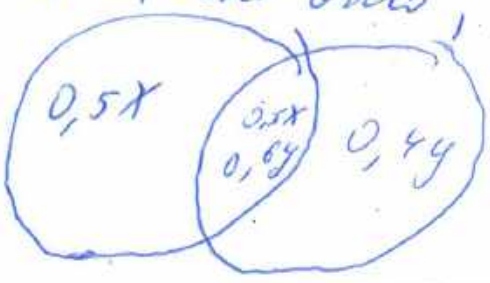
60% от дипломов – отзыв гоне

Нужен гоне – студент, занимающийся только одно?

Пусть X – отзывы (только отзыв + отзыв диплом)

Пусть Y – "дипломы" (только "диплом" + отзыв)

Тогда $0,5X$ – только отзыв, $0,4Y$ – чтобы диплом



$0,5X = 0,6Y$, т.к. это одна группа

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

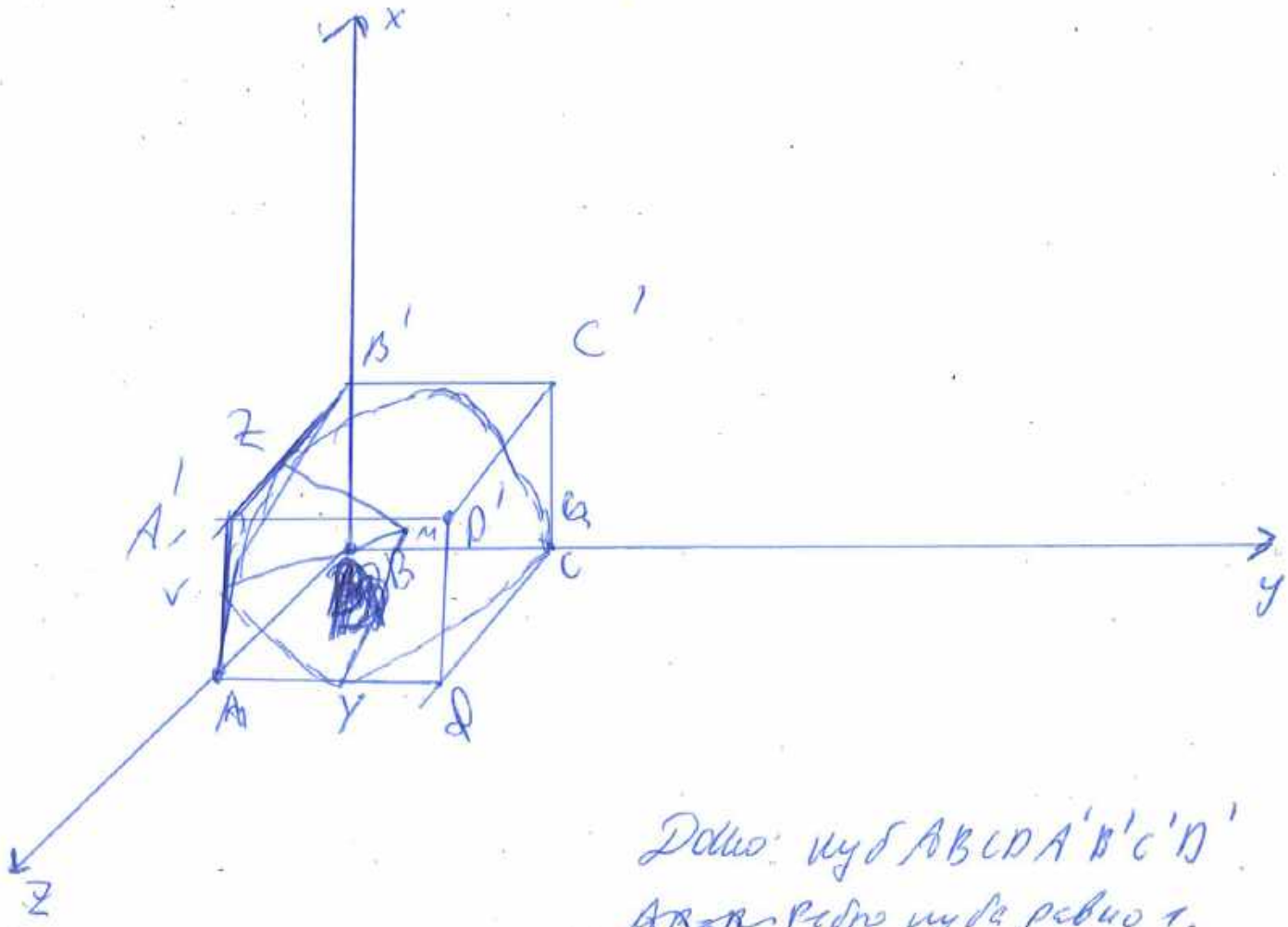
Код участника: (заполняется организатором) МИ 802

$\frac{0,5x}{y+0,5x}$ - ? Нам мы знаем, $0,5x = 0,6y$

$\Rightarrow \frac{0,5x}{1,6y}$ - ? $\frac{5}{10} : \frac{16}{10} = \frac{5}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{5}{16}$

Ответ: $\frac{5}{16}$! (1) 05.

№4



Дано: куб ABCDA'B'C'D'

AB - ребро куба равно 1.

Найти R сферы, проходящей через C и касающейся прямых AD, AA' и A'B'

1) Введем систему координат как показано на чертеже.

2) B(0;0;0); C(0;1;0) D(-1;1;1) A(-1;-1;-1)

Дополнительный бланк № 8

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 302

3) Пусть т. М – центр сферы.

$MZ = MV = MY = r_{сферы} = AA_1 = A_1B_1$ т.к.

$\Rightarrow r_{сферы} = \frac{1}{2}$ ребра куба $= 1$

4) II случай:

№ 3.

n – натуральное число.

$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$

Вычислить сумму: $p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(98)$

Решение: Разбиение

При таком построении вопроса необходимо понять, ~~$\frac{9^n}{9^n+9^{50}}$~~ $p(1) + p(98) - ?$, или к $p(2)$ и $p(98) - ?$

Т.к. $\frac{9^n}{9^n+9^{50}}$, то $p(1) = \frac{9^1}{9^1+9^{50}}$, $p(98) = \frac{9^{98}}{9^{98}+9^{50}}$

В общем виде: $\frac{9^n}{9^n+9^{50}} = \frac{9^n}{9^n(9^1 + 9^{50-n})} = \frac{1}{9^1 + 9^{50-n}} =$

$= \frac{1}{9^1 + 9^{50} \cdot \frac{1}{9^n}} = \frac{1}{9^1 + \frac{9^{50}}{9^n}}$

$p(1) + p(98) = 1$ или к $p(2) + p(98) = 1$ и т.п.

Необходимо посчитать кол-во пар в вычислении, дающих

1: 1 и 99; 2 и 98; 3 и 97; 4 и 96; 5 и 95; 6 и 94; 7 и 93; 8 и 92; 9 и 91;
10 и 90; 11 и 89; 12 и 88; 13 и 87; 14 и 86; 15 и 85; 16 и 84; 17 и 83; 18 и 82;
19 и 81; 20 и 80; 21 и 79; 22 и 78; 23 и 77; 24 и 76; 25 и 75; 26 и 74;

Дополнительный бланк № 9

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

27 и 73; 28 и 72; 29 и 71; 30 и 70; 31 и 69; 32 и 68; 33 и 67; 34 и 66; 35 и 65; 36 и 64; 37 и 63; 38 и 62; 39 и 61; 40 и 60; 41 и 59; 42 и 58; 43 и 57; 44 и 56; 45 и 55; 46 и 54; 47 и 53; 48 и 52; 49 и 51 и (50). Пусть есть число ду пары! его сумма равна половине, от т.к. суммы двух членов прогрессии (1/2)

в нашей последовательности числа, стоящие по парам, их разности равны 1, а значит, число, стоящее посередине ду пары, будет равняться половине от суммы двух членов посл., стоящих с разных концов $\Rightarrow P(50) = \frac{1}{2} = 0,5$

Чтобы найти сумму в этой посл., кол-во членов $+0,5 = 49+0,5 = (49,5)$

Ответ: 49,5.

№8.

Две последовательности: $X = \{x_1, .., x_{100}\}$ - сос. ду всех нат чел от 1 до 100.

Последовательность $Y = \{y_1, ..., y_{100}\}$, где некоторый член y_i $(i = 1,.)$ или не будет, иное из соот. числа места.

I шаг. Вторая Катина с первого члена.

Узнав знак y_1 VS x_1, мы найдем примерную область нахождения первого члена последовательности +

II шаг. Можно взять второй член из посл. У и они станут (сравнив) по со второго члена

Дополнительный бланк № 10

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 802

Последовательности X. Тогда мы будем более глубоко можем узнать область нахождения первых двух чисел в последовательности X

3) Мы можем узнать через призму сравнения с посл. Y конечное расположение последних чисел в посл X.

4. У нас 100 чисел, я узнаю 50-первых чисел и сравню их с расп. чисел в посл. X, и это даст нам указание на примерное расп. чисел в посл. X

5 шаг. Вычисляем посл. Y и узнаем примерное расп. чисел посл. X

Ответ: 5 шагов. Неверно!

☹ Ок

М11-625

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

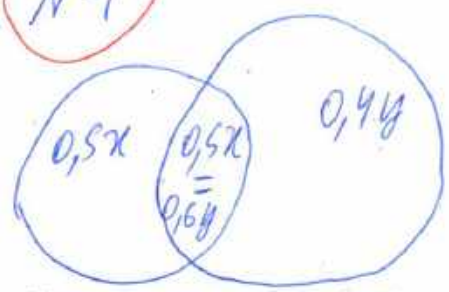
Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-625
(заполняется организатором)

№1



$0{,}5x = 0{,}6y$

$y = \frac{5}{6}x$ (1)

пусть z – процент студентов, занимающихся только очно, тогда

$x + y - 0{,}5x$ 100%

$0{,}5x$ z %

$$z = \frac{100 \cdot 0{,}5x}{x + y - 0{,}5x} = \frac{50x}{\frac{1}{2}x + y}$$

из (1) следует

$$z = \frac{50x}{\frac{1}{2}x + \frac{5}{6}x} = 50 : \frac{4}{3} = \frac{150}{4} = 37{,}5\% \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ 0,375 часть студентов занимаются только очно.

Ответ: 0,375 + 10

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

№2

чтобы минимизировать $A+B$, нужно взять наименьшие возможные A и B. Чтобы A и B удовлетворяли условиям:

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \ (2) \\ 3A+4B \geq 77 \ (3) \\ 5A+3B \geq 77 \ (4) \end{cases} \quad (1)$$

и при этом их сумма была минимальной, нужно чтобы по крайней мере 2 неравенства из (1) обращались в равенство.

(I) сначала рассмотрим случай 3 равенств

$$\begin{cases} A+5B=9 \ (5) \\ 3A+4B=77 \ (6) \\ 5A+3B=77 \ (7) \end{cases}$$

это невозможно, т.к.

$(5)\cdot 3-(6)$

(6) ⇓

$11B=76$

$B=\frac{76}{11} \Rightarrow A=9-\frac{80}{11}=\frac{19}{11}$, но подставив в (7)

$5\cdot\frac{19}{11}+3\cdot\frac{76}{11} \neq 77$

$13 \neq 77$

(II) из случая (I) мы знаем, что при обращении в равенство (2) и (3) $\Rightarrow$ $B=\frac{76}{11}$ $A=\frac{19}{11}$

и при этом при подстановке в (4):

$5A+3B \geq 77$, значит такой вариант подходит, $A+B=\frac{35}{11}=3\frac{2}{11}$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

(III) рассмотрим случай обращения в равенство (2) и (4).

$$\begin{cases} A+5B=9 \ (8) \\ 5A+3B=77 \ (9) \\ 3A+4B \geq 77 \ (10) \end{cases}$$

$5\cdot(8)-(9)$

$$22B=34;\ B=\frac{34}{22}=\frac{17}{11} \Rightarrow A=9-\frac{85}{11}=\frac{14}{11},$$ но подставим в (10).

$$3\cdot\frac{14}{11}+4\cdot\frac{17}{11}<77$$

$10<77$, значит этот случай не подходит

(IV) рассмотрим случай обращения в равенство (3) и (4).

$$\begin{cases} 3A+4B=77 \ (7) \\ 5A+3B=77 \ (12) \\ A+5B \geq 9 \ (13) \end{cases}$$

$5\cdot(11)-3\cdot(12)$

$$11B=22;\ B=2 \Rightarrow A=\frac{77-8}{3}=7,$$ подставим в (13).

$$7+10 \geq 9$$

$17 \geq 9$, значит этот случай подходит, $A+B=3$

(V) нам подошли случаи (II) и (IV), наименьшее значение $A+B$ из них это 3.

Ответ: 3

10

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

№3

$$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}},\ n\in\mathbb{N}$$

$$p(n)=\frac{9^n}{9^{\min(n,50)}\left(9^{n-\min(n,50)}+9^{50-\min(n,50)}\right)},\ n\in\mathbb{N}$$

$$\min(a,b)\overset{\text{dif}}{=}\begin{cases}a, a\le b\\ b, b<a\end{cases}$$

$$p(n)=\frac{9^{n-\min(n,50)}}{9^{n-\min(n,50)}+9^{50-\min(n,50)}},\ n\in\mathbb{N}$$

Пусть $S=p(1)+p(2)+p(3)+\dots+p(99)$, тогда

$$S=\underbrace{\frac{1}{1+9^{49}}}_{[1]}+\underbrace{\frac{1}{1+9^{48}}}_{[2]}+\dots+\underbrace{\frac{1}{1+9}}_{[49]}+\underbrace{\frac{1}{2}}_{[50]}+\underbrace{\frac{9}{9+1}}_{[51]}+\underbrace{\frac{9^2}{9^2+1}}_{[52]}+\dots+\underbrace{\frac{9^{49}}{9^{49}+1}}_{[99]}$$

$$S=([1]+[99])+([2]+[98])+\dots+([49]+[51])+[50]=$$

$$=\underbrace{\frac{1+9^{49}}{1+9^{49}}+\frac{1+9^{48}}{1+9^{48}}+\dots+\frac{1+9}{1+9}}_{49\text{ слагаемых}}+\frac{1}{2}$$

$$S=49+\frac{1}{2}=49{,}5$$

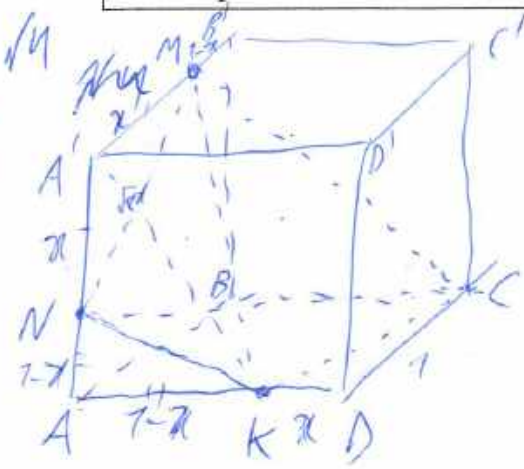
Ответ: 49,5

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ИЧ-625
(заполняется организатором)

4



пусть K, N и M точки касания прямых AD, AA' и A'B' соответственно.

Пусть $A'N = x$, тогда $A'M = A'N = x$ (касательные к одной сфере из одной точки), $AN = AK = 1 - x$ (касательные к одной сфере из одной точ.

NM = по т. Пифагора в $\triangle A'MN$.

$NM = \sqrt{2}x$

по т. Пифагора в $\triangle NAK$:

$NK = \sqrt{2} - \sqrt{2}x$

по т. Пифагора в $\triangle AA'K$:

$A'K = \sqrt{2 - 2x + x^2}$

по т. Пифагора в $\triangle MA'K$:

$MK = \sqrt{x^2 + 2 - 2x + x^2} = \sqrt{2}\sqrt{x^2 - x + 1}$

по т. косинусов в $\triangle MNK$:

$MK^2 = NM^2 + NK^2 - 2NM \cdot NK \cdot \cos\angle$

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

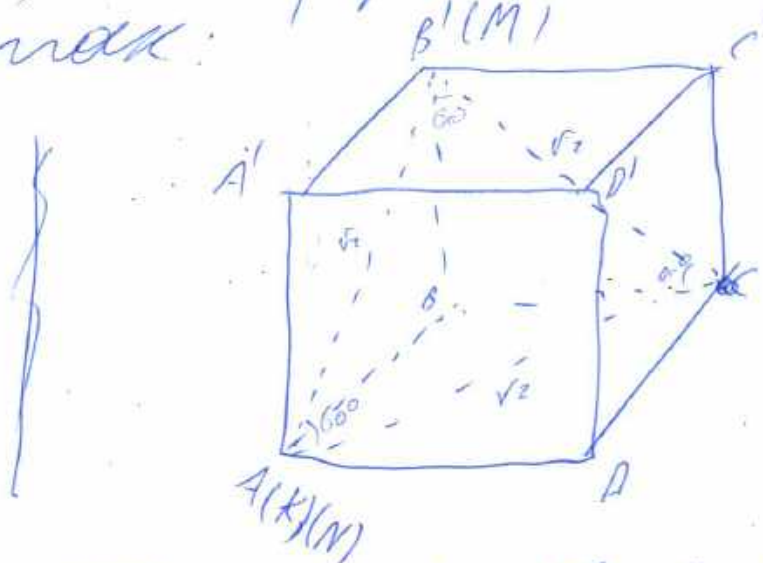
Код участника: Ч14-625
(заполняется организатором)

$KD = AD - AK = x$

$DC = 7$

$KD = DC$ (касательные, проведенные из одной точки) :)

$\Rightarrow x = 7$, значит рисунок выглядит так:



точки касания C, B', A.

$\triangle AB'C$ - правильный ($AB' = B'C = AC = 7\sqrt{2}$ как диагонали квадратов со стороной 7) :)

$\Rightarrow R_{опис} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Т.к. $\triangle AB'C$ является гранью тетраэдра со смотрящей вершиной N, то $R_{вп} = R_{опис} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Ответ: $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-629
(заполняется организатором)

№5

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-7}{x+7} = x, \quad x \in [0; 7\pi]$

пусть $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} = \alpha$, $\operatorname{arcctg}\frac{x-7}{x+7} = \beta$, тогда

$\alpha + \beta = x$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \operatorname{ctg} x$

6 баллов

$\frac{1 - \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \operatorname{ctg} x$

неверное ОДЗ решения

$\frac{1 - \frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-7}{x+7}}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-7}{x+7}} = \operatorname{ctg} x$

$\frac{(3x-5)(x+7) - (5x+3)(x-7)}{(5x+3)(x+7)} : \frac{(5x+3)(x+7) + (x-7)(3x-5)}{(3x-5)(x+7)} = \operatorname{ctg} x$

$x \neq \frac{5}{3}; \; x \neq -7$

$\frac{3x^2 + 3x - 8x - 5 - 5x^2 + 5x - 3x + 3}{5x^2 + 5x + 3x + 3 + 3x^2 - 5x - 3x + 5} = \operatorname{ctg} x$

$\frac{-2x^2 - 2}{8x^2 + 8} = \operatorname{ctg} x$

$\operatorname{ctg} x \neq \frac{1}{4}$

$x = \operatorname{arcctg}\left(\pm\frac{1}{4}\right)$

$\frac{+2(x^2+1)}{8(x^2+1)} = \operatorname{ctg} x$

Ответ: $\operatorname{arcctg}\left(\pm\frac{1}{4}\right)$

$x \neq$

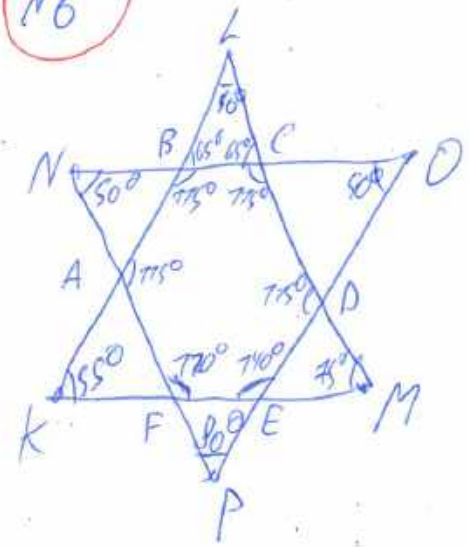
Дополнительный бланк № 8

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-65

(заполняется организатором)

№6



пусть вершины треугольников будут обозначены как на рисунке.

(I) $\angle LBC = \angle BCL = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (смежные)

$\angle L = 180^\circ - \angle LBC - \angle BCL = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$

(II) в $\triangle ANB$ аналогичная ситуация в (I), $\angle N = 50^\circ$

(III) в $\triangle OCD$ аналогичная ситуация, как в (II), $\angle O = 50^\circ$

(IV) $\angle KAF = 180^\circ - \angle BAF = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (смежные)

$\angle KFA = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (смежные)

$\angle K = 180^\circ - \angle KAF - \angle KFA = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$

(V) $\angle EFP = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (смежные)

$\angle FEP = 180^\circ - \angle FED = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ (смежные)

$\angle P = 180^\circ - \angle EFP - \angle FEP = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 80^\circ$

М11-625

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	[illegible]	10	Гурьянова	10	10
2	Савин С.В.	10	Магомедов Р.М.	10	10
3	Марков	12	Уракова	12	12
4	Овчинников	0	Иванова	0	0
5	Борисов	6	Кремер	6	6
6	Орехова	3	Степанян	3	3
7	Тестова-Лова	0	Лимагина	0	0
8	[illegible]	0	Шашков	0	0
ИТОГО					41

Дополнительный бланк № 9

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-865
(заполняется организатором)

(IV) $\angle DEM = 180^\circ - \angle FED = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (смежные)

$\angle EDM = 180^\circ - \angle EDC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (смежные)

$\angle M = 180^\circ - \angle DEM - \angle EDM = 180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$

Проверим получившиеся углы

в $\triangle KLM$:

$\angle L + \angle K + \angle M = 180^\circ$ ✓

в $\triangle NOP$:

$\angle N + \angle O + \angle P = 180^\circ$ ✓

Ответ: 1 $\triangle$: $80^\circ, 85^\circ, 75^\circ$

2 $\triangle$: $80^\circ, 80^\circ, 80^\circ$

(+) 3б

№7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x \cap y = kx + b$ в 2 точках, a ?

(I) ~~при $a=0$~~

~~$f(x) = x^2 + x$, если $y = 0$, то $x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$~~

~~(II) при $a > 0$ (I) при $a \neq 0$~~

Пусть $ax^4 + x^2 + x = kx + b$

$ax^4 + x^2 + x(1-k) - b = 0$

пусть $1 - k = a + 1$, $b = 0$, тогда

$k = -a$

?

Дополнительный бланк № 10

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М17-625

(заполняется организатором)

$ax^4 + x^2 + x(a+7) = 0$

$x = 0$

$ax^3 + x + a + 7 = 0$

$a(x+7)(x^2 - x + 7) + (x+7) = 0$

$(x+7)(ax^2 - ax + a) = 0$

$x = -7$

$x^2 - x + 7 = 0$

$D < 0$

$(x+7)(a(x^2 + ax^2 - ax + a + 7) = 0$

$y = -ax$

$x = -7$

II) при $a = 0$

$ax^2 - ax + a + 7 = 0$

~~и т. д.~~

$D < 0$

Нужно $D < 0 \Rightarrow$

при $a = 0$

$7 = 0$

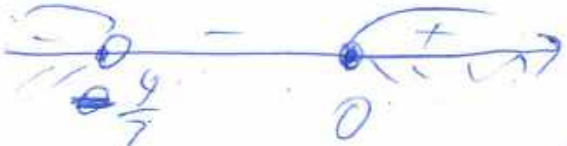
$\varnothing$, значит a всегда равно

$\Rightarrow a^2 - 4a^2 - 4a < 0$

$-3a^2 - 4a < 0$

$3a^2 + 4a > 0$

$a(3a+4) > 0$



при $a \in (-\infty; -\frac{4}{3}) \cup [0; +\infty)$ $y = -ax$

Об.

Дополнительный бланк № 17

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

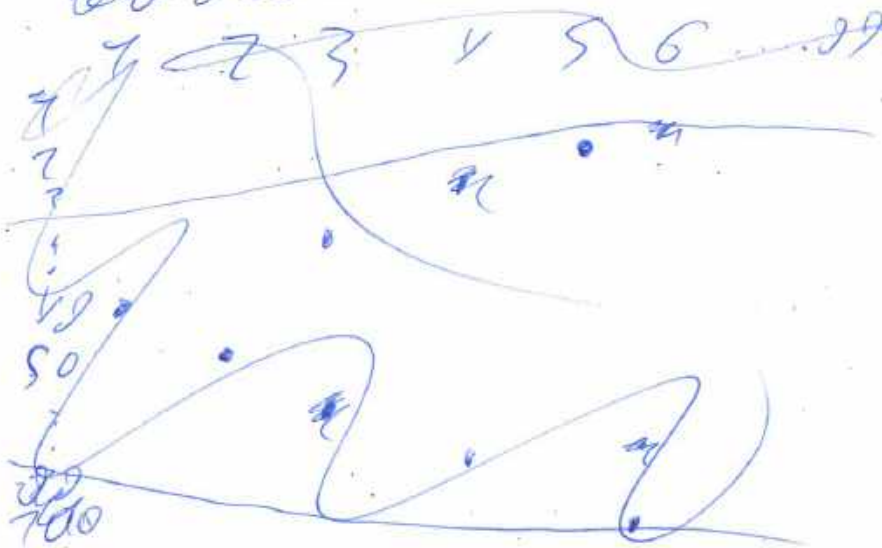
Код участника: ИИ-625

(заполняется организатором)

№8

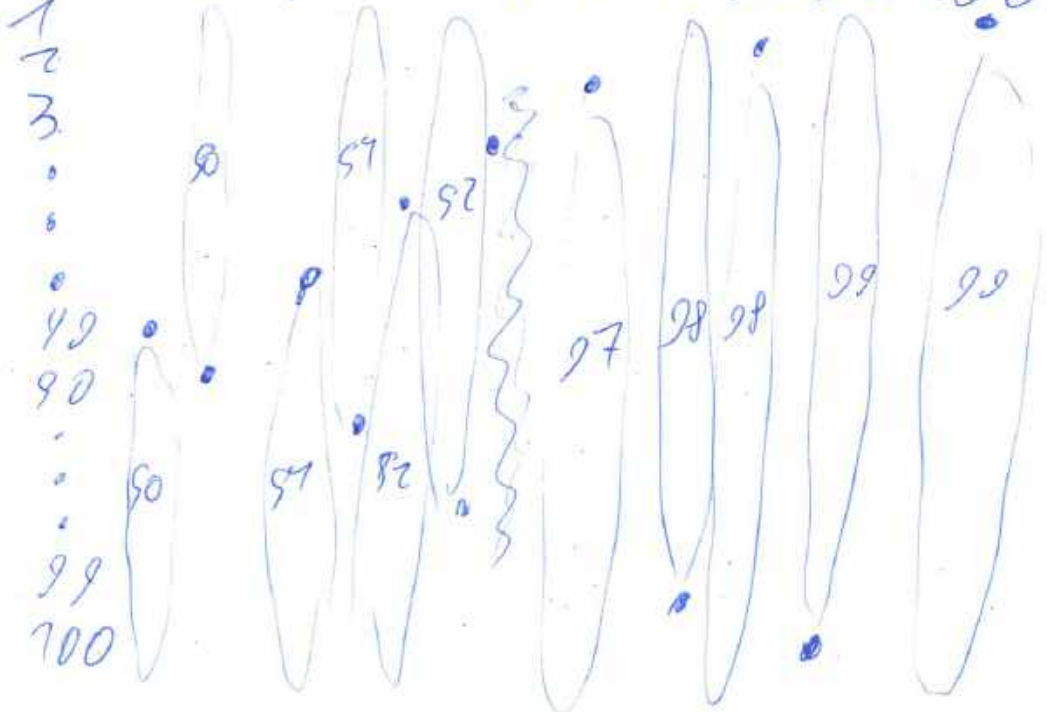
Запишем в первые 2 ячейки предпочтительные значения, далее будем подбирать эти значения на единицу друг от друга. Это будет выглядеть так.

1 2 3 4 5 6 ... 99 100



в оваленх отмечено количество активных для каждого из вариантов

1 2 3 ... 98 99 100



Дополнительный бланк № 12

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-629
(заполняется организатором)

дано, чтобы делить как можно больше ~~остаток~~ числа той же в другую сторону тем же алгоритмом. В итоге этих 7 проходов мы можем узнать для каждого номера какое ребро стоит число с точностью до 49 вариантов. Значит за каждое 7 таких проходов мы уменьшаем кол-во перебираемых чисел для каждого номера вдвое. Значит итоговый ответ будет равен

$2\lceil \log_2 700 \rceil = 2 \cdot 7 = 74$

Ответ: 74

Неверный ответ

МИ-750

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № II

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11-750

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Анашкова	10	Гурьянова	10	10
2	Волкова	0	Гоздев	0	0
3	Иванова	12	Александрович	12	12
4	Магомедов	5	Иванова	5	5
5	Ягудов	11	Сулан	11	11
6	Грузнов	3	Окехов	3	3
7	Аникина	0	Степанян	0	0
8	Кемпинов	0	Шакуров	0	0
ИТОГО					41

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 2**

Задание 1 (10 баллов)

Среди людей, не говорящих по-английски, 4% говорят по-французски, а среди людей, не говорящих по-французски, 20% говорят по-английски. Во сколько раз число людей, не говорящих по-французски, больше числа людей, не говорящих по-английски?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наибольшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} 3A + 5B \leq 11; \\ 4A + 3B \leq 10; \\ 7A + 4B \leq 18. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(33)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку B и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Задание 5 (12 баллов)

Решите уравнение $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$.

Задание 6 (14 баллов)

Два треугольника пересекаются по шестиугольнику $ABCDEF$, в котором $\angle A=\angle B=\angle C=100°$, $\angle D=130°$, $\angle E=140°$, $\angle F=150°$.
Найдите углы этих треугольников.

Задание 7 (14 баллов)

При каких значениях параметра b существует прямая, касающаяся графика функции $f(x)=x^4+bx^2+x$ в двух точках? Для каждого такого значения параметра b найдите уравнение соответствующей прямой.

Задача 8 (16 баллов)

Про числа X, Y и Z известно, что они различны и не превосходят 100. Мы можем выписать любую последовательность $\{a_1, \ldots, a_{100}\}$, содержащую все натуральные числа от 1 до 100. Какое наименьшее число последовательностей нужно выписать, чтобы среди них наверняка имелась такая, в которой два или три подряд идущих члена принадлежат множеству $\{X; Y; Z\}$?

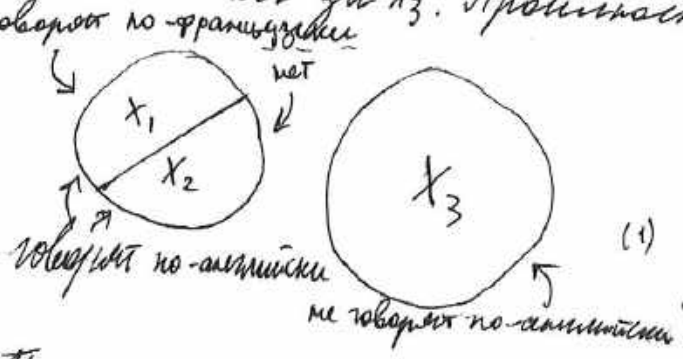
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-250
(заполняется организатором)

Задание 1:

Обозначим людей, говорящих ~~по-Ф~~ по-французски и по-английски, за x_1; людей, говорящих по-английски и не говорящих по-французски, за x_2; людей, не говорящих по-английски за x_3. Проиллюстрируем это:



Всего людей пусть будет N, тогда N_Φ говорящих по-французски

$$(1)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = N \text{ (все люди)} \\ x_3 \cdot 0{,}04 + x_1 = N_\Phi \text{ (говорящих по-франц., 4\% от } x_3 \text{ говорят по-франц. по усл.)} \end{cases}$$

Тогда людей, не говорящих по-французски будет $N - N_\Phi$. Имея это посчитаем людей, говорящих по-английски двумя способами (обозначим этих людей за N_A):

$$(2)\begin{cases} N_A = x_1 + x_2 \\ N_A = (N - N_\Phi) \cdot 0{,}20 + x_1 \end{cases}$$

(по усл. 20% из не говор. по-франц. говорят по-английски)

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = (N - N_\Phi) \cdot 0{,}20 + x_1$$

$$x_2 = (N - N_\Phi) \cdot 0{,}2$$

раскроем N и N_Φ из прошлой системы (1)

$$x_2 = 0{,}2(x_1 + x_2 + x_3 - x_3 \cdot 0{,}04 - x_1) = 0{,}2(x_2 + x_3 \cdot 0{,}96)$$

$$0{,}1 x_2 = 0{,}2 \cdot 0{,}96 \cdot x_3$$

$$(3)\quad x_2 = 0{,}24\, x_3$$

Теперь посчитаем отношение, о котором нас спрашивают (число людей, не говорящих по-французски $(N - N_\Phi)$ к числу людей не говорящих по-английски (x_3))

$$\frac{N - N_\Phi}{x_3} \overset{(1)}{=} \frac{x_2 + x_3 \cdot 0{,}96}{x_3} \overset{(3)}{=} \frac{0{,}24 x_3 + 0{,}96 x_3}{x_3} = \frac{1{,}2 x_3}{x_3} = 1{,}2$$

Ответ: их больше в 1,2 раза

+ (10)

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 011-750

(заполняется организатором)

Задание 2:

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \ (1) \\ 4A+3B \le 10 \ (2) \\ 7A+4B \le 18 \ (3) \end{cases}$$

Сложим (1) и (2) и вычтем (3):

(4) $4B \le 3 \Rightarrow B \le \frac{3}{4}$

Сложим (1) и (2) и вычтем из (3), умноженного на два:

(5) $7A \le 15 \Rightarrow A \le \frac{15}{7}$

Получив оценки на A и B (4) и (5), сложим их для оценки A+B:

(6) $A+B \le \frac{3}{4} + \frac{15}{7} = \frac{21}{28} + \frac{60}{28} = \frac{81}{28}$

Значит, значение A+B не превосходит $\frac{81}{28}$, проверим, может ли оно достигаться, подставив в начальную систему граничные зн-я $A = \frac{3}{4}$; $B = \frac{15}{7}$;

$$\begin{cases} 3A+5B = \frac{3 \cdot 81}{28} + \frac{120}{28} = \frac{363}{28}. \end{cases}$$

Задание 3:

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} \qquad S = p(1) + p(2) + \ldots + p(33)$$

будет складывать слагаемые в S попарно, ~~$+(p(1)+p(33))+(p(2)+p(32))+$~~ ~~$\ldots + p(i)+p($~~ где каждому $p(i)$, где $i < 17$ подберём в пару $p(33-i+1)$, таким образом без пары останется лишь $p(17)$. а остальные слагаемые разбились на пары: $(p(1); p(33))$; $(p(2); p(32))$; $(p(3); p(31))$; $(p(4); p(30))$; $(p(5); p(29))$; $(p(6); p(28))$; $(p(7); p(27))$; $(p(8); p(26))$; $(p(9); p(25))$; $(p(10); p(24))$; $(p(11); p(23))$; $(p(12); p(22))$; $(p(13); p(21))$; $(p(14); p(20))$; $(p(15); p(19))$; $(p(16); p(18))$;

(1)

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: m11-750
(заполняется организатором)

Рассмотрим отдельно четные и нечетные пары из множества (1), то есть пары вида $(p(i); p(33-i+1))$, где i – четно и нечётно соответственно ($33-i+1$ имеет ту же четность что и i, это тривиально)

Тогда:

для нечётных i:

$$p(i)+p(33-i+1) = p(i)+p(34-i) = \frac{(-3)^i}{3^i+3^{17}} + \frac{(-3)^{34-i}}{3^{34-i}+3^{17}} =$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{3^i+3^{17}}{(-3)^i}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{3^{34-i}+3^{17}}{(-3)^{34-i}}\right)} = \frac{1}{-1+\left(-\frac{3^{17}}{3^i}\right)} + \frac{1}{-1+\left(-\frac{3^{17}}{3^{34-i}}\right)} =$$

(i и $34-i$ – нечётные $\Rightarrow (-3)^i$ и $(-3)^{34-i} = -3^i$ и -3^{34-i} соответственно (отрицательные))

$$= -\frac{1}{1+3^{17-i}} - \frac{1}{1+3^{i-17}} = -\left(\frac{1}{1+3^{17-i}} + \frac{1}{1+\frac{1}{3^{17-i}}}\right) = -\left(\frac{1}{3^{17-i}+1} + \frac{3^{17-i}}{3^{17-i}+1}\right) =$$

т.к. $i-17 = -(17-i)$, а $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

$$= -1$$

для чётных:

Аналогично, что $(-3)^i$ и $(-3)^{34-i}$ равны 3^i и 3^{34-i} соответственно, а значит оба выр-я со зн-м "+" $\Rightarrow p(i)+p(34-i)=1$

Т.к. нечетных пар в множестве 8, причём i, как и четных, то:

$$S = -8 + 8 + p(17) = p(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} = \frac{-3^{17}}{2\cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$$

(для $p(17)$ не нашлось пары)

Ответ: $p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(33) = -\frac{1}{2}$

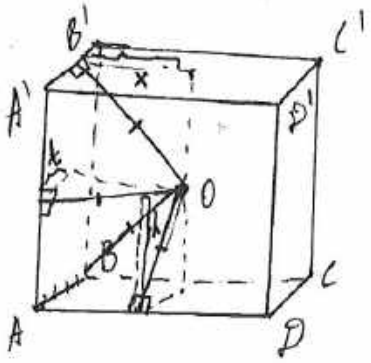
+

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-750
(заполняется организатором)

Задание 4:



Пусть O - центр сферы

Пусть t - расстояние от проекции O на ~~ABCD до AD~~ AA'B'B до AA'

Пусть x - расстояние от проекции O на ~~AA'B'B до A'A~~ A'B'C'D' до A'B'

Пусть h - расстояние от проекции O на AA'D'D до AD

Если отметить от O отрезки-радиусы к точкам касания, то эти отрезки будут ⊥ данным прямым касания (AD; AA'; A'B'), по теореме о 3х перпендикулярах проекции этих отрезков будут также ⊥ прямым (а значит численно равны (t; x и h соответственно)

Таким образом запишем теорема Пифагора для радиусов-отрезков-радиусов к прямым и их проекций, а также теорему Пифагора для ромб отрезка-радиуса к точке B (для его проекции на ABCD также применяем теорему Пифагора и найдём его через другие проекции ~~(t; x; h)~~ (x и t))

$$\begin{cases} x^2+t^2=R^2 \\ h^2+t^2=R^2 \\ (1-h)^2+x^2=R^2 \end{cases}$$

(R - радиус сферы (с центром O))

$$x^2+(1-t)^2+h^2=R^2$$

$$\begin{cases} (1-h)^2=t^2 \\ x^2=h^2 \\ x^2+t^2=R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+(1-x)^2=R^2 \\ x^2+(1-t)^2+h^2=R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+(1-x)^2=R^2 \\ x^2\cdot 3=R^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2-2x+1=R^2 \\ 3x^2=R^2 \end{cases} \Rightarrow x^2+2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}=\sqrt{2}-1 \Rightarrow R=9-6\sqrt{2}$$

R-расст-я $\Rightarrow R>0$

x-расст-я $\Rightarrow x>0$

Ответ: $R=9-6\sqrt{2}$

* Следует отметить, что точка O не обязательно находится в виде, как показано на рисунке, но из-за того, что $(1-h)^2=(h-1)^2$ наши теоремы Пифагора продолжают работать

5б не найдены радиусы

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-750

(заполняется организатором)

003 ?

Задание 5:

(5) $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg}(x)$

$\Downarrow \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$

$$\frac{\left(\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}\right)}{\left(1 - \frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}\right)} = \operatorname{tg}(x)$$

$$\frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{6x^2 - 2x - 3x + 1 + x^2 + 3x + 2x + 6}{3x^2 - x + 6x - 2 - 2x^2 - 6x + x + 3} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{7x^2 + 7}{x^2 + 1} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = \operatorname{tg}x$$

т.к. x^2+1 всегда положительно

$\Downarrow$

$7 = \operatorname{tg}x$

(1) $x = \operatorname{arctg}7 + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Вспомним, что $-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi < \operatorname{arctg}\alpha + \operatorname{arctg}\beta < \pi$

$\Downarrow$

$-\pi < \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} < \pi \Rightarrow -\pi < x < \pi$ (2)

$\operatorname{arctg}7 > 0$ (т.к. tg – положительный $\Rightarrow$ arctg-ся в правой верхней четверти, значит $\operatorname{arctg}7 > 0$)

Учитывая обл-я arctg: $0 < \operatorname{arctg}7 < \frac{\pi}{2}$ (3)

Совместны. Подставим в (2) выражение (1):

$-\pi < \operatorname{arctg}7 + \pi k < \pi$, подставим обл-я из (3):

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-750
(заполняется организатором)

$-\pi < \pi k < \pi + \frac{\pi}{2}$ $\quad -\frac{3\pi}{2} < \pi k < \pi$ (поделим на π, число > 0)

$-1 < k < \quad -\frac{3}{2} < k < 1$

т.к. $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$ или $k = -1$

$\Downarrow$

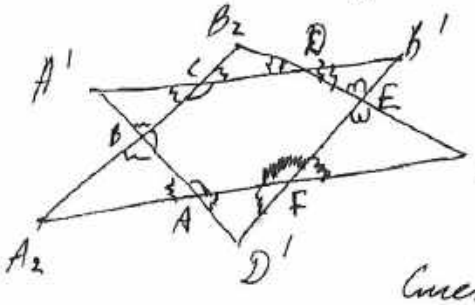
$x = arctg\,7$ или $x = arctg\,7 - \pi$

Ответ: $x = arctg\,7$ или $x = arctg\,7 - \pi$

+

Задание 6:

Если 2 пред. в пересеч. обр. выпуклый шестиуг. $\Rightarrow$ один пр. пересек. каждую сторону второго в двух точках (не более, т.к. шестиуг – выпуклый; не менее – т.к. шестиугольники)



Сначала рассмотрим углы $\angle A; \angle B; \angle C$

они идут подряд и равны, значит 2 из них прилегают к одной стороне пр-ка.

Смежные с ними углы равны $180° - 100° = 80°$

Угол $\angle D$ идёт следом за $\angle C \Rightarrow$ для 1го пр-ка прилежит к той же стороне, что и $\angle C$, а для 2го к новой вместе с $\angle E$

Аналогично с F, т.к. он идёт до первого угла из тройки $\angle A; \angle B; \angle C$

Смежные к $\angle E = 180° - 140° = 40°$; к $\angle D = 180° - 130° = 50°$; к $\angle F = 180° - 150° = 30°$

$\Downarrow$

$\{\angle A'; \angle B'; \angle C'; \angle A_2; \angle B_2; \angle C_2\} = \{20°; 20°; 50°; 90°; 110°; 70°\}$

$\uparrow$ из суммы углов пр-ов

Ответ: 20°; 20°; 50°; 90°; 110°; 70°

1 вер. реш.

3 б.

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-750
(заполняется организатором)

Задание 2:

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \ (1) \\ 4A+3B \le 10 \ (2) \\ 7A+4B \le 18 \ (3) \end{cases}$$

Если $A+B$ — максимальны, то одно из неравенств превратится в равенство (иначе $A+B$ не максимально)

1 случай:

$3A+5B = 11 \ (1^*)$

~~$(3)+(2)-2\cdot(1^*)$~~

~~$\le 38-22=16$~~

$(3)+2\cdot(2)-2\cdot(1^*)$

$9A \le 38-22=16$

$A \le \frac{16}{9}$ при $A_{max} = \frac{16}{9} \Rightarrow B_{max} = \frac{17}{15} \Rightarrow A_{max_1}+B_{max_1} = \frac{131}{45}$

при max сумме

Аналогично выражаем B через A, если превращается в равенство (2) и (3)

(2^*): $A_{max_2}+B_{max_2} = \frac{16}{9}+\frac{26}{9\cdot 3} = \frac{\cancel{42}}{\cancel{9}} < A_{max_1}+B_{max_1}$

(3^*): $A_{max_3}+B_{max_3} = \frac{16}{9}+\frac{50}{36} = \frac{28,5}{9} > A_{max_1}+B_{max_1}$

$(= \frac{57}{18})$

Ответ: $A_{max}+B_{max} = \frac{57}{18} = \frac{19}{6}$

№8 нет

№7 нет

М11 572

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1 (первый)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11 572

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(n) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 3

$$p(x)+p(100-x)=\frac{9^x}{9^x+9^{50}}+\frac{9^{100-x}}{9^{100-x}+9^{50}}=\frac{9^x}{9^x(1+9^{50-x})}+\frac{9^{100-x}}{9^{50}\cdot(9^{50-x}+1)}=$$

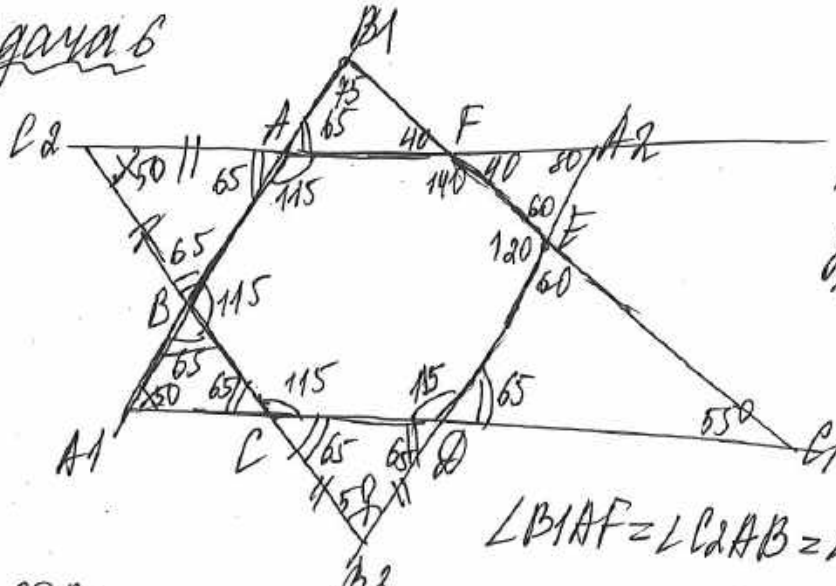
$$=\frac{1}{1+9^{50-x}}+\frac{9^{50-x}}{9^{50-x}+1}=\frac{9^{50-x}+1}{9^{50-x}+1}=1 \quad \text{для всех } \begin{cases} x\in\mathbb{N} \\ x\le 49 \end{cases}$$

Тогда все такие вида функции, кроме $p(50)$ разбиваются на такие пары вида $p(x)+p(100-x)=1$ (например, $1+99=100$, $2+98=100$, ..., $49+51=100$) $\Rightarrow$ таких пар у нас 49 (левая часть "пары" - числа от 1 до 49) $\Rightarrow S=p(1)+p(2)+\ldots+p(99)=$

$$=49\cdot 1+p(50)=49+\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}=49+\frac{9^{50}}{2\cdot 9^{50}}=49+\frac{1}{2}=49{,}5$$

Ответ: $S=49{,}5$ +

Задача 6



Решение 1 ($\triangle A_1BC_1 \cup \triangle A_2B_2C_2$)

Если 2 треугольника пересекаются по шестиугольнику, то картинка выглядит, как на рисунке. Тогда по сумме углов треугольника посчитаем остальные углы.

$$\angle B_1AF=\angle C_2AB=\angle C_2BA=\angle A_1BC=\angle B_2CD=$$

$$=\angle CDB_2=\angle BDC_1=180^\circ-115^\circ=65^\circ=\angle A_1CB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AC_2B=\angle BA_1C=\angle CB_2D=180^\circ-2\cdot 65^\circ=180^\circ-130^\circ=50^\circ$$

$$\angle B_1FA=\angle A_2FE=180-140=40^\circ \quad ; \quad \angle A_2EF=\angle C_1ED=180^\circ-120^\circ=60^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AB_1F=180^\circ-65^\circ-40^\circ=140^\circ-65^\circ=75^\circ$$

$$\angle FA_2E=180^\circ-40^\circ-60^\circ=80^\circ$$

$$\angle EC_1D=180^\circ-60^\circ-65^\circ=180^\circ-125^\circ=55^\circ$$

М 11 572

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалетдин	10	Гурьянова	10	10
2	Позднева	2	Зотикова	2	2
3	Иванова	12	Закаева	12	12
4	Осипова	0	Иванова	0	0
5	Кремер	11	Борисова	11	11
6	Гуляев	3	Орлова	3	3
7	Липатина	3	Феклина	3	3
8	Шапов	0	Клименцов	0	0
ИТОГО					41

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 542

Задача 6 (продолжение)

Проверим, что для данных треугольников сумма углов 180°:

Для $\triangle A_1B_1C_1$ $\angle B_1A_1C_1+\angle A_1C_1B_1+\angle C_1B_1A_1=50^\circ+55^\circ+75^\circ=105^\circ+75^\circ=$
$=180^\circ \Rightarrow$ ~~неверно~~ выполняется

Для $\triangle A_2B_2C_2$ $\angle B_2A_2C_2+\angle A_2C_2B_2+\angle C_2B_2A_2=80^\circ+50^\circ+50^\circ=180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow$ выполняется ✓

Ответ: Углы первого треугольника $\triangle A_1B_1C_1$ $\angle A_1=50^\circ$ $\angle B_1=75^\circ$ $\angle C_1=55^\circ$; Углы второго треугольника $\triangle A_2B_2C_2$ $\angle A_2=80^\circ$ $\angle B_2=\angle C_2=50^\circ$ 1 бар реш – 3 б.

Задача 1



Пусть x человек занимаются очно, y – дистанционно. Тогда 0,5x с одной стороны человек занимаются и очно, и дистанционно, с другой стороны 0,6y человек занимаются и дистанционно, и очно $\Rightarrow$ $0,5x=0,6y \Rightarrow y=\frac{0,5x}{0,6}=\frac{5}{6}x$

Всего человек в вузе: $x-0,5x+y-0,6y+\frac{0,5x+0,6y}{2}=0,5x+0,4y+0,25x+0,3y=$
$=0,75x+0,7y=0,75x+0,7\cdot\frac{5}{6}x=0,75x+\frac{7\cdot5}{60}x=0,75x+\frac{7}{12}x=$
$=\frac{75}{100}x+\frac{7}{12}x=\frac{3}{4}x+\frac{7}{12}x=\frac{9+7}{12}x=\frac{16}{12}x=\frac{4}{3}x$

Тогда доля студентов, занимающихся только очно: $\frac{0,5x}{\frac{4}{3}x}=\frac{x\cdot3}{4x\cdot2}=$
$=\frac{1\cdot x\cdot3}{2\cdot4\cdot x}=\frac{3}{8}$ ✓ 105

Ответ: $\frac{3}{8}$ всех студентов занимаются очно

Лист 2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 7.

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$ Найти при каких a есть касательная в двух точках и касательную для каждого a.

Решение:

1) $a=0 \Rightarrow f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x+1$ $f'(x)=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

~~Уравнение касательной: $y = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$~~

Уравнение касательной: $y = f(x_0) \Rightarrow (2x_0+1)(x-x_0) = x_0^2 + x_0$

x	$(-\infty; -\frac{1}{2})$	$-\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{2}; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\downarrow$	min	$\uparrow$

$\Rightarrow$ 

$\Rightarrow$ т.к. при $x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$ $f(x)\downarrow$, при $x \in [-\frac{1}{2}; +\infty)$ $f(x)\uparrow$ касательная через 2 точки провести не может (*)

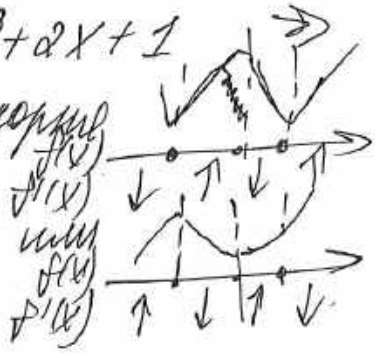
* чтобы можно было провести касательную через 2 точки, у функции  должно быть ≥ 2 локальных экстремума и один локальный минимум или два локальных минимума, т.к. если $g(x)$ - касательная, то или $\begin{cases} g(x) < f(x) & x < x_1 \\ g(x) \geq f(x) & x > x_2 \end{cases}$ и одна монотонность между x_1 и x_2 ~~т.к. касание~~ т.к. касание $\Rightarrow$

или $\begin{cases} g(x) > f(x) & x < x_1 \\ g(x) > f(x) & x > x_2 \end{cases}$ и смена монотонности между x_1 и x_2 т.к. касание в x_1 и x_2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ на участке $f'(x)$ $x_1 < x < x_2$ функция не имеет монотонность. *

2) $a \neq 0 \Rightarrow f(x) = ax^4 + x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

$\Leftrightarrow$ уравнение $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2x + 1 = 0$ три корня (при этом $f(x)$ может в любой момент поменять монотонность как минимум 3 так и больше)



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 7. По теореме обратной теореме Виета для многочлена третьей степени:

$$\begin{cases} x_1x_2x_3 = -\frac{1}{4a} \Rightarrow x_1^2x_2^2x_3^2 = \frac{1}{16a^2} \\ x_1+x_2+x_3 = 0 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_2x_1 = \frac{2}{4a} = \frac{1}{2a} \end{cases}$$

$$(x_1+x_2+x_3)^2 = x_1^2+x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_1x_2+x_2x_3+x_3^2+x_1x_3+x_2x_3 =$$

$$= x_1^2+x_2^2+x_3^2+2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3) = 0 \Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2+\frac{1}{a} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2 = -\frac{1}{a} \Rightarrow a \le 0$$

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2 \ge 3\sqrt[3]{x_1^2x_2^2x_3^2} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{16a^2}} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{2^3\cdot 2a^2}} =$$

$$= 3\cdot\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{2a^2}} = \frac{3}{2\sqrt[3]{2a^2}} \Rightarrow -\frac{1}{a} \ge \frac{3}{2\sqrt[3]{2a^2}} \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt[3]{2a^2}} + \frac{1}{a} \le 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3a+2\sqrt[3]{2a^2}}{2a\sqrt[3]{2a^2}} \le 0 \Rightarrow 3a+2\sqrt[3]{2a^2} \ge 0 \Rightarrow 3a \ge -2\sqrt[3]{2a^2} \Rightarrow 27a^3 \ge -8\cdot 2a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27a^3 \ge -16a \Rightarrow 27a^2 \le -16 \Rightarrow a^2 \le -\frac{16}{27}$$

3б

Задача 2. Т.к. во всех неравенствах строгий знак ">", при минимуме выражение $A+B$ мы должны получаться, поэтому обратить эти неравенства в равенства

1) $A+5B=9 \Rightarrow A = 9-5B \Rightarrow \begin{cases} 3(9-5B)+4B \ge 11 \\ 5(9-5B)+3B \ge 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27-15B+4B \ge 11 \\ 45-25B+3B \ge 11 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \ge 11B \\ 34 \ge 22B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \le \frac{16}{11} \\ B \le \frac{34}{22} \end{cases} \Rightarrow B \le \frac{16}{11} \Rightarrow A+B = 9-5B+B = 9-4B \ge$$

$$\ge 9-4\cdot\frac{16}{11} = \frac{9\cdot 11-4\cdot 16}{11} = \frac{99-64}{11} = \frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$$

(продолжение после 5 задачи)

Лист 5

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

Решение:

$\varphi=\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}$, $\varphi\in(0;\pi)$ $\Rightarrow \operatorname{ctg}\varphi=\frac{5x+3}{3x-5}$ $\Rightarrow \varphi+\alpha=x$

$\alpha=\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$, $\alpha\in(0;\pi)$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x-1}{x+1}$

Возьмем котангенс от обеих частей $\Rightarrow \operatorname{ctg}(\varphi+\alpha)=\operatorname{ctg}x$

$\frac{\cos(\varphi+\alpha)}{\sin(\varphi+\alpha)}=\operatorname{ctg}(\varphi+\alpha)$; ~~$\operatorname{ctg}^2(\varphi+\alpha)+1=\frac{1}{\sin^2(\varphi+\alpha)}$~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\operatorname{ctg}(\varphi+\alpha)=\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\varphi+\alpha)}-1}$~~

$\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\cos\varphi\cdot\sin\alpha+\cos\alpha\sin\varphi}{\sin\varphi\sin\alpha}=$

$=\frac{\sin(\varphi+\alpha)}{\sin\varphi\sin\alpha}$ ~~$\frac{\cos(\varphi+\alpha)}{\operatorname{ctg}(\varphi+\alpha)}$~~ $\Rightarrow \operatorname{ctg}(\varphi+\alpha)=\frac{\cos(\varphi+\alpha)}{(\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}\alpha)\cdot\sin\varphi\sin\alpha}=$

$=\frac{\cos\varphi\cos\alpha-\sin\varphi\sin\alpha}{(\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}\alpha)\sin\varphi\sin\varphi}=\frac{\cos\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi\cdot\sin\varphi}\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}\alpha}-\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\varphi}=$

$=(\operatorname{ctg}\varphi\cdot\operatorname{ctg}\alpha-1)\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}\alpha}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(\frac{5x+3}{3x+5}\cdot\frac{x-1}{x+1}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{\frac{5x+3}{3x+5}+\frac{x-1}{x+1}}\right)=\operatorname{ctg}x$

$\frac{5x^2-5x+3x-3+3x^2+3x+5x+5}{3x^2+3x+5x+5}\cdot\frac{1}{\frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x+5)}{3x^2+3x+5x+5}}=\operatorname{ctg}x$

$\frac{8x^3+6x+2}{(3x^2+8x+5)}\cdot\frac{(3x^2+8x+5)}{(5x^2+5x+3x+3+3x^2-3x+5x-5)}=\cos x$

$\frac{8x^3+6x+2}{8x^3+10x-2}=\operatorname{ctg}x$ $\Rightarrow 1-\frac{4x}{8x^3+10x-2}=\operatorname{ctg}x$ $\Rightarrow 1-\frac{2x}{2x^3+5x-1}$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 5 (продолжение)

$$\Rightarrow \left(\frac{(5x+3)\cdot(x-1)}{(3x-5)\cdot(x+1)} + 1\right)\cdot\left(\frac{1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}\right) = ctg\,x$$

$$\frac{(5x^2-2x-3+3x^2+2x+5)\cdot(3x^2-2x-5)}{(3x^2-2x-5)\cdot(5x^2+8x+3+3x^2-8x+5)} = ctg\,x$$

$$\frac{8x^2-4x-8}{8x^2+8} = ctg\,x \Leftrightarrow \frac{2x^2-x-2}{2x^2+2} = ctg\,x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+2-x-4}{2x^2+2} = ctg\,x \Leftrightarrow 1-\frac{(x+4)}{2x^2+2} = ctg\,x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctg\,x \Leftrightarrow \frac{1}{4} = ctg\,x \Rightarrow x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$$



Ответ: $x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right)+\pi n$, т.к. $\alpha+4 \le 2\pi$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \\ x = \pi + arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \\ x = \pi + arcctg\left(\frac{1}{4}\right) \end{array}\right.$

11.

Задача 2 (продолжение)

2) $3A+4B=11 \Rightarrow A=\frac{11-4B}{3} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{11-4B}{3}+5B \ge 9 \\ 5\left(\frac{11-4B}{3}\right)+3B \ge 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{11}{3}-\frac{4B}{3}+5B \ge 9 \\ \frac{55}{3}-\frac{20B}{3}+3B \ge 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{15-4}{3}B \ge \frac{27-11}{3} \\ \frac{55-33}{3} \ge \frac{20-9}{3}B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{11}{3}B \ge \frac{16}{3} \\ \frac{11}{3}B \le \frac{22}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} B \ge \frac{16\cdot 3}{3\cdot 11} \\ B \le \frac{2\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 11} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} B \ge 1\frac{5}{11} \\ B \le 2 \end{array}\right. \Rightarrow A+B = \frac{11-4B+3B}{3} = \frac{11-B}{3} \ge \frac{11-2}{3} = 3$$

при $B=2$, $A=1$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 572

Задача 2 (продолжение)

3) $5A+3B \geq 11 \Rightarrow A \geq \frac{11-3B}{5} \Rightarrow \begin{cases} \frac{11-3B}{5}+5B \geq 9 \\ \frac{3\cdot(11-3B)}{5}+4B \geq 11 \end{cases}$ (=)

(=) $\begin{cases} \frac{11}{5}+\frac{25-3}{5}B \geq 9 \\ \frac{33}{5}-\frac{9}{5}B+\frac{20}{5}B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{22}{5}B \geq \frac{45-11}{5} \\ \frac{11}{5}B \geq \frac{55-33}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{22}{5}B \geq \frac{34}{5} \\ \frac{11}{5}B \geq \frac{22}{5} \end{cases}$ (=)

(=) $\begin{cases} B \geq \frac{34\cdot 5}{5\cdot 22} \\ B \geq \frac{22\cdot 5}{5\cdot 11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \geq 1\frac{12}{22} \\ B \geq 2 \end{cases} \Rightarrow A+B = \frac{11-3B+5B}{5} = \frac{11+2B}{5} \geq \frac{11+\frac{34\cdot 2}{22}}{5} =$

$= \frac{11+\frac{34}{11}}{5} = \frac{11^2+34}{11\cdot 5} = \frac{121+34}{55} = \frac{155}{55} = 2\frac{45}{55} = 2\frac{9}{11}$ при $B = \frac{34}{22} = \frac{17}{11} = 1\frac{6}{11}$

$\Rightarrow A = \frac{155-17\cdot 5}{55} = \frac{155-85}{55} = \frac{70}{55} = 1\frac{15}{55} = 1\frac{3}{11}$ 25

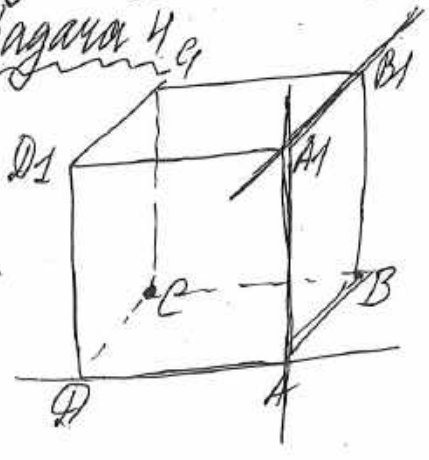
Ответ: $\min(A+B) = 2\frac{9}{11}$ Ответ неверный! Мы доказали это $A+B \geq 3$

Задача 8

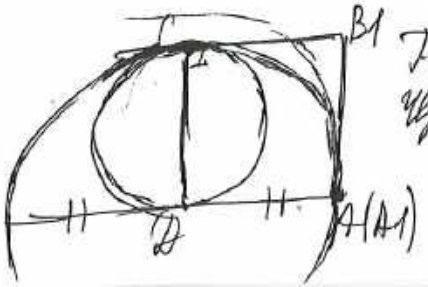
Шаг 1: $y = (1,2,3,4,5,\ldots,100)$ Если $x_i = y_i$, то оставляем число на том же месте. Заметим, что $x_1 \neq y_1$ во всех последующих шагах, за этим позициям мы точно уже не следить $2\cdot 100 \geq y_{100}$

Заметим, что чем больше позиций мы уже угадали на каком-нибудь шаге, тем быстрее мы угадаем всю последовательность. Тогда в худшем случае мы каждый раз не угадываем позицию? Нет решения Об

Задача 4



Проекция плоскости куда и сферы на плоскость (DCBA):



Т.к. C в сфере $\Rightarrow$ CB1 - касательная

Т.к. B1A1 ⊥ AA1 сфера проходит через точку A1.

1769

-д участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалетдинов	0	Гурьянов	0	0
2	Магомедов Р.М.	10	Сабина С.В.	10	10
3	Маркова	12	Уракаева	12	12
4	Ахмадова	0	Кирсанова	0	0
5	Кремер	2	Борисова	2	2
6	Окунева	3	Гузун	3	3
7	Конов	14	Степанян	14	14
8	Кирсанова	0		0	0
ИТОГО					41

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(n) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11769

N2

• $A+B$ – наименьшее значение.

$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$ Пусть $A+B=y$, тогда $A=y-B$:

$\begin{cases} y-B+5B \geq 9 \\ 3(y-B)+4B \geq 11 \\ 5(y-B)+3B \geq 11 \end{cases}$ $\begin{cases} y+4B \geq 9 \\ 3y-3B+4B \geq 11 \\ 5y-5B+3B \geq 11 \end{cases}$ $\begin{cases} y+4B \geq 9 \ (1) \\ 3y+B \geq 11 \ (2) \\ 5y-2B \geq 11 \ (3) \end{cases}$

• Построим графики функций относительно y:

(1) $y=9-4B$

B	0	2
y	9	1

(2) $y=\frac{11-B}{3}$

B	0	2	5
y	$\frac{11}{3}$	3	2

(3) $y=\frac{11+2B}{5}$

B	0	2
y	2,2	3

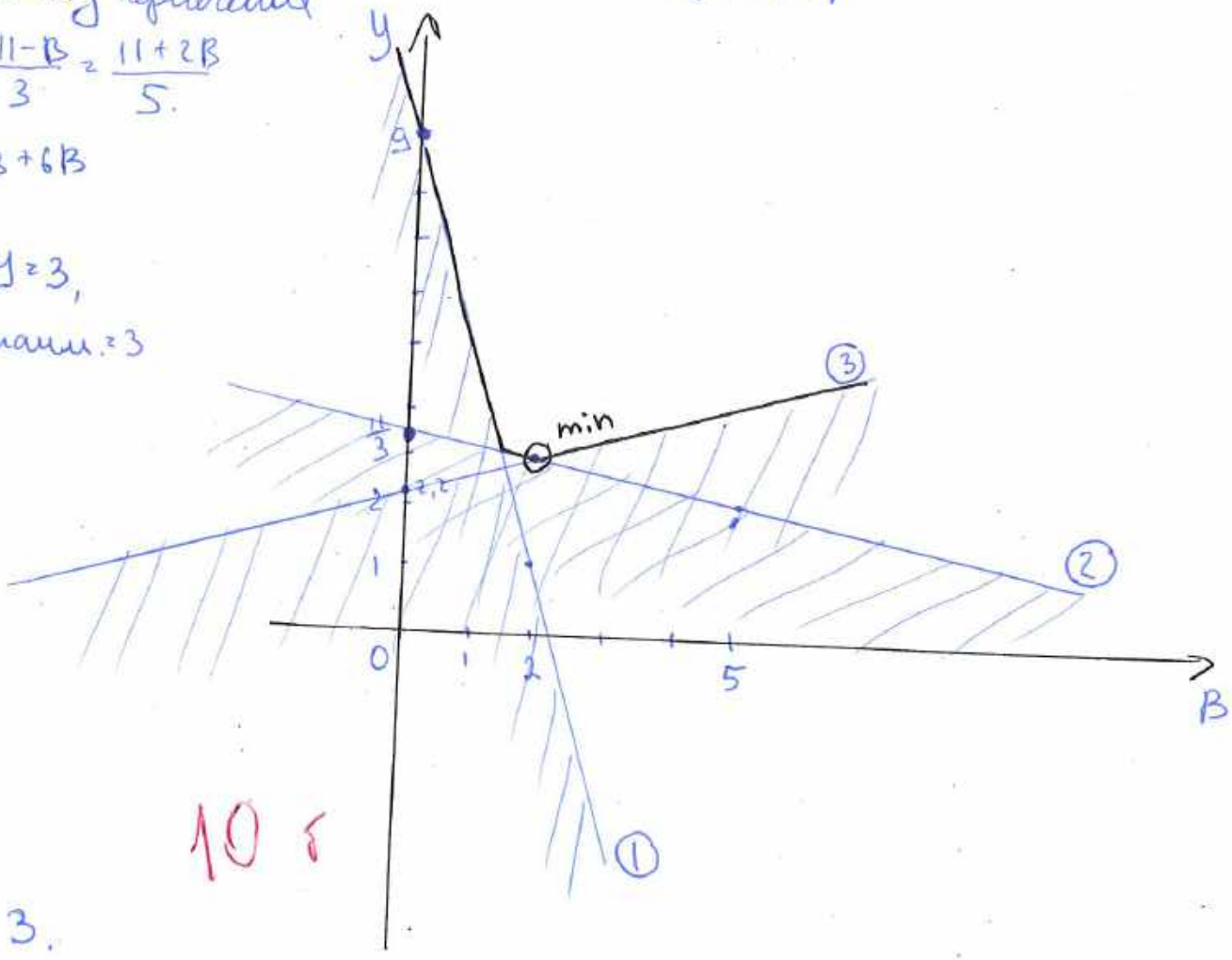
Найдем точку пересечения (2) и (3): $\frac{11-B}{3}=\frac{11+2B}{5}$.

$55-5B=33+6B$

$22=11B$

$B=2 \Rightarrow y=3$,

т.е. $A+B$ наим. $=3$



10 б

Ответ: 3.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 769

(N3)

• для каждого натурального n положим $p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$

Сумма: $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99) = ?$

1) Сгруппируем члены последовательности в пары: первый член будем складывать с последним и представим их в виде $p(k)$ – первый член пары и $p(2k-1)$ – последний, тогда:

$$\frac{g^k}{g^k + g^{50}} + \frac{g^{2k-1}}{g^{2k-1} + g^{50}} = \frac{g^k}{g^k + g^{50}} + \frac{g^{2k} \cdot g^{-1}}{g^{2k} \cdot g^{-1} + g^{50}} = \frac{g^k}{g^k + g^{50}} +$$

$$+ \frac{g^{2k}}{g^k} : \left(\frac{g^{2k}}{g^k} + g^{50}\right) = \frac{g^k}{g^k + g^{50}} + \frac{g^{2k}}{g^k} \cdot \frac{g^k \cdot g^{50}}{g^{2k}\left(g^k + g^{50}\right)} = \frac{g^k}{g^k + g^{50}} +$$

$$+ \frac{g^{50}}{g^k + g^{50}} = \frac{g^k + g^{50}}{g^k + g^{50}} = 1,$$ т.е. сумма 1-го и последнего членов равна 1.

2) Сгруппированных пар в последовательности: ~~[illegible]~~

$\frac{99 - 1}{2} = 49$ и остался один член без пары (это и есть член $k = 50$), тогда найдем $p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ сумма $= 49 \cdot 1 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 769

№5

Решить ур-е: $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

$x^1 = 1$

Рассмотрим 2 фун-ии: $f(x) = \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

и $g(x) = x$ (график - биссектриса 1 и 3 четвертей)

1) $f(x) = \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

ОДЗ: $x \neq -1$; $x \neq \frac{5}{3}$

Найдем $f'(x)$:

$$f'(x) = -\frac{1}{1+\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)^2} \cdot \left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)' + \frac{1}{1+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)' =$$

$$= -\frac{1}{\frac{(5x+3)^2+(3x-5)^2}{(3x-5)^2}} \cdot \frac{15x-25-15x-9}{(3x-5)^2} - \frac{1}{\frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x+1)^2}} \cdot \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}$$

-16 — знак неверно

$$= \frac{-(3x-5)^2}{(5x+3)^2+(3x-5)^2} \cdot \frac{-34}{(3x-5)^2} - \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2+(x-1)^2} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} =$$

$$\frac{34}{25x^2+30x+9+9x^2-30x+25} - \frac{2}{x^2+2x+1+x^2-2x+1} = \frac{34}{34x^2+34} -$$

$$- \frac{2}{2x^2+2} = \frac{34}{34(x^2+1)} - \frac{2}{2(x^2+1)} = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = 0$$ неверно

Тогда, если производная фун-ии равна нулю, фун-ия является константой $\Rightarrow$ $f(x)$ будет параллельна Ox. Но с учетом ограничений, фун-ия будет являться $\Rightarrow$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11769

№5

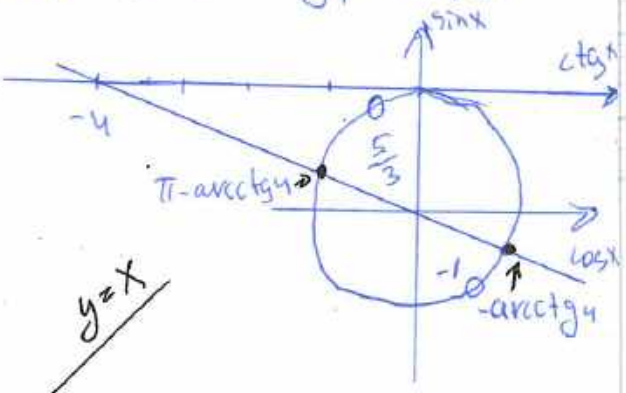
⇒ кусочно-постоянная: $f(x)=\begin{cases} a_1, \text{ при } x<-1 & (1) \\ a_2 \text{ при } -1<x<\frac{5}{3} & (2) \\ a_3 \text{ при } x>\frac{5}{3} & (3) \end{cases}$

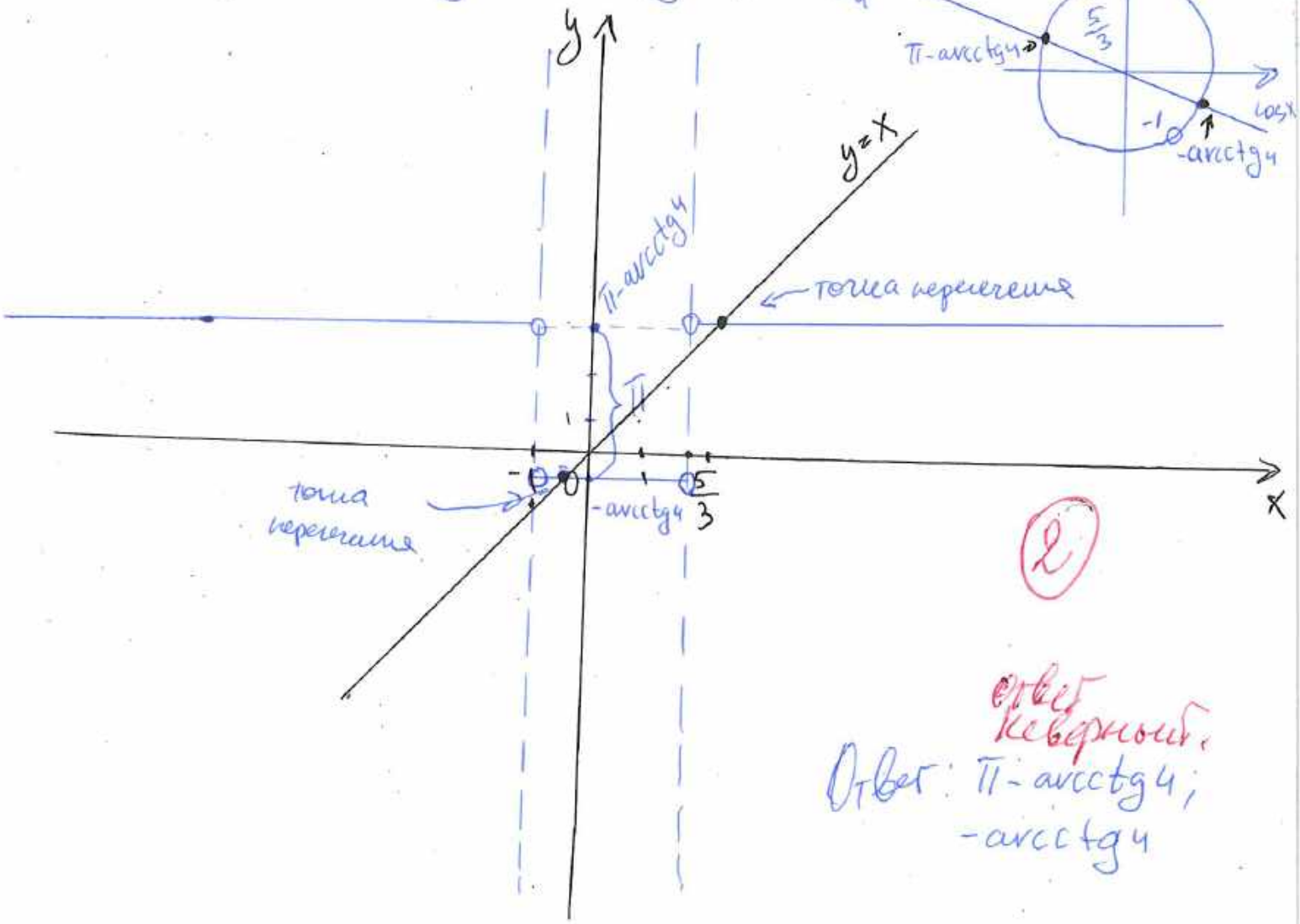
(1) $\frac{5x+3}{3x-5}=0 \Rightarrow x=-0{,}6$, тогда подставим x в (1) ур-е функции: $\operatorname{arcctg}0+\operatorname{arcctg}\frac{-0{,}6-1}{-0{,}4+1}=0+\operatorname{arcctg}(-4)=\operatorname{arcctg}(-4)$

~~т.е. $x<-1$ промежуток (1)~~

(2) $\frac{x-1}{x+1}=0 \Rightarrow x=1$, тогда подставим x в ур-е функции

$\operatorname{arcctg}\frac{5+3}{3-5}+\operatorname{arcctg}0=\operatorname{arcctg}(-4)$.





(2)

ответ неверный.

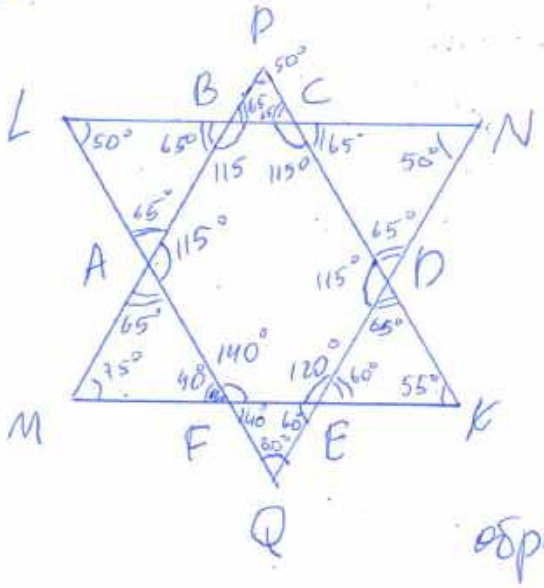
Ответ: $\pi-\operatorname{arcctg}4$; $-\operatorname{arcctg}4$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11769

№6



Дано: шестуг-к ABCDEF;

$\Delta MPK \cap \Delta LQN = ABCDEF$,

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$;

$\angle F = 140°$; $\angle E = 120°$.

Найти: $\angle P$; $\angle M$; $\angle K$; $\angle L$; $\angle N$; $\angle Q$

Реш-е: 1) Т.к. при пересечении треу-ков образуются смежные углы и них можно вычислить углы самих треугольников:

① • $\angle PBC = 180° - \angle B = 180° - 115° = 65°$

• $\angle PCB = 180° - \angle C = 180° - 115° = 65°$

$\Rightarrow \angle P = 180° - 65° \cdot 2 = 50°$

② Аналогично $\angle LAB = \angle LBA = 65°$; $\angle L = 50°$

③ Аналогично $\angle MAF = 65°$; $\angle AFM = 40°$; $\angle M = 75°$

④ Аналогично $\angle EFQ = 40°$; $\angle FEQ = 60°$; $\angle Q = 80°$

⑤ $\angle N = 180° - \angle L - \angle Q = 180 - 50 - 80 = 50°$

⑥ $\angle K = 180° - 65°$ (т.е. $- \angle P - \angle M = 180° - 75° - 50° = 55°$

Ответ: $\angle P = 50°$; $\angle M = 75°$; $\angle K = 55°$ в ΔPMK;

$\angle L = 50°$; $\angle Q = 80°$; $\angle N = 50°$ в ΔLQN.

35

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 769

№7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$ при каких значениях a существует касательная, которая касается графика в 2-ух т-х?

$(x_1; f(x_1))$ – точки касания $x_1 \neq x_2$

$(x_2; f(x_2))$

а) Производные от этих точек касания будут равны $\Rightarrow$ и будут равны угловые коэффициенты касательных.

$f'(x_1) = f'(x_2) = k$

$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$

$4ax_1^3 - 4ax_2^3 + 2x_1 - 2x_2 = 0$

$4a(x_1^3 - x_2^3) + 2(x_1 - x_2) = 0$

$4a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2(x_1 - x_2) = 0$

$(x_1 - x_2)(4a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2) = 0$

$\neq 0$

Т.к. по усл-ю $x_1 \neq x_2$

$4a(x^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2 = 0 \quad | : 2$

$2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0$

б) $\left.\begin{aligned} f(x_1) = kx_1 + b = -f'(x_1)\cdot x_1 + f(x_1) = b \\ f(x_2) = kx_2 + b = -f'(x_2)\cdot x_2 + f(x_2) = b \end{aligned}\right\} \Rightarrow f(x_1) - f'(x_1)\cdot x_1 = f(x_2) - f'(x_2)\cdot x_2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)\cdot x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - (4ax_2^2 + 2x_2 + 1)\cdot x_2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 + x_2$

$3ax_1^4 + x_1^2 = 3ax_2^4 + x_2^2$

$3ax_1^4 - 3ax_2^4 + x_1^2 - x_2^2 = 0$

$3a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0 \Rightarrow$

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11769

№7

$\Rightarrow 3a(x_1^2+x_2^2)(x_1-x_2)(x_1+x_2)+(x_1-x_2)(x_1+x_2)=0$

$(x_1-x_2)(x_1+x_2)(3a(x_1^2+x_2^2)+1)=0$

$\neq 0$

т.к. по усл-ю $x_1 \neq x_2$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=0 \\ 3a(x_1^2+x_2^2)+1=0 \end{cases} \Rightarrow$ ③ $a<0$, т.к. $x_1^2+x_2^2>0$

б) Объединим ур-я в систему и рам-м два случая:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_2=-x_1 \ ① \\ 3a(x_1^2+x_2^2)+1=0 \ ② \end{array}\right. \\ 2a(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+1=0 \end{cases}$$

① $\begin{cases} x_2=-x_1 \\ 2a(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+1=0 \end{cases}$

$2a(x_1^2-x_1^2+x_2^2)+1=0$

$2ax_1^2=-1$

$x_2^2=-\frac{1}{2a}$ и т.к. $a<0$ по усл-ю ③ $\Rightarrow x_2=\pm\sqrt{-\frac{1}{2a}} \Rightarrow$

т.к. x_2 обратно x_1: $x_1=\sqrt{\frac{-1}{2a}}$; $x_2=-\sqrt{\frac{-1}{2a}}$

Тогда можно вычислить производную от x_1 и x_2:

$f'(x_1)=4a\left(\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^3+2\left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right)^2+1=-4a\cdot\left(-\frac{1}{2a}\right)\cdot\sqrt{-\frac{1}{2a}}+2\sqrt{-\frac{1}{2a}}=1$

$f'(x_2)=4a\left(-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^3+\left(-\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right)^2+1=1$, т.е. $k=1$

Получим ур-е касательной по формуле: $y=f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1)$

Дополнительный бланк № 8

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11769

N7

$y = 1\left(x - \sqrt{-\frac{1}{2a}}\right) + a\left(\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^4 + \left(\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^2 + \sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$y = x - \sqrt{-\frac{1}{2a}} + \frac{a}{4a^2} - \frac{1}{2a} + \left(-\frac{1}{2a}\right) + \sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$ - касательная

(2) $\begin{cases} 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

$3ax_1^2 + 3ax_2^2 - 2ax_1^2 - 2ax_1x_2 - 2ax_2^2 = 0$

$ax_1^2 - 2ax_1x_2 + ax_2^2 = 0$.

$a(x_1 - x_2)^2 = 0$ - нет реш-й, т.к. по усл-ю $x_1 \neq x_2$ и $a \neq 0$.

Ответ: $y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$.

14

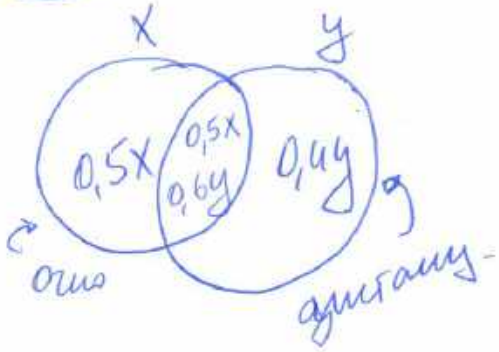
№5 (0)

Дополнительный бланк № 9

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11 769

(N1)



~~0,6 + 0,5 = 1,1 = 110%~~

$X = \frac{0,5}{2} = 0,25 = 25\%$

Ответ: 25% ? (1) об.

МПГ 11-14

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

МПГ 11-14

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Баканова	10	Гурьянова	10	10
2	Магомедов Р.М.	10	Савина	10	10
3	Маркова	12	Иванова	12	12
4	Чистя	0	Овсянникова	0	~~0~~
5	Борисова	6	Кремер	6	6
6	Гущина	3	Орлова	3	3
7	Постова-лова	0	Лапагина	0	0
8		0	Шашков	0	0
ИТОГО					41

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ПТГ 11-14

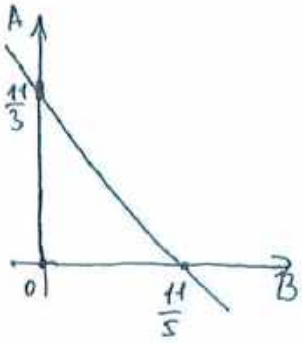
(заполняется организатором)

№ 2

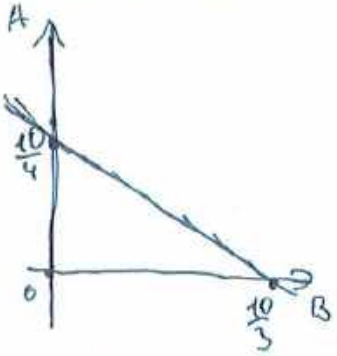
$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & \text{I} \\ 4A+3B \le 10 & \text{II} \\ 7A+4B \le 18 & \text{III} \end{cases}$$

• максимальные значения A и B будут тогда, когда неравенства станут равенствами, запишем каждое ур-ие отдельно и построим их график

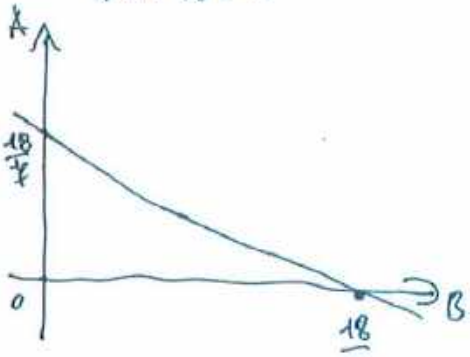
(I) $3A+5B=11$



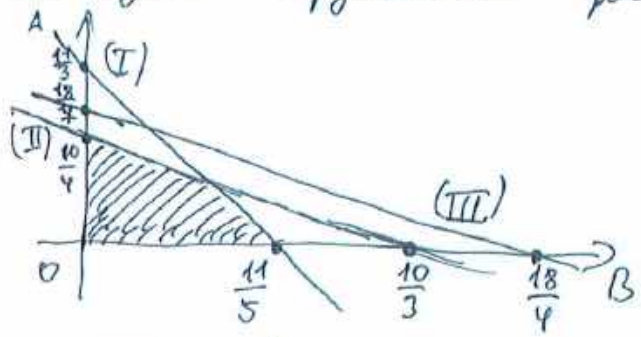
(II) $4A+3B=10$



(III) $7A+4B=18$



• построим их на одной координатной плоскости



• таким образом множество допустимых подходящих точек будут лежать в заштрихованной области, а точки в пересечении (I) и (II) будут максимальными т.к. они удовлетворяют обоим уравнениям

$$\begin{cases} A = \frac{11-5B}{3} \\ A = \frac{10-3B}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{10-3B}{4} = \frac{11-5B}{3} \Rightarrow 30-9B = 44-20B$$

$$B = \frac{14}{11};\ A = \frac{11-5\cdot\frac{14}{11}}{3} = \frac{11}{11}$$

$A+B = \frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$

10 б.

1

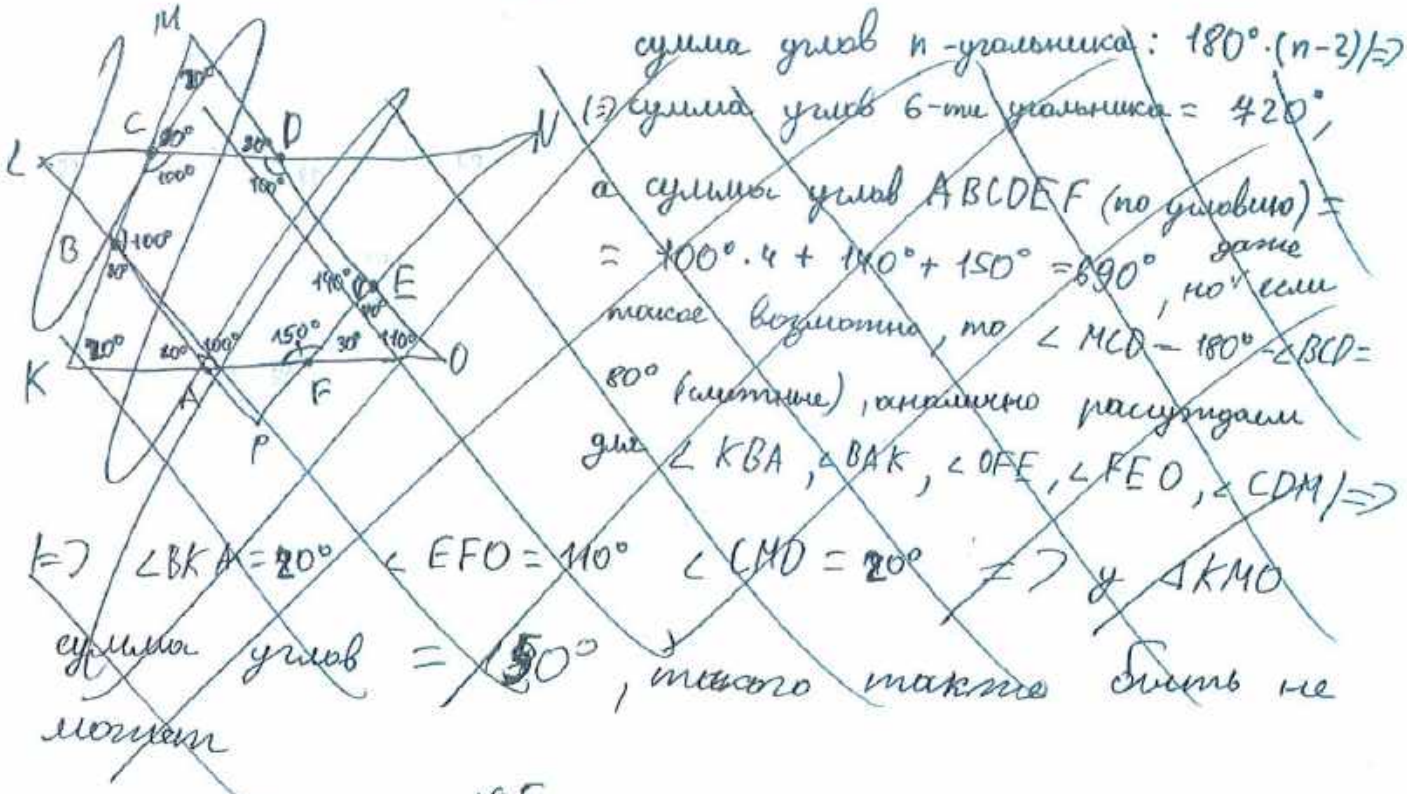
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МТТ 11-14

(заполняется организатором)

№ 6



сумма углов n-угольника: $180° \cdot (n-2)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сумма углов 6-ти угольника = 720°,

а сумма углов ABCDEF (по условию) =

$= 100° \cdot 4 + 110° + 150° = 690°$, даже

такое возможно, но если

$\angle MCD = 180° - \angle BCD =$

$80°$ (смежные), аналогично рассуждаем

для $\angle KBA$, $\angle BAK$, $\angle OFE$, $\angle FEO$, $\angle CDM$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\angle BKA = 20°$ $\angle EFO = 110°$ $\angle CMD = 20°$ $\Rightarrow$ у $\triangle KMO$

сумма углов $= 50°$, такого также быть не

может

№ 5

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right) = x \qquad x \neq -2;\ \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}}\right) = x$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}} = \frac{\frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}} = \frac{\frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2}}{\frac{3x^2+5x-2}{3x^2+5x-2} - \frac{2x^2+5x-3}{3x^2+5x-2}} =$$

$$= \frac{\frac{7x^2+7}{3x^2+5x-2}}{\frac{x^2+1}{3x^2+5x-2}} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7$$

$$\operatorname{arctg} 7 = x$$

6 баллов

Победило это решение

2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ЛПГ 11-14

(заполняется организатором)

№ 1

НА – люди, не говорящие по-английски, а ГА – говорящие

НФ – люди, не говорящие по-французски, а ГФ – говорящие

$0{,}04\,НА = ГФ$
$0{,}2\,НФ = ГА$ $\Big| \Rightarrow$ 96% НА и 80% НФ люди не говорящие ни на одном из языков

$\Downarrow$

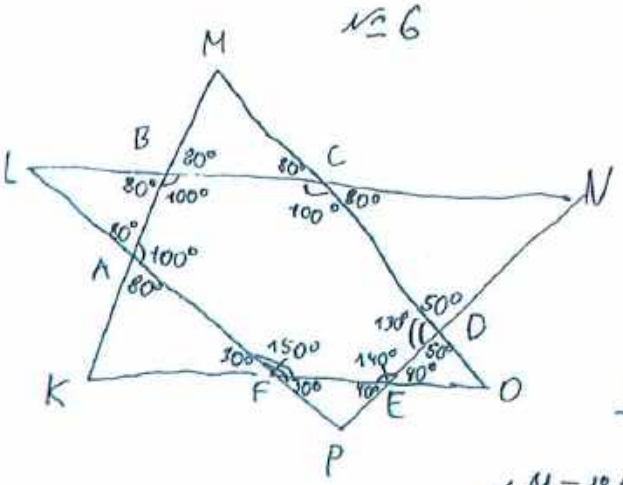
$0{,}96\,НА = 0{,}8\,НФ$

$\frac{НФ}{НА} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{80} = \frac{12}{10} = 1{,}2$

№ 6

сумма углов n-угольника $180^\circ \cdot (n-2) \Rightarrow$ сумма углов 6-ти угольника $= 720^\circ$, а сумма углов ABCDEF (по условию) $= 100^\circ \cdot 4 + 140^\circ + 150^\circ = 690^\circ \Rightarrow$ такого не может быть, т

№ 6



Дано:
$\angle A = \angle B = \angle C = 100^\circ$
$\angle D = 130^\circ$
$\angle E = 140^\circ$
$\angle F = 150^\circ$

Найти:
∠-ы △LPN
∠-ы △KMO

Решение: $\angle MBC$ смежный с $\angle ABC \Rightarrow$ $\angle MBC = 80^\circ$, аналогично рассуждая находим все смежные углы

$\Downarrow$

$\angle M = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$
$\angle N = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$
$\angle O = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$
$\angle P = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$
$\angle K = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 40^\circ$
$\angle L = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ $\Rightarrow$

∠-ы △KMO: $\angle M = 20^\circ$, $\angle K = 40^\circ$, $\angle O = 90^\circ$

∠-ы △LPN: $\angle L = 20^\circ$, $\angle P = 110^\circ$, $\angle N = 50^\circ$

1 вар ришн 3

3 ✓

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МПГ 11-14

(заполняется организатором)

$n=3$

$$p(14) = \frac{-3^{14}}{3^{14}+3^{14}} = -\frac{1}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} p(16) &= \frac{1}{1+3} \\ p(18) &= \frac{3}{3+1} \end{aligned}\right| \Rightarrow p(16)+p(18)=1$$

$$\left.\begin{aligned} p(15) &= -\frac{1}{1+3^2} \\ p(19) &= -\frac{3^2}{3^2+1} \end{aligned}\right| \Rightarrow p(15)+p(19)=-1$$

$$\left.\begin{aligned} p(1) &= -\frac{1}{1+3^{16}} \\ p(33) &= -\frac{3^{16}}{3^{16}+1} \end{aligned}\right| \Rightarrow p(1)+p(33)=-1$$

$p(14)+p(20)=1$
$p(13)+p(21)=-1$
$p(12)+p(22)=1$
$p(11)+p(23)=-1$
$p(10)+p(24)=1$
$p(9)+p(25)=-1$
$p(8)+p(26)=1$
$p(7)+p(24)=-1$
$p(6)+p(28)=1$
$p(5)+p(29)=-1$
$p(4)+p(30)=1$
$p(3)+p(31)=-1$
$p(2)+p(32)=1$

} их сумма равна $-\frac{1}{2}$

+

N7 Решения нет.
Об.

М11 860

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-860

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Комиссия	10	Гурьянова	10	10
2	Бодунова	0	Орлов	0	0
3	Иванова	12	Маркова	12	12
4	Магомедов	5	Иванова	2	2
5	Волкова	0	Уразов	0	0
6	Орехова	0	Конюхов	0	0
7	Конюхов	0	Мизгина	0	0
8	Шакиров	0	Хамицкий	0	0
ИТОГО					24

М11-446

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1					
2					
3	Маркова	12	Иванова	12	12
4					
5	Борисова	0	Кремер	0	0
6					
7					
8					
ИТОГО					

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11860

№1

x – не говорящие по-английски

y – не говорящие по-французски

x – не $0{,}04x$ – не говорящ. по-англ., но говорящ. по-фр.

$x - 0{,}04x = 0{,}96x$ – не говорящие ни на одном из языков

$0{,}2y$ – не говорящ. по-фр., но говорящ. по-англ.

$y - 0{,}2y = 0{,}8y$ – не говорящ. ни на одном из языков $\Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}96x = 0{,}8y \Rightarrow \quad 1{,}2x = y \Rightarrow \quad \frac{y}{x} = 1{,}2$

Ответ: в 1,2 раза † 105.

№2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases} \Rightarrow$$

сложу 1-ю и 2-ю строки, а затем вычту 3-ю:

$3A + 5B + 4A + 3B \le 21 \Rightarrow$

$\Rightarrow 7A + 8B \le 21$;

$7A - 7A + 8B - 4B \le 21 - 18 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4B \le 3 \Rightarrow \quad B \le \frac{3}{4}$

сложу 1-ю и 2-ю строки, умножу на 2 3-ю строку и вычту из большего меньшее:

$-\{3A + 5B + 4A + 3B + 2(7A + 4B) \le 11 + 10 + 2 \cdot 18$

$+7A \le +15$

$A \le \frac{15}{7} \Rightarrow \quad A + B \le \frac{15}{7} + \frac{3}{4}$

оценка $A + B \le \frac{31}{11}$ 05

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-860

$A+B \le \frac{81}{28} \Rightarrow \max(A+B) = \frac{81}{28}$

Ответ: $A+B = \frac{81}{28}$ ответ неверный

N3

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{3^n \cdot (-1)^n}{3^n (1 + 3^{17-n})} = \frac{(-1)^n}{1+3^{17-n}}$$

Найти: $p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(33)$

Решение:

вычислю несколько 1-х и, последних $p(n)$ и $p(17)$.

$p(1) = \frac{-1}{1+3^{16}}$

$p(2) = \frac{1}{1+3^{15}}$

$p(3) = \frac{-1}{1+3^{19}}$

$p(17) = \frac{-1}{2}$

$p(33) = \frac{-1}{1+\frac{1}{3^{16}}} = \frac{-1}{\frac{1+3^{16}}{3^{16}}} = \frac{-3^{16}}{1+3^{16}}$

$p(32) = \frac{1}{1+\frac{1}{3^{15}}} = \frac{3^{15}}{1+3^{15}}$

$p(31) = \frac{-1}{1+\frac{1}{3^{14}}} = \frac{-3^{14}}{1+3^{14}}$

Заметим, что

$p(1)+p(33) = \frac{-1}{1+3^{16}} + \frac{-3^{16}}{1+3^{16}} = \frac{-(1+3^{16})}{1+3^{16}} = -1$

$p(2)+p(32) = \frac{1}{1+3^{15}} + \frac{3^{15}}{1+3^{15}} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow p(1)+p(2)+\ldots+p(33)+p(32) = 0$

по аналогии $p(3)+p(4)+p(31)+p(30)=0$

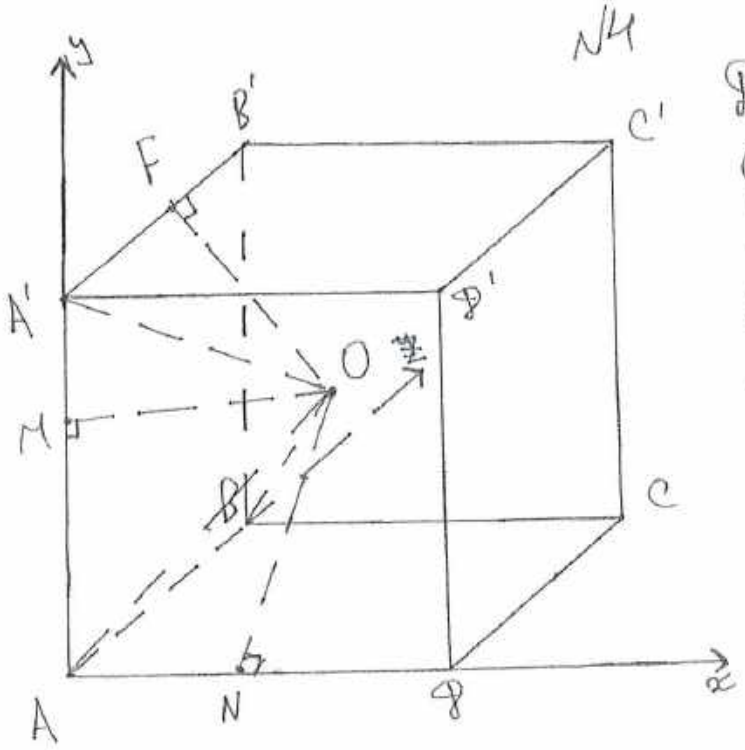
и так все "четвёрки" равны нулю,

остаётся $p(17) = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow p(1)+p(2)+\ldots+p(33) = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№4



Дано: $ABCDA'B'C'D'$ - куб.,
все рёбра = 1;
S - сфера;
$SUA'B'$; $SUAA'$; $SUAB'$; SUB
Найти: $R(S)$. - радиус.

Решение:

Пусть O - центр сферы.

Введу систему координат $\{x; y; z\}$ с началом в $A(0;0;0)$

$O\{x_1; y_1; z_1\}$; $x_1, y_1, z_1 \in (0; 1)$

FO; MO, NO - перпендикуляры; $\Rightarrow FO = MO = NO = BO = R(S)$

$AN = x_1$; $AM = y_1$; $A'F = z_1$

$\overrightarrow{AO}\{x_1; y_1; z_1\} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} = AO$

$\overrightarrow{A'O}\{x_1; 1-y_1; z_1\} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \sqrt{x_1^2 + (1-y_1)^2 + z_1^2} = A'O$

$\overrightarrow{BO}\{x_1; y_1; 1-z_1\} \Rightarrow |\overrightarrow{BO}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (1-z_1)^2} = BO$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-860

По т. Пифагора в △ AON и △ AOM:

$NO = \sqrt{AO^2 - AN^2} \Rightarrow R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - x_1^2} = \sqrt{y_1^2 + z_1^2}$

$MO = \sqrt{AO^2 - AM^2} \Rightarrow R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - y_1^2} = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}$

т.к. $MO = NO = R \Rightarrow \sqrt{y_1^2 + z_1^2} = \sqrt{x_1^2 + z_1^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow y_1^2 + z_1^2 = x_1^2 + z_1^2 \Rightarrow x_1^2 = y_1^2 \Rightarrow x_1 = y_1$

т.к. $BO = R \Rightarrow R = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + (1-z)^2} = \sqrt{2x_1^2 + (1-z_1)^2}$

т.к. $BO = MO \Rightarrow \sqrt{2x_1^2 + (1-z_1)^2} = \sqrt{x_1^2 + z_1^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x_1^2 + (1-z_1)^2 = x_1^2 + z_1^2 \Rightarrow x_1^2 - 2z_1 + 1 = 0 \Rightarrow z = \frac{x_1^2 + 1}{2}$

По т. Пифагора в △ A'OF: $FO = \sqrt{A'O^2 - AF^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \sqrt{x_1^2 + (1-y_1)^2 + z_1^2 - z_1^2} = \sqrt{x_1^2 + (1-x_1)^2} = \sqrt{2x_1^2 - 2x_1 + 1}$

т.к. $MO = R = FO \Rightarrow \sqrt{2x_1^2 - 2x_1 + 1} = \sqrt{x_1^2 + z_1^2} \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 + 1 = z_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (1-x_1)^2 = z_1^2 \Rightarrow 1 - x_1 = z_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - x_1 = \frac{x_1^2 + 1}{2} \Rightarrow x_1^2 + 2x_1 - 1 = 0$

$x_1 = -1 \pm \sqrt{2}$. т.к. $x_1 > 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow z = 2 - \sqrt{2}$

$R = \sqrt{x_1^2 + z_1^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2 + (2-\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2 + 2(\sqrt{2}-1)^2} =$

$= \sqrt{3(\sqrt{2}-1)^2} = (\sqrt{2}-1)\sqrt{3} = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

Ответ: $R = \sqrt{6} - \sqrt{3}$. 5, не найдена задача.

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-860

№6

сумма углов в условии у шестиугольников:

$100 \cdot 4 + 140 + 150 = 690°$,

а в шестиугольнике должна быть сумма углов $720°$ по ф-ле $180 \cdot (n-2)$: =>

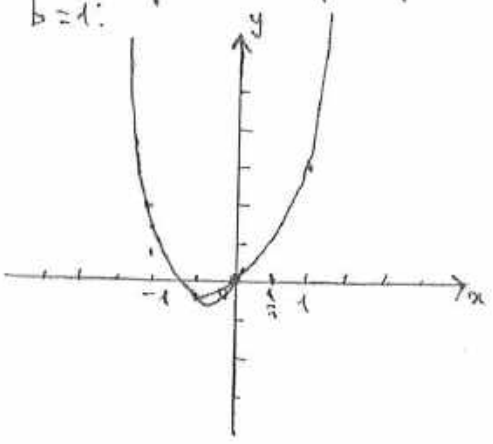
=> в ~~тут~~ условии ошибка. 0 0б

№7

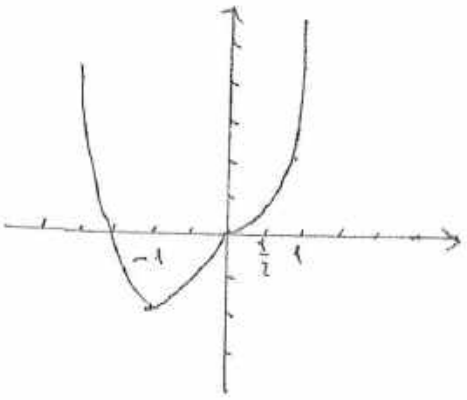
$y = x^4 + bx^2 + x$

начертим график ф-и при $b = 1$ и $b = -1$ и $b = 0$

$b = 1$:



$b = -1$:



~~код графики~~

при $b = 1$ - нельзя провести прямую

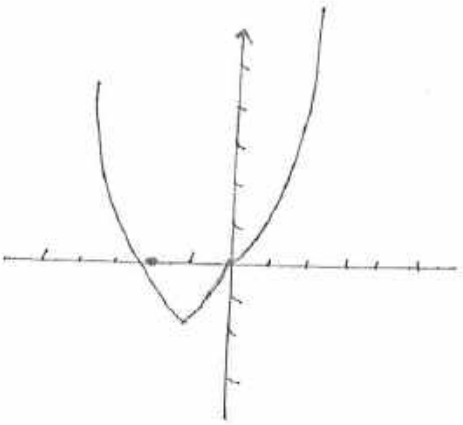
при $b = -1$ - можно

при $b = 0$ - можно => $b \leq 0$

Ответ: $b \leq 0$

0б

$b = 0$



Бланк ответа 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-860

№8

$X, Y, Z \in N$

$X, Y, Z \leq 100$

допустим в последовательности №1

X стоит на n-ом месте, а Y на k-ом, и Z на m-ом =>

=> во всех последовательностях где X стоит на n-ом месте существует 97 мест, когда X и Y не будут идти подряд.

~~=> вычисляем для $n \in [1;100]$ все числа k и прибавим 1 => $97 \cdot 100 + 1 = 9701$~~

и если X и Y стоят через 1 место, то 95 мест для Z

и если X и Y не стоят через 1 место, то 97 места для Z => вычисляю для $n \in [1;100]$

для $n = 1$ и $n = 100$ мест для Y и Z на 1 больше

для $k = 1$ и $k = 100$ мест для Z на 1 больше.

для $n = 1$ и $n = 100$: $(96 \cdot 2 + 95 \cdot 98) \cdot 2 = 19004$

для $n \in [2;99]$: $98 \cdot (98 \cdot 94 + 2 \cdot 95) = 921396$

сложу и прибавлю 1: $921396 + 19004 * 1 = 940401$

Ответ: 940401

Решена другая задача

05

М11-089

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-089
(заполняется организатором)

№1 Пусть очно и дистанционно занимаются x и y человек соответственно, тогда 50% от занимающихся очно $= 0{,}5x$

60% от занимающихся дистанционно $= 0{,}6y$

$0{,}5x$ и $0{,}6y$ занимаются и очно, и дистанционно $\Rightarrow 0{,}5x = 0{,}6y \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}y$

$$\frac{\text{только очно}}{\text{все студенты}} = \frac{\text{очно} - \text{очно и дистанционно}}{\text{только очно} + \text{только дистанционно} + \text{и там, и там}} = \frac{x - 0{,}5x}{(x-0{,}5x)+(y-0{,}6y)+0{,}6y}$$

$$= \frac{0{,}5x}{0{,}5x+0{,}4y+0{,}6y} = \frac{\frac{3}{5}y}{\frac{3}{5}y+y} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}} = \frac{3}{8}$$ Ответ: $\frac{3}{8}$ (+) 10 б.

№2 $\begin{cases} A+3B \geq 9 & (1) \\ 3A+4B \geq 11 & (2) \\ 5A+3B \geq 11 & (3) \end{cases}$

~~2 · (2) + (3): $6A+8B+5A+3B \geq 22$~~

Получим условия на $A+B$ из (1) и (3): $\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 10A+6B \geq 22 \end{cases}$ $\updownarrow +$ $11A+11B \geq 31 \Rightarrow A+B \geq \frac{31}{11}$

Получим условия на $A+B$ из (2) и (3): $\begin{cases} 6A+8B \geq 22 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$ $\updownarrow +$ $11A+11B \geq 33 \Rightarrow A+B \geq 3$

~~Получим условия на $A+B$ из (1) и (2):~~

Чтобы выполнялось (1), (2), (3) одновременно, необходимо $\begin{cases} A+B \geq \frac{31}{11} \\ A+B \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow A+B \geq 3$

$\Rightarrow \min(A+B) = 3$ Ответ: 3 10 б.

№3 $p_n = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$;

при $n > 50$: $p_n = \frac{9^{n-50}}{1+9^{n-50}}$

при $n < 50$: $p_n = \frac{1}{1+9^{50-n}}$

при $n = 50$: $p_n = \frac{9^{50}}{2 \cdot 9^{50}} = \frac{1}{2}$

~~Сгруппируем члены так, чтобы складывать такие числа >50 и <50~~

Заметим, что, если складываем два числа, индексы которых в сумме равны 100, то знаменатели у них равны, т.к. тогда $1+9^{n_1-50} = 1+9^{50-n_2}$ ($n_1+n_2=100$, $n_1 > 50 > n_2$)

Значит, их сумма равна $\frac{1+9^{n-50}}{1+9^{n-50}} = 1$. Сгруппируем так все члены:

М11-089

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Балашов	10	Гурьянов	10	10
2	Малинин Р.М.	10	Савин С.В.	10	10
3	Маркова	12	Уланов	12	12
4	Волкова	1	Хусаинова	1	1
5	Кремер	4	Тюрисова	4	4
6	Окунева	3	Конов	3	3
7	Конов	0	Степанян	0	0
8	Шашков	0	Пчелинцев	0	0
ИТОГО					40.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

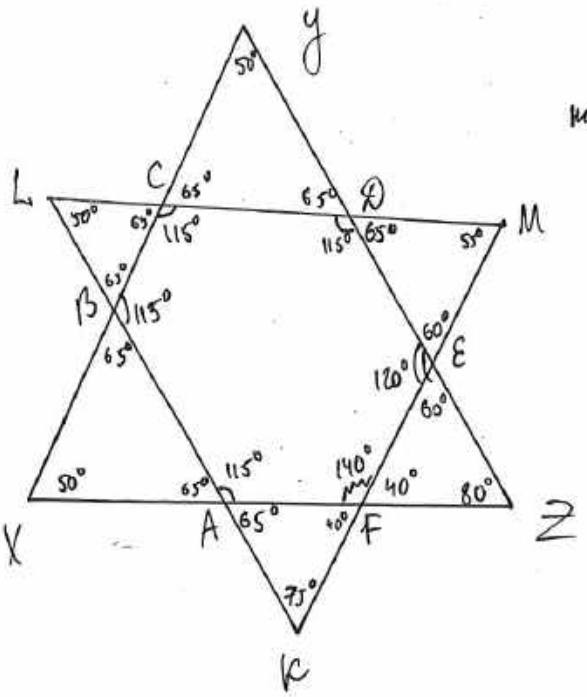
Код участника: М11-089

(заполняется организатором)

$p_1 + p_{99} = p_2 + p_{98} = p_3 + p_{97} = \ldots = p_{49} + p_{51} = 1$ – всего 49 пар

$\Rightarrow \Sigma = 49 + p_{50} = 49 + \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$ Ответ: $\frac{99}{2}$

№6



Пусть KLM и XYZ – исходные треугольники

найдём смежные углы при вершине F: $180° - \angle AFE = 40° = \angle AFK = \angle EFZ$; при вершине E: $180° - \angle DEF = 60° = \angle MED = \angle FEZ$, при всех остальных данных вершинах: $180° - 115° = 65° = \angle MDE = \angle YDC = \angle YCD = \angle LCB = \angle LBC = \angle KBA = \angle KAB = \angle KAF$

$\angle CYD = 180° - \angle YCD - \angle YDC = 180° - 130° = 50°$

$\angle AKB = 180° - \angle XBA - \angle KAB = 50°$

$\angle YZX = 180° - \angle ZEF - \angle ZFE = 80°$

$\angle CLB = 180° - \angle LCB - \angle LBC = 50°$

$\angle DME = 180° - \angle MDE - \angle MED = 55°$

$\angle AFF = 180° - \angle KAF - \angle KFA = 75°$

Имеем: $\angle X = 50°$, $\angle Y = 50°$, $\angle Z = 80°$

$\angle KLM = 50°$, $\angle KML = 55°$; $\angle K = 75°$

При повороте ABCDEF углы в данных треугольниках поменяются, но числовые значения останутся прежними (можно сказать, что в любом случае будут два треугольника, один с углами 50°, 50°, 80°, другой с углами 50°, 55°, 75°)

Ответ: 50°, 50°, 80°; 50°, 55°, 75°

35

№5 $ctg(\alpha+\beta) = \frac{ctg\alpha ctg\beta - 1}{ctg\alpha + ctg\beta}$

$ctg\left(arcctg\frac{5x+3}{3x-5} + arcctg\frac{x-1}{x+1}\right) = ctg\,x$

$ctg\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = ctg\,x \Leftrightarrow ctg\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctgx \Leftrightarrow ctg\frac{1}{4} = ctgx$

$\Rightarrow x = \frac{1}{4} + \pi n,\ n \in Z$

$0 < arcctg\frac{5x+3}{3x-5} + arcctg\frac{x-1}{x+1} < 2\pi \Rightarrow 0 < x < 2\pi \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ или $x = \frac{1}{4} + \pi$

При $x = \frac{1}{4}$: $arcctg\frac{5x+3}{3x-5} = arcctg(-1) = \frac{3\pi}{4}$; $arcctg\frac{x-1}{x+1} = arcctg\left(-\frac{3}{5}\right)$;

$0 < arcctg\left(-\frac{3}{5}\right) < \pi \Rightarrow arcctg\frac{5x+3}{3x-5} + arcctg\frac{x-1}{x+1} \in \left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ – этому $x = \frac{1}{4}$ не принадлежит

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-019
(заполняется организатором)

При $x=\frac{1}{4}+\pi$: $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}=\operatorname{arcctg}\frac{\frac{17}{4}+5\pi}{-\frac{17}{4}+3\pi}>0 \Rightarrow \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

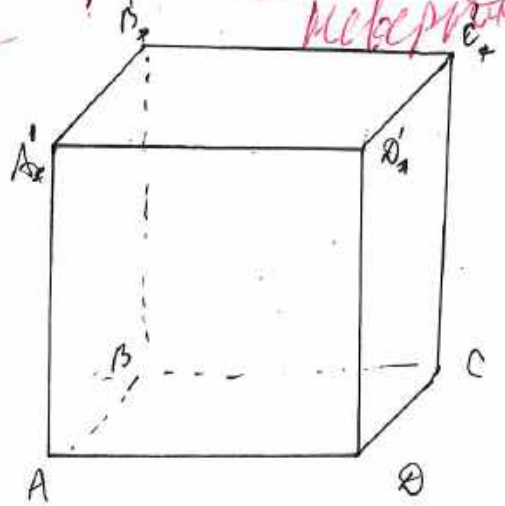
$\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=\operatorname{arcctg}\frac{-\frac{3}{4}+\pi}{\frac{5}{4}+\pi}>0 \Rightarrow \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\in(0;\pi)$ – этому $x=\frac{1}{4}+\pi$ не принадлежит

Ответ: нет решений

4

№4



Если центр сферы – точка B, то сфера с $r=1$ (сторона куба) проходит через C, касается AD и AA' в точке A, касается A'B' в точке B' ⇒ такая сфера нам подходит

Ответ: $r=1$

№7 При $a=0$: $f(x)=x^2+x$ – парабола; $f'(x)=2x \Rightarrow$ прямая может касаться графика только в одной точке $\Rightarrow a\neq 0$

Обоснование?

При $a>0$: $f(x)$ до $x=-1$ монотонно убывает, после – монотонно возрастает $\Rightarrow$ прямая может касаться графика только в одной точке $\Rightarrow a<0$

0

№8. Пусть на первом шаге $Y=\{1;2;\dots 99;100\}$. На каждом шаге будем прибавлять или убавлять по 50, 25, 13, 7, 4, 2, 1 (по порядку) $\Rightarrow$ каждое число можно будет узнать через 7 шагов. Ответ: 7

Нет решения

0б

М11-387

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа
заключительного этапа
«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»
«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-391

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Белоногов	10	Гурьянова	10	10
2	Малышев Р.М.	6	Савинов С.В.	6	6
3	Маркова	12	Шакаев	12	12
4	Кирсанова	0	Осипова	0	0
5	Борисова	4	Кулик	4	4
6	Олехова	3	Гордеев	3	3
7	Кашев	5	Степанян	5	5
8	Я	0	Шагунов	0	0
ИТОГО					40

Бланк ответа № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

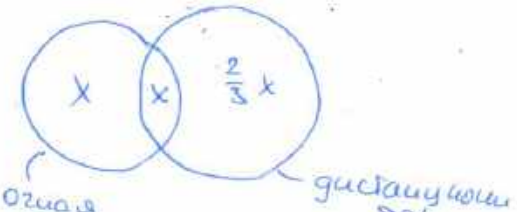
Код участника: (заполняется организатором) М11-391

Задача № 1.

Пусть x студентов занимаются и очно и дистанционно

1) Так как и очно и дистанционно занимается 50% от занимающихся очно, то очно занимается $\frac{x}{0,5} = 2x$ студентов, среди которых $2x - x = x$ студентов занимаются только очно.

2) Так как и очно и дистанц. занимаются 60% от занимающихся дистанционно, то дистанц. занимается $\frac{x}{0,6} = \frac{5}{3}x$ студентов => только дистанционно $\frac{5}{3}x - x = \frac{2}{3}x$ студент.



3) Значит студенты занимающиеся только очно составляют $\frac{x}{x + x + \frac{2}{3}x} = \frac{x}{\frac{8}{3}x} = \frac{3}{8}$ от всех студентов (только очно / все студенты)

Ответ: $\frac{3}{8}$ от всех студентов, т.е 37,5 % от всех студентов (Т) 100.

Задача № 2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \ (1) \\ 3A + 4B \geq 11 \ (2) \\ 5A + 3B \geq 11 \ (3) \end{cases}$$

1) (1)+(3): $6A + 8B \geq 20$

(2)+(3): $8A + 7B \geq 22$

Значит $3A + 4B \geq 10$

$8A + 7B \geq 22$

$11A + 11B \geq 32 \Rightarrow A + B \geq \frac{32}{11}$ => наименьшее значение A+B равно $\frac{32}{11}$

2) Покажем, что меньше быть не может. Пусть $A + B < \frac{32}{11}$:

$-A - 5B \leq -9$ (см. (1))

$5A + 3B < \frac{5 \cdot 32}{11}$

$4A < \frac{5 \cdot 32}{11} - 9 \Rightarrow A < \frac{61}{11 \cdot 4}$

$-5A - 3B \leq -11$ (см. (3))

$5A + 3B < \frac{5 \cdot 32}{11}$

$2B < \frac{160}{11} - \frac{121}{11} \Rightarrow B < \frac{39}{11 \cdot 2}$

Пусть $3A + 4B \Rightarrow 3A + 4B < \frac{3 \cdot 61}{11 \cdot 4} + \frac{39}{11 \cdot 2} = \frac{183 + 39}{11 \cdot 4} = \frac{183 + 312 - 495}{44}$

$3A + 4B \geq 11$

$-3A - 3B > -\frac{32}{11} \cdot 3$

$B > \frac{121 - 96}{11}$; $B > \frac{25}{11}$

$\frac{39}{22} < \frac{25}{11} \Rightarrow$ ж => такого не может быть

Пример: $A = \frac{13}{11}$, $B = \frac{19}{11}$; $A + B = \frac{32}{11}$; $\frac{13}{11} + \frac{5 \cdot 19}{11} \geq 9$

$3 \cdot \frac{13}{11} + 4 \cdot \frac{19}{11} \geq 11$

Оценка: Покажем, что $A + B < 3$ невозможно:

1) $4(A + B) < 4 \cdot 3$ (см. (1))

$-3A - 4B \leq -11$ (см. (2))

$A < 1$

2) $5A + 3B \geq 11$

$-3(A + B) > -3 \cdot 3$

$2A > 2 \Rightarrow A > 1$

Значит $A < 1$ и $A > 1 \Rightarrow$ ж => такого не может быть

Пример $A + B = 3$; $A = 1$; $B = 2$;

$1 + 5 \cdot 2 \geq 9$ – истина

$3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \geq 11$ – истина

$5 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \geq 11$ – истина

Ответ: 3

6, не доказано, что 3-мин

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М.11-391

Задача №6 (цифровик)

5) $\angle KAF = 180 - \angle FAB = 65^\circ$ (смежные) $\Rightarrow \angle KFA = 180 - \angle AFK = 40^\circ$

$\triangle AKF$: $\angle AKF + \angle KAF + \angle KFA = 180^\circ$ (теорема о сумме углов) $\Rightarrow \angle AKF = 180 - 40 - 65 = 75^\circ$

6) $\triangle KLN$: $\angle L + \angle K + \angle N = 180$ (по теореме о сумме углов) $\Rightarrow \angle N = 180 - 50 - 75 = 55^\circ$

7) Таким образом это треугольники с углами $50^\circ; 50^\circ; 80^\circ$ и $75^\circ; 50^\circ; 55^\circ$

Ответ: треуг. №1: $50^\circ; 50^\circ; 80^\circ$ 35

треуг. №2: $75^\circ; 55^\circ; 50^\circ$

Задача №4

1) Пусть O – центр сферы, т.к $AD, AA', A'B'$ касаются сферы, то $OF \perp A'B'$, ... аналогично т.е $OF = OH = OT = OC = R$

2) Спроецируем O на пл-ть $(BB'C')$: $O \to O_1$, $F \to B'$, $C \to C$

$OF \to B'O_1$; $CO \to O_1C$

$B'O_1 = OF = R$ (противолеж. $OFB'O_1$ – прямоуг.) $\angle((OC);(BCC')) = \beta$

Значит $O_1C = R\cos\beta$, т.е получ. $R + R\cos\beta \geq \sqrt{2}$

Аналогично с остальными углами получ. $R + R\cos\alpha \geq \sqrt{2}$, $R + R\cos\gamma \geq \sqrt{2}$ (α, β, γ – углы ОС и пл-тями (AFK); $(BB'C)$; (DD'))

$\Rightarrow (R\cos\alpha)^2 + (R\cos\beta)^2 + (R\cos\gamma)^2 = R^2 \Rightarrow$ (сум параллелепипеда)

$R^2\cos^2\beta + R^2\cos^2\alpha + R^2\cos^2\gamma \geq 3(\sqrt{2} - R)^2$

$R^2 \geq 3(R^2 + 2 - 2\sqrt{2}R)$

$2R^2 - 6\sqrt{2}R + 6 \leq 0$

$R^2 - 3\sqrt{2}R + 3 \leq 0$

$D = (3\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 3 = 6$; $R = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

Задача №7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

$f'(x) = 4x^3a + 2x + 1$; $f'(x_0) = 4x_0^3a + 2x_0 + 1$

$f(x_0) = ax_0^4 + x_0^2 + x_0$

$y = (4x_0^3a + 2x_0 + 1)(x - x_0) + ax_0^4 + x_0^2 + x_0$ – уравнение касательной «графику» функции в точке x_0

Значит касательная от $x_0 = x_1$ и $x_0 = x_2$ должна быть одна и та же

т.е $\begin{cases} 4x_1^3a + 2x_1 + 1 = 4x_2^3a + 2x_2 + 1 \\ ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4x_1^3a \cdot x_1 - 2x_1 \cdot x_1 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4x_2^3ax_2 - 2x_2^2 - x_2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4a(x_1^3 - x_2^3) + 2(x_1 - x_2) = 0 \quad (*) \\ x_1^4(a - 4a) - x_1^2 = x_2^4(a - 4a) - x_2^2 \end{cases}$ ($x_1 - x_2 \neq 0$)

$\begin{cases} 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ -3ax_1^4 - x_1^2 = -3ax_2^4 - x_2^2 \end{cases}$ (**)

$\begin{cases} 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x_1 = -x_2 \\ (x_1^2 + x_2^2)3a + 1 = 0 \end{array}\right. \end{cases}$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow$ (*) можно поделить на $(x_1 - x_2)$

$4a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2 = 0$

(**) $3a(x_1^4 - x_2^4) + x_1^2 - x_2^2 = 0$

$(x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2)3a + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$(x_1^2 - x_2^2)((x_1^2 + x_2^2)3a + 1) = 0$

$x_1^2 = x_2^2$ или $(x_1^2 + x_2^2)3a + 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = x_2 \\ x_1 = -x_2 \end{array}\right.$

Если $x_1 = -x_2$:

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-391

№2 (продолжение)

$$\begin{cases} 2a(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+1=0 \\ \left[\begin{array}{l} x_1=-x_2 \\ (x_1^2+x_2^2)3a+1=0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^2+x_1x_2+x_2^2=-\frac{1}{2a} \\ \left[\begin{array}{l} x_1=-x_2 \\ (x_1^2+x_2^2)=-\frac{1}{3a} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

I $\begin{cases} x_1^2+x_2^2=-\frac{1}{3a} \\ x_1x_2=-\frac{1}{2a} \end{cases}$ или II $\begin{cases} x_1^2+x_1x_2+x_2^2=-\frac{1}{2a} \\ x_1=-x_2 \end{cases}$

$(x_1+x_2)^2=-\frac{1}{3a}-\frac{1}{a}$ $\quad a<0$

$(x_1+x_2)^2=-\frac{4}{4a}$

$\left[\begin{array}{l} x_1+x_2=\sqrt{-\frac{4}{4a}} \\ x_1+x_2=-\sqrt{-\frac{4}{4a}} \end{array}\right.$

$x_1x_2=-\frac{1}{2a}$ $\quad x_1x_2\neq 0$

$x_2=\frac{1}{2ax_1}$ $\quad x_2=-\frac{1}{2ax_1}$

$x_1^2+\frac{1}{4a^2x_1^2}=-\frac{1}{3a}$ $\quad t=x_1^2>0$

$\frac{4a^2t^2+\frac{4}{3}\cdot 4a^2t+1}{4a^2x_1^2}=0$ $\quad 12a^2t^2+4at+3=0$

>0

Есть положит. решение если $D=16a^2-4\cdot 12a^2\cdot 3\neq 0$ $\Rightarrow$ ур. не имеет реш.

II $\begin{cases} x_1^2+x_1x_2+x_2^2=-\frac{1}{2a} \\ x_1=-x_2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1^2=-\frac{1}{2a} \\ x_1=-x_2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{-\frac{1}{2a}} \\ x_1=-\sqrt{-\frac{1}{2a}} \end{array}\right. \\ x_1=-x_2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ решения $\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ $-\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ при $a<$

Если $a=0$: $f(x)=x^4+x$ ч. передан невозможно т.к. нет касательной в 2-х точках $\Rightarrow a\neq 0$

если $x_1=x_2$: $2x_1^2=-\frac{1}{3a}$

$x_1^2=\sqrt{\frac{1}{6a}}$

$x_1=-\sqrt{-\frac{1}{6a}}$

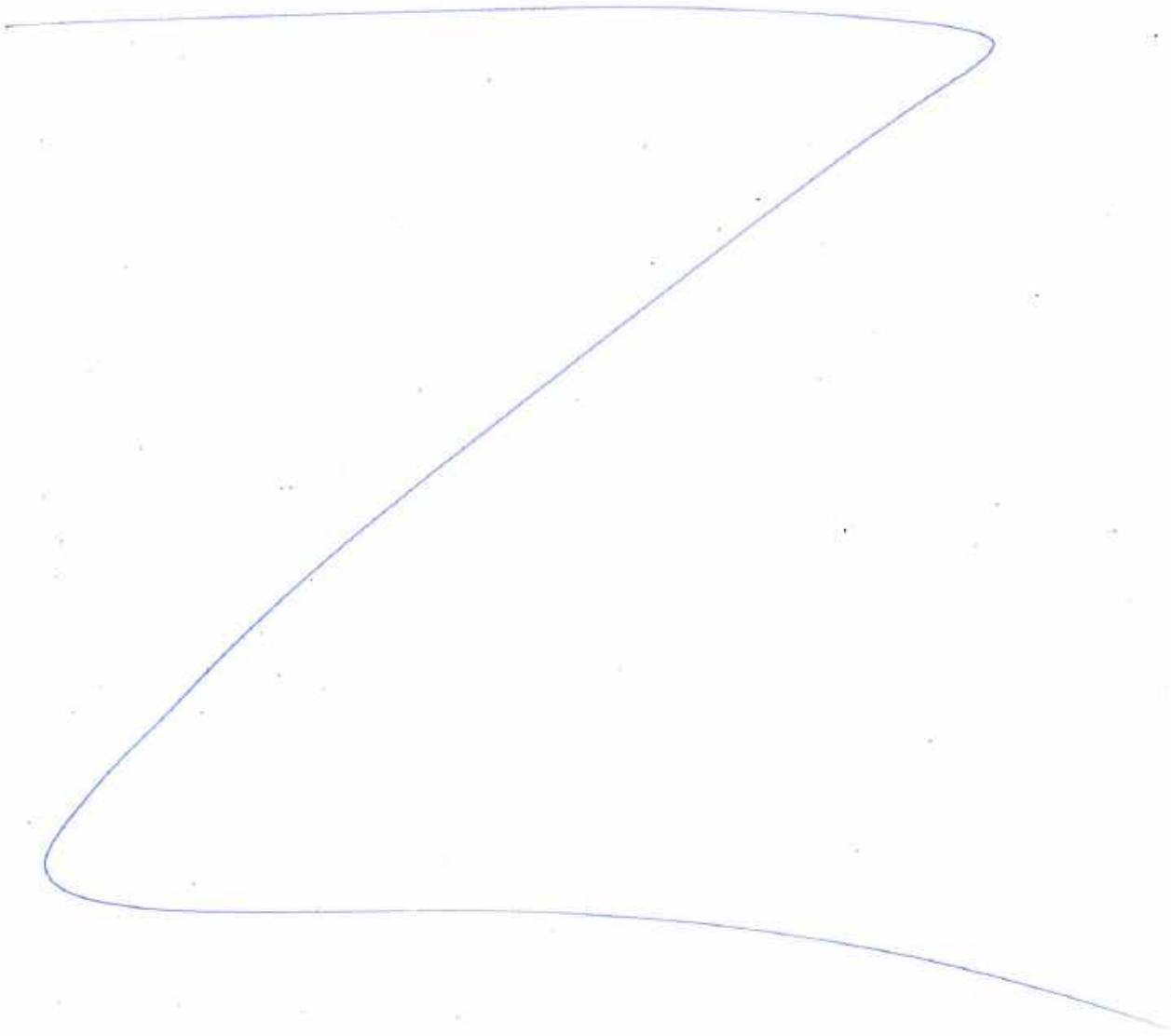
Коэффициент $f(x)=a\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{2a}+\sqrt{\frac{1}{2a}}$

5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)



М11-[redacted]514

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11 514.

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Шалыгина	10	Гурьянова	10	10
2	Орлова	6	Заломкова	6	6
3	Александрович	12	Борисова	12	12
4	Савина	0	Овчинников	0	0
5	Бакалина	12	Борисова	12	12
6	Грузнова	0	Орлова	0	0
7	Постовалова	0	Пикалева	0	0
8		0	Ушачев	0	0
ИТОГО					40.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-514

№5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

т.к. $\operatorname{arcctg}\in(0;\pi)$, то $x\in(0,2\pi)$, $x\neq\pi$

возьмём ctg от двух частей: $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}(x)$

$\operatorname{ctg}(x)=\frac{1}{\operatorname{tg}(x)}$, $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{tg}y}$

ОДЗ?

$$\operatorname{ctg}(x+y)=\frac{1-\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{tg}y}{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}=\frac{\operatorname{ctg}x\cdot\operatorname{ctg}y-1}{\operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}y}$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\frac{\frac{5x^2-2x-3}{3x^2-2x-5}-1}{\frac{8x^2+8}{3x^2-2x-5}}=$$

$$=\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$\operatorname{ctg}(x)=\frac{1}{4}$, $x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi k$, т.к. $x\in(0,2\pi)$

+. 128

Ответ: $x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)$; $x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi$

№2

$$\begin{cases}A+5B\geq 9 & (1)\\ 3A+4B\geq 11 & (2)\\ 5A+3B\geq 11 & (3)\end{cases}$$

сложим между собой два неравенства номер 2 и одно неравенство номер 3

$3A+4B+3A+4B+5A+3B\geq 11+11+11 \Leftrightarrow 11A+11B\geq 33 \Leftrightarrow A+B\geq 3$

Пример

Пусть $A=1$, $B=2$

$$\begin{cases}1+5\cdot 2\geq 9\\ 3\cdot 1+4\cdot 2\geq 11\\ 5\cdot 1+3\cdot 2\geq 11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11\geq 9\\ 11\geq 11\\ 11\geq 11\end{cases}$$ - все неравенства выполняются.

± (6)

Ответ: 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-514

№1

Пусть студентов, которые учатся только очно = x

, которые учатся только дистанционно = y

, которые учатся очно и дистанционно = t

, тогда по условию $(x+t)\cdot 0{,}5 = t$ и $(y+t)\cdot 0{,}6 = t$

$(x+t)\cdot 0{,}5 = t \Leftrightarrow 0{,}5x + 0{,}5t = t \Leftrightarrow 0{,}5x = 0{,}5t \Leftrightarrow x = t$

$(y+t)\cdot 0{,}6 = t \Leftrightarrow 0{,}6y + 0{,}6t = t \Leftrightarrow 0{,}6y = 0{,}4t \Leftrightarrow 6y = 4t \Leftrightarrow y = \frac{4t}{6}$

студенты, которые учатся только очно составляют часть от всех = $\frac{x}{x+t+y}$

$\frac{x}{x+t+y} \Rightarrow \frac{t}{t+t+\frac{4t}{6}} \Leftarrow \frac{t}{\frac{16t}{6}} \Rightarrow \frac{6t}{16t} \Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

Ответ: 0,375

+ 10

№3

$P(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}} \Leftrightarrow P(n) = \frac{g^n}{g^n(1+g^{50-n})} \Leftrightarrow P(n) = \frac{1}{1+g^{50-n}}$

Рассмотрим пару $P(x)$ и $P(100-x)$, $x \in [1;49]$

$$P(x) + P(100-x) = \frac{1}{1+g^{50-x}} + \frac{1}{1+g^{50-100+x}} = \frac{1}{1+g^{50-x}} + \frac{1}{1+g^{-(50-x)}} = \frac{1}{1+g^{50-x}} + \frac{1}{1+\frac{1}{g^{50-x}}} =$$

$$= \frac{1}{1+g^{50-x}} + \frac{g^{50-x}}{1+g^{50-x}} = \frac{1+g^{50-x}}{1+g^{50-x}} = 1$$

Значит

$P(x) + P(100-x) = 1$

Разделим $P(n)$ на пары : $P(1)$ и $P(99)$, $P(2)$ и $P(98)$, ..., $P(49)$ и $P(51)$, таких пар всего 49, т.к. сумма каждой пары = 1, то общая сумма = 49

$P(50) = \frac{1}{1+g^{50-50}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$P(1) + P(2) + P(3) + \ldots P(99) = 49 + 0{,}5 = 49{,}5$

Ответ: 49,5

+

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-514

~ 7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$ 0б

№ 6 0б.

№ 8 1об

№ 4 0тс

М 11-254 Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа заключительного этапа «Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-254

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Бакалавова А.Ш.	10	Ахмедова Т.Т	10	10
2	Позднева	10	Заплисков	10	10
3	Борисова	8	Кулемер	8	8
4	Дубинская	0	Магомедов	0	0
5	Угрозов	12	Сулган	12	12
6	Гуляев	0	Комков	0	0
7	Постова-лова	0	Лапа-гина	0	0
8	Шамков	0	Ягельницев	0	0
ИТОГО					40

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-254

(заполняется организатором)

№1

Пусть А - все неговорящие по-английски, а В - все неговорящие по-французски

0,04·А - не говорят по-английски, но говорят по-французски

0,2·В - не говорят по-французски, но говорят по-английски

Поэтому, 0,8·В - не говорят ни на одном языке, 0,96·А - не говорят ни на одном языке

$0{,}8B = 0{,}96A$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{12}{10} = \frac{24}{25}$

240 | 25
-225 | 96
150
-150
0

$B = 1{,}2A$

Ответ: 1,2 +10б

№3

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 17}$

$p(17+k) + p(17-k) = \frac{(-3)^{17+k}}{3^{17+k} + 3^{17}} + \frac{(-3)^{17-k}}{3^{17-k} + 3^{17}} = \frac{1^{17+k} \cdot 3^k}{3^k + 1} + \frac{(-1)^{17-k} \cdot 1}{3^k + 1}$

(-1) для четных n

1 для четных n

8 баллов

Т.О. $p(1) + p(2) + p(3) \ldots + p(33) = \frac{(-3)^{17}}{2 \cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ или -0,5

не доказано, что $p(n) + p(33-n) = 1 \quad \forall n$

№5

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

Пусть $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} = \alpha$, $\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = \beta$, тогда:

$\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow -\pi < x < \pi$

$\alpha + \beta = x$ (По формуле tg суммы)

$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \operatorname{tg} x$

$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg} x$

$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg} x$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-254

(заполняется организаторами)

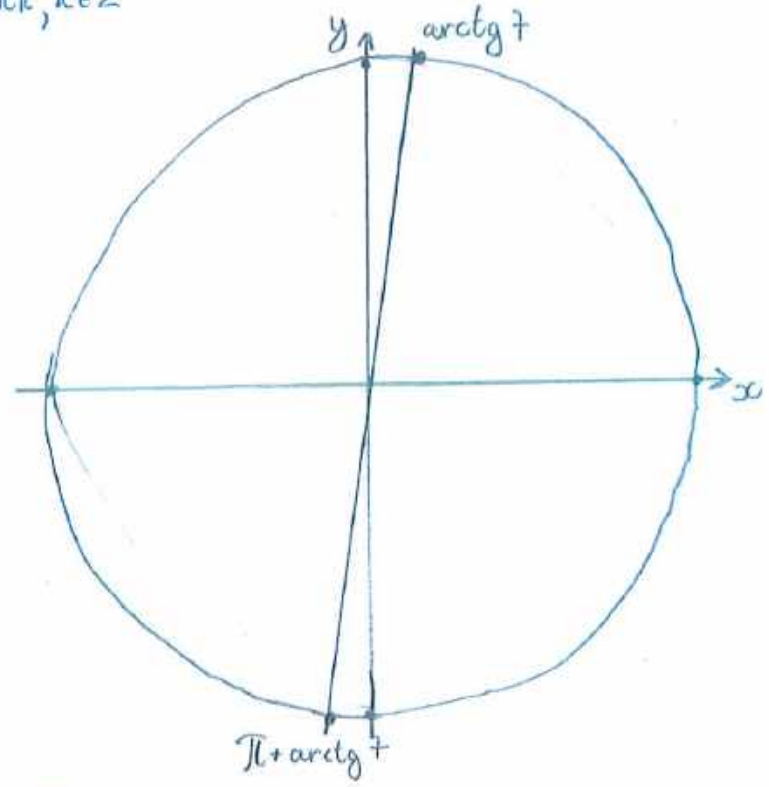
$$\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{3x^2+5x-2-2x^2-5x+3} = tg\,x$$

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1} = tg\,x$$

$$\frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = tg\,x$$

$$tg\,x = 7$$

$$x = arctg\,7 + \pi k,\ k \in Z$$



$$0 < arctg\,7 < \frac{\pi}{2}$$

1. $k \geq 1$: $arctg\,7 + \pi k > \pi$ ⇒ нет решений
2. $k = 0$: $0 < arctg\,7 < \frac{\pi}{2}$ – решение
3. $k = -1$: $arctg\,7 - \pi k < -\pi$ ⇒ нет решений
4. $k < -1$: $arctg\,7 - \pi k < -\pi$ ⇒ нет решений

Ответ: $arctg\,7$; $arctg\,7 - \pi$

№2

$$\begin{cases} 3a + 5b \leq 11 \\ 4a + 3b \leq 10 \\ 7a + 4b \leq 18 \end{cases}$$

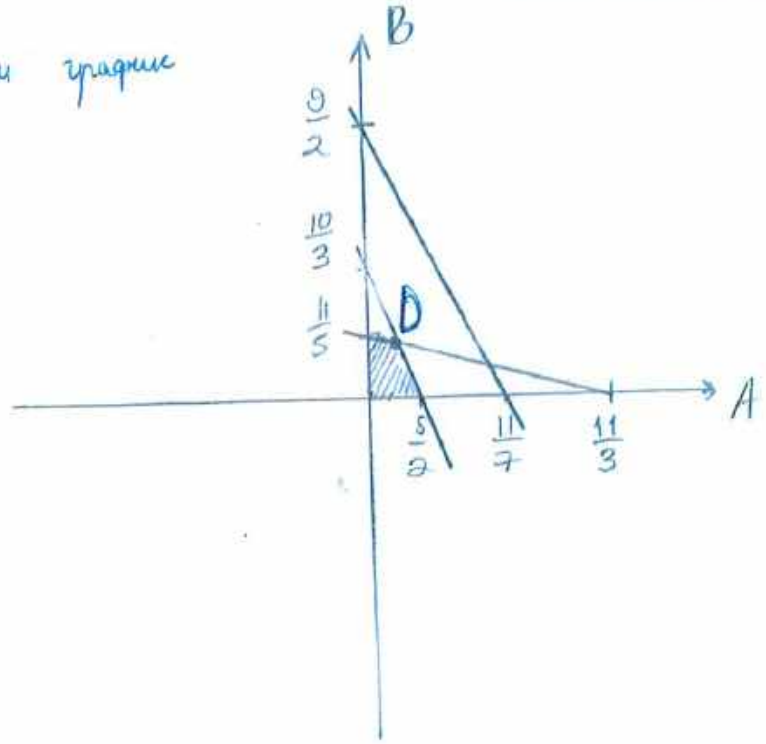
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-254

(заполняется организатором)

Построим график



$D\left(\frac{17}{11}; \frac{14}{11}\right)$

$B \le -A + k$ проходит через $D = 1$

$B + A \le k$

$B + k \le \frac{31}{11}$

$\frac{31}{11} \ge k$

$\Rightarrow \max A + B \le \frac{31}{11}$ и $2\frac{9}{11}$

$A + B \le \frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$ или $2\frac{9}{11}$

10

№ 4 – ок.

№ 8 нед.

№ 6 ок

МПГ 11 10

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1 (первый)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

МПГ 11 10

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Бакалдина	10	Гурьянова	10	10
2	Гоздева	2	Зюзина	2	2
3	Александрович	12	Мартова	12	12
4	Овчинникова	0	Савина	0	0
5	Бакаев	12	Борисова	12	12
6	Гудзь	3	Олехова	3	3
7	Поегова-Лова	0	Литагина	0	0
8		0	Шашков	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ 11 10

Задание 1

Пусть X студентов - занимаются очно (x включает в себя тех, кто занимается и очно и дистанционно)

y студентов - занимаются дистанционно (y включает в себя тех, кто занимается и очно и дистанционно)

Тогда $0,5X = 0,6y$ - количество студентов, которые занимаются и очно и дистанционно.

$\frac{y}{x} = \frac{0,5}{0,6} = \frac{5}{6}$

Заметим, что $0,5X$ студентов занимаются только очно, $0,4y$ студентов занимаются только дистанционно.

Всего студентов: $X + 0,4y$

Часть студентов занимающихся только очно равна $\frac{0,5X}{X+0,4y} =$

$$= \frac{0,5X}{X + 0,4 \cdot \frac{5}{6}X} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{6}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{8}{6}} = \frac{6}{2 \cdot 8} = \frac{3}{8}$$

Ответ: $\frac{3}{8}$ +100.

Задание 3

$$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}} = \frac{1}{1 + 9^{50-n}}$$

Заметим, что при $n \in \mathbb{N}$, $n \in [1; 99]$ верно, что

$p(n) \neq p(100 - n) = 1$

Докажем это факт.

См. оборот

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПС 11 10

лист 2

продолжение задания 5

Ограничение: $3x-5\neq 0$, $x+1\neq 0$

$$\frac{\dfrac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(3x-5)(x+1)}}{\dfrac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)}} = ctg\,x$$

$$\frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)} = ctg\,x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctg\,x$$

$$\frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} = ctg\,x \qquad x^2+1>0$$

$$ctg\,x = \frac{1}{4}$$

$$x = arcctg\,\frac{1}{4} + \pi n,\ n\in Z$$

Учтем ограничение, что $x\in(0;2\pi)$ и $3x-5\neq 0$, $x+1\neq 0$

$x\in(0;2\pi)$ удовлетворяют $arcctg\,\frac{1}{4}$ и $arcctg\,\frac{1}{4}+\pi$

~~удовлетворяет $arcctg\,\frac{1}{4}+\frac{\pi}{2}$, потому что $arcctg\,\frac{1}{4}+\frac{\pi}{2}+\pi$ не удовлетворяет ограничению, так как~~

Ответ: $arcctg\,\frac{1}{4}$; $arcctg\,\frac{1}{4}+\pi$ Р

См. обороте

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МЛГ 11 10

Задание 2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 & (1) \\ 3A+4B \geq 11 & (2) \\ 5A+3B \geq 11 & (3) \end{cases}$$

Умножим (2) неравенство на 2 и (3) нер-во на 4 и сложим полученные неравенства

Сложим (3) и (2):

$8A+7B \geq 22$

$7(A+B) \geq 22-A \quad | \cdot 2$

(4) $14(A+B) \geq 44-2A$

Сложим (1) и (3):

$6A+8B \geq 20$

(5) $6(A+B) \geq 20-2B$

Сложим (4) и (5)

$20(A+B) \geq 64-2(A+B)$

$22(A+B) \geq 64$

$(A+B) \geq \frac{64}{22}$

$(A+B) \geq \frac{32}{11}$

Нет обоснования, что $A+B \geq 3$

25

Пример: $A = \frac{12}{11}$ $B = \frac{20}{11}$

Тогда $A+B = \frac{32}{11}$ и все нер-ва из условия выполняются

Ответ: $\frac{32}{11}$ ответ неверный

мин 3

см. оборот

МПР 11 10

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B — числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

М11 411

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 А11

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

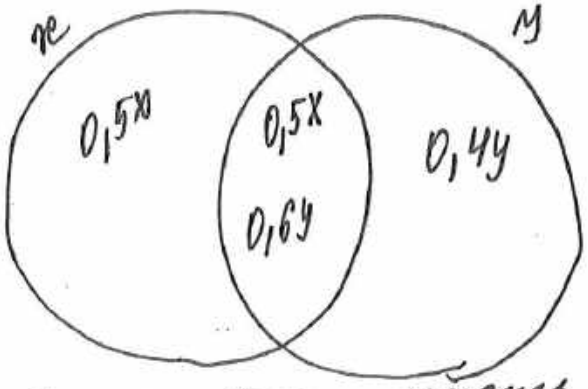
Код участника: (заполняется организатором) М11 411

Задание № 1.

Пусть x студентов занимаются очно, тогда $\frac{50}{100} \cdot x$, т.е. $0{,}5x$ занимаются и очно и дистанционно.

Пусть y студентов занимаются дистанционно, тогда $\frac{60}{100} y$, т.е. $0{,}6y$ занимаются и очно, и дистанционно.

Изобразим круги Эйлера для наглядности:



Чтобы найти часть учеников, которые занимаются только очно, от всего нужно $\frac{0{,}5x}{x+y}$

$0{,}5x = 0{,}6y$ и очно, и дистанционно

$y = \frac{0{,}5x}{0{,}6} = \frac{5x}{6}$ подставляем в $\frac{0{,}5x}{x+y}$

$$\frac{0{,}5x}{x+\frac{5x}{6}} = \frac{0{,}5x}{\frac{6x}{6}+\frac{5x}{6}} = \frac{0{,}5x}{\frac{5x+6x}{6}} = \frac{5}{10}x : \frac{5x+6x}{6} =$$

$$= \frac{5x \cdot 6}{10 \cdot (5x+6)} = \frac{3x}{5x+6} = \frac{3x}{5x} + \frac{3x}{6} = \frac{3}{5} +$$

$x \neq 0$, т.к. это студенты

$$= \frac{5}{10}x : \frac{11x}{6} = \frac{5x \cdot 6}{10 \cdot 11x} = \frac{3}{11}$$

Ответ: $\frac{3}{11}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11. 4 11

Задание №2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Пусть $M = A+B$, тогда $B = M-A$

Подставим $B = M-A$ в уравнения системы

$$\begin{cases} A+5\cdot(M-A) \geq 9 \\ 3A+4\cdot(M-A) \geq 11 \\ 5A+3\cdot(M-A) \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+5M-5A \geq 9 \\ 3A+4M-4A \geq 11 \\ 5A+3\cdot(M-A) \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5M-4A \geq 9 \\ 4M-A \geq 11 \\ 2A+3M \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5M \geq 9+4A \\ 4M \geq 11+A \\ 3M \geq 11-2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \geq \frac{9+4A}{5} \quad (1) \\ M \geq \frac{11+A}{4} \quad (2) \\ M \geq \frac{11-2A}{3} \quad (3) \end{cases}$$

(1) $M = \frac{9+4A}{5}$

(2) $M = \frac{11+A}{4}$

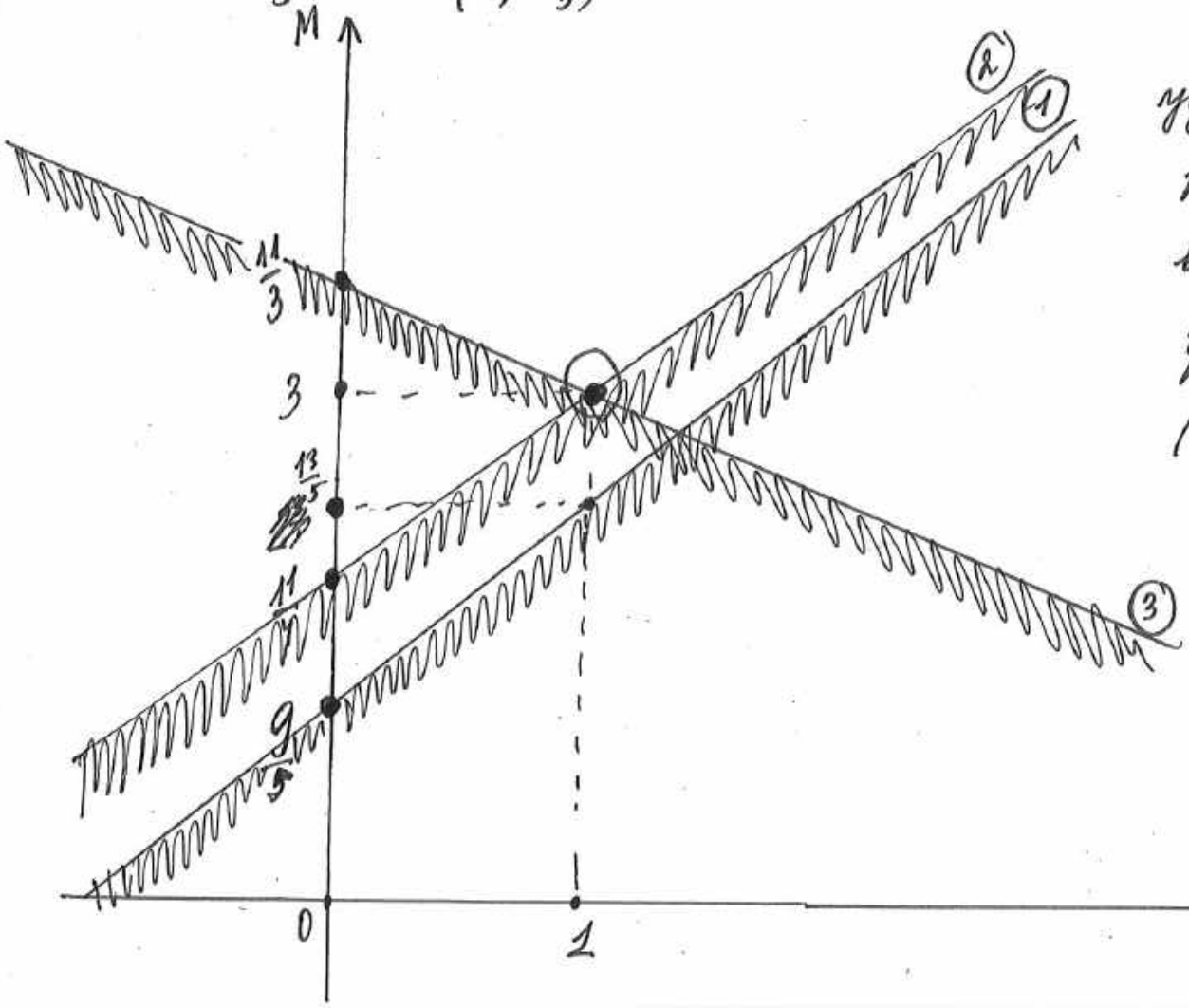
(3) $M = \frac{11-2A}{3}$

$\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$; $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$

$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

(A; M)		
$(0; \frac{9}{5})$	и	$(1; \frac{13}{5})$
$(0; \frac{11}{4})$	и	$(1; 3)$
$(0; \frac{11}{3})$	и	$(1; 3)$



Заштрихуем плоскость, которая не будет удовлетворять неравенству. Подставим точку (0;0)

в (1) $0 \geq 9$ - неверно, значит заштрихуем под прямой

(0;0) в (2) $0 \geq 11$ - неверно, заштрихуем под графиком

(0;0) в (3) $0 \geq 11$ неверно, заштрихуем под графиком

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-411

Задание №2

Продолжение задания №2:

Наименьшим значением M будет точка пересечения графика (3) и (2) найдем ее координаты.

$$\frac{11+A}{4} = \frac{11-2A}{3}$$

$$33+3A = 44-8A$$

$$3A+8A = 44-33$$

$$11A = 11$$

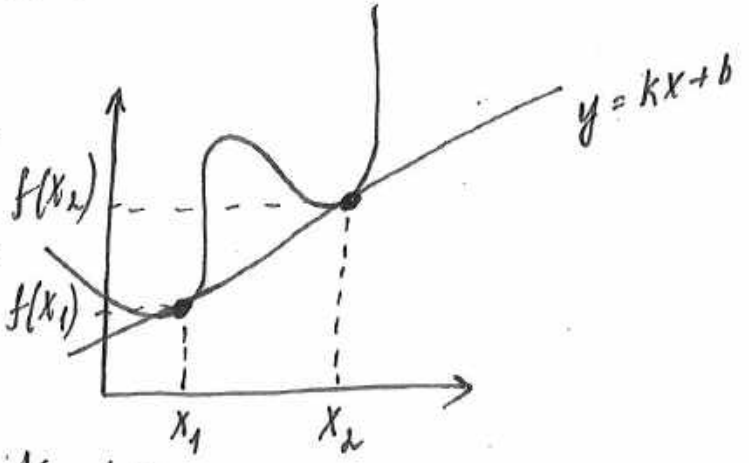
$$A = 1 \Rightarrow M = \frac{11+1}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

10

Ответ: 3

Задание №7

$$f(x) = ax^4 + x^2 + x$$



Чтобы касательная касалась графика в двух точках, эти точки должны быть различными, т.е. $x_1 \neq x_2$

т.к. k - это угловой коэффициент одной прямой, то $k = f'(x_1) = f'(x_2)$

$y = kx+b$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$$

$$f'(x_1) = f'(x_2)$$

$$f'(x_1) = 4ax_1^3 + 2x_1 + 1$$

$$f'(x_2) = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$$

$$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$$

$$4ax_1^3 + 2x_1 - 4ax_2^3 - 2x_2 = 0$$

$$4a(x_1^3 - x_2^3) + 2(x_1 - x_2) = 0 \quad | :2$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11.411

Задание №7

Продолжение решения задания №7:

$$2a(x_1^3 - x_2^3) + (x_1 - x_2) = 0$$

$$2a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + (x_1 - x_2) = 0$$

$$(x_1 - x_2)(2a \cdot (x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1) = 0$$

$\neq 0$ т.к. $x_1 \neq x_2$ по условию

$$2a \cdot (x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0$$

$y = kx + b$ - ур-ие касательное

$$f(x_1) = f'(x_1) \cdot x + b \Rightarrow b = f(x_1) - f'(x_1) \cdot x$$

$$f(x_2) = f'(x_2) \cdot x + b \Rightarrow b = f(x_2) - f'(x_2) \cdot x$$

$b = b$ т.к. ур-ие одной касательной

$$f(x_1) - f'(x_1) \cdot x = f(x_2) - f'(x_2) \cdot x$$

$$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^3 \cdot x_1 - 2x_1 \cdot x_1 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^3 \cdot x_2 - 2x_2 \cdot x_2 - x_2$$

~~$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 - x_2$~~

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 - x_2$

$-3ax_1^4 - x_1^2 = -3ax_2^4 - x_2^2$

$3ax_1^4 + x_1^2 = 3ax_2^4 + x_2^2$

$3ax_1^4 - 3ax_2^4 + x_1^2 - x_2^2 = 0$

$3a(x_1^4 - x_2^4) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$3a(x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) + (x_1^2 - x_2^2) = 0$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11.411

Задание № 7

Продолжение решения задания № 7:

$$(3a(x_1^2+x_2^2)+1)\cdot(x_1-x_2)(x_1+x_2)=0$$

$$(x_1-x_2)(x_1+x_2)\cdot(3a(x_1^2+x_2^2)+1)=0$$

$x_1 \neq x_2$ по усл.

$$(x_1+x_2)\cdot(3a(x_1^2+x_2^2)+1)=0$$

$$\begin{cases} x_1=-x_2 \\ 3a(x_1^2+x_2^2)+1=0 \\ 2a(x_1^2+x_1\cdot x_2+x_2^2)+1=0 \end{cases}$$

($x_1^2+x_2^2 > 0$)

все слагаемые $>0 \Rightarrow a<0$

Чтобы получилось $3a(x_1^2+x_2^2)=-1$ для того чтобы в сумме вышел ноль

$x_1^2+x_2^2>0 \Rightarrow$

✓ $a<0$, чтобы получилось отрицательное число

Рассмотрим 2 случая:

1 случай: $\begin{cases} x_1=-x_2 \\ 2a(x_1^2+x_1\cdot x_2+x_2^2)+1=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_1=-x_2 \\ 2a(x_1^2-x_1^2+x_1^2)+1=0 \end{cases}$$

$2a\cdot x_1^2+1=0 \;;\; 2a\cdot x_1^2=-1 \;;\Rightarrow\; x_1^2=-\frac{1}{2a}$

$x_1^2=\pm\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

$x_1=\pm\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ если $x_1=+\sqrt{-\frac{1}{2a}}$, то $x_2=-\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 411

Задание №7

Продолжение решения задания №7:

2 случай:

$$\begin{cases} 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$$

$3a(x_1^2+x_2^2) + 1 = 2a(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2) + 1$

$3x_1^2 + 3x_2^2 = 2x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + 2x_2^2$

$x_1^2 + x_2^2 = 2x_1 \cdot x_2$.

$3a \cdot 2x_1 \cdot x_2 + 1 = 0$

$3(x_1^2 + x_2^2) = 2(x_1^2 + 4x_1 \cdot x_2 + x_2^2)$

$3x_1^2 + 3x_2^2 = 2x_1^2 + 4x_1 \cdot x_2 + x_2^2$

$x_1^2 + 2x_2^2 = 4x_1 \cdot x_2$

$3(x_1^2 + x_2^2) = 2(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2)$

$3x_1^2 + 3x_2^2 = 2x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + 2x_2^2$

$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 0$

$(x_1 - x_2)^2 = 0$

$x_1 \neq 0$ т.к. $x_1 \neq x_2$ противоречит условию, этот случай не подходит.

составляет ур-ие касательной

$y = f'(x) \cdot (x - x_1) + f(x_1)$

$f'\left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right) = 4a\left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right)^3 + 2 \cdot \left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right) + 1 = 4a \cdot \left(\frac{-1}{2a}\right) \cdot \sqrt{\frac{-1}{2a}} + 2\sqrt{\frac{-1}{2a}} + 1 =$

$= -2\sqrt{\frac{-1}{2a}} + 2\sqrt{\frac{-1}{2a}} + 1 = 1$

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Н11 411

Задание №7

Продолжение.

$$y = 1\cdot\left(x - \sqrt{\frac{-1}{2a}}\right) + a\cdot\left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right)^4 + \left(\sqrt{\frac{-1}{2a}}\right)^2 + \sqrt{\frac{-1}{2a}} =$$

$$= x - \sqrt{\frac{-1}{2a}} + a\cdot\frac{1}{4a^2} + \left(\frac{-1}{2a}\right) + \sqrt{\frac{-1}{2a}} =$$

$$= x - \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} = x - \frac{1}{4a} - \frac{2}{4a} = x - \frac{1-2}{4a} = x - \frac{1}{4a}$$

Ответ: $x - \frac{1}{4a}$

14

Задание №3

$$P(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + \ldots + P(99)$$

Заметим, что 99 номер 99ого члена последовательности получается, как $50\cdot 2 - 1 = 100 - 1 = 99$

Вычислим 50ого члена

т.е. $P(1) + P(2) + P(3) + \ldots + P(50\cdot 2 - 1)$

Т.к. у нас 99 членов последовательности, то мы можем разбить на пары. У каждого члена будет пара. Кроме среднего. Но т.к. 99 - это нечетное число, то у всех членов будет пара, кроме среднего члена.

номер среднего члена равен $\frac{99+1}{2} = \frac{100}{2} = 50$

Разобьем все числа кроме среднего на пары так, чтобы сумма номеров каждой пары была 100

1 член и 99 член

2 член и 98ой член

и т.д.

То есть т.о. сгруппирует пары 1ый член с начала и последний член с конца

2ой член с начала и предпоследний член с конца

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 411

Задание №3 Продолжение.

Номера членов:

1 член м $\underbrace{50\cdot 2-1}_{\text{номер последнего члена в паре}}$ ← номер 1-го члена в паре

2 член м $50\cdot 2-2$

3 член м $50\cdot 2-3$

м т.д. кроме 50-го, у него пары не будет

Пусть m - номер 1-го члена в паре,

а c - это константа (номер среднего члена последовательности)

(В нашем случае это 50)

a^m - член последовательности под номером m

$2c-m$ - номер члена, стоящий последним в паре.

a^{2c-m} - последний член в паре.

умноженный на него будет равно значению которой пары

$$\frac{a^m}{a^m+a^c}+\frac{a^{2c-m}}{a^{2c-m}+a^c}=\frac{a^m}{a^m+a^c}+\frac{\frac{a^{2c}}{a^m}}{\frac{a^{2c}}{a^m}+a^c}=\frac{a^m}{a^m+a^c}+\frac{a^{2c}}{a^m}:$$

$$:\left(\frac{a^{2c}}{a^m}+a^c\right)=\frac{a^m}{a^m+a^c}+\frac{a^{2c}}{a^m}:\frac{a^{2c}}{a^m}+\frac{a^{2c}}{a^m}:a^c=\frac{a^m}{a^m+a^c}+$$

$$+1+a^{2c-m}:a^c=\frac{a^m}{a^m+a^c}+1+a^{c-m}=\frac{a^m}{a^m+a^c}+1+\frac{a^c}{a^m}=$$

$$=\frac{(a^m+a^c)\cdot a^m}{a^m+a^c}+\frac{a^c}{a^m}\Big|_{a^m+a^c}=\frac{a^m}{a^m+a^c}+\frac{a^m+a^c}{a^m}=\boxed{1}$$

т.е. значение которой пары равно 1.

значение ср. члена

$\underbrace{(c-1)}_{\text{кол-во пар}}\cdot\underbrace{1}_{\text{значение пары}}+\frac{1}{2}=(50-1)+\frac{1}{2}=$ значение среднего члена равно

$=49+\frac{1}{2}=49{,}5$ $\frac{a^c}{a^c+a^c}=\boxed{\frac{1}{2}}$

Ответ: 49,5

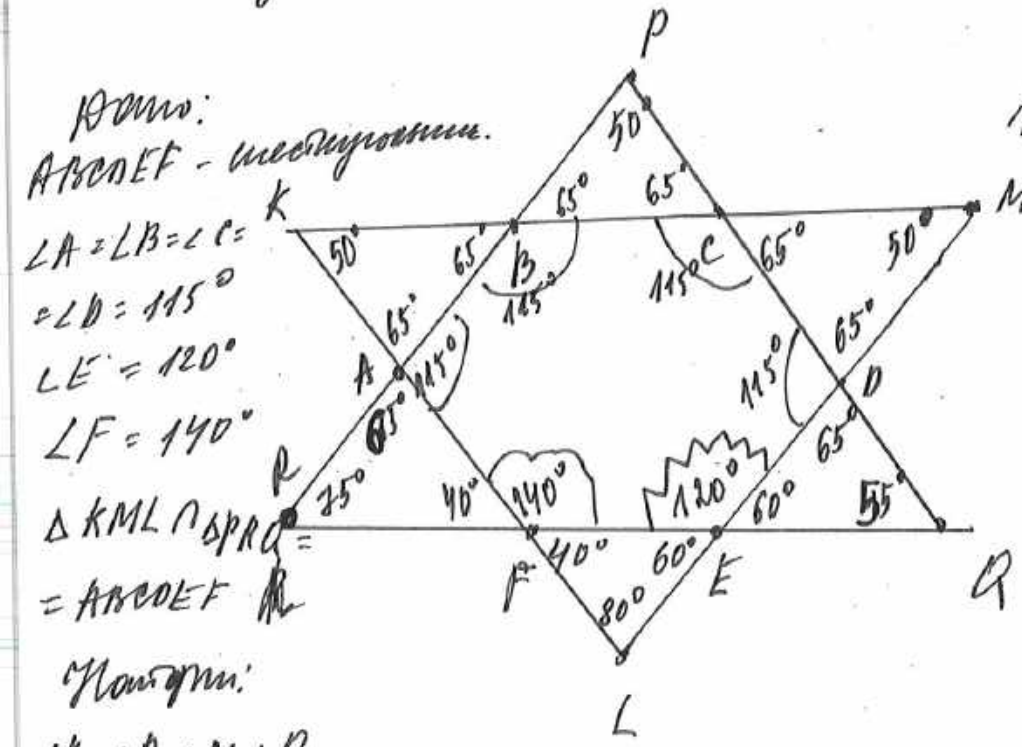
Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 411

Задание №6

Пересечением выпуклых множеств будет являться выпуклое множество.



Дано:
ABCDEF - шестиугольник.
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$
$\angle E = 120°$
$\angle F = 140°$
$\triangle KML \cap \triangle PRQ = ABCDEF$

шестиугольник выпуклый.

Найти:
$\angle K, \angle P, \angle M, \angle Q, \angle L, \angle R$

Решение:

1) $\angle EFL = 180° - \angle KFE = 180 - 140° = 40°$ как смежные углы
$\angle FEL = 180° - \angle DEF = 180 - 120° = 60°$ как смежные углы
$\angle FLE = 180° - \angle EFL - \angle FEL = 180° - 40° - 60° = 80°$
$\angle L = 80°$ по сумме углов треугольника ($\triangle FLE$)

2) $\angle DEQ = 180° - \angle FED = 180 - 120 = 60°$ как смежные углы
$\angle EDQ = 180 - \angle CDE = 180° - 115° = 65°$ как смежные углы
$\angle DQE = 180° - 60° - 65° = 180° - 125° = 55°$ так как по сумме углов треугольника ($\triangle EDQ$) $\angle Q = 55°$

3) $\angle MCD = 180° - \angle BCD = 180° - 115° = 65°$ как смежные углы.

М11 411

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Баканова	0	Гурьянова	0	0
2	Сабина С.В.	10	Маломедов Р.М.	10	10
3	Марчева	12	Уткина	12	12
4	Сунгат	0	Угров	0	0
5	Сунгат	0	Угров	0	0
6	Осипова	3	Гузун	3	3
7	Конов	14	Степанян	14	14
8	Шагин	0	Пчелинцев	0	0
ИТОГО					39

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 411

Продолжение решения задания №6.

$\angle MDC = 180 - 115$ $\angle CDE = 180$ $180 - 115° = 65°$ как смежных углов

$\angle CMD = 180° - 65 - 65° = 50°$ по сумме углов треугольника ($\triangle MCD$) $\angle M = 50°$

4) Аналогично т.к. $\angle ABC = 115°$ и $\angle BCD = 115°$, то аналогично путем 3 $\angle BPQ = 50°$ $\angle P = 50°$

5) т.к. $\angle FAB = 115°$ и $\angle ABC = 115°$, то аналогично путем 3

$\angle MKL = 50°$ $\angle K = 50°$

6) $\angle RAF = 180° - \angle BAF = 180 - 115° = 65°$ как смежных угла

$\angle RFA = 180° - \angle AFE = 180° - 140 = 40°$ как смежных угла

7) $\angle ARF = 180° - \angle RAF - \angle RFA = 180° - 65° - 40° = 180 - 105 = 75°$ по сумме углов Δ-ка ($\triangle RAF$)

$\angle R = 75°$

Ответ: 80°; 55°; 50°; 50°; 50°; 75° 35

Задание №3

$P(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$

Задание №5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+3} = \pi$$

Рассмотрим ф-цию

$$f(x) = \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+3}$$

$f'(x) = 0$

$$-\frac{(5x+3)'}{1+(3x-5)^2} - \frac{(x-1)'}{1+(x+3)^2}$$

М11-569

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11–569

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ананькова Т.Г	10	Гурьянов И.Э	10	10.
2	Гоздецкий	2	Савинаев	2	2
3	Крамер	12	Борисова	12	12.
4	Кирсанова	0	Овсянников	0	0
5	Сун	11	Агапов	12	12.
6	Дудуев	3	Комков	3	3
7	Тосунова	0	Литагина	0	0
8		0	Цыцков	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-569

Лист 1

Задача №2

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+8B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$ => сложим $\begin{cases} 7A+8B \le 21 \\ -7A+4B \le 18 \end{cases}$ => вычтем $4B \le 3$

$B \le \frac{3}{4}$ - подставим в выражение

$7A + 4 \cdot \frac{3}{4} \le 18$

$A \le \frac{15}{7}$

Для того, чтобы сумма была максимальной, нужно чтобы каждое число было тоже максимальным. => Больше быть не может

Т.к. $B \le \frac{3}{4}$ мы возьмем равенство, т.к это самое большое значение => $B = \frac{3}{4}$, аналогично $A = \frac{15}{7}$

=> max сумма $\frac{3}{4} + \frac{15}{7} = \frac{21+60}{28} = \frac{81}{28}$ ← максимальная сумма

Ответ: максимальная сумма $\frac{81}{28}$.

Задача №3

1. $p(k) = \frac{-3^k}{3^k + 3^{17}}$; $p(34-k) = \frac{-3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}}$

$\frac{-3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} + \frac{-3^k}{3^{34-k} + 3^{17}} =$

Пусть $k \vdots 2 \Rightarrow 34-k \vdots 2$

$p(k) + p(34-k) =$

$= \frac{1}{3^k} + \frac{3^{17-k} \cdot 3^{17}}{(1+3^{17-k}) \cdot 3^{17}} \cdot \frac{3^k \cdot 1}{3^{34} + 3^{17}}$

$\frac{3^k \cdot \frac{1}{3^k} \cdot (1+3^{17-k})}{3^{17-k} \cdot 3^{17}} = \frac{1+3^{17-k}}{1+3^{17-k}} = 1$

$\frac{3^k \cdot 1}{3^k (1+3^{17-k})} + \frac{3^{17-k} \cdot 3^{17}}{(1+3^{17-k}) \cdot 3^{17}}$

Пусть $k \not\vdots 2 \Rightarrow 34-k \not\vdots k$

$p(k) + p(34-k) = \frac{-3^k}{3^k + 3^{17}} + \frac{-3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} = \frac{3^k \cdot (-1)}{\quad} + \frac{3^{17} \cdot (-3^{17-k})}{3^{17} \cdot (-3^{17-k})}$

$= \frac{-3^k (1)}{3^k (1+3^{17-k})} + \frac{-3^{17-k} \cdot 3^{17}}{(1+3^{17-k}) \cdot 3^{17}} = \frac{(1+3^{17-k})}{(1-3^{17-k})} = -1$

см. лист 2

Бланк ответа 4

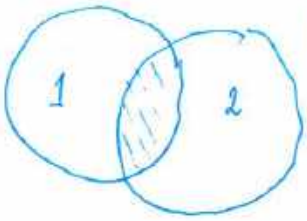
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-569

Лист 4

II не точка в левой части => при $X=X_1$ уравнение верно.
но тогда в левой части
Аналогично для каждого x_{2n} левая часть <0 при $X=X_2$
=> $x=x_2$ - решение
Ответ: $\operatorname{arctg}7 \frac{2}{5}\pi - \pi + \operatorname{arctg}7$ +

№1 $\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$ =>



1.) обозначим за "1" - людей, говорящих только на английском
2.) Только на франц. - "2"
3.) Ни на одном из языков - "3"
2.) Тогда получаем систему уравнений:

$\begin{cases} "2" = 0.04 \cdot ("2"+"3") \\ "1" = 0.2 \cdot ("1"+"3") \end{cases}$ => $\begin{cases} 0.96 \cdot "2" = 0.04 \cdot "3" \\ 0.8 \cdot "1" = 0.2 \cdot "3" \end{cases}$

$\begin{cases} 2 = \frac{1}{24} \cdot "3" \\ 1 = \frac{1}{4} \cdot "3" \end{cases}$ => $\frac{1+2}{2+3} = \frac{\frac{5}{4} \cdot 3}{\frac{25}{24} \cdot 3} = \frac{30}{25} = 1.2$ +

+10

Ответ: $\frac{1}{2}$ 2.

№2 $\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$

Пусть $S = A+B$ - сумма => max S

2.) $\begin{cases} -2A+5S = \pm 11 \ (1) \\ 3) \ A+3S \le 10 \ (2) \\ 4.) \ 3A+4S \le 18 \ (3) \end{cases}$

(1.) и 2)
$11 S < 31$
$S \le \frac{31}{11}$

остается привести пример и ответ будет $\frac{31}{11}$

см. лист 5

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-569

Лист 5

Если $S \le \frac{31}{11}$, то $\begin{cases} -22A + 155 \le 121 \\ 11A + 33 \le 110 \\ 33A + 124 \le 198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge \frac{17}{11} \\ A \le \frac{17}{11} \\ A \le \frac{74}{33} \end{cases} \Rightarrow \boxed{A = \frac{17}{11}} \Rightarrow \boxed{B = \frac{14}{11}}$

26

Мы тоже можем убедиться, что сумма A и B подходит ответ $\frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$ – не удов. условию задачи

Задание 8

Давайте из всех представленных видим все, чтобы $\{X; Y; Z\}$ разрез стоял и поставим +1, в данном случае будем ограничиваться больше или равно 1 предполагая удовлетворяет условиям. Всего перестановок, где X, Y рядом $99! \cdot 2!$, потому что способов выбрать пару очков из 400 всех 99. Расставить имеем уже X и Y и 98 в паре X и Y могут стоять как XY и как YX, тоже потому умножаем ещё на 2. Посчитаем и случаи, когда X и Y вместе стоят, поэтому вычтем и посчитаем

$(98! \cdot 3! \cdot 2 \cdot 99! - 98! \cdot 3!)$ Посчитаем варианты, когда $(X; Y); (Y; Z); (Z; X)$ вместе стоят учитываем случаи всех. Т.к. кол-во перестановок $= 3!$

$$\frac{98! \cdot 3! \cdot 2 \cdot 99! - 98! \cdot 3!}{3!}$$

№ 8 ок

12:23 – 12:36

М11-681

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11-681

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ананьева	10	Гуреенова	10	10
2	Позднева	2	Зиганшина	2	2
3	Александрович	12	Маркова	12	12
4	Овсянник	0	Балашов	0	0
5	Волкова	12	Ухаров	12	12
6	Орехова	3	Гизатуллин	3	3
7	Беспалов	0	Ляпина	0	0
8	Клемешев	0	Ушаков	0	0
ИТОГО					39

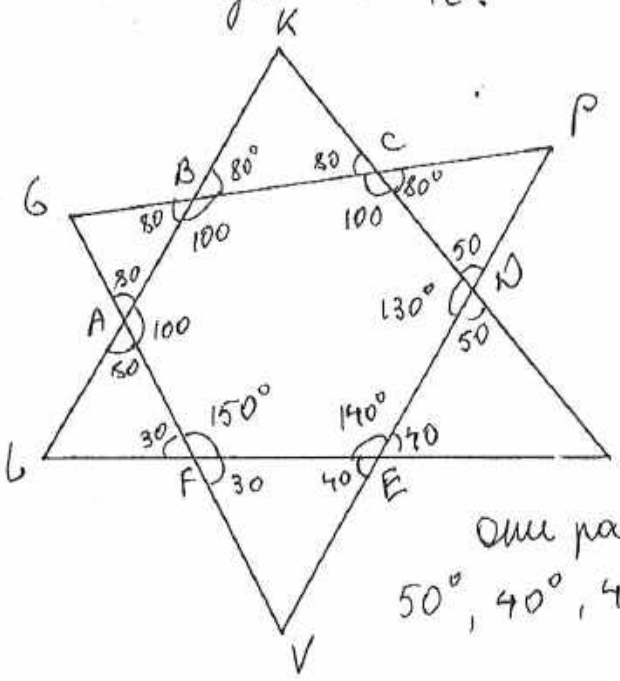
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-681

№6.

Пусть: 1-ый треугольник KLM, а 2-ой Треугольник GPV тогда их пересечение вы, подходящее под условие задачи выглядит так:



По условию $\angle A, B, C = 100°$
$\angle D = 130°$, $\angle E = 140°$, $\angle F = 150°$

Можем найти смежные углы: $\angle KBC$, $\angle KCB$, $\angle BCD$, $\angle PC$
$\angle MDE$, $\angle MED$, $\angle VEF$, $\angle VF$-
$\angle LFA$, $\angle LAF$, $\angle GAB$, $\angle GI$

они равны соотв: 80°, 80°, 80°, 50°, 50°, 40°, 40°, 30°, 30°, 80°, 80°.

Тогда по сумме углов $\triangle BKC$, $\triangle CPD$, $\triangle DME$, $\triangle FEV$, $\triangle LAF$, $\triangle AGB$ находим углы $\angle K$, $\angle P$, $\angle M$, $\angle V$, $\angle L$, $\angle G$, равные соотв: 20°, 50°, 90°, 110°, 70°, 20°.

Ответ: (20°, 90°, 70°) - 1 треугольник; (50°, 110°, 20°) - 2 треугольник

-35

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-681

№3

$$P(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$$

Мы будем складывать первый с последним, второй с предпоследним и т.д. тогда пусть $k \in [1;16]$, k-целое $\Rightarrow P(k)+P(34-k)=$

$$\frac{-3^k}{3^k+3^{17}}+\frac{(-3)^{34-k}}{3^{34-k}+3^{17}}=\frac{-1^k}{1+3^{17-k}}+\frac{-1^{34-k}\cdot 3^{17-k}}{3^{17-k}+1}=$$

$$=\frac{(-1)^k+(-1)^{34-k}\cdot 3^{17-k}}{1+3^{17-k}}$$

При чётных k получим $\frac{1+3^{17-k}}{1+3^{17-k}}=1$

При нечётных k получим -1

Всего таких пар 16 и дают -1, и дают 1

в сумме 0.

Тогда $P(1)+P(2)+P(3)+\ldots+P(33)=(P(1)+P(33))+(P(2)+P$

$\ldots+P(17)$ Остается посчитать только $P(17)$

$$P(17)=\frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-681

№2

Возьмём 1 и 2 неравенство, 2 умножим на 2 и сложим с 1.

$11A + 11B \le 21 \quad | :11$

$A + B \le \frac{21}{11}$ оценка неверная

При этом точка пересечения прямых $3x+5y=11$ и при ~~этом~~ $4x+3y=10$ имеет координаты $x = \frac{17}{11}$; $y = \frac{14}{11}$, то есть равенство достигается при $a = x = \frac{17}{11}$ $b = y = \frac{14}{11}$. Значения a и b удовлет. 3 неравенству: $7 \cdot \frac{17}{11} + 4 \cdot \frac{14}{11} \le 18$ 25

поэтому $a+b \le \frac{31}{11}$; $a = \frac{17}{11}$; $b = \frac{14}{11}$;

Ответ: $\frac{31}{11}$

№5

$\overset{arctg\,t}{\cancel{arctg\,t}} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$ правая часть уравнения

$x \in \left(-\frac{\pi}{\text{пр}}; \frac{\pi}{\text{пр}}\right)$, где $x \ne -2$; $x \ne \frac{1}{3}$.

Возьмём tg от обеих частей:

$tg\left(arctg\frac{2x-1}{x+2} + arctg\frac{x+3}{3x-1}\right) = tgx$

По формуле tg суммы левая часть

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-681

$$\frac{tg\left(arctg\frac{2x-1}{x+2}\right)+tg\left(arctg\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-tg\left(arctg\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot tg\left(arctg\frac{x+3}{3x-1}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=\frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2+6x-x-2-2x^2-6x+x+3}$$

$$=\frac{7x^2+7}{x^2+1}=7$$

Поэтому $tg\,x=7 \Rightarrow x=arctg\,7+\pi n,\ n\in Z$

$x=arctg\,7$, $x=arctg\,7-\pi$ (с учётом ограничений)

Ответ: $x=arctg\,7$, $x=arctg\,7-\pi$

N1

Пусть a - число говорящих на Анш. и фр.

b - число говорящ по Анш, но не по Франц.

c - число говорящ по Франц, но не по Анш.

d - число не говорящ по Франц, и Анш не говор по Анш

Из условия:

$\frac{c}{c+d}=0{,}04$, $\frac{b}{b+d}=0{,}2$

поэтому: $\begin{cases}\frac{c}{c+d}=\frac{1}{25}\\ \frac{b}{b+d}=\frac{1}{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}25c=c+d\\ 5b=b+d\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}b=24c\\ d=4b\end{matrix}\Rightarrow$

d - надо найти: $\frac{b+d}{c+d}=\frac{b+4b}{c+24c}=\frac{5b}{25c}=\frac{b}{5c}$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11-681

$\frac{6c}{5c} = \frac{6}{5} = 1,2$

+ (10)

Ответ: 1,2

№8 ок
№7 нет

У11-812

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (вторая)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-812

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Шалкова ТГ	2	Гурьянова	2	2
2	Член	10	Савина	10	10
3	Член	12	Маркова	12	12
4	Член	0	Овсянкин	0	0
5	Член	12	Уклад	12	12
6	Член	3	Конкова	3	3
7	Член	0	Сенина	0	0
8	Член	0	Шашков	0	0
ИТОГО					39

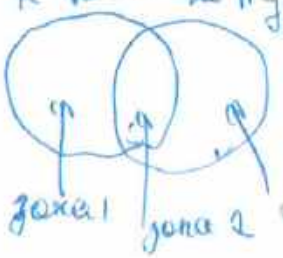
Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ч11-812

Задание 8

Пусть людей, которые не говорят по-английски – x
по-французски – y. Тогда нам надо найти $\frac{y}{x}$



Зона 1 – множество людей которые не говорят по-английски, правый – по-французски — 2 кольца

Получается, что зона 1 – те, кто не говорят по англ. но говорят по франц.
Зона 2 – не говорящие ни по каким
Зона 3 – говорящие по англ, не говорящие по франц.
Тогда в зоне 1 из условия 0.04x людей, зона 3 – 0.2y
Тогда зона 2: $y - 0.2y = 0.8y$. С другой стороны это $x - 0.04x = 0.96x$
Получим, что $0.8y = 0.96x$, т.е $\frac{y}{x} = \frac{0.96}{0.8} = \frac{96}{80} = 12$
Ответ: в 12 раз

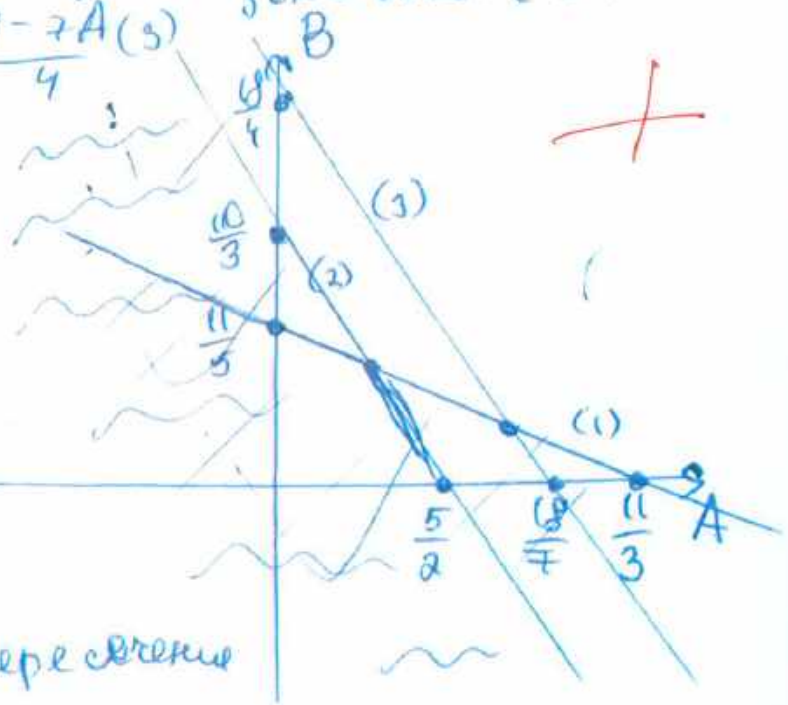
Задание 7

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B \le \frac{11-3A}{5} \ (1) \\ B \le \frac{10-4A}{3} \ (2) \\ B \le \frac{18-7A}{4} \ (3) \end{cases}$$

Пусть $A + B = t$, т.е $B = t - A$

(1) (зона отмечена ///)
(2) (зона отмеч. ~)
зона отмеч. (\)

Будем изображать это в осях B о A
Так как нужно найти наибольшее t, то нам нужно найти прямую которая имеет общую точку с множеством и пересекает ось ординат в наибольшей точке по B
Для этого необходимым условием является пересечение с прямой (3)



Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-812

Продолжение задания 2

По графику видно, что максимальная t будет в том случае, когда прямая $B = t - A$ проходит через точку пересечения прямой (2) и (1). Это потому, что прямая 3 - самая быстро убывающая, а 4 - самая медленно убывающая прямая

Найдем где они пересекаются: $11 - 3A = 10 - 4A$

$A = 17$

$A = \frac{17}{11}$

$B = 11 - \frac{3 \cdot 17}{11} = \frac{121 - 51}{55} = \frac{70}{55} = \frac{14}{11}$

$A + B = \frac{31}{11}$

A скорость наших прямых $B = t - A$ меньше (3) и (2) и больше (4)

Ответ: $\frac{31}{11}$

Задание 3

$P(4) = \frac{(-3)^4}{3^4 + 3^{17}} = \frac{(-1)^4}{1 + 3^{17-4}}$

$P(34-4) = \frac{(-1)^{34-4}}{1 + 3^{4-17}}$

$= \frac{(-1)^4}{1 + 3^{4-17}}$ (т.к. 4 и 34-4 им. одну четность)

$P(4) + P(34-4) = (-1)^4 \frac{(1 + 3^{4-17} + 1 + 3^{17-4})}{(1 + 3^{4-17})(1 + 3^{17-4})} =$

$= (-1)^4 \frac{(2 + 3^{4-17} + 3^{17-4})}{2 + 3^{17-4} + 3^{4-17}} = (-1)^4$

Тогда $P(1) + P(34-1) = P(1) + P(33) = -1$

$P(2) + P(32) = 1$

$\vdots$

$P(16) + P(18) = 1$

$P(17) = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Складывая все равенства получаем, что $P(1) + P(33) + \dots + P(16) + P(18) + P(17) = 0 + (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$ (0 т.к. от 1 до 16 - четное кол-во чисел, а каждые 2 числа подряд в данной сумме)

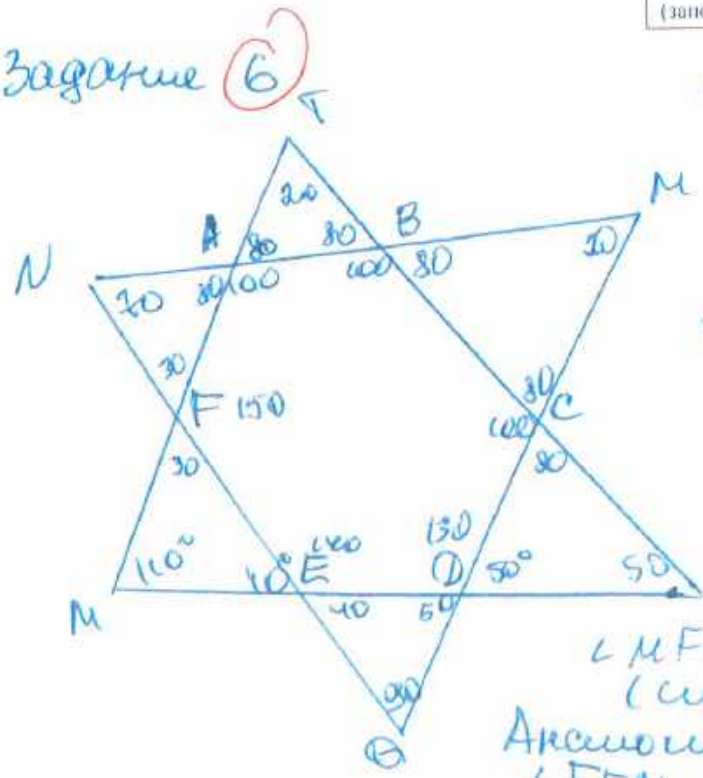
Ответ: $-\frac{1}{2}$

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 11 11-812

Задание 6



$\angle QCP = 180 - 100 = 80°$ (смеж. углы)

Аналогично $\angle CQP = 50°$

$\Rightarrow \angle CPQ = 50°$ ($180 - 50 - 80$) (ΔCPQ)

$\angle MFE = 30°$ ($180 - 150°$)

$\angle MEF = 40°$ ($180° - 140°$)

$\Rightarrow \angle FME =$

$= 180 - 40 - 30 = 110°$

$\angle MTP =$

$\angle MFE = 180 - \angle F = 180 - 150 = 30°$

(смеж углы)

Аналогично найдем углы

$\angle FEM$, $\angle DEG$, $\angle EDG$, $\angle CQP$, $\angle QCP$, $\angle BCM$, $\angle MBC$, $\angle ABT$, $\angle BAT$, $\angle FAN$, $\angle NFA$. В ΔFAN $\angle FNA = 180° - 30° - 80° = 70°$

Аналогично найдем $\angle BMC$, $\angle CPD$, $\angle DGE$, $\angle EMF$, $\angle FNA$, $\angle ATB$, в ΔMTP, $\angle M = 110°$, $\angle T = 20°$, $\angle P = 50°$, В $\Delta \Theta NM$: $\angle N = 70°$, $\angle M = 20°$, $\angle \Theta = 90°$.

Ответ: в I фигуре: $110°; 20°; 50°$. Во II фигуре: $90°; 70°; 20°$

7

Не найдена 2-ая конфигурация

~~Задание 8~~ Давайте посчитаем ~~максимальное~~ количество последовательностей такого вида, которые не содержат два или три подряд идущих числа из $\{X, Y, Z\}$. Всего последовательностей $100!$. Последовательностей, которые сод-ат X, Y подряд — $98! \cdot 2$ (XY считаем за 1 элемент, ~~итого~~ тогда элементов 99, умножаем на 2, т.к. возможно XY, YX.) Аналогично с $XZ_{\text{и}}$, YZ. Сложив всем и получим $6 \cdot 99!$. Но при таком подсчёте

Решение не найдено

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-812

Продолжение задания 8.

Но при таком подсчёте мы учли случаи когда встретился XYZ, в том или ином порядке следования подряд. Значит достаточно так последовательностей вычесть два раза, чтобы было учтено единожды. Таких 98!·3! (XYZ - как один объект 3! - расстановки XYZ, YXZ ....)

Получаем, что последовательностей, которые содержат XY, YZ, ZY, XZY ... :

$6(99! - 98!) = 98! \cdot 6 \cdot 98$.

Тогда последовательностей, которые не содержат: $100! - 98! \cdot 6 \cdot 98$. Но тогда среди $100! - 98! \cdot 6 \cdot 98 + 1$ гарантировано найдётся одна которая содержит

Ответ: $100! - 98! \cdot 98 \cdot 6 + 1$

Задание 9 | посчитаем от обеих частей тангенс, это будет следствием $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} x$

Далее будем пользоваться тем, что $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$, а также тем, что $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} t) = t$.

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)} = \operatorname{tg} x \Leftrightarrow \frac{(2x-1)(3x-1) + (x+2)(x+3)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 6x + x + 3} = \frac{7x^2 + 7}{x^2 + 1} = 7$$

Следствием из равенства является то, что $\operatorname{tg} x = 7$ так как $\operatorname{arctg}\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ то слева число, которое $\in \left(-\frac{\pi}{2}\cdot 2; \frac{\pi}{2}\cdot 2\right)$, значит и справа тоже

Тогда нам могут подходить только

Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-812

Продолжение задания 5 | только $x = \operatorname{arctg} 7$ и $x = \operatorname{arctg} 7 - \pi$. Докажем, что оба из них подходят. Мы убедились, что если корни есть, то они только такими могут быть. Понятно, что решений у данного уравнения ≥ 2, а значит оба реш. подходят. Покажем, что реш хотя бы 2.

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} - x = f(x)$ При $f(0) =$

$= \operatorname{arctg}\frac{-1}{2} + \operatorname{arctg}(-3) < 0$. При $f(2) =$

$= \operatorname{arctg}\frac{3}{4} + \operatorname{arctg} 1 - 2 > 0$ т.к.

$\operatorname{arctg}\frac{3}{4} > \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ +

$f(0) = \operatorname{arctg}(-\frac{1}{2}) + \operatorname{arctg}(-3) < 0.$

$f(\frac{3}{2}) = \operatorname{arctg}\frac{4}{7} + \operatorname{arctg}\frac{9 \cdot 2}{7} - \frac{3}{2} > 0$ Аналогично доказали про $x = \operatorname{arctg} 7 - \pi$

Ответ: $\operatorname{arctg} 7$, $\operatorname{arctg} 7 - \pi$.

Задание 7 | $f(x) = x^4 + bx^2 + x$ имеет касание происходит в точках x_1, x_2

Тогда $f'(x_1) = f'(x_2)$. т.к. $f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$

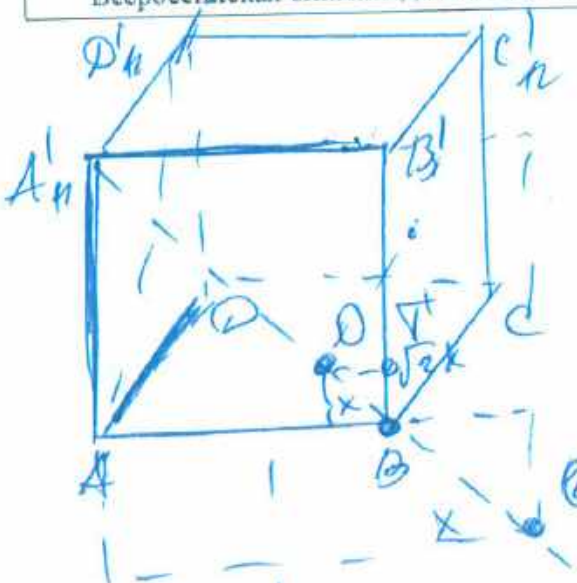
$4x_1^3 + 2bx_1 = 4x_2^3 + 2bx_2 \Leftrightarrow 4(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2b(x_1 - x_2) = 0 \quad x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow 4(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2b = 0$ - так же необходимо равенства уравней касательных в этих точках, которая задается в точке a как $g(a) = (x-a)f'(a) + f(a)$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-812

Задание 4



т.к сфера касается AA' и A'B' то в сечении плоскостью AA'B'B будет окружность вписанная в угол AA'B' центр её будет лежать на прямой A'B. причем ясно, что если его обозначить за O, то O между A' и B то есть центр сферы проецируется в точку D. Аналогично с биссектрисой угла A'AD в тр. A'AD. Пусть DB = x, тогда тогда $x = 1 - \sqrt{2}x$ (OT = $\sqrt{2}x$ по т. Пифагора)

тогда $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

Решение не найдено

МИ-344

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-344

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Степаня	10	Лимагина	10	10
2	Курсанова	6	Гуззиева	6	6
3	Маркова	12	Уланова	12	12
4	Овсянникова	0	Дубынский	0	0
5	Кремер	8	Борисова	8	8
6	Олехова	3	Берзин	3	3
7	Степаня	0	Лимагина	0	0
8	Д	0	Шамсутов	0	0
ИТОГО					39

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

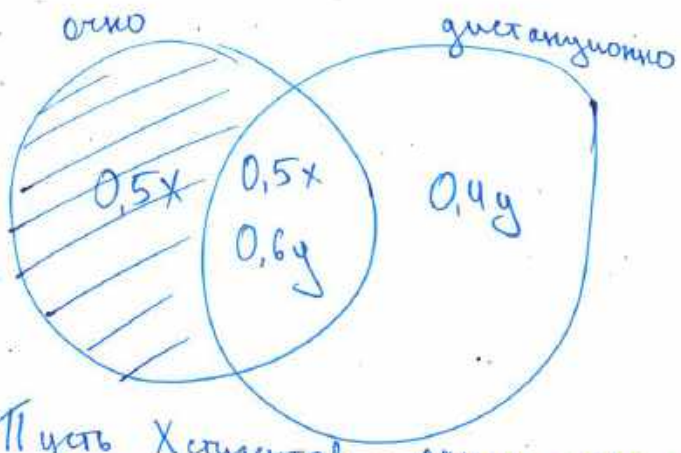
Код участника: ПП – 3644

(заполняется организатором)

№1)

1 страница

Какая часть занимают студенты, которые занимаются только очно – ?



Пусть x студентов – очные ученики; y студентов – дистанц. учен.

Тогда $0,5x = 0,6y \Leftrightarrow 5x = 6y \Rightarrow y = \frac{5}{6}x$

$x = \frac{6}{5}y$.

Тогда $0,5x = \frac{3}{5}y$ - это студенты, которые занимаются только очно. Всего студентов: $0,5x + 0,4y + 0,5x = $

$= \frac{6}{5}y + 0,4y = 1,6y$.

$\Rightarrow \frac{0,5x}{1,6y}$ - искомое значение.

$\Rightarrow \frac{0,5x}{1,6y} = \frac{3}{5}y : \frac{16}{10}y = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ← искомое значение

Ответ: $\frac{3}{8}$.

10 б.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-3114
(заполняется организатором)

№2) Решим каждое неравенство пространственным методом интервалов 2 страница

$A+B-?$

$A+B-min$

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

1. $A+5B \geq 9$ - это ур-е прямой, ограничивающей

$A \geq 9-5B$

A	9	-1
B	0	2

2. $3A+4B \geq 11$

$3A \geq 11-4B$

$A \geq \frac{11-4B}{3}$

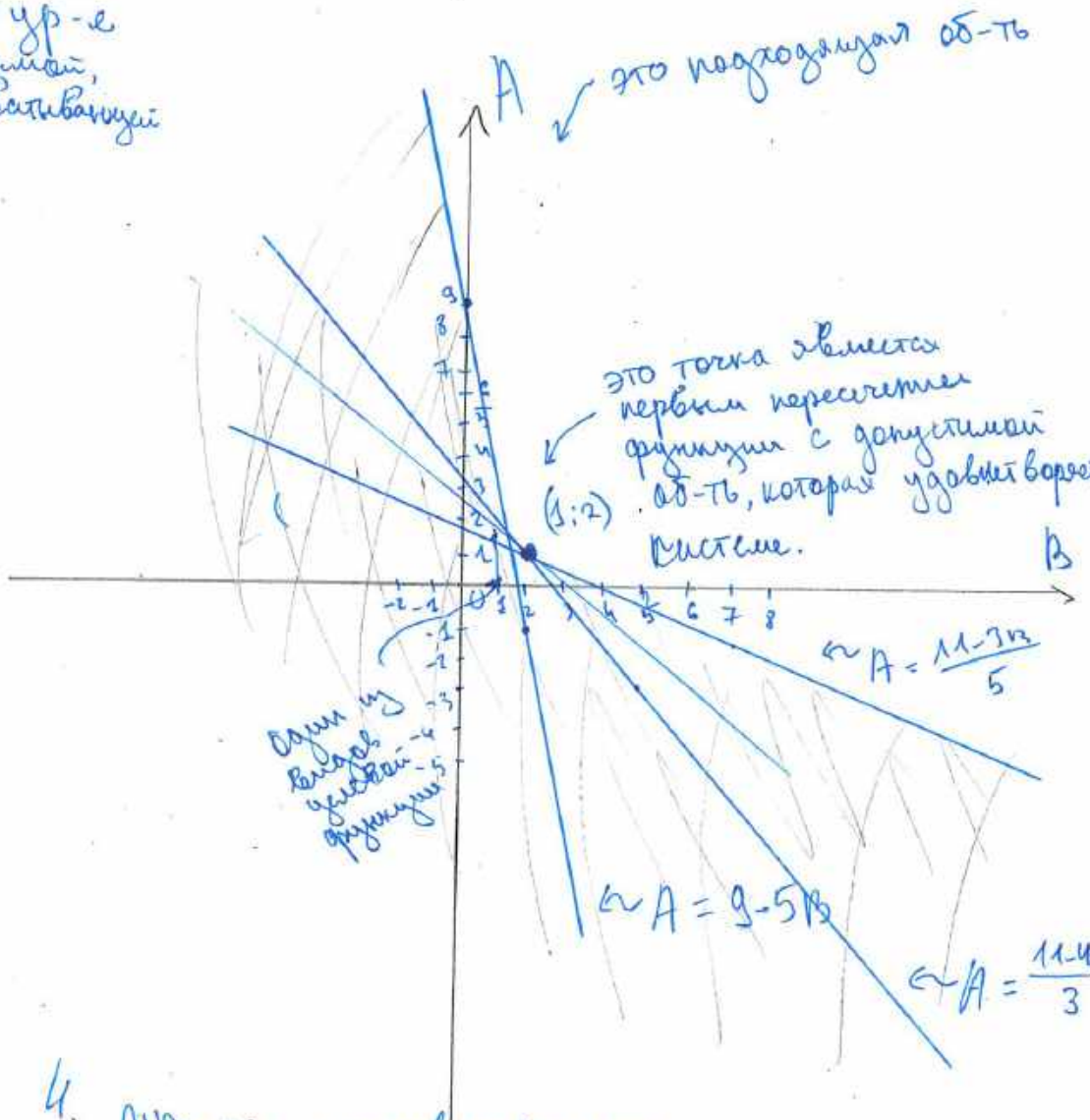
A	1	-3
B	2	5

3. $5A+3B \geq 11$

$5A \geq 11-3B$

$A \geq \frac{11-3B}{5}$

A	1	-2
B	2	7



4. $A+B = min$ - целевая функция.

Обозначим $A+B = 2 \Rightarrow B = 2-A$

A	2	0
B	0	2

Заметим, что 1-е пересечение целевой функции с допустимой областью в точке $(A;B) = (1;2)$. Тогда $A+B = min \Leftrightarrow A+B = 3$ в данной точке.

Ответ: $A+B = 3$

+6

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МШ – 344

(заполняется организатором)

№2 продолжение

4. Объединим подходящие области на 3-ей графике

3 страница

№3

$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$

$p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(99)$

$p(1) + p(2) + \dots + p(99)$ - ?

2. Заметим, что сумма $p(n) + p(100-n) = 1$.

$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}} = \frac{1}{1 + 9^{50-n}}$.

$p(100-n) = \frac{1}{1 + 9^{50-100+n}} =$

$= \frac{1}{1 + 9^{-(50-n)}}$

Заменим $t = 9^{50-n}$, аналогично 1-му пункту. Получим, что сумма $p(n) + p(100-n) = 1$

3. Найдём $p(50)$.

$p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50} + 9^{50}} = \frac{1}{2}$

1. Найдём сумму $p(1) + p(99)$

$p(1) = \frac{9}{9 + 9^{50}} = \frac{1}{1 + 9^{49}}$

$p(99) = \frac{9^{99}}{9^{99} + 9^{50}} = \frac{1}{1 + 9^{-49}}$

$\Rightarrow p(1) + p(99) = \frac{1}{1 + 9^{49}} + \frac{1}{1 + 9^{-49}} =$

Пусть $t = 9^{49}$; тогда $t^{-1} = 9^{-49}$

$p(1) + p(99) = \frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+t^{-1}} =$

$= \frac{1 + t^{-1} + 1 + t}{(1+t)(1+t^{-1})} = \frac{2 + t + t^{-1}}{(1+t)(1+t^{-1})} =$

$\Rightarrow \frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+\frac{1}{t}} =$

$= \frac{1}{1+t} + \frac{1}{\frac{t+1}{t}} = \frac{1}{1+t} + \frac{t}{t+1} =$

$= \frac{1+t}{1+t} = 1$

$\Leftrightarrow p(1) + p(99) = 1$

4. Сумма $p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(99) = p(50) + (p(n) + p(100-n)) \cdot 49 =$

$= 49 + \frac{1}{2} = \frac{99}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МЦ-3Ц4
(заполняется организатором)

№5 - продолжение

4 страница.

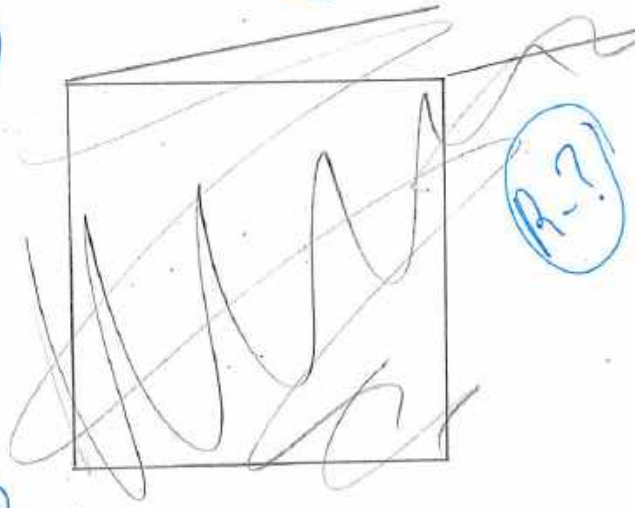
3. Учитываем об-ть определения $\operatorname{arcctg} x$: $(0; \pi)$

Получим, x равное: $x = \operatorname{arcctg} \frac{1}{4}$

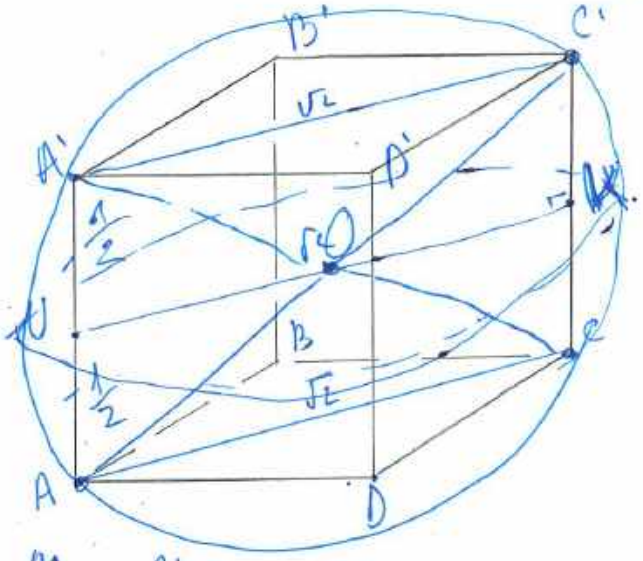
Ответ: $\operatorname{arcctg} \frac{1}{4}$.

Нет 2-го решения

№4



R - ?



Решение:

Т.к. центр сферы равноудалён от AB и $A'B'$, то центр сферы (обозначим точкой O) находится на равном расстоянии от $(A'; B'; C')$ и (ABC) $\Rightarrow$ т.O принадлежит м-ти, пересекающей AA' в середине.

$\Rightarrow$ сфера касается AA' в середине и центр сферы равноудален от точек C и C'. Из-за симметрии диаметрального расположения сечения сферы, сфера проходит через CC' и середину AA'. Обозначим середину AA' точкой N. Рассмотрим диаметральное сечение сферы в пл-ти: $(AA'C'C)$

Радиус сферы R будет радиусом в ок-ти, описанной около $\triangle NCC'$

$\triangle NCC'$ - р/б; т.к. $NC' = NC$ (по признаку) K - середина CC'

$AC = A'C' = \sqrt{2}$; $AA' = 1 \Rightarrow NA = NA' = \frac{1}{2}$. Из $\triangle NAC$: $NC = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} \Rightarrow$

$\Rightarrow NC = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow CC' = 1$ (по усл.) в $\triangle NCC'$

$NK \perp CC'$ - это высота $\Rightarrow NK = AC = \sqrt{2}$. Из $\triangle NCK$: $\sin \angle NCC' = \frac{NK}{NC} =$

По формуле радиуса описанной ок-ти: $\boxed{2R = \frac{a}{\sin A}}$

$2R = NC' / \sin NCC' = \frac{\sqrt{5}}{2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{4\sqrt{2}}$ - значит: $R = 5/8\sqrt{2}$ $= \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МП-8Ц4

(заполняется организатором)

№5 $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$ 5 страница

1. Заметим, что $3x-5 \neq 0$ и $x+1 \neq 0$ – ограничения на X

$\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ 3x-5 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq -1 \\ 3x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \frac{5}{3} \end{cases}$ ← это ОДЗ на X (область определения)

2. Заметим, что слева и справа – углы $\Rightarrow$ их котангенсы – равны

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) = \operatorname{ctg}(x)$$

$\operatorname{ctg}(x+y) = \frac{\operatorname{ctg}x \cdot \operatorname{ctg}y - 1}{\operatorname{ctg}x + \operatorname{ctg}y}$ – формула для суммы углов в ctg. Эту ф-му можно применить в данном случае

$$\frac{\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} \cdot \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} - 1}{\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}} = \operatorname{ctg}(x)$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5} \cdot \frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = \operatorname{ctg}x$$

$$\frac{\frac{5x^2+3x-5x-3}{3x^2+3x-5x-5} - 1}{\frac{5x^2+5x+3x+3+3x^2-3x-5x+5}{3x^2+3x-5x-5}} = \operatorname{ctg}x$$

$$\frac{\frac{5x^2-2x-3-3x^2+2x+5}{3x^2+3x-5x-5}}{\frac{3x^2+3x-5x-5}{8x^2+8}} = \operatorname{ctg}x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = \operatorname{ctg}x \Leftrightarrow \frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} = \operatorname{ctg}x$$

$\operatorname{ctg}x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} + \pi k;\ k \in \mathbb{Z}$

данное значение нужно согласовать с областью определения

Бланк ответа 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ЛЛ-8944
(заполняется организатором)

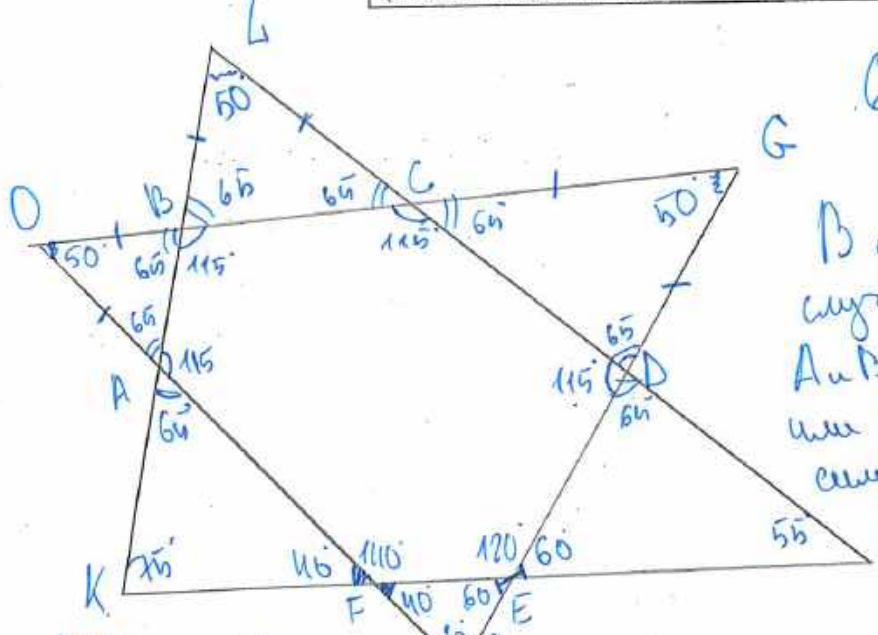
№6

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$

$\angle F = 140°$

углы $\triangle KLM$ и углы $\triangle OGQ$



6 страница

В данной задаче случаи, когда точки A и B лежат на одной или на двух сторонах симметричны, ⇒ можно рассмотреть только 1 случай.

1. Пусть $\triangle KLM$ - первый $\triangle$ и Пусть $\triangle OGQ$ - 2-ой $\triangle$.

Рассмотрим $\triangle OBA$:

$\angle OBA = 180° - \angle ABC = 180° - 115° = 65°$

$\angle OAB = 180° - \angle BAF = 180° - 115° = 65°$

т.к. в треугольнике сумма углов - 180°

$\Rightarrow \angle BOA + \angle OAB + \angle OBA = 180°$ т.к. $\angle OBA = \angle OAB = 65°$

$\Rightarrow \angle BOA = 180° - 2 \cdot 65° = 50° \Leftrightarrow \underline{\angle BOA = 50°}$

2. Рассмотрим $\triangle KAF$:

$\angle KAF = 180° - \angle BAF = 180° - 115° = 65°$

$\angle AFK = 180° - \angle AFE = 180° - 140° = 40°$

т.к. в треугольнике сумма углов - 180°

$\Rightarrow$ в $\triangle KAF$:

$\angle KAF + \angle AFK + \angle AKF = 180°$

т.к. $\angle KAF = 65°$; $\angle AFK = 40°$

$\Rightarrow \angle AKF = 180° - \angle KAF - \angle AFK = 75° \Leftrightarrow \underline{\angle AKF = 75°}$

3. Рассмотрим $\triangle FQE$:

$\angle EFQ = 180° - \angle AFE = 180° - 140° = 40°$

$\angle FEQ = 180° - \angle FED = 180° - 120° = 60°$

$\Rightarrow$ т.к. в треугольнике сумма углов - 180°

$\Rightarrow \angle FQE = 180° - \angle EFQ - \angle FEQ = 80° \Rightarrow \underline{\angle FQE = 80°}$

Бланк ответа 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ЛЛ-344
(заполняется организатором)

№6 - продолжение

7 страница

Только один случай!

4. Рассмотрим △EDM:

$\angle EDM = 180° - \angle CDE = 180° - 115° = 65°$

$\angle DEM = 180° - \angle FED = 180° - 120° = 60°$

Т.к. в треугольнике сумма углов = 180°

$\Rightarrow \angle DEM + \angle EDM + \angle DME = 180°$

Т.к. $\angle DEM = 60°$; $\angle EDM = 65°$

$\Rightarrow \angle DME = 180° - 60° - 65° = 55° \Leftrightarrow \angle DME = 55°$

5. Рассмотрим △CGD:

$\angle GCD = 180° - \angle BCD = 180° - 115° = 65°$

$\angle GDC = 180° - \angle CDE = 180° - \angle 115° = 65°$

Т.к. в треугольнике сумма углов = 180°

$\Rightarrow \angle GCD + \angle GDC + \angle CGD = 180°$

Т.к. $\angle GCD = 65°$; $\angle GDC = 65°$

$\Rightarrow$ ~~$\angle CGD = 180° - \angle CDB =$~~ $\angle CGD = 180° - 2 \cdot 65° = 50° \Leftrightarrow \angle CGD = 50°$

6. Рассмотрим △LBC:

$\angle LBC = 180° - \angle ABC = 180° - 115° = 65°$

$\angle LCB = 180° - \angle BCD = 180° - 115° = 65°$

т.к. в треугольнике сумма углов равна 180°

$\Rightarrow \angle BLC = 180° - \angle LBC - \angle LCB = 180° - 2 \cdot 65° = 50°$

$\Leftrightarrow \angle BLC = 50°$

7. ~~В△BKC~~ В △KLM: $\angle L = 50°$; $\angle M = 55°$; $\angle K = 75°$

В △QOG: $\angle G = 50°$; $\angle O = 50°$; $\angle Q = 80°$

Ответ: №6

В △KLM:

$\angle L = 50°$

$\angle M = 55°$

$\angle K = 75°$

В △QOG:

$\angle G = 50°$

$\angle O = 50°$

$\angle Q = 80°$

(−) (+) 38

Проверим: В △KLM:

$\angle L + \angle M + \angle K = 180°$

$50 + 55 + 75 = 180$

$180 = 180$ ← Верно!

В △QOG:

$\angle G + \angle O + \angle Q = 180°$

$50° + 50° + 80° = 180°$ ← Верно!

$180° = 180°$

М44-113

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

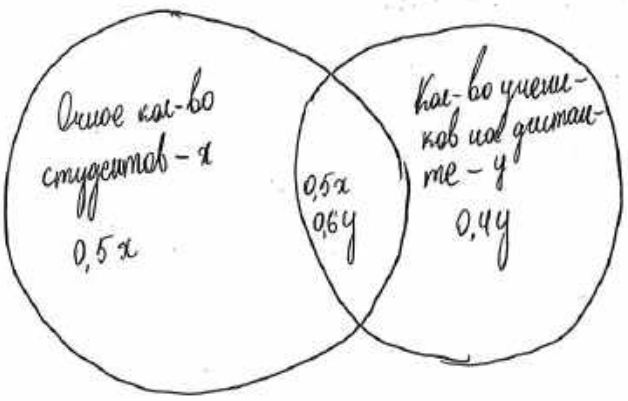
Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М4-193
(заполняется организатором)

(1)



Пусть "x" кол-во студентов занимаются очно и "y" кол-во студентов дистанционно

Тогда мы получаем $0,5x = 0,6y \Rightarrow 5x = 6y$

тогда $y = \frac{5}{6}x$; $x = \frac{6}{5}y$

$0,5x = \frac{3}{5}y$ – учеников, занимающихся только очно, а всего студентов $0,5x + 0,5x + 0,4y =$

$= \frac{3}{5}y + \frac{3}{5}y + 0,4y = \frac{6}{5}y +$

$+ 0,4y = 1,6y$

Отношение только очных студентов ко всем студентам $\frac{0,5x}{1,6y} = \frac{3}{5}y :$

$: (\frac{16}{10}y) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ составляют студенты занимающиеся только очно

+ 0,5

(A)

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-113

(заполняется организатором)

(3)

$p(x)+p(100-x)=\frac{9^x}{9^x+9^{50}}$

$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}}+\frac{9^{100-n}}{9^{100-n}+9^{50}}=\frac{1}{1+9^{50-n}}+\frac{9^{50-n}}{1+9^{50-n}}=\frac{1+9^{50-n}}{1+9^{50-n}}=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow p(1)+p(2)+\ldots+p(98)+p(99)=p(1)+p(99)+p(2)+p(98)+\ldots+p(49)+p(51)+$

$+p(50)=49+\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}=\frac{1}{2}+49=49\frac{1}{2}$

Ответ: $49\frac{1}{2}$

(2)

$\begin{cases} A+5B \geq 9; \\ 3A+4B \geq 11; \\ 5A+3B \geq 11. \end{cases}$

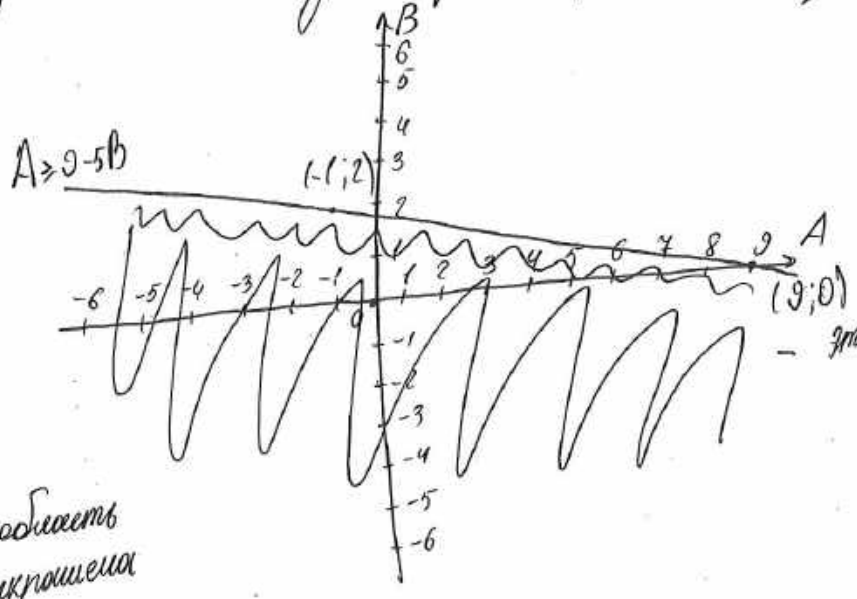
$A+B$ стремится ($\rightarrow$) к минимуму

Применим пространственный метод интервалов для каждого неравенства:

1) $A+5B \geq 9$

$A \geq 9-5B$

B	0	2
A	9	-1



– эта область не подходит

Подходящая область не закрашена

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-113

(заполняется организатором)

(2) Продолжение

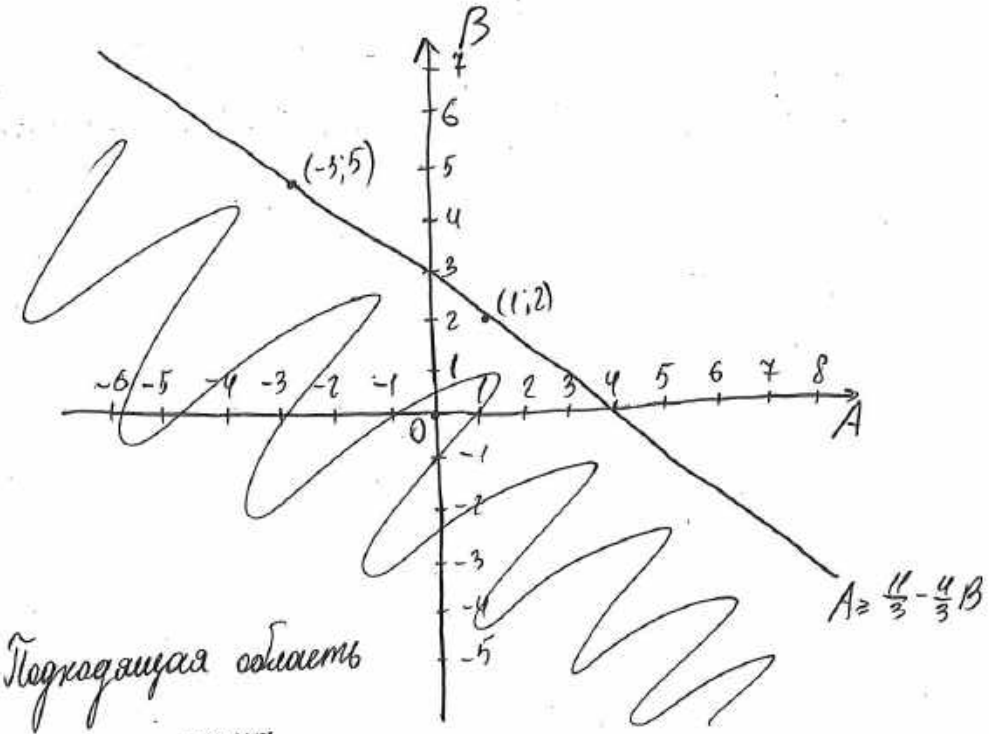
2) $3A+4B \geq 11$

$A \geq \frac{11}{3}$

$A \geq \frac{11-4B}{3}$

$A \geq \frac{11}{3} - \frac{4}{3}B$

B	2	5
A	1	-3



Подходящая область не закрашена

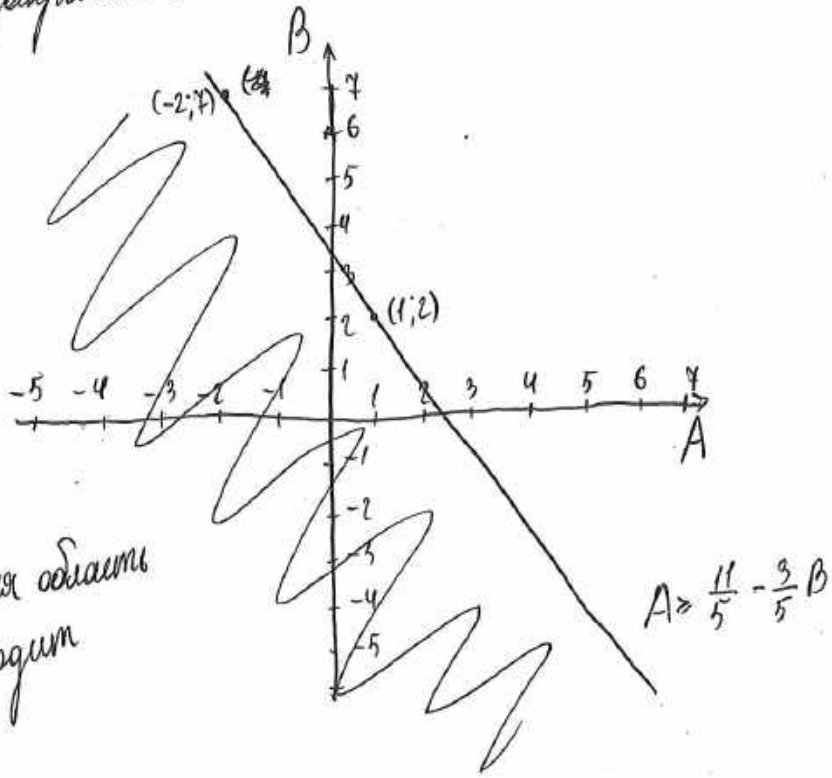
3) $5A+3B \geq 11$

$5A \geq 11-3B$

$A \geq \frac{11-3B}{5}$

$A \geq \frac{11}{5} - \frac{3}{5}B$

B	2	7
A	1	-2



Закрашенная область не подходит

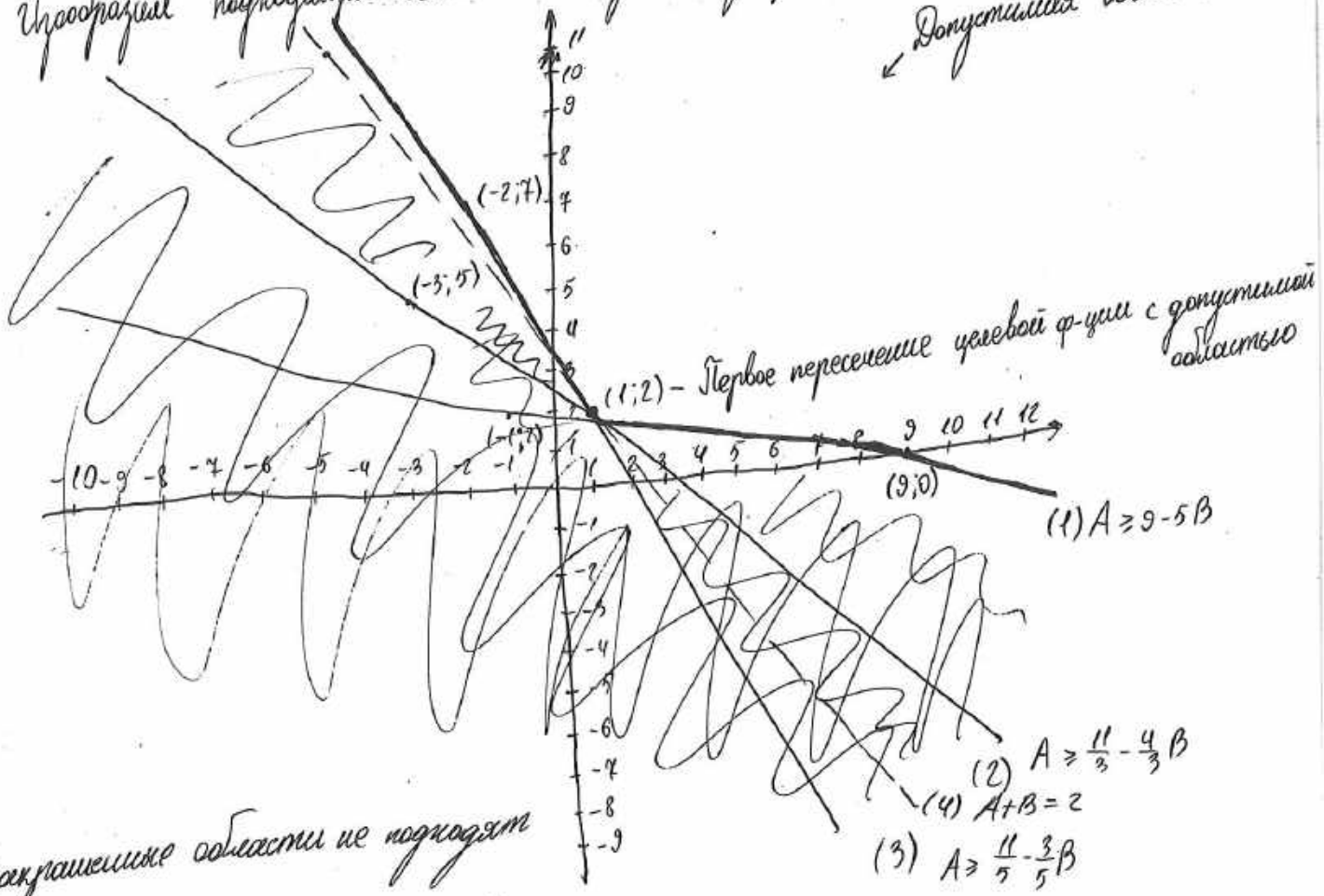
Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-113
(заполняется организатором)

(2) Продолжение

Изобразим подходящие области на одном графике



Закрашенные области не подходят

(4) Пунктиром нарисуем один из видов целевой ф-ции:

$A+B=2$

$A+B$ стремится к минимуму

$(m;n)$ – целевая ф-ция. Обозначим

$A+B=z$;

$B=z-A$

A	0
B	z

Очевидно, что первое пересечение целевой ф-ции с допустимой областью в т. $(A;B)$, $A;B = (1;2)$, тогда $A+B$ минимальное $= 2+1 = 3$

10 б

Ответ: 3

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М17-113
(заполняется организатором)

(5) $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$ $\quad x \neq -1$, $x \neq \frac{5}{3}$

Заметим, что угол справа и угол слева равны, тогда равны и их ctg.

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = \operatorname{ctg} x$

$$\frac{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)+\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)} = \operatorname{ctg} x \qquad \frac{\operatorname{ctg}\cdot\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\cdot\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-1\right)}{\operatorname{ctg}\cdot\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)+\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)} = \operatorname{ctg} x$$

$$\frac{\frac{5x+5}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}} = \operatorname{ctg} x$$

$$\frac{\left(\frac{5x^2+3x-5x-3}{3x^2+3x-5x-5}-1\right)}{\frac{5x^2+5x+3x+3+3x^2-3x-5x+5}{3x^2+3x-5x-5}} = \operatorname{ctg} x$$

$$\left(\frac{5x^2-2x-3-3x^2+2x+5}{3x^2+3x-5x-5}\right)\cdot\left(\frac{3x^2+3x-5x-5}{8x^2+8}\right) = \operatorname{ctg} x$$

$$\frac{\frac{2x^2+2}{8x^2+8}}{\frac{2x^2+2}{8x^2+8}} = \operatorname{ctg} x \Rightarrow$$

$$\frac{2\cdot(x^2+1)}{8\cdot(x^2+1)} = \operatorname{ctg} x \Rightarrow \operatorname{ctg} x = \frac{1}{4}$$

$$x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} + \pi n$$

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-113

(заполняется организатором)

(5) Продолжение

4 балла

Учитываем область определения $\arccos x$

Получим $x = \arccos\frac{1}{4} + \pi n$

Ответ: $x = \arccos\frac{1}{4} + \pi n$

неверно.

(6)

$n=0, n=1$

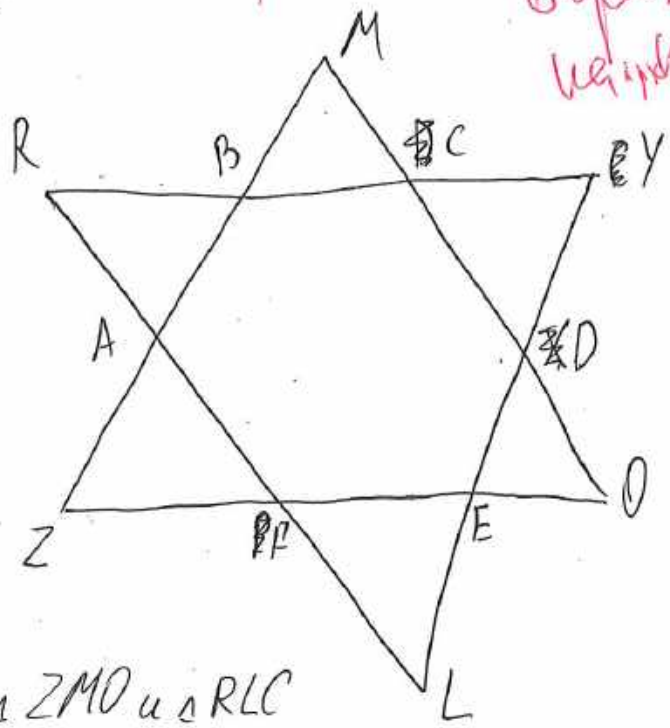
Не учитываются ограничения неравенства

Дано

$ABCDEF$ – шестиугольник

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$; $\angle F = 140°$



Пусть наши треуг. – $\triangle ZMO$ и $\triangle RLC$

Заметим, что данные треуг. равноправны.

Существует 2 случая:

1 случай: A и B попали на одну и ту же сторону $\triangle ZMO$

2 случай: A и B будут лежать на разных сторонах $\triangle RYL$:

а) A и B будут лежать на разных сторонах $\triangle RYL$:

№6

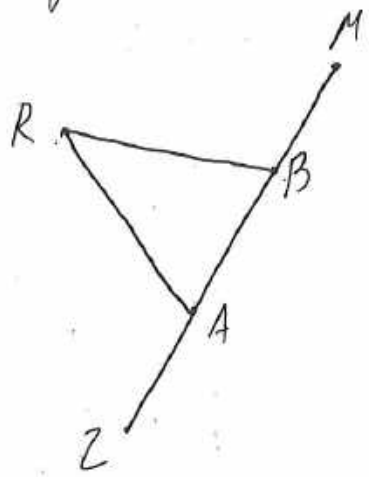
Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

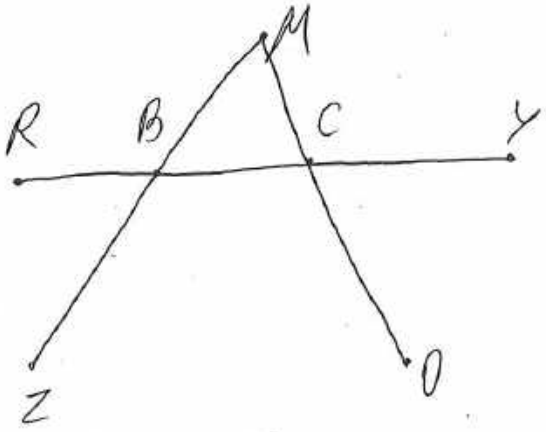
(6) Продолжение

Сделаем выносной чертеж:



б) A и B будут лежать на одной стороне △ RYL:

Сделаем выносной чертеж:



Пользуясь равнобедренностью данных треуг. можно сказать, что эти случаи абсолютно симметричны => мы можем рассмотреть только 1 случай

М11-113

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

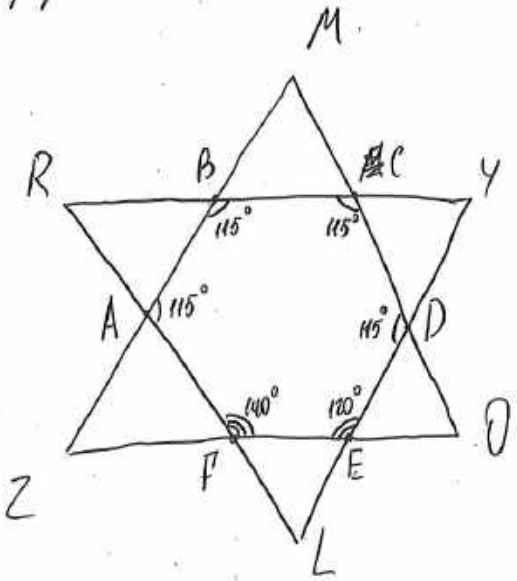
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Постовалова	10	Липатенко	10	10
2	Магомедов Р.М.	10	Савина О.В	10	10
3	Маркова	12	Ушакова	12	12
4	Ахмедова	0	Курсанова	0	0
5	Борисова	4	Крейер	4	4
6	Гуня	3	Степаня	3	3
7	Конюхов	0	Степаня	0	0
8	Я	0	Шаечкв	0	0
ИТОГО					39

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

(6) Продолжение



Теперь мы найдем все углы:

$\angle Z = 180° - (180° - 115°) - (180° - 140°) = 75°$

$\angle M = 180° - (180° - 115°) \cdot 2 = 50°$

$\angle O = 180° - (180° - 115°) - (180° - 120°) = 55°$

$\angle R = 180° - (180° - 115°) \cdot 2 = 50°$

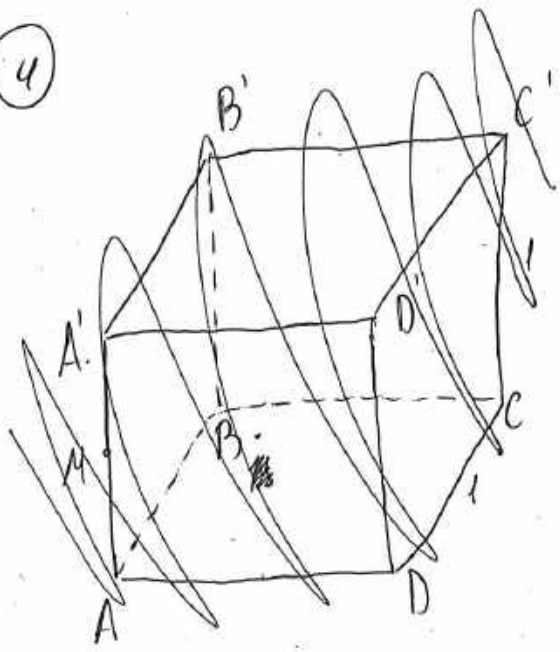
$\angle Y = 180° - (180° - 115°) \cdot 2 = 50°$

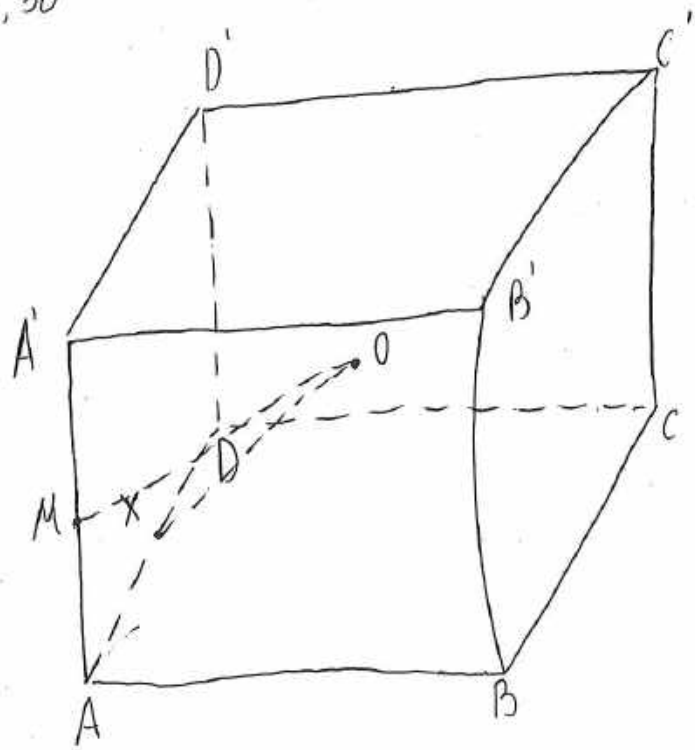
$\angle L = 180° - (180° - 120°) - (180° - 140°) = 80°$

Ответ: первый треуг – 75°, 50°, 55°
второй треуг. – 80°, 50°, 50°

1 вариант – 3 б

(4)





Т.к. центр сферы равноудален от AD и A'D', то центр, который мы обозначили т. O находится на одинаковом расстоянии от (ABC) и (A'B'C'). => т. O принадлежит плоскости, которая пересекает AA' в середине => сфера касается AA' в середине ✱

Дополнительный бланк № 9

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

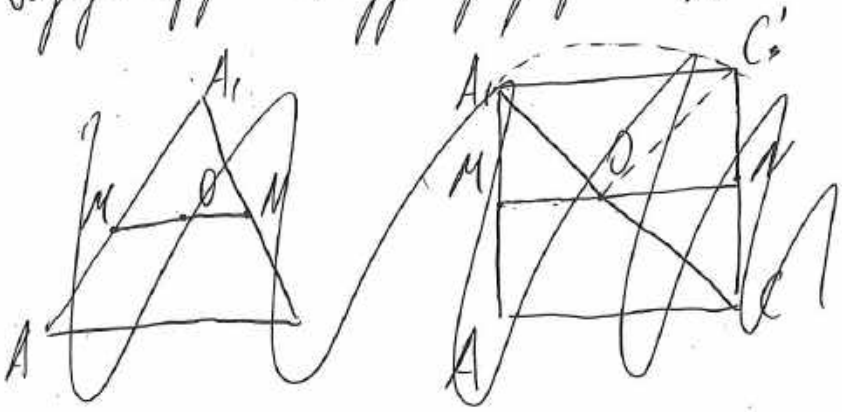
Код участника:
(заполняется организатором)

(4) Продолжение

В силу симметрии диаметральное сечение сферы проходит через C, C' и середину AA'. Обозначим середину AA' т. M.

Симметрия диаметральное сечение сферы плоскости $(AA'C'C)$.

Радиус сферы (r) будет радиусом окружности описанной около $\triangle MCC'$



OC' - радиус

1) $\triangle MCC'$ - равнобедр., т.к $MC' = MC$

$AC = \sqrt{2}$; $MA = \frac{1}{2}$

Из треуг. MAC: $MC = \sqrt{\frac{1}{4} + 2} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}5$

$CC' = l$; $MN \perp CC' \Rightarrow MN$ - высота,

тогда $MN = AC = \sqrt{2}$

Из треуг. NCM: $\sin \angle MCC' = \frac{MN}{MC} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

2) $2 \cdot r = \frac{MC'}{\sin \angle MCC'} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} =$

$= \frac{3 \cdot 3}{4\sqrt{2}} = \frac{9}{4\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{9}{8\sqrt{2}}$

Ответ: $r = \frac{9}{8\sqrt{2}}$

Дополнительный бланк № 10

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)

(7)

$y = ax^4 + x^2 + x$

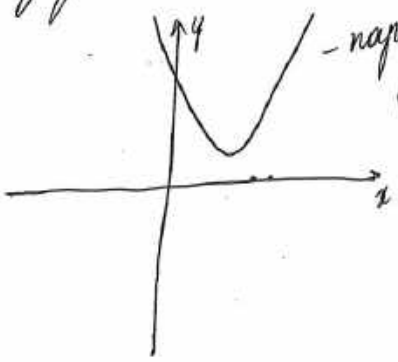
Рассмотрим $a > 0$:

тогда $y' = 4ax^3 + 2x + 1$;

$y'' = 12ax^2 + 2 > 0$

"y" ~~ш. одну так~~ имеет одну точку экстремума

образ данной ф-ции:



– парабола, у которой нет прямых в касательных точках

Рассмотрим $a < 0$:

Найдем ур-ние касательной в $x = 0$

$y = 0 + x \Rightarrow y = x$ – касательная

0

М 11 - 140

Код участника
(заполняется организатором)

Выход 11 22
Вход 11 25

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ДН-140

(заполняется организатором)

От 2 до 32 у нас 16 целых чисел 8 пар

$\Rightarrow p(2)+p(4)+\dots+p(30)+p(32)=8.$

От 1 до 33 у нас 17 нечетных, но 17 мы не учитываем

$\Rightarrow p(1)+p(3)+\dots+p(31)+p(33)=-8$

Итого получаем $\underbrace{-8+8}_{0}+p(17)$

$p(17)=\frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ +

№5.

$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)=X$,

Возьмем тангенс от обеих частей.

$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\operatorname{tg}X.$ $\uparrow \cdot \frac{(x+2)(3x-1)}{(x+2)(3x-1)}$

$\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}=\operatorname{tg}X.$

$\frac{(6x^2-5x+1)+(x^2+5x+6)}{(3x^2+5x-2)-(2x^2+5x-3)}=\operatorname{tg}X,$

$\frac{7x^2+7}{x^2+1}=\operatorname{tg}X$

ограничим:

$-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arctg}\alpha<\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \operatorname{arctg}x+\operatorname{arctg}\beta\in(-\pi;\pi)$

$\Rightarrow x\in(-\pi;\pi)$.

$x\neq -2;\ x\neq\frac{1}{3}$.

$\operatorname{tg}x=7.$

$x=\operatorname{arctg}7+\pi k, k\in\mathbb{Z}$

осталось применить ограничения

$0<\operatorname{arctg}7<\frac{\pi}{2} \Rightarrow k\geq 1$ не подходит

$k=0$ $x=\operatorname{arctg}7$ ✓

$k=-1$ $x=\operatorname{arctg}7-\pi$ ✓

$k=-2$ уже не подходит

Ответ: $x=\operatorname{arctg}7;\ x=\operatorname{arctg}7-\pi$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: Ж11 – 140
(заполняется организатором)

№1.

Пусть тА – только английский, тФ – только французский.

АФ – и английский, и французский, И – никакой язык не знают

И – х

тА – у

тФ – z

АФ – t.

$x+y+z+t$ – всего людей.

1) Не говорят на английском тФ и И.

$(x+z)\cdot 0{,}04 = z$. по условию.

2) Не говорят на французском тА и И.

$(x+y)\cdot 0{,}2 = y$ (по условию)

Надо найти: $\frac{\Phi}{\bar{A}}$ где $\bar{A}$ – не говорящий на английском, а Ф на французском

$\bar{\Phi} = x+y$; $\bar{A} = z+x$. $\frac{x+y}{z+x} = ?$ Искомое

Из 1) $0{,}04x = 0{,}96z$.

$x = 19z$.

Из 2) $0{,}2x = 0{,}8y$

$x = 4y$.

$x+y = 5y$; $z+x = 20z$ 2) $\frac{x+y}{z+x} = \frac{1}{4}\frac{y}{z}$

из 1) и 2) следует, что $19z = 4y \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{19}{4}$

$\Rightarrow$ Искомая величина равна $\frac{1}{4}\cdot\frac{19}{4} = \frac{19}{16}$.

Ответ: в $\frac{19}{16}$ раза больше людей, не говорящих по-французски, чем людей, не говорящих по английски

(25)

м 11 – 140

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Фомичева	2	Гурьянова	2	2
2	Моломеров	10	Савина	10	10
3	Александрович	12	Маркова	12	12
4	Дубинский	0 (ош.)	Моломцов	0	0
5	Волкова	12	Кремер	12	12
6	Орехова	3	Бузин	3	3
7	Лисичкин	0	Беспалый	0	0
8	Телицев	0	Шапиков	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима: Твоё призвание — финансист!»

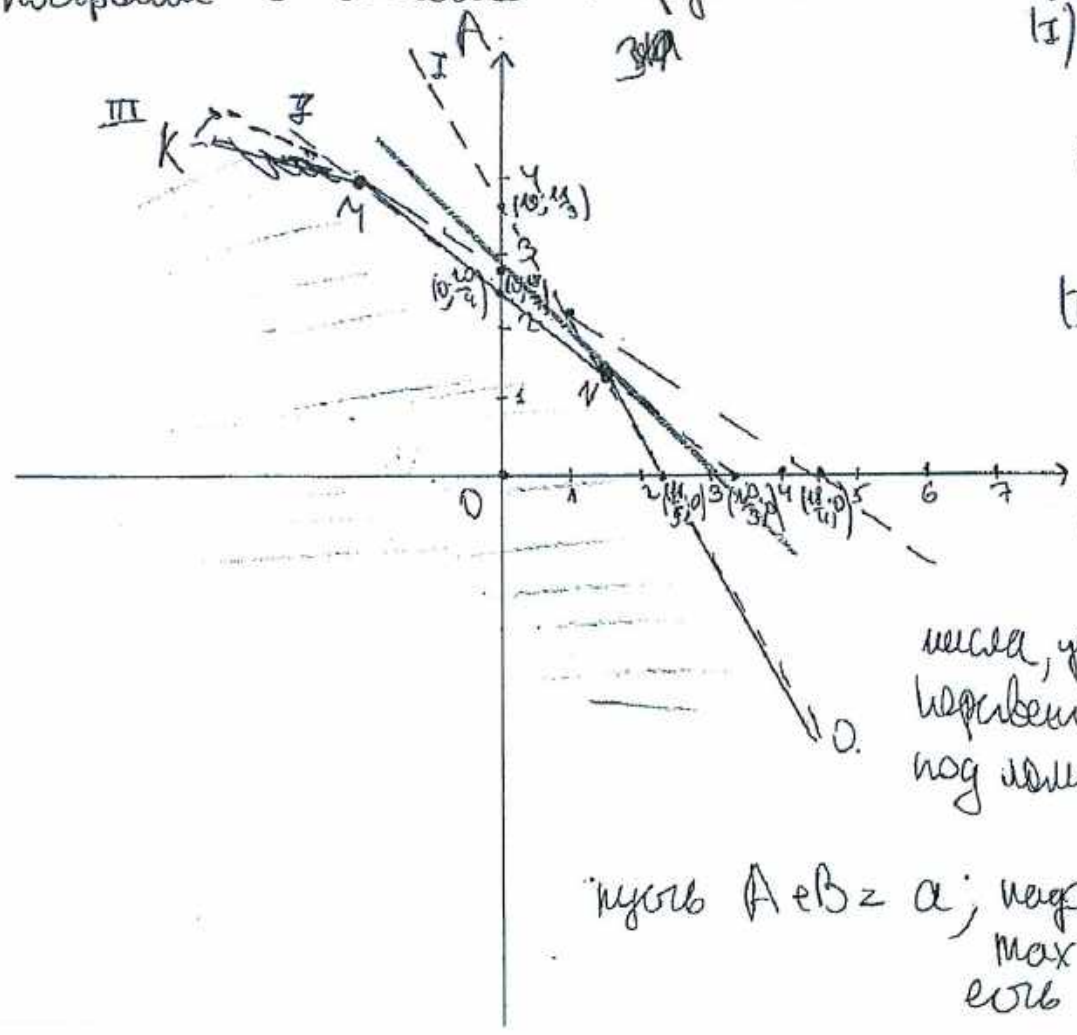
Код участника: ЛИ – 140

(заполняется организатором)

№2.

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 & (I) \\ 4A + 3B \le 10 & (II) \\ 7A + 4B \le 18 & (III) \end{cases} \quad A+B \text{ max} \to ?$$

построим в системе координат BOA



I) $3A+5B \le 11$

$A \le \frac{11-5B}{3}$.

II) $A \le \frac{10-3B}{4}$.

III) $A \le \frac{18-4B}{7}$.

числа, удовлетворяющие неравенству, лежат под ломаной.

пусть $A+B=a$; надо найти max a при которых есть решения

луч KM – 3 график

отрезок MN – второй график.

луч NO – первый график.

прямая $A = -B + a$ имеет угловой коэффициент -1. Поэтому первое пересечение будет в точке N.

N – пересечение I и II графиков. Ее координаты $(A_0; B_0)$

будут решением (A_0+B_0). $\begin{cases} 3A+5B=11 \\ 4A+3B=10 \end{cases} \Rightarrow -2B - A = 1 \Rightarrow A = 2B - 1 \Rightarrow 4A = 8B - 4$.

подставляем во 2 ур. $11B = 14$; $B = \frac{14}{11} \Rightarrow A = \frac{17}{11}$; $\boxed{A+B = \frac{31}{11}}$ Осталось показать.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

Код участника: М1 - 140

(заполняется организаторами)

Проверим для удовлетворения условия

(I) $\frac{70}{11} + \frac{61}{11} = 11$ V

(II) $\frac{68}{11} + \frac{42}{11} = 10$ V

(IV) $\frac{119}{11} + \frac{56}{11} < 18$ V

10 б.

Ответ: $A \in B = \frac{31}{11}$.

№3.

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$; $p(1) + |p(2)| + \dots + p(33) = ?$

Заметим, что для целых α и β $p(\alpha) + p(\beta) = 1$ при $\alpha + \beta = 34$

$p(\alpha) = \frac{3^\alpha}{3^\alpha + 3^{17}}$; $p(\beta) = \frac{3^\beta}{3^\beta + 3^{17}}$. (одно из них меньше 17, одно больше, значит можем сократить, оставив числитель и знаменатель целыми)

Пусть $\alpha > \beta \Rightarrow \beta < 17$; $\alpha > 17$.

$p(\alpha) = \frac{3^\alpha}{3^\alpha + 3^{17}}$; $p(\beta) = \frac{1}{1 + 3^{17-\beta}}$ Сократим на 3^{17} или 3^β

$p(\alpha) = \frac{3^{\alpha-17}}{3^{\alpha-17} + 1}$; $p(\beta) = \frac{1}{1 + 3^{17-\beta}}$. т.к. $\beta = 34 - \alpha$

получаем, что $p(\beta) = \frac{1}{1 + 3^{\alpha-17}} \Rightarrow p(\beta) + p(\alpha) = \frac{3^{\alpha-17} + 1}{1 + 3^{\alpha-17}} = 1$

Для целых α и β получим то же самое, но из-за того, что $(-3)^n$ будет отрицательным, ответ будет ?

Там можно распределить все числа, кроме 17.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: Ш1 - 4159
(заполняется организатором)

№8.

X, Y, Z. $X \neq Y \neq Z$ $X, Y, Z \in \{1, 2, \dots, 100\}$

Нам необходимо, чтобы в последовательности из 100 элементов наши заранее известные числа X, Y, Z. или шли второй подряд в любом порядке или два любых из них шли подряд, а третье любое находится произвольно.

^kC - кол-во способов выбрать k элементов из n не учитывая перестановки

1) 2 идут подряд, 3е произвольно.

$2 \cdot {}^2_3C \cdot 99 \cdot 98!$ ← способов расставить остальные числа

↑ выбранные 2 элемента можно поменять местами

способов выбрать начальную позицию из двух подряд идущих

Из 3х. выберем 2 любых.

Стоит учесть, что считая таким образом варианты с 3мя буквами подряд мы учли дважды

Например из 3х мы выбрали. X, Y, поставили ~~их~~ так

они идут подряд. $\underline{X}\,\underline{Y}\,\underline{Z}$. после них Z.

Этот способ мы также учли, если выберем YZ, сдвинем на 1 и перед ними поставим их. т.е. ~~всегда~~ можно получить ~~ту же позицию, забрав букву по бокам, сдвинув их на единицу влево~~ или право

$\underline{X}\,\underline{Y}\,\underline{Z}$

$\underline{X}\,\underline{Y}\,\underline{Z}$ т.е. 3 подряд идущих подсчитаны 2жды

⇒ их надо вычесть

2) 3 подряд:

$3! \cdot 98 \cdot 97!$ → способов расставить остальные

↑ способов их расставить

способов выбрать начальную позицию для тройки.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 - 140
(заполняется организатором)

⇒ Всего последовательностей, подходящих под условие,

$2\overset{2}{3}C \cdot 99 \cdot 98! - 3! \cdot 98 \cdot 97! = 3! \cdot 99! - 3! \cdot 98! =$

$= 3! \cdot 98! \cdot 98.$

Всего последовательностей $100!$ =)

$(100! - 3! \cdot 98! \cdot 98)$ – столько последовательностей, не попадает под условие

⇒ по принципу Дирихле необходимо выписать

$(100! - 3! \cdot 98! \cdot 98) + 1$ последовательность

чтобы со 100% вероятностью удовлетворить условие

$(100! - 3! \cdot 98! \cdot 98) + 1$ ~~$98!(100 \cdot 99$~~

$= 98!(99 \cdot 100 - 6) + 1 = 98!(9900 - 588) + 1 = 98! \cdot 9312 + 1$

Ответ: $98! \cdot 9312 + 1$.

не та задача решена

(-) 05

Дополнительный бланк №

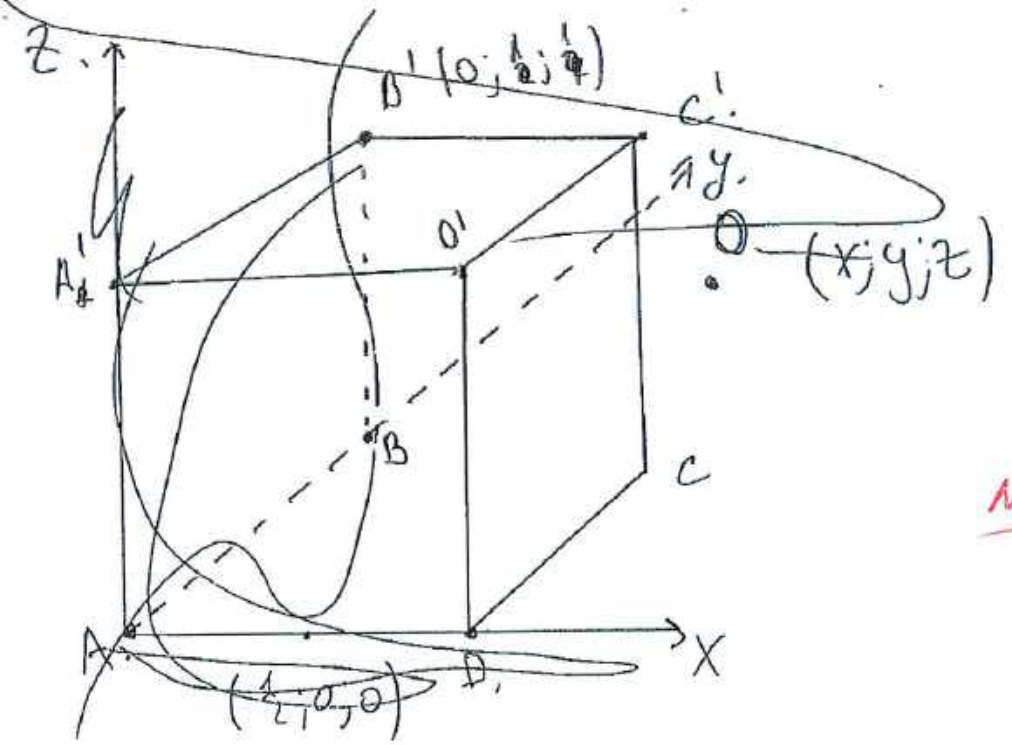
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-1110

(заполняется организатором)

~~№4.~~

~~Введем систему координат в точке A(0;0;0)~~
~~они будут параллельны ребрам куба.~~



№4 отс.

№7.

$f(x) = x^4 + 6x^2 + x$

условие касания: равны функции, равны производные.

$y = kx + c$ – касательная.

$$\begin{cases} x^4 + 6x^2 + x = kx + c \\ 4x^3 + 12x + 1 = k \quad | \cdot x \end{cases}$$

пусть $x \neq 0$, домножим второе на x (если $x = 0$, получим $0 = 0$, что ничего не дает)

$$\begin{cases} x^4 + 6x^2 + x = kx + c \\ 4x^4 + 12x^2 + x = kx \end{cases} \downarrow -$$

должна быть хорда x_1 и $x_2 \neq 0$, которые будут являться абсциссами точек касания)

$3x^4 + 6x^2 = -c$.

~~$3x^4 + 6x^2$~~

$3x^4 + 6x^2 + c = 0$.

Сделаем замену $x^2 = t > 0$, получим $3t^2 + 6t + c = 0$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МЦ-140
(заполняется организатором)

Надо, чтобы $t_1 > 0$; $t_2 < 0$. Тогда будет 2 точки, в которых и будет происходить касание

$t_1 \cdot t_2 < 0 \Rightarrow c < 0$.

$3t^2 + bt + c = 0$

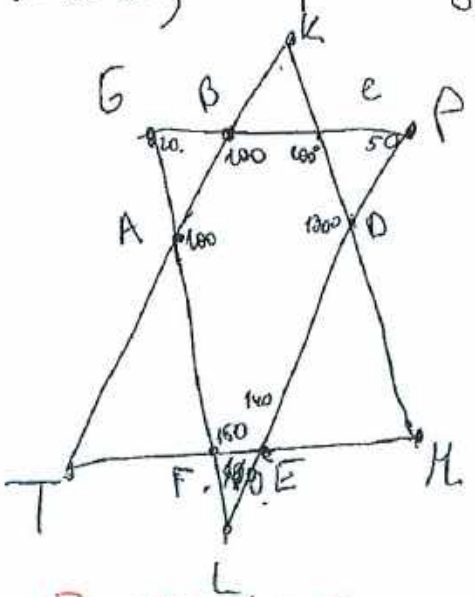
$D = b^2 - 12c$

$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-12c}}{6}$, где $c < 0$, или подходит только $\frac{-b+\sqrt{b^2-12c}}{6}$. Нет рез-тов.

$x = \pm\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-12c}}{6}}$ – точки касания.

При подстановке во второе выразим k через b и c.

При подстановке в первое получим соотношение на k и c, которые будут выражены через b.



№ 4.

в частности. $\angle A = \angle B = \angle C = 100°$; $\angle D = 130°$; $E = 140°$;

$F = 150°$.

$\angle AGL = 180° - (180° - 100°) = (180° - 100°) = 20°$.

$\angle CPD = 180° - (180 - 100°) - (180 - 130°) = 50°$

$\angle FLE = 180° - (180° - 100°) - (180° - 140°) = 110°$

углы первого 20°, 50°, 110°.

$\angle BKC = 180° - 80° - 80° = 20°$

$\angle DME = 180° - 50° - 40° = 90°$

$\angle FTA = 180° - 30° - 80° = 70°$

углы второго 20°; 90°; 70°

Только один случай рассмотрен!

Ответ: 20°, 50°, 110°; 20°, 90°; 70°

+ 0.

М11-195

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-195

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	[illegible]	10	Гуреенкова	10	10
2	Магомедов Р.М.	10	Сорвина С.В.	10	10
3	Марчева	12	Уланов	12	12
4	Овчинникова	0	Балашов	0	0
5	Кремер	4	Борисова	4	4
6	Орлова	3	Конюхов	3	3
7	Конюхов	0	Семенова	0	0
8	Клепцов	0	Шевцов	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-195

(заполняется организатором)

№3

при $n=1$ имеем $p(1)=\frac{9}{9+9^{50}}=\frac{9}{9(9^{49}+1)}=\frac{1}{9^{49}+1}$

при $n=99$ имеем $p(99)=\frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}}=\frac{9^{99}}{9^{50}(9^{49}+1)}=\frac{9^{49}}{9^{49}+1}$

Заметим, что $p(1)+p(99)=\frac{9^{49}+1}{9^{49}+1}=1$

Докажем, что:

$$\frac{9^n}{9^n+9^{50}}+\frac{9^{100-n}}{9^{100-n}+9^{50}}=\frac{9^n}{9^n(9^{50-n}+1)}+\frac{9^{100-n}}{9^{50}(9^{50-n}+1)}=$$

$$=\frac{1}{9^{50-n}+1}+\frac{9^{50-n}}{9^{50-n}+1}=\frac{9^{50-n}+1}{9^{50-n}+1}=1, \text{ ч.т.д.}$$

Тогда при $n\in\{1;2;3;\dots 99\}$ имеем $\frac{99-1}{2}=49$ пар вида $(n;100-n)$ сумма $p(n)+p(100-n)$ которых равна 1. Заметим, что при $n=50$ у $p(50)$ не существует такой пары, т. к. $100-50=50$, а $p(50)$ встречается в сумме $p(1)+p(2)\dots+p(99)$ единожды

$p(50)=\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}=\frac{9^{50}}{2\cdot 9^{50}}=\frac{1}{2}$, значит искомая сумма

$p(1)+p(2)\dots+p(99)=49+\frac{1}{2}=49,5$

Ответ: 49,5.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-195
(заполняется организатором)

№ 2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \quad (1) \\ 3A+4B \geq 11 \quad (2) \\ 5A+3B \geq 11 \quad (3) \end{cases}$$

(2) − (3): $-2A+B \geq 0 \Leftrightarrow B \geq 2A$, заметим, что для $\min(A+B)$ нер-во должно перейти в равенство $\Rightarrow$ $B=2A$, тогда ~~имеет~~ справедлива система:

~~$A+B \geq 11$~~

$$\begin{cases} 11A \geq 9 \\ 11A \geq 11 \\ 11A \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq \frac{9}{11} \\ A \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow A \geq 1,$$

аналогично с $B=2A$ заметим, что для минимизации суммы $A+B$ необходимо минимизировать $A \Rightarrow$ нер-во должно перейти в равенство и $\Rightarrow A=1$, тогда $B=2$ и $A+B=3$. Проверим пару $(1;2)$ на истинность системы ввиду неэквивалентного перехода (вычитание), имеем:

$$\begin{cases} 2+10 \geq 9 \\ 3+8 \geq 11 \\ 5+6 \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 \geq 9 \\ 11 \geq 11 \\ 11 \geq 11 \end{cases}$$, т.к. система справедлива, то решение $(1;2)$ существует и $\min(A+B)=3$

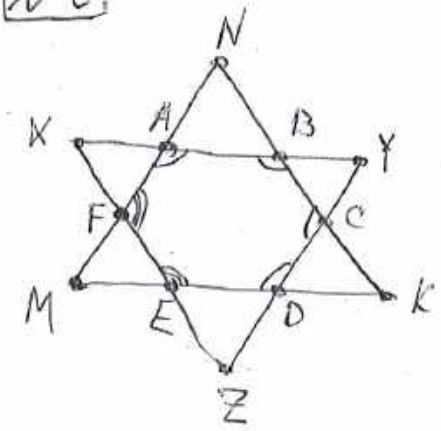
Ответ: 3. 10 б.

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-195
(заполняется организатором)

№6



Решение:

1) Пусть искомые Δ это ΔXYZ и ΔMNK

2) в ΔANB:

$\angle NAB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (как смежн. с $\angle A$)

$\angle NBA = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (как смежн. с $\angle B$)

$\Downarrow$

$\angle ANB = \angle MNK = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

3) в ΔXFA:

$\angle XAF = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (смежн. с $\angle A$)

$\angle XFA = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (смежн. с $\angle F$)

$\Rightarrow \angle AXF = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ = \angle YXZ$

4) в ΔFME:

$\angle MFE = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (смежн. с $\angle F$)

$\angle MEF = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (смежн. с $\angle E$)

$\Rightarrow \angle FME = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ = \angle NMK$

5) в ΔEZD:

$\angle ZED = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (смежн. с $\angle E$)

$\angle DZE = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ (смежн. с $\angle D$)

$\Rightarrow \angle EZD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ = \angle XZY$

6) в ΔCKD:

$\angle KCD = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\angle CDK = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle CKD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ = \angle NKM$

7) в ΔBYC:

$\angle YBC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\angle YCB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle BYC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ = \angle XYZ$

Итого, углы первого Δ = $(75^\circ; 55^\circ; 50^\circ)$, а второго $(50^\circ; 80^\circ; 50^\circ)$

Ответ: $(75^\circ; 55^\circ; 50^\circ)$; $(50^\circ; 80^\circ; 50^\circ)$

35

3

М11-381

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 два

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

№ 7 отсутствует

№ 6 отс

М11-381

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Бакалдин А.М.	0	Гурьянова И.Э.	0	0
2	Зайцев	2	Бодрина	2	2
3	Кремер	8	Борисова	8	8
4	Ахметова	0	Бакалдин	0	0
5	Кремер	2	Борисова	2	2
6	Окорокова	0	Сенаторов	0	0
7	Постникова	0	Лапшина	0	0
8	Шашков	0	Ахметшин	0	0
ИТОГО					12

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-381

№5

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$$

Возьмем от обеих частей tg

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\operatorname{tg}x$$

формула $\operatorname{tg}(x+y)$

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(3x-1)(x+2)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(x+3)(2x-1)}{(3x-1)(x+2)}}=\operatorname{tg}x$$

$$\operatorname{tg}x=\frac{(6x^2-5x+1)+(x^2+5x+6)}{(3x^2+5x-2)-(2x^2+5x-3)}=\frac{7x^2+7}{x^2+1}=\frac{7(x^2+1)}{x^2+1}=7$$

$\operatorname{tg}x=7$

Не все ответы содержат

$x=\operatorname{arctg}(7)+2\pi k;\ k\in Z$ т.к. arctg определен от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$

Ответ: $\operatorname{arctg}(7)+2\pi k$. (2)

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-381

№3 Пусть $p(n)=a_n$ (для удобства)

$a_n=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$ Найти: $a_1+a_2+\ldots+a_{33}$

$a_1=\frac{-3}{3+3^{17}}=-\frac{1}{1+3^{16}}$

$a_2=\frac{9}{9+3^{17}}=\frac{1}{1+3^{15}}$

$a_3=\frac{27}{27+3^{17}}=-\frac{1}{1+3^{14}}$

$\Rightarrow a_n=\frac{(-1)^n}{1+3^{17-n}}$

$a_{33}=\frac{-1}{1+3^{-16}}=-\frac{1}{\frac{1+3^{16}}{3^{16}}}=-\frac{3^{16}}{1+3^{16}}$

~~тогда~~ тогда:

$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{33}$:

$-\frac{1}{1+3^{16}}+\frac{1}{1+3^{15}}-\frac{1}{1+3^{14}}+\frac{1}{1+3^{13}}-\ldots\ldots+\frac{3^{15}}{1+3^{15}}-\frac{3^{16}}{1+3^{16}}$

Заметим что если складывать числа начиная с противоположных краёв то они будут иметь вид:

Например: $a_1+a_{33}:-\frac{1}{1+3^{16}}-\frac{3^{16}}{1+3^{16}}=\frac{-(1+3^{16})}{1+3^{16}}=-1$

$a_2+a_{32}=1$

$a_3+a_{31}=-1$

Не доказано, что при любом n

Четные пары будут ничего желаться с нечётными.

17-й член останется без пары и он будет иметь вид: $\frac{-1}{1+3^0}=-\frac{1}{2}$

т.е. $p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(33)=-\frac{1}{2}$

8

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-381

№2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & ① \\ 4A+3B \le 10 & ② \\ 7A+4B \le 18 & ③ \end{cases}$$

сложим 1-е и 2-е уравнения

$$\begin{cases} 7A+8B \le 21 & (1') \\ 7A+4B \le 18 & ③ \end{cases}$$

Вычтем из 1', 3 уравнение

$4B \le 3$

$B \le \frac{3}{4}$ (возьмем $B = \frac{3}{4}$ т.к. это максимальное значение)

$7A + 8 \cdot \frac{3}{4} \le 21$

$A \le \frac{15}{7}$

$A+B = \frac{15}{7} + \frac{3}{4} = \frac{81}{28}$

Ответ: $\frac{81}{28}$

ответ неверный не обоснование максимум-то 2 балла

№5 (0)

№1

Не говорят по английски

$y = 100\%$

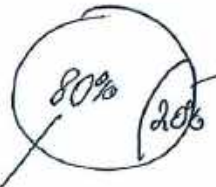


говорят по французски

не говорят по французски

Не говорят по французски

$x = 100\%$



говорят по английски

не говорят по английски

$\frac{0,96y + x}{0,2x + y}$

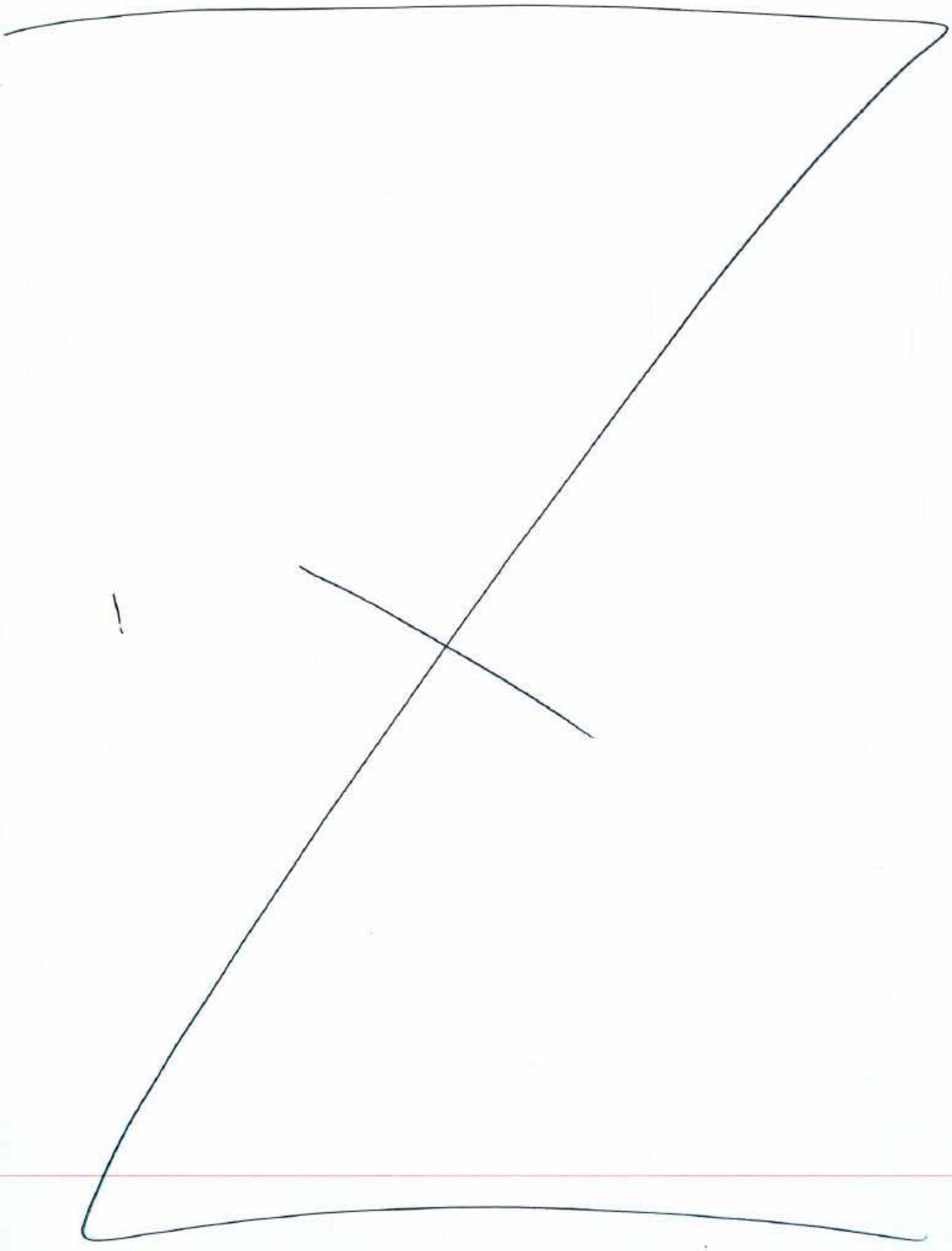
$\frac{0,2x}{0,04y} = \frac{5x}{y}$

№8 нет

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

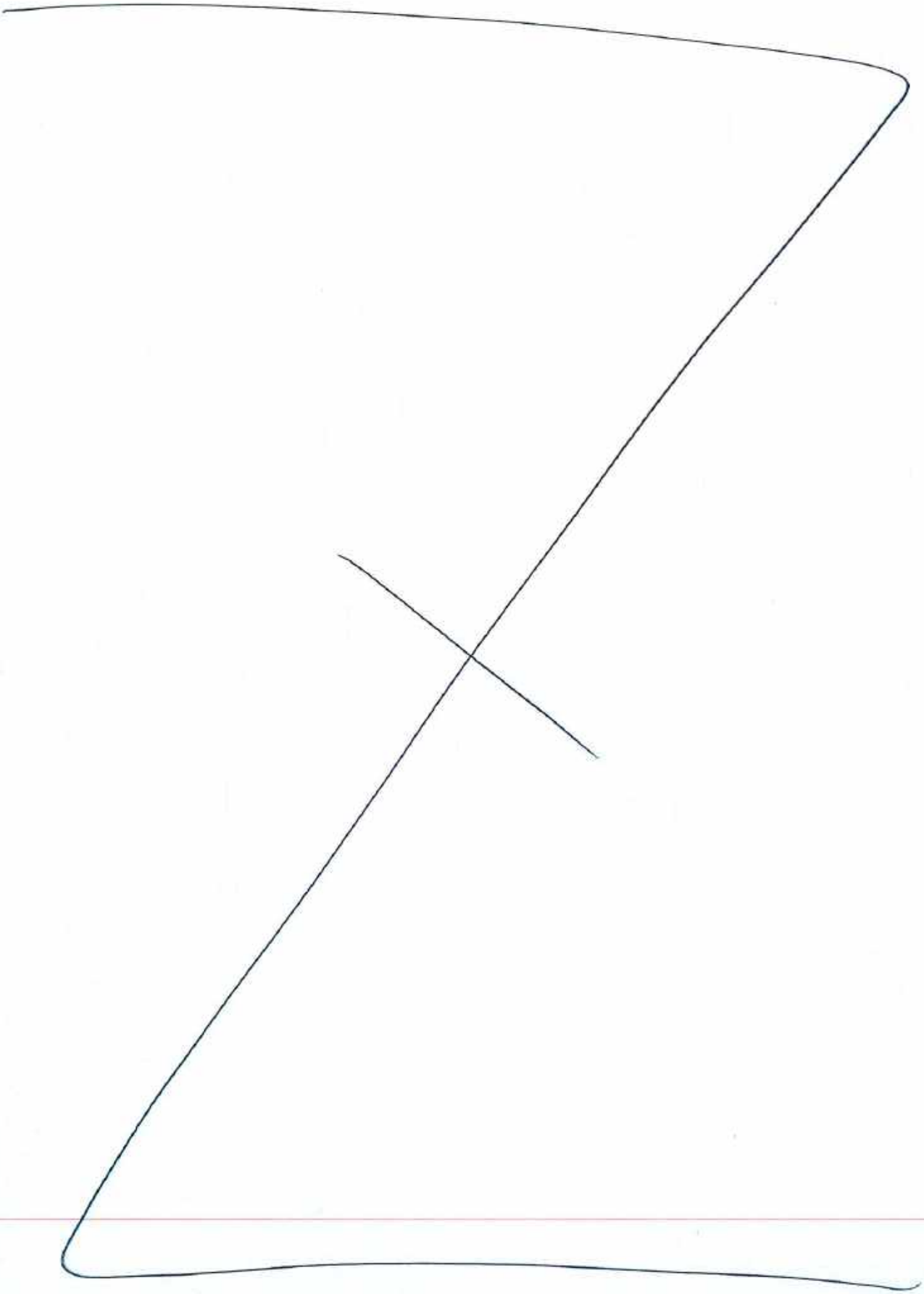
Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 381



Бланк ответа №5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором) М11 - 381



М11-644

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-644

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Апельцева	10	Гурьянова	10	10
2	Маломуд	2	Савина	2	2
3	Кремер	12	Я	12	12
4	Дубинкина	0	Иванова	0	0
5	Кремер	12	Я	12	12
6	Окнова	3	Степанян	3	3
7	Конкова	0	Степанян	0	0
8	Я	0	Цаплин	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-644

Задание 2.

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$$

$A+B=X$.

$$\begin{cases} 3X+2B \le 11 \\ 3X+A \le 10 \\ 4X+3A \le 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X-3B \le -1 \\ 4X+3A \le 18 \end{cases}$$

оценка.

$A+B \le \frac{19}{6}$

$A+B=\frac{19}{6}$ $\quad B=\frac{19}{6}-A$.

$3A+6\cdot\frac{19}{6}-5A \le 11$

$$\begin{cases} B \le (11-\frac{19}{2})\frac{1}{2} \\ B \ge \frac{4\cdot 19}{6}-10. \end{cases}$$

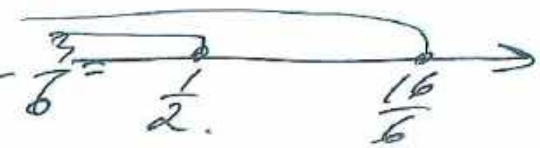
$$\begin{cases} 3\cdot X+2B \le 11 \\ 3\cdot X+A \le 10. \\ 4\cdot X+3A \le 18 \end{cases}$$

$2B \le 11-\frac{19\cdot 3}{6}=11-\frac{19}{2}=\frac{3}{2} \Rightarrow B \le \frac{3}{4}$.

$A \le 10-\frac{19\cdot 3}{6}=\frac{60-57}{6}=\frac{1}{2}$

$A \le (18-\frac{19\cdot 4}{6})\cdot\frac{1}{3}=\frac{108-76}{6\cdot 3}=\frac{32}{6\cdot 3}=\frac{16}{6}$.

$A=\frac{1}{2} \Rightarrow B=\frac{19}{6}-\frac{3}{6}=\frac{16}{6}$.



MAX $(A+B)$ – ?

$$\begin{cases} 3(A+B)+2B \le 11 \\ 3(A+B)+A \le 10 \\ 4(A+B)+3A \le 18 \end{cases}$$

$4A+3B=4(A+B)-B \le 10$.

$$\begin{cases} 3X+2B \le 11 \\ 4X-B \le 10 \\ 4X+3A \le 18 \end{cases}$$

$3X+3A+3B \le 19$.

$6X \le 19$.

$X \le \frac{19}{6}$.

$X=\frac{19}{6}$.

$$\begin{cases} 3X+2B \le 11 \\ 4X-B \le 10 \\ 4X+3A \le 18 \end{cases}$$

$B \le \frac{3}{4}\cdot\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$.

$B \ge \frac{16}{6}=\frac{8}{3}$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-644

Задание 3.

$p_n = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$ (?) $\Sigma = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_{33} - ?$

1) Утв. Докажем, что $p_n + p_{34-n} = (-1)^n$

Д

$p_n + p_{34-n} =$ $\quad p_n = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}}$.

$= \frac{(-1)^n}{1+3^{17-n}} + \frac{(-1)^{34-n}}{1+3^{17-34+n}} = \frac{(-1)^n}{1+3^{17-n}} + \frac{(-1)^{34-n}}{1+3^{n-17}} =$

$= (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{1+3^{17-n}} + \frac{1}{1+\frac{1}{3^{17-n}}} \right) =$

$= (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{1+3^{17-n}} + \frac{3^{17-n}}{3^{17-n}+1} \right) =$

$= (-1)^n \cdot \left(\frac{3^{17-n}+1}{3^{17-n}+1} \right) = (-1)^n$ ■

2) Таким образом,

$p_1 + p_{33} = -1$.

$p_2 + p_{32} = 1$

$p_3 + p_{31} = -1$.

$p_4 + p_{30} = 1$

$p_{15} + p_{19} = -1$

$p_{16} + p_{18} = 1$.

$p_{17} = p_{17}$.

$\Sigma = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots + p_{17}$

$= 0 + p_{17}$.

$p_{17} = \frac{(-1)^{17}}{1+3^0} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$.

$\Sigma = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$. (12)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ММ-644

Задание 5.

$$\operatorname{arcctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{arcctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)=x.$$

$$\begin{cases}\operatorname{arcctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)=\alpha.\\ \operatorname{arcctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)=\beta\\ \alpha+\beta=x\end{cases}$$

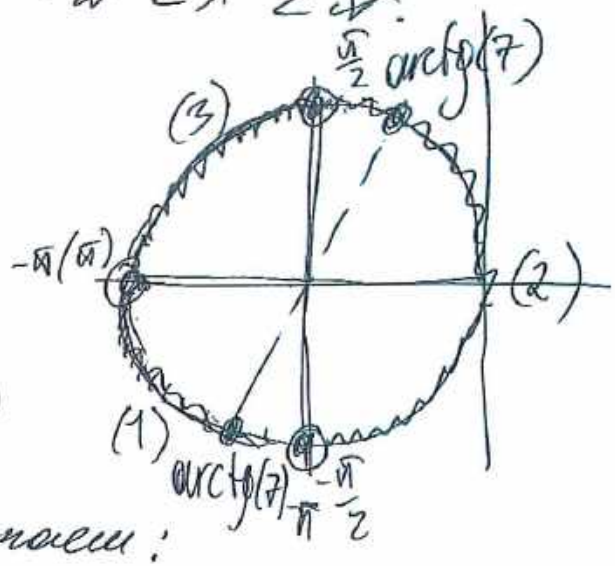
$x \neq -2;\ \frac{1}{3}$

$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2}<\beta<\frac{\pi}{2}.$

$-\pi<\alpha+\beta<\pi.$

$-\pi<x<\pi.$



1) $x\in\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\operatorname{tg}(x)$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}=\operatorname{tg}(x)$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\operatorname{tg}(x)$$

Волошкой ан. преобр., получаем:

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1}=\operatorname{tg}(x)\Rightarrow\begin{cases}\operatorname{tg}(x)=7.\\ -\pi<x<-\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$x=\operatorname{arcctg}(7)-\pi$

2) $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$; $\begin{cases}\operatorname{tg}(x)=7\\ -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow x=\operatorname{arcctg}(7).$

3) $x\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$; $\begin{cases}\operatorname{tg}(x)=7\\ \frac{\pi}{2}<x<\pi\end{cases}\Rightarrow$ ~~x~~ решений нет.

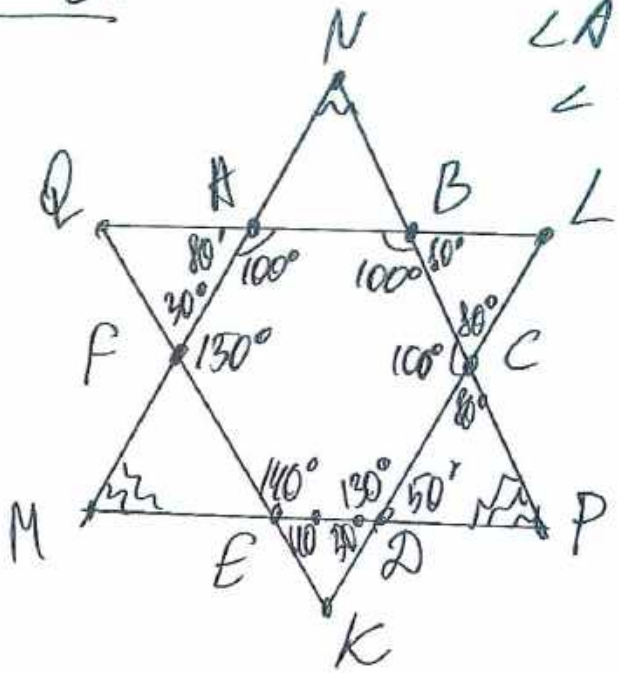
Ответ: $x=\operatorname{arcctg}(7);\ \operatorname{arcctg}(7)-\pi$. (15)

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-644

Задание 6.



$\angle A = \angle B = \angle C = 100°$

$\angle D = 130°$

$\angle E = 140°$

$\angle F = 150°$

1) $\angle MNP = 180° - \angle NAB - \angle ABN =$
$= 180° - 160° = 20°$

2) $\angle NMP = 180° - \angle MFE - \angle FEM =$
$= 180° - \cancel{90°} = 70° = 110°.$

3) $\angle NPM = 180° - \angle DCP - \angle PDC =$
$= 180° - 130° = 50°.$

~~Ответ: 20°, 110°, 50°.~~

4) $\angle QLK = 180° - \angle LBC - \angle BCL = 20°.$

5) $\angle AQF = 180° - \angle QEA - \angle QAF = 70°$

6) $\angle FKD = 180° - \angle KED - \angle KDE = 180° - 90° =$
$= 90°.$

Ответ: $\triangle MNP$: 20°; 50°; 110°.
$\triangle KQL$: 20°; 70°; 90°.

Г 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-644

Задание 1

Рассмотрим случаи пустого и непустого пересечения множеств А и Ф, где

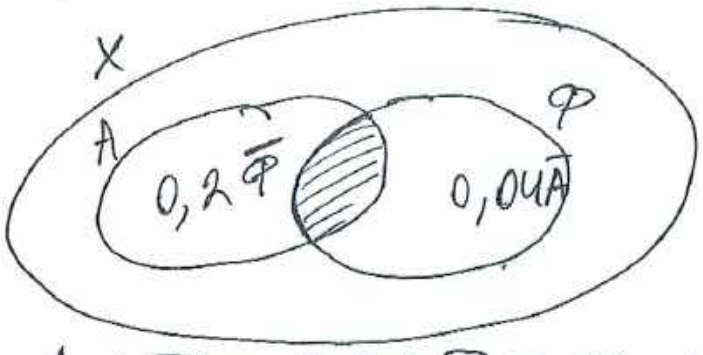
А – говорят по ан.
Ф – говорят по фр.
$\bar{А}$ – не говорят по ан.
$\bar{Ф}$ – не говорят по фр.

X – общее кол-во людей.

$А + \bar{А} = X$

$Ф + \bar{Ф} = X.$

1) $\boxed{А \cdot Ф \neq 0}$



$$\begin{cases} А \cdot Ф = А - 0{,}2\bar{Ф} \\ А \cdot Ф = Ф - 0{,}04\bar{А} \end{cases}$$

$А - 0{,}2\bar{Ф} = Ф - 0{,}04\bar{А}$

$А + 0{,}04\bar{А} = Ф + 0{,}2\bar{Ф}$

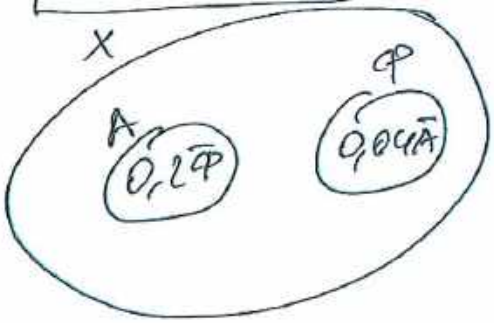
$А + \bar{А} + 0{,}96\bar{А} = Ф + \bar{Ф} - 0{,}8\bar{Ф}$

$X - 0{,}96\bar{А} = X - 0{,}8\bar{Ф}$

$0{,}96\bar{А} = 0{,}8\bar{Ф}$

$$\frac{\bar{Ф}}{\bar{А}} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{100} \cdot \frac{10}{8} = 1{,}2.$$

2) $\boxed{А \cdot Ф = 0}$



$$А + \bar{А} = X \Rightarrow \begin{cases} 0{,}2\bar{Ф} + \bar{А} = X \\ 0{,}04\bar{А} + \bar{Ф} = X \end{cases}$$

$Ф + \bar{Ф} = X$

$0{,}2\bar{Ф} - \bar{Ф} + \bar{А} - 0{,}04\bar{А} = 0$

$0{,}8\bar{Ф} = 0{,}96\bar{А}$

$$\frac{\bar{Ф}}{\bar{А}} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = 1{,}2.$$

Ответ: 1,2.

+ (10б)

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-644

Задание 2 (продолжение)

$A = \frac{1}{2} \Rightarrow B = \frac{16}{6}$.

$\frac{3}{2} + \frac{3 \cdot 19}{6 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 16}{6 \cdot 3} = \frac{19}{2} + \frac{16}{3} = \frac{57+32}{6} = \frac{89}{6} > 11$. → оценка $A+B \le \frac{19}{6}$ не достижима

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$ $A+B=x$. $\begin{cases} 3x+2B \le 11 \\ 4x-B \le 10 \\ 7x-3B \le 18 \end{cases}$ $2x+2A+B \le 10$

В/Р

$A < 4$. $\begin{cases} 5x+2A+3B \le 21 \\ 7x-3B \le 18 \end{cases}$

$B < 3$.

28, нет ответа.

Задание 7.

Прямая касается графика в 2-х точках.

$y = kx_1 + a$ $f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$y = kx_2 + a$. $k = f'(x_1) = f'(x_2)$.

$\Leftrightarrow$ $f(x) = y$ имеет 2 реш.

$f'(x) =$

$\begin{cases} f(x) = kx + a \\ f'(x_1) = f'(x_2) \end{cases}$ 2 реш. x_1 и x_2. 0

№ 4 – нет.

№ 8 нет

М11-457

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-457

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалетдин	10	Гурьянова	10	10
2	Гордеева	2	Зинчикова	2	2
3	Кремер	8	Иванова	12	12
4	Магомедов	0	Иванова	0	0
5	Кремер	12	Литагина	12	12
6	Гордеева	3	Осечкова	3	3
7	Литагина	0	Степанян	0	0
8	Ткаченко	0	Шарков	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 411-457

Задание №1

x - людей, не говорящих по-английски

y - людей, не говорящих по-французски

$\frac{4x}{100}$ - говорят по-французски

$\frac{20y}{100}$ - говорят по-английски

$$\begin{cases} \frac{4x}{100} + y = 1 \mid 100 \\ \frac{20y}{100} + x = 1 \mid 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 100y = 100 \mid (-1) \\ 20x + 100x = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 100y = -100 \\ 20x + 100x = 100 \end{cases} = \begin{cases} -80y + 96x = 0 \ (1) \\ 20y + 100x = 100. \end{cases}$$

(1) $80y = 96x$

$\frac{y}{x} = 1{,}2$

Ответ: Число людей, не говорящих по-французски, в 1,2 раза больше числа людей не говорящих по-английски (+) 10 б

Задание №2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \ (1) \\ 4A + 3B \le 10 \ (2) \\ 7A + 4B \le 18 \ (3) \end{cases}$$

1) (1)+(2) Т.к. $3A + 5B$ принимать значения от $-\infty$ до 11, а $4A + 3B$ от $-\infty$ до 10, то $3A + 4A + 5B + 3B$ - от $-\infty$ до 21

Т.е $7A + 8B \le 21$

2) (1)+(3) Аналогично, $3A + 7A + 5B + 4B \le 11 + 18$

$10A + 9B \le 29$

3) 1) + 2) $7A + 10A + 8B + 9B \le 29 + 21$

$17A + 17B \le 50$

$-\frac{(+3)^{17}}{3^{17} + 3^{17}}$

$-\frac{1}{2}$

Бланк ответа № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 2111-457

№2 (программный)

$17(A+B) \le 50 \mid \cdot 17 > 0$

$A+B \le \frac{50}{17}$

точная оценка $A+B \le \frac{51}{11}$ 25

Т.е. $A+B \in (-\infty, \frac{50}{17}]$ => наибольшее $A+B = \frac{50}{17}$

Ответ: $\frac{50}{17}$ ответ неверный

№3 $p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(16)+p(17)+p(18)+\ldots+p(31)+p(32)+p(33) =$

$= \frac{-3}{3 \cdot 3^{1+16}} + \frac{(-3)^2}{3^2+3^{2+15}} + \frac{(-3)^3}{3^3+3^{3+14}} + \ldots + \frac{(-3)^{16}}{3^{16}+3^{16+1}} + \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} + \frac{(-3)^{18}}{3^{17+1}+3^{17}} + \ldots +$

$+ \frac{-(3)^{31}}{3^{16 \cdot 14}+3^{17}} + \frac{(-3)^{32}}{3^{17+15}+3^{17}} + \frac{-(3)^{33}}{3^{17+16}+3^{17}} = -\frac{1}{1+3^{16}} + \frac{1}{1+3^{15}} - \frac{1}{1+3^{14}} + \ldots +$

$+ \frac{1}{1+3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{3+1} + \ldots - \frac{3^{14}}{3^{14}+1} + \frac{3^{15}}{3^{15}+1} - \frac{3^{16}}{3^{16}+1} =$

$= -\frac{3^{16}}{3^{16}+1} - \frac{1}{3^{16}+1} + \frac{3^{15}}{3^{15}+1} + \frac{1}{3^{15}+1} - \frac{1}{1+3^{14}} - \frac{3^{14}}{1+3^{14}} + \frac{1}{1+3} + \frac{3}{1+3} - \frac{1}{2} =$

$= -\frac{3^{16}+1}{3^{16}+1} + \frac{3^{15}+1}{3^{15}+1} - \frac{3^{14}+1}{3^{14}+1} + \frac{3+1}{3+1} - \frac{1}{2} = -1+1-1+1-\frac{1}{2} =$

$= -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$

Надо показать для любого n (чет) и n (нечет)

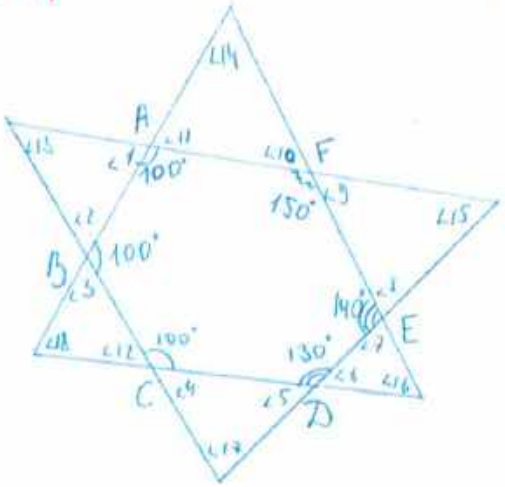
(8) Математическая школа: с одним с плюсом, с другим с минусом

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№6 Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = 100°$, $\angle E = 140°$, $\angle F = 150°$, $\angle D = 130°$

Найти: угол $\triangle$-ов

Решение:



$\alpha + \beta = 180°$

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ц 11-457

№6 (продолжение)

Найдем углы треугольника от 1 до 18 (как показано на рисунке на бланке ответа №2)

$\angle 1 + \angle BAF = 180^\circ \Rightarrow \angle 1 = 80^\circ$

Аналогично: $\angle 2 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\angle 3 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\angle 12 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\angle 4 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\angle 5 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle 6 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle 7 = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

$\angle 8 = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

$\angle 9 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\angle 10 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\angle 11 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

Сумма углов в треугольнике равна 180°

Следовательно, $\angle 11 + \angle 10 + \angle 14 = 180^\circ \Rightarrow \angle 14 = 180^\circ - \angle 11 - \angle 10 = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$

$\angle 13 + \angle 1 + \angle 7 = 180^\circ \Rightarrow \angle 18 = 180^\circ - \angle 1 - \angle 7 = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = \underline{20^\circ}$

$\angle 18 + \angle 3 + \angle 12 = 180^\circ \Rightarrow \angle 18 = 180^\circ - \angle 12 - \angle 3 = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = \underline{20^\circ}$

$\angle 17 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \Rightarrow \angle 17 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = \underline{50^\circ}$

$\angle 16 + \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ \Rightarrow \angle 16 = 180^\circ - \angle 6 - \angle 7 = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = \underline{90^\circ}$

$\angle 15 + \angle 8 + \angle 9 = 180^\circ \Rightarrow \angle 15 = 180^\circ - \angle 8 - \angle 9 = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = \underline{110^\circ}$

Углы номер 13, 14, 15, 16, 17, 18 являются углами пересекающихся треугольников (т.е. исконными)

1 вер реш – 3!

Ответ: $70^\circ, 90^\circ, 70^\circ, 20^\circ, 50^\circ, 110^\circ$

(углы А-ка) (в других треугольниках)

№5

~~arctg arctg x~~ $\arctg x + \arctg y = \begin{cases} \arctg \frac{x+y}{1-xy}, & xy < 1 \\ \pi + \arctg \frac{x+y}{1-xy}, & xy > 1, x > 0 \\ -\pi + \arctg \frac{x+y}{1-xy}, & xy > 1, x < 0 \end{cases}$

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-457

№5 (продолжение)

1. Сначала посчитаем $\frac{x+y}{1-xy}$ (из формулы), подставив соответствующие значения из задачи:

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(3x-1)(x+2)}} = \frac{\frac{(3x-1)(2x-1)+(x+2)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(3x-1)(x+2)-(2x-1)(x+3)}{(3x-1)(x+2)}} = \frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+3x+2x+6}{3x^2+6x-x-2-(2x^2+6x-x-3)} =$$

$$= \frac{7x^2+7}{3x^2+5x-2-2x^2-5x+3} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7$$

2. Посчитаем $xy<1$ (из формулы), подставив соответствующие значения из задачи.

$$\frac{(2x-1)}{(x+2)}\cdot\frac{(x+3)}{(3x-1)} < 1$$

$$\frac{2x^2+6x-x-3}{3x^2-x+6x-2} - 1 < 0$$

$$\frac{2x^2+5x-3}{3x^2+5x-2} - 1 < 0$$

$$\frac{2x^2+5x-3-3x^2-5x+2}{3x^2+5x-2} < 0$$

$$\frac{-x^2-1}{3x^2+5x-1} < 0$$

$$\frac{x^2+1}{3x^2+5x-2} > 0$$

$x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+1 \geq 1$, т.е. $x^2>0$

$\Rightarrow 3x^2+5x-2>0$

$3x^2+5x-1=0$

$D = 25+4\cdot3\cdot1 = 49$

$x_{1,2} = \frac{-5\pm\sqrt{49}}{6} = -2;\ \frac{1}{3}$



Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 11-457

№5 (продолжение)

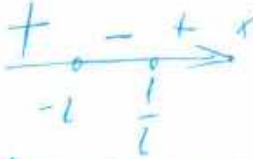
$xy < 1$ (из формулы) (т.е. $\frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1} < 1$ | при $x \in (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$)

Значит. $xy > 1$ (из формулы) при $x \in (-2; \frac{1}{3})$

3. Найдем, когда $x > 0$ и $x < 0$ (из формулы, т.е $\frac{2x-1}{x+2} > 0$ и $\frac{2x-1}{x+2} < 0$)

Нули: $x_1 = \frac{1}{2}$

$x = -2$



$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+2} > 0 \\ x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{2}; +\infty) \\ x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$

$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+2} < 0 \\ x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-2; \frac{1}{2}) \\ x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow x \in (-2; \frac{1}{3})$

№8 нет

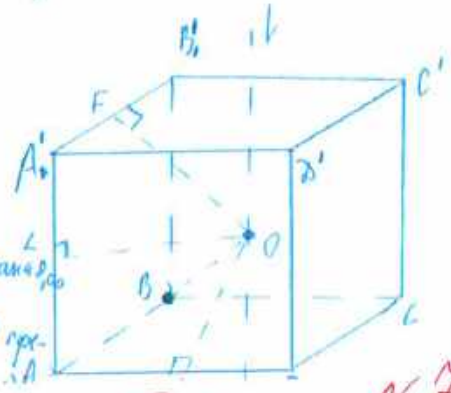
Значит $\operatorname{arctg} \frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg} \frac{x+3}{3x-1} = \begin{cases} \operatorname{arctg}(7), x \in (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty) \\ -\pi + \operatorname{arctg}(7), x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases}$

Тогда $x = \begin{cases} \operatorname{arctg}(7), x \in (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty) \\ -\pi + \operatorname{arctg}(7), x \in (-2; \frac{1}{3}) \end{cases}$

(12)

Ответ: $x = \begin{cases} \operatorname{arctg}(7) \\ -\pi + \operatorname{arctg}(7) \end{cases}$

№4 Решение: пусть l прямая $\perp$ сеч-ям (KBL) и $(A'B'C')$, также $\exists$ сф-ра $\in l$. Тогда пусть K, L, F точки как-л пересечения сф-ры и прямых $\Rightarrow$ $l \perp AA'$ ...



Нет решения 0 б.

№7 нет

М11-636

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МИ-636
(заполняется организатором)

Задание 1

Пусть x - кол-во студентов, занимающихся очно, а y - количество студентов, которые обучаются дистанционно.

Очно	Дист.
$X = 0,6y + z$, где z - количество студентов из очной Ф. О.	$y = 0,5x + t$, где t - количество студентов, которые обучающихся только дистанц. обучение.

Очевидно, что количество участников обучающихся на двух формах обучение одно., а значит.

$0,6y = 0,5x$

$0,6(0,5x+t) = 0,5x$

$0,3x + 0,6t = 0,5x$

$0,6t = 0,2x$

$\boxed{3t = x}$

отсюда

$3t = 0,6(0,5 \cdot 3t + t) + z$

$3t = 0,6(2,5t) + z$

$3t = 1,5t + z$

$\boxed{z = 1,5t}$, теперь посчитаем „общих студентов",

$0,5 \cdot 3 = \boxed{1,5t}$,

Найдём отношение, требуемое в задаче.

$\frac{1,5t}{t + 1,5t + 1,5t} = \frac{1,5t}{4t} = \frac{3}{8}$

ответ: $\frac{3}{8}$. +10б.

М11-636

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Александров	10	Гурьянова	10	10
2	Гайнанова	2	Гоздева	2	2
3	Александрович	8	Горисова	8	8
4	Аминова	0	Киселева	0	0
5	Кремер	12	Горисова	12	12
6	Гуляева	3	Олехова	3	3
7	Комиссаров	0	Степанец	0	0
8		0	Шацков	0	0
ИТОГО					35

Бланк ответа № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-636
(заполняется организатором)

№2.

$$\begin{cases} 5A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

② − ①

Вычтем из второго неравенства первое

① $3A+4B-5A+3B \geq 0$

$-2A+B \geq 0$

$B \geq 2A$. Очевидно что $B \geq 2A$, сумма $A+B$ будет принимать наименьшее значение при

$\boxed{B=2A}$.

подставим найденное равенство во второе неравенство.

$3A+8A \geq 11$

$11A \geq 11$

$A \geq 1$, следовательно, чтобы получить наименьшее A, надо взять именно $A=1$.

Требовалось найти $A+B$, $1+2=3$.

Ответ: 3.

недоказана минимальность найденного решения.
2

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-636
(заполняется организатором)

№3

$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}} = 1 - \frac{g^{50}}{g^n + g^{50}}$

$p(1) = \frac{g}{g + g^{50}} = \frac{1}{1 + g^{49}}$

$p^2 = \frac{g^1}{g^1 + g^{50}} = \frac{1}{1 + g^{49}}$

К ...

$p^{49} = \frac{g^{49}}{g^{49} + g^{50}} = \frac{1}{1+g}$

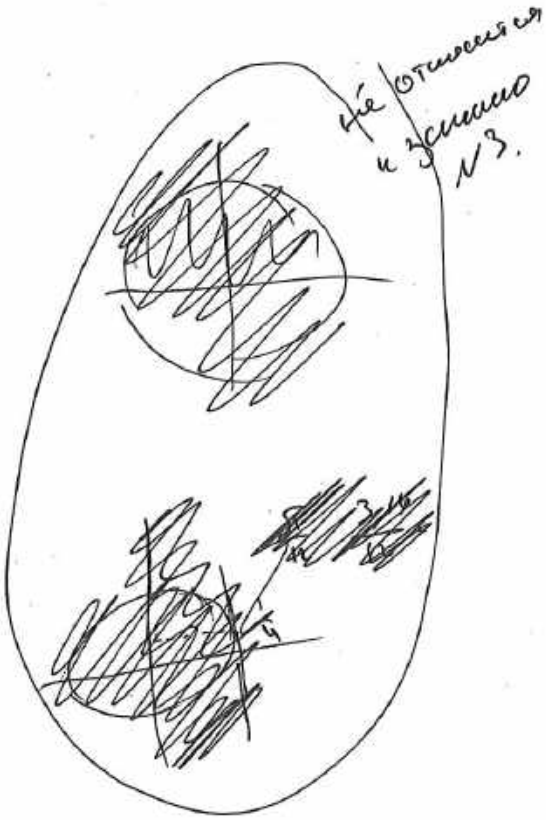
$p^{50} = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \frac{1}{2}$

$p^{51} = \frac{g^{51}}{g^{51} + g^{50}} = \frac{g}{1+g}$

$p^{52} = \frac{g^{52}}{g^{52} + g^{50}} = \frac{g^2}{1+g^2}$

...

$p^{99} = \frac{g^{99}}{g^{99} + g^{50}} = \frac{g^{49}}{1+g^{49}}$



Теперь складываем.

$(p(99) + p(1)) + (p(98) + p(2)) + \ldots\ldots + p(51) + p(49)$.

при суммировании все дроби примут вид $\frac{g^{x+1}}{1+g^x}$, а это ровно 1. Всего получилось ровно 49 пар с суммой равной единице. Плюс $p^{50} = \frac{1}{2}$. => Сумма $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$

$49 + \frac{1}{2} = 49,5$

Ответ: 49,5. +

не доказано в общем виде, что $p(n) + p(100-n) = 1$ для любого n

---

№5

$\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = \pi$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\beta\cdot\sin\beta}{\sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha} : \frac{\sin\alpha\cdot\sin\beta}{\sin\alpha\cdot\sin\beta} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$

~~Ограничения: нет~~

$\begin{cases} 3x \neq 5 \\ x \neq -1 \end{cases}$

$x = \frac{8}{3}$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-636
(заполняется организатором)

Возьмём тангенс от обоих частей уравнения, как следствие равенства.

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\operatorname{tg}x$$

Преобразуем.

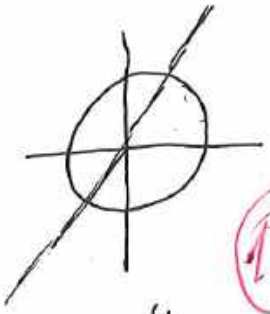
$$\frac{5x^2-5x+3x-3-(3x^2+3x-5x-5)}{3x^2+3x-5x-5}=\frac{2x^2+2}{3x^2-7x-5}$$

$$\frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)}=\frac{5x^2+5x+3x+3+3x^2-5x-3x+5}{3x^2+3x-5x-5}=$$

$$=\frac{8x^2+8}{3x^2-7x-5}$$

$$\frac{2(x^2+1)}{3x^2-2x-5}\cdot\frac{3x^2-2x-5}{8(x^2+1)}=\operatorname{ctg}x$$

$$\operatorname{ctg}x=\frac{1}{4}$$



12

4

Функция котангенса определена и принимает это значение дважды на $(0;2\pi)$. $\Rightarrow$ подходят $x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$ и $x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-636
(заполняется организатором)

№ 7.

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

Касание в двух точках означает совпадение производных в двух точках графика функции., т.е.

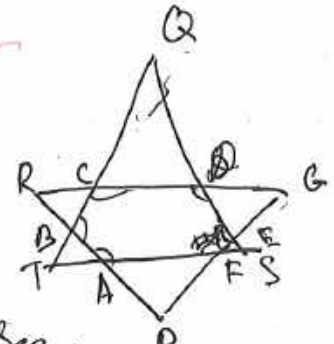
$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1 \equiv b$ ← должна иметь строго 2 решения.

$4ax^3 + 2x + 1 - b = 0$ (уравнение третьей степени)

в тесте имеет 3 корня; а значит для того чтобы получилось только 2, 2 наших-то корня должны совпасть, и произошло на последней цифре.

$4ax^3 + 2x + 1 - b = 0$, такой многочлен имеет целые и дробные делиться на любую вида $(x-c)^2$, воспользуемся методом опр. коэф. Чтоб уголок на x^2+1, которое делится, чтобы многочлен стал квадратным, получаем $2ax^2$ и остаток: $2x(1-a) + 1 - b$. Свободный член не может быть равен отрицательным $\Rightarrow b=0, a=0$

Задание 6.



$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ$

$\angle E = 120^\circ$

$\angle F = 140^\circ$

Все углы являются внешними углами треугольников RBC, QCD, DGE, ESF, FPA, ATB.

Найдем / Назовём стороны образовавшегося шестиугольника основаниями шести вышеперечисленных треугольников, тогда нам нужно найти $\angle T$, $\angle P$, $\angle S$, $\angle G$, $\angle Q$, $\angle R$, величины некоторых этих оснований.

$\angle T = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) - (180^\circ - 115^\circ) = 50^\circ$

$\angle P = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) - (180^\circ - 140^\circ) = 75^\circ$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-636

(заполняется организатором)

$\angle S = 180° - (180° - 120°) - (180° - 140°) = 80°$

$\angle G = 180° - (180° - 120°) - (180° - 115°) = 55°$

$\angle Q = 180° - (180° - 115°) - (180° - 115°) = 50°$

$\angle R = 180° - (180° - 115°) - (180° - 115°) = 50°$

Итак, углы треугольника $\triangle QTS$ равны $50°, 50°, 80°$.

1 вариант решил - 3 б.

Углы треугольника $\triangle PRG$ равны $75°, 50°, 55°$.

Задача №8 продолжение.

Записываем все 100 чисел в первый ряд, после чего задаём вопрос: «Ч нолей у всех?». Те числа, которые оказались больше чем наименьшее в последовательности, зачеркиваем. Так поступаем до тех пор, пока не останутся числа, равные наименьшему.

График функции $4ax^3 + 2x + 1 - b = 0$ будет иметь два решения, если $D = 4 - 4 \cdot 4a(1-b) = 0$

$1 = 4a(1-b)$

$1 = 4a - 4ab$

$4a - 4ab - 1 = 0$

$4(a - ab) = 1$

$x = \frac{1}{4(a-ab)}$

№8 не

М11714

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М-11 7141

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Кононенко	10	Герасимова	10	10
2	Сивцева С.В.	10	Мамонтов Р.М.	10	10
3	Маркова	12	Уласова	12	12
4	Баишев	0	Гнем	0	0
5	Борисова	4	Кремер	4	4
6	Олехова	3	Кошкин	3	3
7	Постникова	0	Линник	0	0
8	Сургина	0	Угрюмов	0	0
ИТОГО					39

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11714

№1. Пусть m - студенты, занимающиеся очно

n - студенты, занимающиеся дистанционно

Есть те, кто занимаются и очно и дистанционно. Таких $0,5m$ или $0,6n$ $\Rightarrow 0,5m = 0,6n \Rightarrow n = \frac{0,5m}{0,6} = \frac{5m}{6}$

Занимающихся только очно $0,5m$ $\Rightarrow$ часть студентов, занимающихся только очно: $\frac{0,5m}{m + 0,4n}$ (где $0,4n$ - студенты, занимающиеся только дистанционно) $= \frac{0,5m}{m + 0,4 \cdot \frac{5}{6}m} = \frac{0,5m}{m\left(1 + 0,4 \cdot \frac{5}{6}\right)} =$

$= \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$

+10

№2. $\begin{cases} A + 5B \geq 9 \ (1) \\ 3A + 4B \geq 11 \ (2) \\ 5A + 3B \geq 11 \ (3) \end{cases}$ $(1)+(2) = 4A + 9B \geq 20$

$(3)-(2) = 2A - B \geq 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow (3)+(1)+(2) = 9A + 12B \geq 31 \Rightarrow (3)+(1)+(2)+((3)-(2)) = 11A + 11B \geq 31$

$\Rightarrow A + B \geq \frac{31}{11}$ $\Rightarrow$ наименьшая сумма $A + B = \frac{31}{11}$

Например, $A = \frac{10}{11}$, $B = \frac{21}{11}$, тогда $\frac{10}{11} + \frac{105}{11} \geq 9$ - верно

№2. $\begin{cases} A + 5B \geq 9 \ (1) \\ 3A + 4B \geq 11 \ (2) \\ 5A + 3B \geq 11 \ (3) \end{cases}$ $\Rightarrow$ $(1)+(2)+(3) = 9A + 12B \geq 31$

$(2)-(1) = 2A - B \geq 2$ $\Big| + \Rightarrow$

$\Rightarrow 11A + 11B \geq 33 \Rightarrow A + B \geq 3$. Тогда наименьшая сумма $A + B = 3$. Например, $A = 1$ $B = 2$, тогда $1 + 10 \geq 9$ - верно

$3 + 8 \geq 11$ - верно

$5 + 6 \geq 11$ - верно

Ответ: 3.

10б

не доказано, что 3 - наименьшее значение

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11714

№3. Объединим в пары $p(1)+p(99)$, $p(2)+p(98)$, $p(3)+p(97)$ и т.д. и посчитаем эти суммы.

$p(1)+p(99)$: $\frac{9^1}{9^1+9^{50}} + \frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}} = \frac{9}{9(1+9^{49})} + \frac{9^{99}\,9^{49}}{9^{50}(9^{49}+1)} = \frac{1+9^{49}}{1+9^{49}} = 1$

В следующей паре $p(2)+p(98)$ в I дроби в знаменателе останется $1+9^{48}$ (т.е. степень 9 уменьшится на 1) во II дроби тоже и в числителе и в знаменателе степень 9 ум. на 1

$\Rightarrow$ сумма будет равна 1 и так в каждой паре.

Пара не достанется числу $p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ сумма всех чисел равна $49 + \frac{1}{2}$ (49 пар и $p(50)=\frac{1}{2}$) $=$

$= 49{,}5$

Ответ: 49,5.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11714

№5 $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

Пусть $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} = \alpha$, $\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = \beta$, тогда

$ctg(\alpha+\beta) = \frac{1}{tg(\alpha+\beta)} = \frac{1-tg\alpha tg\beta}{tg\alpha+tg\beta}$

$ctg\alpha = \frac{5x+3}{3x-5} \Rightarrow tg\alpha = \frac{3x-5}{5x+3}$

$ctg\beta = \frac{x-1}{x+1} \quad tg\beta = \frac{x+1}{x-1}$

$\Rightarrow ctg(\alpha+\beta) = \frac{1-\frac{3x-5}{5x+3}\cdot\frac{x+1}{x-1}}{\frac{3x-5}{5x+3}+\frac{x+1}{x-1}} = \frac{\frac{5x^2-5x+3x-3-3x^2-3x+5x+5}{(5x+3)(x-1)}}{\frac{3x^2-3x-5x+5+5x^2+3x+5x+3}{(5x+3)(x-1)}} =$

$= \frac{(2x^2+2)(5x+3)(x-1)}{(5x+3)(x-1)(8x^2+8)} = \frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow ctg(\alpha+\beta) = ctgx \Rightarrow \frac{1}{4} = ctgx \Rightarrow$

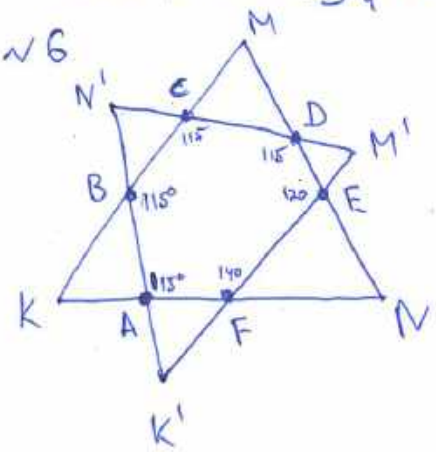
$\Rightarrow x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$

4 балла

$k=0$ или $k=1$ только

Ответ: $\operatorname{arcctg}\frac{1}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$

№6



~~$\angle DCM = 180° - 115° = 65°$~~

$\angle DCM = 180° - \angle C = 65°$, $\angle CDM = 180° - \angle D = 65°$ - как смежные $\Rightarrow$ из $\triangle CMD$ $\angle M = 180 - 65 - 65 = 50°$

$\angle EDM' = 180° - D = 65°$, $\angle DEM' = 180 - \angle E = 60°$ (как смежн.) $\Rightarrow$

из $\triangle DM'E$: $\angle M' = 180 - 65 - 60 = 55°$

$\angle FEN = 180 - \angle E = 60°$, $\angle EFN = 180° - \angle F = 40°$ (как смежн.) $\Rightarrow$

из $\triangle ENF$: $\angle N = 180 - 60 - 40 = 80°$

$\angle AFK' = \angle EFN = 40°$ - как вертикальн., $\angle K'AF = 180 - \angle A = 65°$ как смежн. $\Rightarrow$ из $\triangle AK'F$

$\angle AK'F = 180 - 65 - 40 = 75°$; $\angle KAB = 180 - \angle A = 65°$, $\angle KBA = 180 - \angle B = 65° \Rightarrow$

из $\triangle BKA$: $\angle K = 50°$; $\angle N'BC = 180 - \angle B = 65°$, $\angle N'CB = 180° - \angle C = 65° \Rightarrow$ из $\triangle BN'C$

$\angle BN'C = 180 - 65 - 65 = 50°$

Ответ: $50°, 50°, 80°$ и $50°, 55°, 75°$.

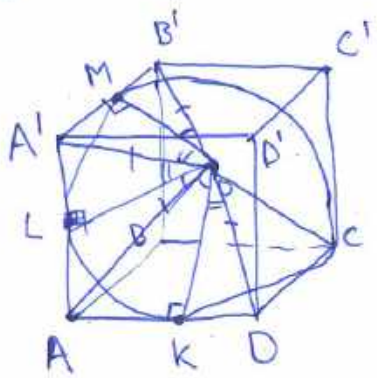
3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11714

№4



Радиус сферы ⊥ касательной

$OL = OK$ как радиусы OA - общая сторона

$\angle ALO = \angle AKO = 90° \Rightarrow \triangle ALO = \triangle AKO$ по 2 сторонам и углу $90° = \angle LOA = \angle AOK$

$A'A = AD = 1$ по усл. $\Rightarrow \triangle A'LO = \triangle DKO$ по I признаку равенств треуг. ($OK = OL$ как радиусы)

$\Rightarrow \angle A'OL = \angle KOD$

$LO = OM$ как радиусы OA' - общ. $\Rightarrow \triangle A'LO = \triangle A'MO \Rightarrow \angle A'OL = \angle A'OM$

$A'B' = A'A \Rightarrow AL = MB' \Rightarrow \triangle OMB' = \triangle OAL \Rightarrow \angle MOB' = \angle AOL$

$\Rightarrow \triangle MOB' = \triangle LOA \Rightarrow B'O = AO$

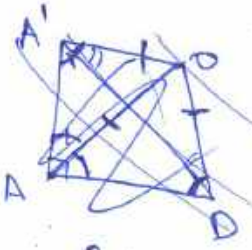
$\triangle A'OL = \triangle DOK \Rightarrow A'O = OD$

$A'D = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ (по т. Пифагора из $\triangle A'AD$), $AB' = \sqrt{2}$ по т. Пифагора из $\triangle AA'B'$

$\angle B'OA = \angle A'OD \Rightarrow \triangle B'OA = \triangle A'OD$ по II признаку равенства $\triangle$.

$\Rightarrow B'O = A'O = OA = OD$

решение не найдено



$AA' = AD \Rightarrow \angle AA'D = \angle ADA' = 45°$

В треугольнике $\angle OKA$

№4 Решения нет

0 б.

М11 – 561

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-561
(заполняется организатором)

№1.

Пусть кол-во человек не говорящих по англ. - x, тогда среди них $\frac{x}{100} \cdot 4$ говорят на фр, пусть кол-во человек не говорящих на фр - y, тогда среди них $\frac{y}{100} \cdot 20$ говорят на англ.

$x - \frac{x}{100} \cdot 4 + y - \frac{y}{100} \cdot 20$ - кол-во людей, которые не говорят на англ. и фр. Всего людей $x+y$. Полное множество людей не говорящих по англу считается как $x + \frac{y}{100} \cdot 80$, а не говорящих по англ фр: $y + \frac{x}{100} \cdot 96$, тогда:

$x + \frac{y}{100} \cdot 80 = y + \frac{x}{100} \cdot 96$

$x - \frac{x}{100} \cdot 96 = y - \frac{y}{100} \cdot 80$; $x - 0{,}96x = y - 0{,}8y$

$0{,}4x = 0{,}2y$ | :10

$4x = 2y$ | :2

$2x = y$ — (2б)

Ответ: 2.

№3.

$P(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$ $P(1) + P(2) + \dots P(33) - ?$

Выпишем первые и числа сумме. $P(1): \frac{-3}{3+3^{17}}$, $P(2): \frac{9}{9+3^{17}}$, $P(3) = \frac{-27}{27+3^{17}}$, $P(4) = \frac{81}{81+3^{17}}$. Посмотрим их сумму:

$\frac{81}{81+3^{17}} - \frac{27}{27+3^{17}} + \frac{9}{9+3^{17}} - \frac{3}{3+3^{17}} = 1 + \frac{81}{3^{17}} - 1 + \frac{27}{3^{17}} + 1 + \frac{9}{3^{17}} - 1 + \frac{3}{3^{17}} =$

$\frac{81-27+9-3}{3^{17}}$ или $\frac{3^4 - 3^3 + 3^2 - 3}{3^{17}}$. Значит нужно посчитать

Значит сумма равна:

$\frac{(-1) \cdot 3^{33} + 3^{32} - 3^{31} + \dots + 3^4 - 3^3 + 3^2 - 3}{3^{17}} = \frac{3(-3^{32} + 3^{31} - 3^{30} + \dots 3^2 - 3) - 1}{3^{17}}$

$3\frac{(-3^{32} + 3^{31} - 3^{30} + \dots + 3^2 - 3)}{3^{17}} - \frac{1}{3^{17}} = \frac{(-3^{32} + 3^{31} - 3^{30} + \dots 3^2 + 3) + 1}{3^{16}} - \frac{1}{3^{17}}$

Ш – 561

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Жалнова	2	Гурьянова	2	2
2	Бозрева	2	Зайцева	2	2
3	Иванова	0	Тимофеев	0	0
4	Иванова	0 отс	Тимофеев	0	0
5	Уразов	0	Волкова	0	0
6	Олейник	0 нет	Грунцев	0	0
7	Лемагина	0	Обеднина	0	0
8	Шеганов	0	Ястребцев	0	0
ИТОГО					4

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-561
(заполняется организатором)

№3 продолжение

$$S = \frac{\left(-3^{32} + 3^{31} - 3^{30} + \dots 3^2 + 3\right) - 1}{3^{16}} - \frac{1}{3^{17}}$$

Т.к $-3^{32} - 3^{32} + 3^{31} = 3^{31}(-3+1) = -2 \cdot 3^{31}$, то такую операцию можно продолжать 16 раз:

$$S = \frac{-2^{16}\left(3^{31} + 3^{29} + 3^{27} + \dots 3\right)}{3^{16}} - \frac{1}{3^{17}}$$, тогда сумму в скобках можно посчитать по формуле геом прогрессии, где первый член - 3, а $q = 3^2$, время конечно

Ответ: $\frac{-2^{16}\left(3^{31} + 3^{29} + 3^{27} + \dots 3\right)}{3^{16}} - \frac{1}{3^{17}}$

Бланк ответа № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

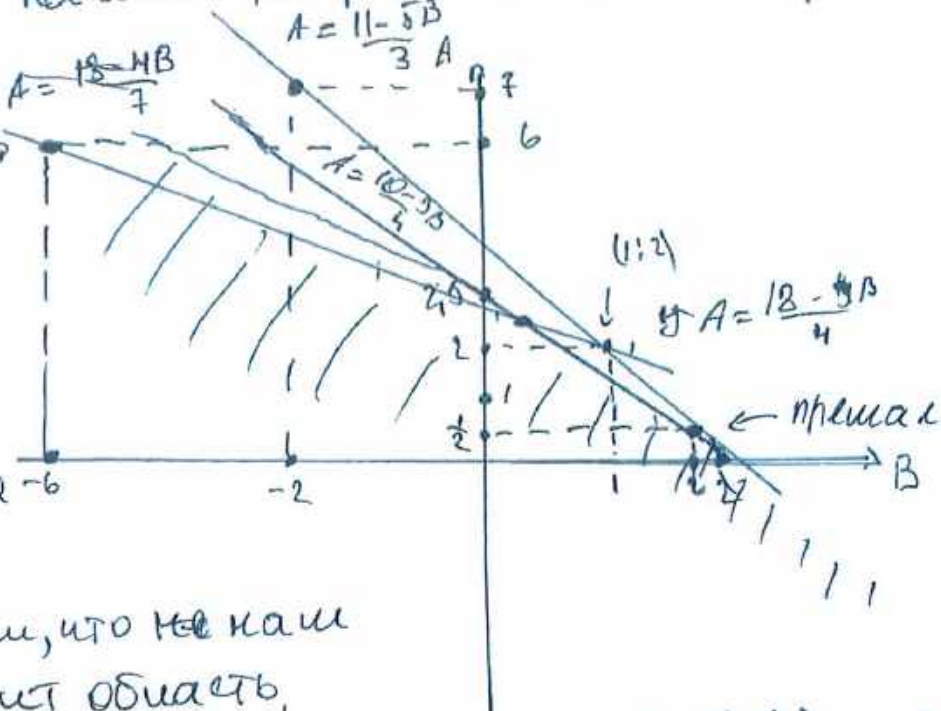
Код участника: M11-561

(заполняется организатором)

№2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases} ; \quad \begin{cases} A \le \frac{11-5B}{3} \\ A \le \frac{10-3B}{4} \\ A \le \frac{18-4B}{7} \end{cases}$$ Построим графики.

Для начала построим области прямых по точкам:



прямая проходит выше через точку $(0;\frac{5}{2})$ рисунок получился кривым.

прямая не проходит через точку!

Заметим, что нам подходит область, которая образуется прямыми $A=\frac{18-4B}{7}$ и $A=\frac{10-3B}{4}$. Причем по рисунку легко заметить, что нам подходит точка (2,5;0) и она же будет нашим максимумом, проверим: при $A=\frac{5}{2}$ и $B=0$:

это точка не является max.

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3A \le 11 \\ 4A \le 10 \\ 7A \le 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7{,}5 \le 11 \\ 10 \le 10 \\ 17{,}5 \le 18 \end{cases}$$. Тогда max A+B при

$A=2{,}5$ и $B=0$

Ответ: $A+B=2{,}5$. ответ неверный

№6 нет №7 нет

N8 wet

МПГ11-4

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

МАТ 11-4

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ананьева	10	Гурьянова	10	10
2	Магомедов	10	Савина	10	10
3	Иванова	12	Магомедов	12	12
4	Иванова	0	Магомедов	2	2
5	Волкова	2	Угаров	2	2
6	Грузд	3	Окехова	3	3
7	Аникина	0	Степанов	0	0
8	Каменев	0	Шагров	0	0
ИТОГО					39

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организаторы) МПГ 11-4

Задание 3

$p(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$

$p(1)+p(2)+\ldots+p(33)=p(1)+p(33)+p(2)+p(32)+p(3)+p(31)+\ldots+p(16)+p(18)+p(17)$

$p(1)+p(33)=\frac{-3}{3+3^{17}}+\frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}}=-\frac{1}{1+3^{16}}-\frac{3^{16}}{3^{16}+1}=-\frac{1+3^{16}}{1+3^{16}}=-1$

$p(2)+p(32)=\frac{3^2}{3^2+3^{17}}+\frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}}=\frac{1}{1+3^{15}}+\frac{3^{15}}{1+3^{15}}=1$

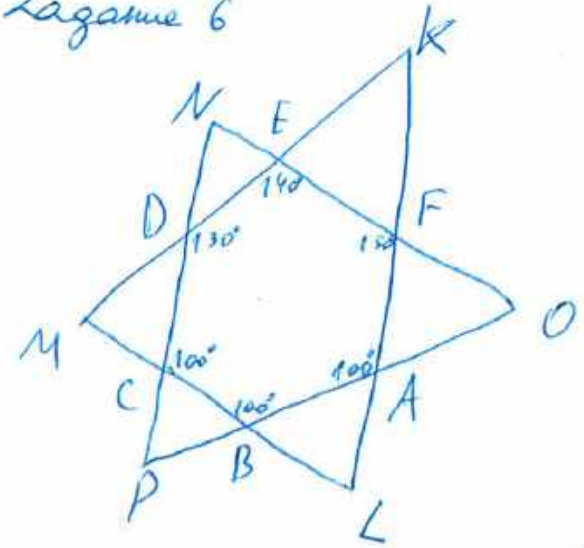
Аналог. с остальными слагаемыми

Тогда сумма равна $-1+1-1+1\ldots+p(17)=p(17)=-\frac{1}{2}$

$p(17)=-\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Задание 6



$\angle LAB+\angle FAB=180°$ (смежные)

$\angle LAB=80°$

$\angle ABL+\angle ABC=180°$ (смежные)

$\angle ABL=80°$

$\angle ALB+\angle ABL+\angle LAB=180°$ (сумма $\angle$ в $\triangle LAB$)

$\angle ALB=20°$

Аналогично с остальными углами:

$\angle BPC=20°$

$\angle CMD=50°$

$\angle DNE=90°$

$\angle EKF=110°$

$\angle FOA=70°$

1 вар. реш

3 б.

Ответ: для $\triangle MKL$: $\angle K=110°$; $\angle L=20°$; $\angle M=50°$

для $\triangle PON$: $\angle O=70°$; $\angle P=20°$; $\angle N=90°$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПР11-4

Задание 2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \quad (1) \\ 4A+3B \le 10 \quad (2) \\ 7A+4B \le 18 \quad (3) \end{cases}$$

$(1)+2(2)$: $11A+11B \le 31$

$A+B \le \frac{31}{11}$

(1) $3(A+B)+2B \le 3\cdot\frac{31}{11}+2B \le 11$

$B \le \frac{14}{11}$

(2) $3(A+B)+A = 3\cdot\frac{31}{11}+A \le 10$

$A \le \frac{17}{11}$

(3): $4(A+B)+3A \le 18$

$A \le \frac{74}{33}$

Тогда максимальные A и B равны $\frac{17}{11}$ и $\frac{14}{11}$ соотв.

Значит наибольшее значение $A+B$ равно $\frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$ 10 б.

~~Задание 3~~

Задание 5

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

Левая и правая части уравнения равны, значит и tg от этих значений равны

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg}x \quad \left(\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}\right)$

Упростим лев. и прав.

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}} = \frac{7x^2+7}{3x^2+5x-2-(2x^2+5x-3)} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7$$

Тогда $\operatorname{tg}x = 7$

$x = \operatorname{arctg}7 + \pi k, \ k \in Z$

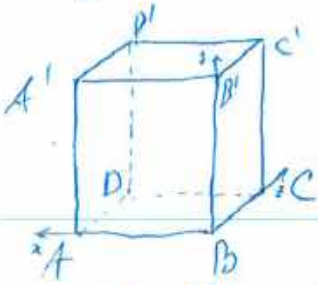
Ответ: $\operatorname{arctg}7 + \pi k, \ k \in Z$

Бланк ответа

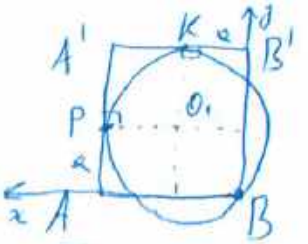
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-4

Задание 4



Рассмотрим грань $AB B'A'$



Введем ПСК $Oxyz$

$A'B'$ и AA' - кас. к окр., значит $A'K = A'P$, откуда $B'K = AP$ ($A'B' = AA'$)

Пусть $AP = B'K = a$

Тогда для окр. $x_0 = a$; $y_0 = a$, значит $x_0^2 + y_0^2 = 2a^2 = R^2$ (т.к. проходит через $B(0;0)$)

(уравн. окр.: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$)

Также $R = AA' - a = 1 - a$

Значит $2a^2 = (1-a)^2$

$2a^2 = 1 + a^2 - 2a$

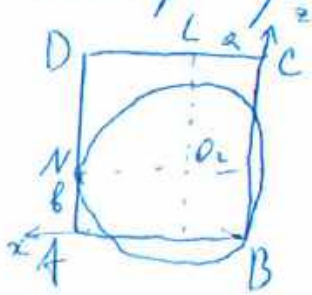
$a^2 + 2a - 1 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 1 = 2$

$a_{1,2} = -1 \pm \sqrt{2}$, значит $a = \sqrt{2} - 1$ ($a > 0$)

Тогда $R = 2 - \sqrt{2}$

Рассмотрим грань $ABCD$:



Пусть $AN = b$; $CL = a$, (т.к. у сферы удалена от грани $BCC'B'$)

Тогда для этой окр. $x_0 = a$; $z_0 = b$

$a^2 + b^2 = R^2$, при этом $R = 1 - a$,

значит $a^2 + b^2 = (1-a)^2$

$b^2 = 1 - 2a$

$b = \sqrt{1-2a}$

$b = \sqrt{1-2\sqrt{2}+2}$

$b = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

$b = \sqrt{2} - 1 = a$

2 б, не найден радиус

Тогда по т. Пифагора $BO_k^2 = BO_2^2 + a^2$, где BO_2 - центр сферы, а BO_k ее радиус

$BO_k = \sqrt{5 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2}-1)^2} = 2\sqrt{2} - 1$ Ответ: $2\sqrt{2} - 1$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-4

Задание 1

Пусть S - все люди, a - говорящие на англ.; b - говорящие на франц.

Тогда из усл.:

$$\begin{cases} b = 0{,}04(S-a) \\ a = 0{,}2(S-b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5b = 0{,}2S - 0{,}2a \ (1) \\ a = 0{,}2S - 0{,}2b \ (2) \end{cases}$$

(1)-(2): $5b - a = 0{,}2b - 0{,}2a$ $\times 10$

$4{,}8b = 0{,}8a$

$a = 6b$

Тогда подставим в (2): $\begin{cases} a = 6b \\ 6b = 0{,}2S - 0{,}2b \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6b \\ S = 31b \end{cases}$

Иск. отношение: $\frac{S-b}{S-a} = \frac{30b}{25b} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{6}{5} = 1{,}2$

Задание 7.

Дано $x^4 + bx^2$ - чет. ф-ция

x - нечет. ф-ция.

Граф $f(x) = x^4 + bx^2 + x$ может иметь вид либо ∪, либо ∩,

При $b \geq 0$ - первый вид графика, при $b < 0$ - второй вид графика

Т.к. нужно прямую, касающуюся графика ф-ции в двух точках, то пересекут граф. $b < 0$?

Так как происходит смещение ч. ф-ции и неч. ф-ции, то уклонения в точках минимума отличается на Δx

Тогда иск. прямая имеет вид $y = kx$, где $k = 1$ Об.

Задание 8.

~~Всего вариантов выбрать x, y, z~~ $C_{100}^3 = \frac{100 \cdot 99 \cdot 98}{3!} = 161700$

Достаточно будет 4 последовательностей, так как для 50 последовательностей ~~будут~~ будут перебраны всевозможные пары чисел (у каждого по 2 соседа, всего 98 вариантов, у крайних по 1 сосед) Продолжение на листе 4.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПР11-11

Продолжение 8 задачи

Для 50 пол. будут перебраны все пары чисел, но одну точно не перебирать

Например, для 6 чисел

123456

246135 – невозможно выбрать 3 числа, чтобы они не образовывали пар друг с другом в данных пол.

Ответ: 49 целесообразностей

неверно

– об

М11-633

Код участника
(заполняется организатором)

Выход 12:21
Вход 12:24

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 два

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-633

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

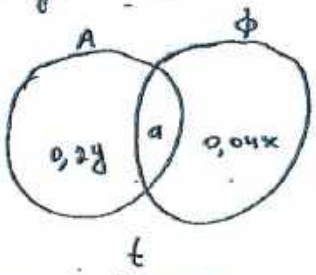
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Сапожков	10	Гурьянова	10	10
2	Волкова	0	Гоззева	0	0
3	Кремер	12	Александрович	12	12
4	Шарипов	2	Дубинский	2	2
5	Кремер	2	Угрюмов	2	2
6	Олехова	0 оке	Грузин	0	0
7	Семенов	3	Пичугина	3	3
8	Клименов	0	Щеглов	0	0
ИТОГО					29

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ч11-633

Задание 1



круги Эйлера

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}04x + t = x \Leftrightarrow t = 0{,}96x \\ 0{,}2y + t = y \Leftrightarrow t = 0{,}8y \end{array}\right\} \Rightarrow 0{,}96x = 0{,}8y \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{0{,}96}{0{,}8}$$

Найти: $\frac{0{,}2y+t}{0{,}04x+t} = \frac{y}{x} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{80} = \frac{48}{40} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}$

+10

Ответ: в $\frac{6}{5}$ раз больше

Задание 2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & \text{I} \\ 4A+3B \le 10 & \text{II} \\ 7A+4B \le 18 & \text{III} \end{cases}$$

Найти: наиб $(A+B) = ?$

$2\text{I} + \text{II} + \text{III}$: $6A+10B+4A+3B+7A+4B \le 22+10+18$

$17A+17B \le 50 \Leftrightarrow A+B \le \frac{50}{17}$

$(A+B)_{наиб} = \frac{50}{17}$

Ответ: $\frac{50}{17}$

Задание 3

$$P(n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$$

$P(1) = \frac{-3}{3+3^{17}} = \frac{-1}{1+3^{16}}$

$P(2) = \frac{(-3)^2}{3^2+3^{17}} = \frac{1}{1+3^{15}}$

$P(3) = \frac{-3^3}{3^3+3^{17}} = \frac{-1}{1+3^{14}}$

$P(4) = \frac{(-3)^4}{3^4+3^{17}} = \frac{1}{1+3^{13}}$

$P(5) = \frac{-1}{1+3^{12}}$

$P(6) = \frac{1}{1+3^{11}}$

$P(7) = \frac{-1}{1+3^{10}}$

$P(8) = \frac{1}{1+3^9}$

$P(9) = \frac{-1}{1+3^8}$

$P(10) = \frac{1}{1+3^7}$

$P(11) = \frac{-1}{1+3^6}$

$P(12) = \frac{1}{1+3^5}$

$P(13) = \frac{-1}{1+3^4}$

$P(14) = \frac{1}{1+3^3}$

$P(15) = \frac{-1}{1+3^2}$

$P(16) = \frac{(-3)^{16}}{3^{16}+3^{17}} = \frac{1}{1+3^1}$

$P(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} = \frac{-1}{1+3^0}$

$P(18) = \frac{(-3)^{18}}{3^{18}+3^{17}} = \frac{3^1}{3^1+1}$

$P(19) = \frac{(-3)^{19}}{3^{19}+3^{17}} = \frac{-3^2}{3^2+1}$

$P(20) = \frac{(-3)^{20}}{3^{20}+3^{17}} = \frac{3^3}{3^3+1}$

$P(21) = \frac{(-3)^{21}}{3^{21}+3^{17}} = \frac{-3^4}{3^4+1}$

$P(22) = \frac{(-3)^{22}}{3^{22}+3^{17}} = \frac{3^5}{3^5+1}$

$P(23) = \frac{-3^6}{3^6+1}$

$P(24) = \frac{3^7}{3^7+1}$

$P(25) = \frac{-3^8}{3^8+1}$

$P(26) = \frac{3^9}{3^9+1}$

$P(27) = \frac{-3^{10}}{3^{10}+1}$

$P(28) = \frac{3^{11}}{3^{11}+1}$

$P(29) = \frac{-3^{12}}{3^{12}+1}$

$P(30) = \frac{3^{13}}{3^{13}+1}$

$P(31) = \frac{-3^{14}}{3^{14}+1}$

$P(32) = \frac{3^{15}}{3^{15}+1}$

$P(33) = \frac{-3^{16}}{3^{16}+1}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-633

Задание 3. Продолжение

$P(1)+P(2)+P(3)+\ldots+P(23)=P(1)+P(33)+P(2)+P(32)+P(3)+P(31)+P(4)+P(30)+$

$+P(5)+P(29)+P(6)+P(28)+\ldots+P(15)+P(19)+P(16)+P(18)+P(17)=\frac{-1-3^{16}}{1+3^{16}}+\frac{1+3^{15}}{1+3^{15}}+\frac{-1-3^{14}}{1+3^{14}}+$

$+\frac{1+3^{13}}{1+3^{13}}+\frac{-1-3^{12}}{1+3^{12}}+\ldots+\frac{-1-3^{2}}{1+3^{2}}+\frac{1+3}{1+3}\cdot\frac{-1}{1+1}=$

/от 1 до 16 и от 18 до 33 – 32 числа $\Rightarrow$ 16 пар:
8 пар, сумма которых (-1) и 8 пар, сумма которых (1)/

$=\underbrace{-1+1-1+1-(+1-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1}_{=0}+P(17)=P(17)=\frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}}=\frac{-1}{1+1}=-\frac{1}{2}$

12

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Задание 5.

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$

/ ограничения: $\begin{cases}x\neq -2\\ x\neq \frac{1}{3}\end{cases}$ /

$\left.\begin{aligned}-\tfrac{\pi}{2}\le\operatorname{arctg}\tfrac{2x-1}{x+2}\le\tfrac{\pi}{2}\\ -\tfrac{\pi}{2}\le\operatorname{arctg}\tfrac{x+3}{3x-1}\le\tfrac{\pi}{2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow -\pi\le\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\le\pi\Leftrightarrow -\pi\le x\le\pi$

если углы равны, то их тангенсы равны. Возьмем тангенс от левой и правой части

$\operatorname{tg}\left(\underbrace{\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}}_{\alpha}+\underbrace{\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}}_{\beta}\right)=\operatorname{tg}x$

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}=$

/$\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)=\frac{2x-1}{x+2}$

$\operatorname{tg}\beta=\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\frac{x+3}{3x-1}$/

$=\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=\frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+2)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+5x+6}{3x^2+5x-2-2x^2-6x+x+3}=$

2

$=\frac{7x^2+7}{x^2+1}=7$

Итак, $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=7$ при $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{1}{3}\right\}$

$\operatorname{tg}(x)=7\Rightarrow x=\operatorname{arctg}7+\pi k$

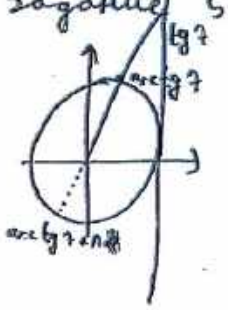
6, много посторонних корней

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-633

Задание 5. Продолжение



т.к. $\operatorname{arctg} 7$ лежит в первой четверти и $-\frac{\pi}{2} \le \operatorname{arctg} \alpha \le \frac{\pi}{2}$, то $0 \le \operatorname{arctg} 7 \le \frac{\pi}{2}$

т.к. из доказанного выше $-\pi \le x \le \pi$, то

$$-\pi \le \operatorname{arctg} 7 + \pi k \le \pi$$

$k \le -1$: ⊗ не подходит, т.к. $\operatorname{arctg} 7 + \pi k \le \operatorname{arctg} 7 - 2\pi < -\pi$

$k \ge 1$: ⊗ не подходит, т.к. $\operatorname{arctg} 7 + \pi k \ge \operatorname{arctg} 7 + \pi > \pi$

$k = 0$: $x = \operatorname{arctg} 7$ ✓ подходит

$k = 1$: $x = \operatorname{arctg} 7 - \pi$ ✓ подходит

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arctg} 7 \\ x = \operatorname{arctg} 7 - \pi \end{array}\right.$

Задание 7.

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

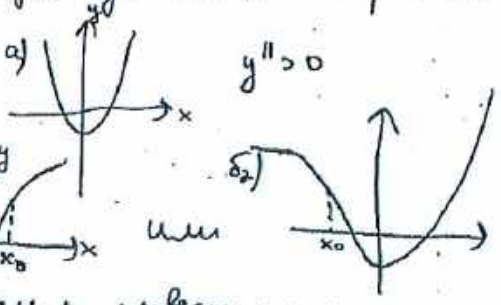
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f(x)$ - 4-ая степень

$f''(x)$ - 2-ая степень ⇒ максимум две точки перегиба

а) ноль точек перегиба:



б) одна точка перегиба:

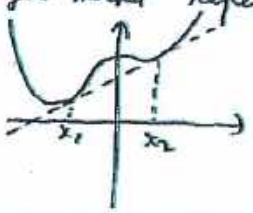
$y'' = 0$ имеет единственный корень

В случаях а), б1) и б2) нельзя провести прямую, которая будет касаться графика в двух точках

в а) касание только в 1 точке

в б) выпуклости до x_0 и после x_0 разные

в) две точки перегиба



Касания будут в точках выпуклости вверх: x_1 и x_2

$y = x^4 + bx^2 + x$

$y' = 4x^3 + 2bx + 1$

$y'' = 12x^2 + 2b$

y'' имеет два корня

$12x^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{b}{6} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{b}{6}}$

$-\frac{b}{6} > 0 \Leftrightarrow -b > 0 \Leftrightarrow \boxed{b < 0}$

Ответ: при $\boxed{b < 0}$ ✓ $\exists L$, касающаяся $\Gamma_{f(x)}$ в 2-х точках

36

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Н11-633

Задание 8

$X, Y, Z \in N$ различные натуральные

$x \le 100$

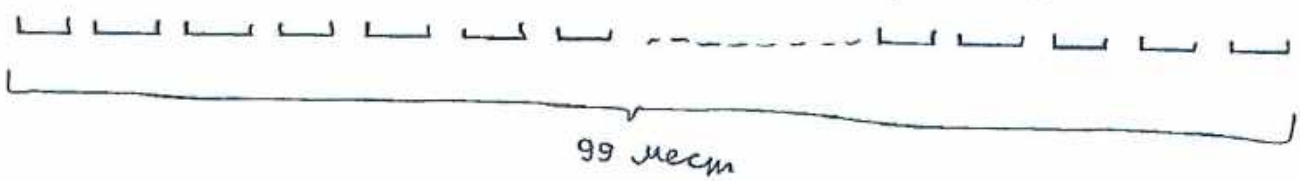
$y \le 100$

$z \le 100$

I всего способов выписать последовательности $\{a_1; a_2; \dots; a_{100}\}$:

$100!$

II всего последовательностей, которые имеют (хотя бы 2) 2 или 3 подряд идущих числа из множества $\{X; Y; Z\}$:



99 мест, т.к. на одно место поставим пару из множества $\{X; Y; Z\}$.

а) Способов выбрать место для пары : 99

б) Способов выбрать пару для данного места:

$C_3^2 \cdot 2! = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot 2 \cdot 1 = 6$

C_3^2 — выбираем пару; $2!$ — выбираем перестановку в паре

выбираем пару	выбираем перестановку в паре
XY,	XY или YX;
YZ	YZ или ZY;
или	или
XZ	XZ или ZX

в) Способов перестановок оставшихся чисел от 1 до 100 : на оставшиеся $(98-1) = 98$ мест расставить остальные числа $98!$

Итак, последовательностей, которые имеют 2 или 3 подряд идущих члена из $\{X; Y; Z\}$: $98 \cdot 6 \cdot 98! = 6 \cdot 99!$

Последовательностей, в которых ни один из членов $\{X; Y; Z\}$ не стоят рядом друг с другом :

$100! - 6 \cdot 99! = 99!(100 - 6) = 94 \cdot 99!$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11-633

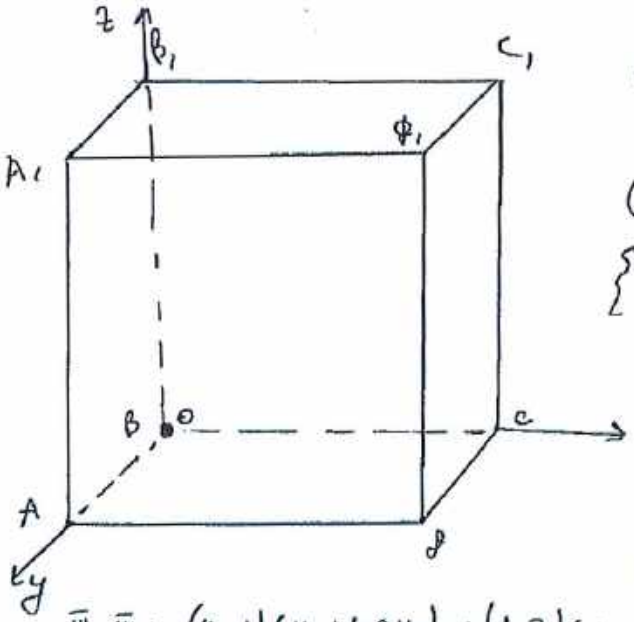
Задание 8. Продолжение

Чтобы среди выписанных последовательностей, чтобы среди них повезло найти такую, в которой два или три подряд идущих члена принадлежат множеству $\{X, Y, Z\}$, нужно вычислить

$94 \cdot 99! + 1$ последовательность, т.к. последовательностей, в которых ни один из членов множества $\{X; Y; Z\}$ не стоит рядом друг с другом всего $94 \cdot 99!$

Ответ: $94 \cdot 99! + 1$

Задание 4



$a = 1$

Уравнение сферы: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$, где

$\{x_0; y_0; z_0\}$ – центр сферы

R – радиус сферы

$$\begin{cases} B: & x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = R^2 & \text{I} \\ AB: & (x - x_0)^2 + (1 - y_0)^2 + z_0^2 = R^2 & \text{II} \\ AA_1: & x_0^2 + (1 - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2 & \text{III} \\ A_1B_1: & x_0^2 + (y - y_0)^2 + (1 - z_0)^2 = R^2 & \text{IV} \end{cases}$$

$\text{IV} - \text{III}$: $(y - 1)(y + 1 - 2y_0) + (1 - z)(1 + z - 2z_0) = 0$

$\text{II} - \text{III}$: $(x - 2x_0)x + (2z_0 - z)z = 0$

$\text{III} - \text{I}$: $(1 - 2y_0) + (z - 2z_0) = 0$

$\text{IV} - \text{I}$: $y(y - 2y_0) + (1 - 2z_0) = 0$

$\text{II} - \text{I}$: $(x - 2x_0)x + (1 - 2y_0) = 0$

$\text{IV} - \text{II}$: $x(2x_0 - x) + (y + 1 - 2y_0)(y - 1) + (1 - 2z_0) = 0$

$(x_0 - x + x_0)(x_0 + x - x_0) + (y - y_0 + 1 - y_0)(y - y_0 - 1 + y_0) + (1 - z_0 + z_0)(1 - z_0 - z_0) = 0$

$x(2x_0 - x) + (y + 1 - 2y_0)(y - 1) + (1 - 2z_0) = 0$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11-633

Задание 4. Продолжение

$z - 2z_0 = 2y_0 - 1$

$(x - 2x_0)x + (2y_0 - 1)z = 0$

$x - 2x_0 = \frac{2y_0 - 1}{x}$

$2y_0 - 1 + (2y_0 - 1)z = 0$

$(2y_0 - 1)(1 + z) = 0$

$\boxed{y_0 = \frac{1}{2}}$

$(x - 2x_0)x = 0$

$x - 2x_0 = 0$

$2z_0 - z = 0$

$x^2 - 2xx_0 = 0$

$x(x - 2x_0) = 0$

$x(2x_0 - x) + (y + 1 - 2y_0)(y - 1) + (1 - 2z_0) = 0$

$y(y - 1) + (1 - 2z_0) = 0$

$(y - 1)(y + 1 - 2y_0) + (1 - z)(1 + z - 2z_0) = 0$

$(y - 1)y + 1 - z = 0$

$1 - z = 1 - 2z_0$

$z_0 = \frac{1}{2}$

$y^2 - y + 1 - z = 0$

$y^2 - y + 1 - 2z_0 = 0$

Ответ

М11139

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М II 139

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Комиссаров	10	Гурьянова	10	10
2	Боззелла	10	Забелина	10	10
3	Александрович	8	Маркова	8	8
4	Угрозов	0	Сулим	0	0
5	Баканова	4	Угрозов	4	4
6	Грузинов	3	Конюхов	3	3
7	Конюхов	0	Степанян	0	0
8	Шапкин	0	Калинкин	0	0
ИТОГО					35

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11139

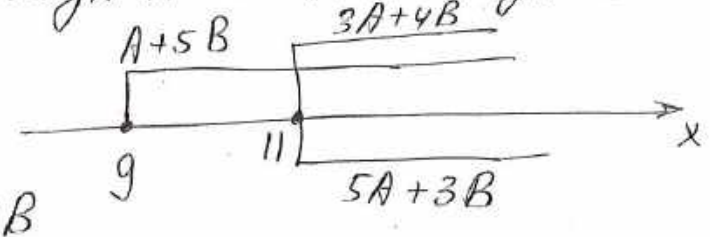
(заполняется организатором)

№2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \qquad (A+B)_{min} = ?$$

Чтобы найти $(A+B)_{min}$, надо найти min подх A и min подх. B

По условию,



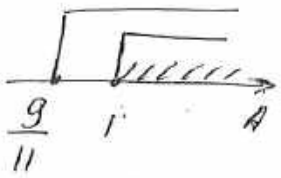
$3A+4B \vee 5A+3B$

$\Downarrow$

$B \vee 2A$

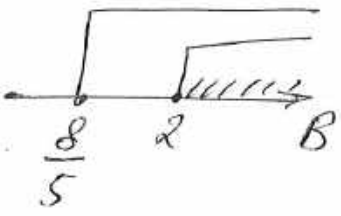
1) если $B \leq 2A$, тогда $5B \leq 10A$ и $4B \leq 8A$ и $3B \leq 6A$

$$\begin{cases} 9 \leq 5B+A \leq 11A \\ 11 \leq 4B+3A \leq 11A \\ 11 \leq 3B+5A \leq 11A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11A \geq 9 \\ 11A \geq 11 \\ 11A \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \geq \frac{9}{11} \\ A \geq 1 \\ A \geq 1 \end{cases}$$



Значит, $A \geq 1 \Rightarrow A_{min} = 1$

Значит, $\begin{cases} 5B \geq 8 \\ 4B \geq 8 \\ 3B \geq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \geq \frac{8}{5} \\ B \geq 2 \\ B \geq 2 \end{cases} \Rightarrow$



$B \geq 2 \Rightarrow B_{min} = 2$

$(A+B)_{min} = 3$

10

2) если $B \geq 2A$, тогда $5B \geq 10A$ и $4B \geq 8A$ и $3B \geq 6A$

$$\begin{cases} 5B+A \geq 11A \\ 4B+3A \geq 11A \\ 3B+5A \geq A \cdot 11 \end{cases}$$ т.к. по усл $$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 4B+3A \geq 11 \\ 3B+5A \geq 11 \end{cases} \Rightarrow 11A = 11 \quad A_{min} = 1$$

$B \geq 2A \Rightarrow B \geq 2 \Rightarrow B_{min} = 2$

$(A+B)_{min} = 3$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11139

(заполняется организатором)

Проверка пары $A=1$ и $B=2$: $\begin{cases} 1+10 \geq 9 \\ 3+8 \geq 11 \\ 6+5 \geq 11 \end{cases}$ => подх

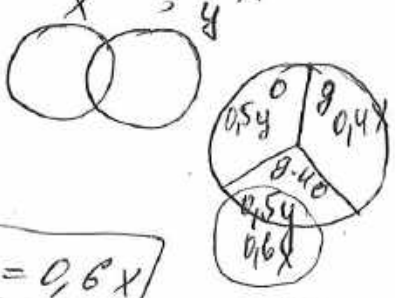
Значит, в любом случае $(A+B)_{min} = 3$

Ответ: 3

№1

Пусть тех, кто на дист. форме обучения, – x

Тех, кто на очн. форме, – y



Очно: $0,5y$ – очно

$0,5y$ – очно и дист.

Дис: $0,6x$ – дист и очно

$0,4x$ – дист

$\Big) \Rightarrow \boxed{0,5y = 0,6x}$

$5y = 6x \Rightarrow x = \frac{5y}{6}$

Тех, кто только очно: $\frac{0,5y}{0,4 \cdot x + y} = \frac{0,5y}{\frac{2}{5} \cdot \frac{5y}{6} + y} = \frac{x}{2 \cdot \left(\frac{5}{6}+1\right)x} = \frac{3y}{8y} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ +10

№3

Дано $P(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$

$P_1 = \frac{g}{g+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{49}}$

$P_2 = \frac{g^2}{g^2+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{48}}$

$P_{98} = \frac{g^{98}}{g^{98}+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{-48}} = \frac{1}{1+\frac{1}{g^{48}}}$

$P_{99} = \frac{g^{99}}{g^{99}+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{-49}} = \frac{1}{1+\frac{1}{g^{49}}}$

Заметим, что

$P_1 + P_{99} = \frac{1}{1+g^{49}} + \frac{1}{1+\frac{1}{g^{49}}} =$

$= \frac{2+\frac{1}{g^{49}}+g^{49}}{2+\frac{1}{g^{49}}+g^{49}} = 1$

$P_2 + P_{98} = \frac{1}{1+g^{48}} + \frac{1}{1+g^{-48}} = 1$

$P_3 + P_{97} = \frac{1}{1+g^{47}} + \frac{1}{1+g^{-47}} = 1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11139
(заполняется организатором)

$$P_{49}+P_{51}=\frac{9^{49}}{9^{49}+9^{50}}+\frac{9^{51}}{9^{51}+9^{50}}=\frac{1}{1+9}+\frac{1}{1+\frac{1}{9}}=1$$

Значит, у любого P_n, где $n\in[1;49]$ есть пара с P_n, где $n\in[51;99]$, с которым он образует единицу. Таких пар 49

$$P_{50}=\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}=\frac{1}{2}$$

Значит, $P_1+P_2+P_3+\ldots+P_{99}=1\cdot 49+0{,}5=49{,}5$

Ответ: 49,5 ± не доказано в общем виде, что $p(n)+p(100-n)=1$ для любого n

№5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x \quad \left|\begin{array}{l} x\neq\frac{5}{3} \\ x\neq -1 \end{array}\right.$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}x$$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta-1}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\operatorname{ctg}x \Rightarrow \frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}x \quad \text{Т.к. } x^2+1 \text{ всегда положительно, то}$$

$$\operatorname{ctg}x=\frac{1}{4}$$

$$x=\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$$

+

Ответ: $\operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

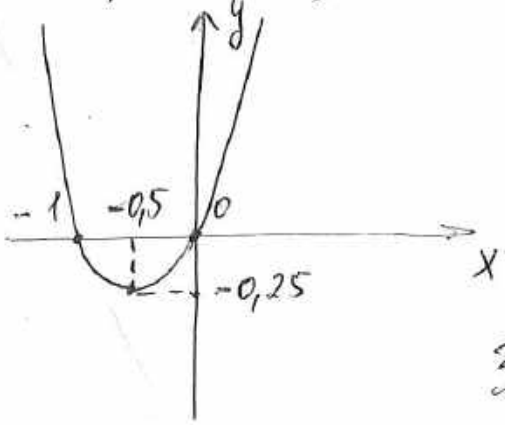
Код участника: m11139

(заполняется организатором)

№7

$f(x)=ax^4+x^2+x$, a - ? ~~кас-ся~~ сущ. прямая, кас. графика в 2 точках

Если $a=0$: $f(x)=x^2+x$ – кв. зависимость, графиком явл. парабола, ветви вверх, $x_B=\frac{-1}{2}=-0{,}5$, $y_B=-0{,}25$



$y=kx+b$ – ур-е прямой

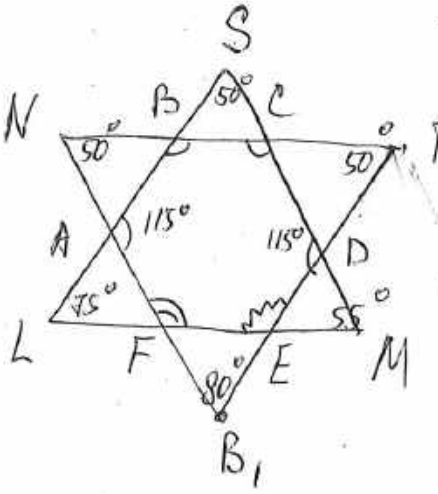
если $y=-0{,}25$ – кас в 1 точке

если $k\in(0;+\infty)$ – кас в 1 точке

$k\in(-\infty;0)$ – кас в 1 точке

Значит, $a\neq 0$.

№6



$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=115^\circ$, $\angle E=120$, $\angle F=140^\circ$

$\angle LBC+\angle BCM=115^\circ\cdot 2=230$

Значит, $\angle SBC+\angle SCB=360^\circ-230=130^\circ$

$\angle S=180^\circ-\angle SBC-\angle SCB=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

$\angle NFM+\angle LET=140^\circ+120^\circ=260^\circ$

$\angle EFB_1+\angle FEB_1=360^\circ-260^\circ=100^\circ$

$\angle B_1=180^\circ-\angle EFB_1-\angle FEB_1=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

Аналогично $\angle N=50^\circ$ и $\angle T=50^\circ$.

$\angle N+\angle T+\angle B_1=180^\circ \Rightarrow \triangle NTB_1$ – существует

$\angle SAF+\angle AFM=115^\circ+140^\circ=255^\circ$

$\angle LAF+\angle AFL=360^\circ-255^\circ=105^\circ \Rightarrow \angle L=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

$\angle SDE+\angle LET=120^\circ+115^\circ=235^\circ$

$\angle EDM+\angle DEM=360^\circ-235^\circ=125^\circ \Rightarrow \angle M=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

$\angle S+\angle L+\angle M=55^\circ+75^\circ+50^\circ=180^\circ \Rightarrow \triangle SLM$ существует

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11139
(заполняется организатором)

Значит, углы Δ-ков: $\Delta SLM: 50^\circ, 75^\circ, 55^\circ$

$\Delta NTB_1: 50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$

Ответ: $(50^\circ, 75^\circ, 55^\circ)$; $(50^\circ, 50^\circ, 80^\circ)$

1 балл ушел - Зд.

М11-126

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-106

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ивановская	10	Гурьянова	10	10
2	Молодцов	2	Савина	2	2
3	Марков	12	Александрович	12	12
4	Шарнов Д.Д.	0	Дубинский	0	0
5	Волкова	11 11	Урядов	11	11
6	Олехов	3	Степанян	3	3
7	Коннова	0	Лепагина	0	0
8	Шашков	0	Темницев	0	0
ИТОГО					38

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-126

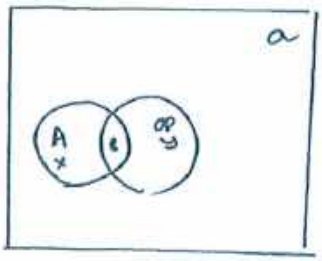
Задача 1

Пусть x - кол-во людей, изучающих английский

y - кол-во людей, изучающих французский

a - общее кол-во людей.

в - кол-во людей, изучающих и фи А.



Тогда:

a - x - кол-во людей, не изучающих английский

a - y - кол-во людей, не изучающих с французский.

Нужно найти: $\frac{a-y}{a-yx}$ - ?

По условию

$$\begin{cases} (a-x)\frac{4}{100} = y - в \\ (a-y)\cdot\frac{20}{100} = x - в \end{cases}$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} a-x = 25y - 25в \\ a-y = 5x - 5в \end{cases} = \begin{cases} a-x = 25y-25в \mid \cdot 5 \\ a-5x = y-5в \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 5a-5x = 125y-125в \\ a-5x = y-5в \end{cases} = \Delta a = 124y - 120в \rightarrow$$

$$a = 31y - 30в, \; a$$

$$x = 6y + 5в$$

Проверка: $-6y+5в$

$(31y-30в)\cdot\frac{4}{100} = y - в$

$y - в = y - в$ верно!

$(31y-30в)\cdot\frac{20}{100} = 6y - 5в - в$

$6y - 6в = 6y - 6в$ верно!

Тогда:

$$\frac{a-y}{a-x} = \frac{31y-30в-y}{31y-30в-6y+5в} = \frac{30y-30в}{25y-25в} = \frac{(y-в)30}{(y-в)25} =$$

$$= \frac{6}{5} = 1{,}2$$

Ответ: 1,2

+ (10б)

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-126

Задача 2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \quad (1) \\ 4A + 3B \le 10 \quad (2) \\ 7A + 4B \le 18 \quad (3) \end{cases}$$

Сложим нер-ва (1) и (2) и вычтем (3).
(Операции равносильны)

Получим:

$4B \le 3$

$B \le \frac{3}{4}$

Сумма $A+B$ будет достигать максимума при максимальных B и A. Тогда $B = \frac{3}{4}$.

Подставим B в наши нер-ва и решим:

$$\begin{cases} 3A + \frac{15}{4} \le 11 \\ 4A + \frac{9}{4} \le 10 \\ 7A + 3 \le 18 \end{cases} \to \begin{cases} A \le \frac{29}{12} \\ A \le \frac{31}{16} \\ A \le \frac{15}{7} \end{cases} \to A \le \frac{31}{16} \to A = \frac{31}{16}$$

(вывод сделан выше)

Тогда $A+B = \frac{3}{4} + \frac{31}{16} = \frac{12+31}{16} = \frac{43}{16}$

Проверка:

$3 \cdot \frac{31}{16} + 5 \cdot \frac{3}{4} \le 11$

$\frac{93}{16} + \frac{15}{4} \le 11$

$\frac{93+60}{16} \le 11$

$\frac{153}{16} \le 11$ верно!

$4 \cdot \frac{31}{16} + 3 \cdot \frac{3}{4} \le 11$

$\frac{31}{4} + \frac{9}{4} \le 11$

$10 \le 11$ верно

$7 \cdot \frac{31}{16} + 4 \cdot \frac{3}{4} \le 18$

$\frac{217}{16} + 3 \le 18$

$\frac{265}{16} \le 18$ верно!

Ответ: $A+B = \frac{43}{16}$

2, ответ не верный.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-126

Задача 3

$$P(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$$

Пусть $n = 2k$, $k \in N$

$$P(2k) = \frac{(-3)^{2k}}{3^{2k} + 3^{17}} = \frac{3^{2k}}{3^{2k} + 3^{17}} =$$

$$= \frac{3^{2k} + 3^{17} - 3^{17}}{3^{2k} + 3^{17}} = \underline{\underline{1 - \frac{3^{17}}{3^{2k} + 3^{17}}}}$$

пусть $n = 2k - 1$, при $k \in N$

$$P(2k-1) = \frac{(-3)^{2k-1}}{3^{2k-1} + 3^{17}} =$$

$$= \frac{-3^{2k-1}}{3^{2k-1} + 3^{17}} = \frac{-(3^{2k-1} + 3^{17})}{3^{2k-1} + 3^{17}} + \frac{3^{17}}{3^{2k-1} + 3^{17}}$$

$$= \underline{\underline{-1 + \frac{3^{17}}{3^{2k-1} + 3^{17}}}}$$

Тогда выражение $P(1) + P(2) + \dots + P(33)$ равно:

$$\underline{-1} + \frac{3^{17}}{3 + 3^{17}} + \underline{1} - \frac{3^{17}}{3^2 + 3^{17}} + \dots \underline{-1} + \frac{3^{17}}{3^{33} + 3^{17}} \quad *$$

(единицы все сократятся, кроме последней -1)

*

Значит данное выражение равно:

$$\frac{3^{17}}{3 + 3^{17}} - \frac{3^{17}}{3^2 + 3^{17}} + \dots + \frac{3^{17}}{3^{33} + 3^{17}} - 1 =$$

$$= 3^{17} \left(\frac{1}{3(1 + 3^{16})} - \frac{1}{3^2(1 + 3^{15})} + \dots - \frac{1}{3^{17}(3^{15} + 1)} + \frac{1}{3^{17}(3^{16} + 1)} \right) - 1$$

Приведем и общему знаменателю дроби попарно (первый + последний, второй + предпоследний и т.д.)

(дробь вида $\frac{1}{3^{17} + 3^{12}}$ нам уже не будет) ?

выражение равно

$$3^{17} \left(\frac{3^{16} + 1}{3^{17}(3^{16} + 1)} - \frac{3^{15} + 1}{3^{17}(3^{15} + 1)} + \frac{3^{14} + 1}{3^{17}(3^{14} + 1)} - \dots + \frac{3 + 1}{3^{17}(3 + 1)} + \frac{1}{3^{17}} \right) - 1$$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-126

Задача 3 (Продолжение)

Сокращаем числители и знаменатели в полученных дробях. Получим:

$$3^{17}\left(\frac{1}{3^{17}}-\frac{1}{3^{17}}+\frac{1}{3^{17}}-\frac{1}{3^{17}}+\ldots-\frac{1}{3^{17}}+\frac{1}{2\cdot 3^{17}}\right)-1=$$

$$=3^{17}\cdot\frac{1}{2\cdot 3^{17}}-1=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-1016

Задача 5

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$$

ОДЗ – ?

Пусть $\alpha=\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ (1)

и $\beta=\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ (2)

Тогда нужно найти $\alpha+\beta$.

α $\frac{2x-1}{x+2}=\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{tg}\beta=\frac{x+3}{3x-1}$ (из (1) и (2) соответственно)

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\Downarrow$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}\right)=\alpha+\beta$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}\right)=\operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}\right)$$

$$=\operatorname{arctg}\left(\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}\right)=\operatorname{arctg}\left(\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x}{3x^2+5x-2-2x^2-5x}\right)$$

$$=\operatorname{arctg}\left(\frac{7x^2+7}{x^2+1}\right)=\operatorname{arctg}7$$

и ограничений на α и β нет

$x=\operatorname{arctg}7<\pi$ Из-за определения тангенса x не может находиться в решении

$\operatorname{arctg}7-\pi$ не $\in$ ОДЗ

$-\pi$

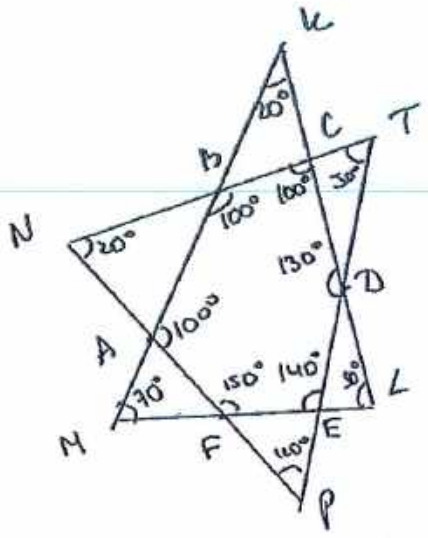
Ответ: $x=\operatorname{arctg}7;\ \operatorname{arctg}7-\pi$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-12В

Задача 6



$\angle A = 100 \Rightarrow \angle FAM = 180° - 100°$ (смежный) $= 80°$

$\angle F = 150° \Rightarrow \angle AFM = 180° - 150° = 30°$ (смежный)

Значит $\angle AMF = 180° - \angle FAM - \angle AFM = 70°$.

Аналогично со углами $\angle PNT$; $\angle MKL$; $\angle NTP$ и $\angle KLM$ $\angle NPT$.

$\angle PNP = 20°$, $\angle MKL = 20°$; $\angle NTP = 50°$; $\angle KLM = 90°$

$\angle TPN = 110°$

Ответ: $\triangle PNT$: угл (20°; 110°; 50°) и $\triangle MKL$: угл (20°; 70° 90°.

+ 35

№8 нет.

№7 нет

М11-170

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М-11-170

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Данилова	10	Гурьянова	10	10
2	Гоздева	10	Литкова	10	10
3	Кремер	12	Ткемина	12	12
4	Данилова	0	Олехова	0	0
5	Кремер	6	Ткемина	6	6
6	Гоздева	0	Олехова	0	0
7	Семина	0	Литкова	0	0
8	Ткемина	0	Цацулина	0	0
ИТОГО					38

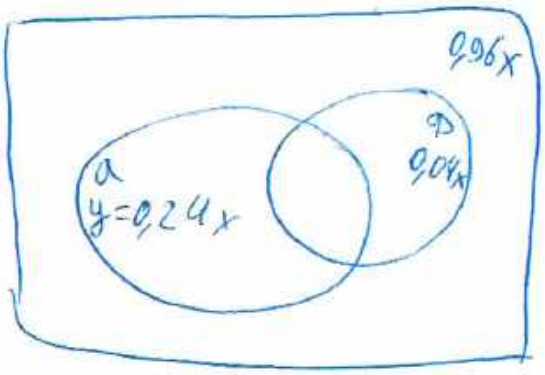
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-ПО

№1

№8 нет



Пусть людей, не говорящих по-английски x. Тогда, среди этих людей на французском говорят $0,04x$, а не говорящих по-французски $0,96x$.

Пусть людей, не говорящих по-французски, но говорящих по-английски y. Тогда всех людей, не говорящих по-французски: $(0,96x+y)$ ($0,96x$ не говорят ни на одном из языков, y - говорят на англ., но не говорят на французск.)

Тогда y составляет 20% от $(0,96x+y)$:

$$\frac{y}{0,96x+y} = 0,2;$$

$$y = 0,2 \cdot 0,96 \cdot x + 0,2y;$$

$$0,8y = 0,2 \cdot 0,96x$$

$$y = \frac{0,2 \cdot 0,96 \cdot x}{0,8} = 0,24x.$$

Тогда отношение числа людей, не говорящих по французски к числу людей, не говорящ. по англ.:

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11-170

№1 продолжение

$$\frac{0{,}96x + 0{,}24x}{x} = 1{,}2$$

Ответ: 1,2 + (10б)

№5

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right) = x;$$

Если обе части ур-я равны, то равны их тангенсы. Возьмём tg от обеих частей, используя формулу:

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg}(x);$$

$$\frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 5x + 3}$$

$$\frac{\frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 5x + 3}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg}(x);$$

$$\frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = \operatorname{tg}(x)$$

$$7 = \operatorname{tg}(x)$$

(6)

($x^2+1 > 0$ всегда; знаки tg левой части всегда определён)

Нет ответа, а их 2 ответа

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) МИ-170

№7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

Если прямая $y = kx + m$ касается графика функции, то в точке касания k - значение производной $f(x)$ в этой точке и значения в точке касания равны.

~~Значит, условие равносильно уравнению:~~

~~$f(x) = f'(x) \cdot x$~~

Значит, если прямая $y = kx + m$ касается функции $f(x)$ в точке x_0, то это равносильно ур-ю:

$f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + m$

$x_0^4 + bx_0^2 + x_0 = (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)x_0 + m;$

$x_0^4 + bx_0^2 + x_0 = 4x_0^4 + 2bx_0^2 + x_0 + m;$

$3x_0^4 + bx_0^2 + m = 0;$

Т.к. прямая $y = kx + m$ касается графика $f(x)$ в двух точках, то данное ур-е имеет 2 корня. Найдём значения b и m, при которых ур-е имеет 2 корня:

Пусть $x_0^2 = k$. Тогда:

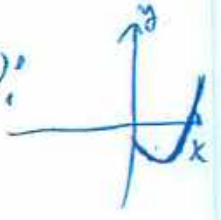
$3k^2 + bk + m = 0$. - имеет 1 положительный корень

Это происходит при нескольких возможных расположениях параболы $3k^2 + bk + m$

1) k вершины > 0; значение $bk = 0 < 0$;

k вершины: $-\frac{b}{6} > 0 \Rightarrow b < 0$

$bk = 0$ значение < 0; $m < 0$

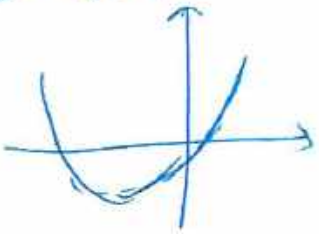


Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-120

2) k вершины < 0; значение в $k=0$ $\neq 0$:



k вершины: $\frac{-b}{6} < 0 \Rightarrow b > 0$

в $k=0$ значение < 0: $m < 0$

3) k вершины $= 0$; значение в $k=0 < 0$;

k вершины: $\frac{-b}{6} = 0 \Rightarrow b = 0$

в $k=0$ значение < 0; $m < 0$

4) k вершины > 0; значение в k вершины $= 0$;

k вершины > 0; $\frac{-b}{6} > 0 \Rightarrow b < 0$;

значение в k верш. $= 0$;

$$\frac{b^2}{12} - \frac{b^2}{6} + m = 0;$$

$$m = \frac{b^2}{12}$$

Во вторая корня исх. ур-я является:

$$\pm\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-12m}}{6}}$$

Ответ: $b \in (-\infty; \infty)$. ~~Уравнение вида~~ $y = (4x^3+2bx+1)x$ $y = f'\left(\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-12m}}{6}}\right)x + m$, где m - действ. $m < 0$ или $m = \frac{b^2}{12}$, при $b > 0$; $y = f'\left(\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-12m}}{6}}\right)x +$ $+m$, где $m < 0$, $m \in \mathbb{R}$ m - действительное

Об

Дополнительный бланк №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-А0

N2

$$\begin{cases} 3A+5B\le 11, \\ 4A+3B\le 10; \\ 7A+4B\le 18 \end{cases}$$

Пусть $A+B=x$. Тогда:

$$\begin{cases} 3x+2B\le 11; \\ 3x+A\le 10; \\ 4x+3A\le 18; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2(x-A)\le 11, \\ 3x+A\le 10, \\ 4x+3A\le 18; \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x-2A\le 11\ (1) \\ 3x+A\le 10\ (2) \\ 4x+3A\le 18\ (3) \end{cases} \Rightarrow A\ge \frac{5x-11}{2}$$

Значит, из (2):

$$3x+\frac{5x-11}{2}\le 10$$

$$11x\le 31$$

$$\boxed{x\le \frac{31}{11}.}$$

10

Значит, $A+B\le \frac{31}{11}$. Пример на $A+B=\frac{31}{11}$; $\boxed{A=\frac{17}{11}; \ B=\frac{14}{11}}$

Док-во:

$$\begin{cases} \frac{51}{11}+\frac{70}{11}=\frac{121}{11}=11\le 11 - \text{верно} \\ \frac{68}{11}+\frac{42}{11}=\frac{110}{11}=10\le 10 - \text{верно} \\ \frac{119}{11}+\frac{56}{11}=\frac{175}{11}\le 18=\frac{198}{11} - \text{верно, будка доехала 1.2} \end{cases}$$

подставляем в исходную систему. Значит, $A=\frac{17}{11}$; $B=\frac{14}{11}$. подходит.

Ответ: $\frac{31}{11}$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторов) М11-170

№3

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$

$p(1) + p(2) + \ldots + p(33)$.

При n-чётном: $p(n) = \frac{3^n}{3^n + 3^{17}}$

При n-нечётном: $p(n) = -\frac{3^n}{3^n + 3^{17}}$

Разобьём все слагаемые на 16 пар следующим образом: в одной паре 2 слагаемых:
$p(k)$ и $p(34-k)$.

Наши пары:

$p(1)$ и $p(33)$

$p(2)$ и $p(32)$

$p(3)$ и $p(31)$

...

$p(16)$ и $p(18)$

$p(17)$ не имеет пары.

Докажем, что $p(k) + p(34-k) = 1$ при k-чётном

$p(k) + p(34-k) = -1$ при k-нечётном;

$k \in N$; $1 \le k \le 16$

При k-чётном:

$$\frac{3^k}{3^k + 3^{17}} + \frac{3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} = \left(\text{т.к. } k\text{-чётно, то } n(34-k)\text{-чётно} \Rightarrow \Rightarrow p(34-k)\text{-чётное}\right)$$

$$= \frac{3^k \cdot 3^{17-k}}{3^k \cdot 3^{17-k} + 3^{17} \cdot 3^{17-k}} + \frac{3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} = \frac{3^{17}}{3^{17} + 3^{34-k}} + \frac{3^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} = \frac{3^{34-k} + 3^{17}}{3^{34-k} + 3^{17}} = 1$$

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11-170

При k-нечётном:

$$-\frac{3^k}{3^k+3^{17}}-\frac{3^{34-k}}{3^{34-k}+3^{17}}=\Big|\text{при } k\text{-нечёт: } 34-k\text{-чет.} \Rightarrow p(34-k)\neq 0\Big|$$

(34-чёт)

$$=-\left(\frac{3^k}{3^k+3^{17}}+\frac{3^{34-k}}{3^{34-k}+3^{17}}\right)=-\left(\frac{3^k\cdot 3^{17-k}}{3^k\cdot 3^{17-k}+3^{17}\cdot 3^{17-k}}+\frac{3^{34-k}}{3^{34-k}+3^{17}}\right)=$$

$$=-\left(\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{34-k}}+\frac{3^{34-k}}{3^{34-k}+3^{17}}\right)=-\left(\frac{3^{17}+3^{34-k}}{3^{17}+3^{34-k}}\right)=-1.$$

ч.т.д.

Значит, сумма в паре с нечёт. k равна -1.

В сумме 1 пара с чётным k равна 1.

Среди чисел 1; 2; 3; ...; 16 – 8 чётных и 8 нечётных.

Значит, в 8 из этих парах сумма равна 1; в 8: равна -1. Тогда сумма чисел во всех парах равна 0,

Значит, искомая сумма равна $p(17)$.

$$p(17)=-\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2},$$

12

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-170

№5 (продолжение)

оба аргумента в пределах промежутка $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;

Значит, вся сумма на промежутке $(-\pi; \pi)$

На этом промежутке есть 2 х-а, тангенс которых $\arctg 7$ и $\arctg 7 - \pi$;

1) $\arctg 7$;

$\frac{2\arctg 7 - 1}{\arctg 7 + 2} > 0$ ($\arctg 7 > 0$; $\arctg 7 > \frac{\pi}{4}$; $2\arctg 7 - 1 > \frac{\pi}{2} - 1 > 0$ ($\pi > 1$; $\pi > 2$))

$\frac{\arctg 7 + 3}{3\arctg 7 - 1} > 0$ ($\arctg 7 > 0$, $\arctg 7 > \frac{\pi}{4} \Rightarrow 3\arctg 7 - 1 > \frac{3\pi}{4} - 1 > 0$)

Значит, оба аргумента $> 0 \Rightarrow$ оба тангенса принадлежат $(0; \frac{\pi}{2})$. Значит и сумма $\in (0; \pi)$. Значит, при $x = \arctg 7$ существует только один тангенс, тангенс которого $= 7$, и $\arctg 7 \in (0; \pi)$. Значит, $x = \arctg 7$ подходит;

2) $\arctg 7 - \pi$;

Докажем, что $\arctg 7 - \pi > -\frac{7\pi}{12} > -2$;

$\tg\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \tg\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ $\left(-\frac{7\pi}{12} + \pi = \frac{5\pi}{12}\right)$.

$\tg\left(2 \cdot \frac{5\pi}{12}\right) = \frac{2\tg\left(\frac{5\pi}{12}\right)}{1 - \tg^2 \frac{5\pi}{12}}$ $\left(\tg 2\alpha = \frac{2\tg\alpha}{1 - \tg^2 \alpha}\right)$

$\tg\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{2\tg\left(\frac{5\pi}{12}\right)}{1 - \tg^2 \frac{5\pi}{12}}$ $\tg \frac{5\pi}{12} = t$; $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2t}{1 - t^2}$;

$1 - t^2 = 2\sqrt{3}t$;

$t^2 + 2\sqrt{3}t - 1 = 0$, $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} t = -\sqrt{3} + 2 \\ t = -\sqrt{3} - 2 \end{array}\right.$

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-170

№5 продолжение.

$\begin{cases} \operatorname{tg}\frac{5\pi}{12} = 2-\sqrt{3} \text{ - верно} \\ \operatorname{tg}\frac{5\pi}{12} = -2-\sqrt{3} \text{ - неверно} \end{cases}$ т.к. $0 < \frac{5\pi}{12} < \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2-\sqrt{3}$

Значит, $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = 2-\sqrt{3}$

$\operatorname{arctg}7$, -2, $-\frac{7\pi}{12}$ принадлежат $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$

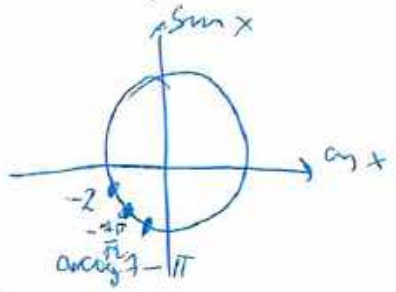
$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}7) = 7 > \operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = 2-\sqrt{3}$. Значит

$\operatorname{arctg}7 > -\frac{7\pi}{12}$

Сравним -2 и $-\frac{7\pi}{12}$;

$3{,}1 < \pi < 3{,}2$. Значит, $-\frac{7\pi}{12} > -\frac{7\cdot 3{,}2}{12} = -\frac{22{,}4}{12} > -2$

$(22{,}4 < 24 = 2\cdot 12)$



Теперь узнаем знак аргументов арктангенсов:

$\frac{2\operatorname{arctg}7 - 2\pi - 1}{\operatorname{arctg}7 + \pi + 2} < 0$ $\begin{cases} \operatorname{arctg}7 - \pi < 0 \\ \operatorname{arctg}7 - \pi + 2 > 0 \text{ т.к.} \end{cases}$

$(\operatorname{arctg}7 - \pi) - (-2) > 0$

$(-2 < \operatorname{arctg}7 - \pi \Rightarrow |-2| > |\operatorname{arctg}7 - \pi|$

$(7 > \sqrt{3})$

$\frac{\operatorname{arctg}7 - \pi + 3}{2\operatorname{arctg}7 - 3\pi - 1} < 0$ $\begin{cases} \operatorname{arctg}7 - \pi < 0 \\ \operatorname{arctg}7 - \pi + 3 > 0 \text{ т.к.} \end{cases}$ ~~$\operatorname{arctg}7 > \frac{\pi}{3} = 1$~~

~~$\Rightarrow \operatorname{arctg}7 + \pi + 3 > \frac{\pi}{3} - \pi + 3 = -\frac{4\pi}{3} + 3 > 0$~~

Значит, $\operatorname{arctg}7 - \pi$ подходит.

оба $\operatorname{arctg} \in (-\frac{\pi}{2}; 0) \Rightarrow$ сумма $\in (-\pi; 0)$

(оба аргумента < 0) $\operatorname{arctg}7 - \pi > -\frac{7\pi}{12}$ по ухад. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{arctg}7 - \pi > -\frac{7\pi}{12} + 3 > 0$ $(-\frac{7\pi}{12} < 3;\ 3 > \frac{2\pi}{3} > \frac{7\pi}{12}$

$\frac{2\pi}{3} < \frac{3{,}2\cdot 2\pi}{3} = \frac{6{,}4}{3} < 3)$ $(3{,}1 < \pi < 3{,}2)$

Ответ: $\operatorname{arctg}7$; $\operatorname{arctg}7 - \pi$

этот промежуток и его $\operatorname{tg} = 7$. Других таких колоним. нет.

№6 ОТС

М11-288

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № _____

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11 - 288

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

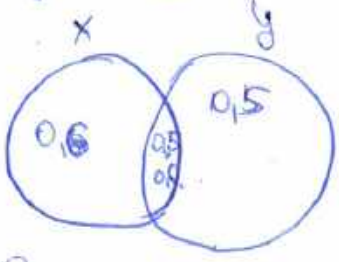
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Колесникова	10	Гуреенкова	10	10
2	Бездева	10	Заблоков	10	10
3	Кремер	12	Борисова	12	12.
4	Баженов	0	Гисич	0	0
5	Кремер	6	Борисова	6	6
6	Окхова	Отс.	Грузин	0	0
7	Беляев	0	Степанян	0	0
8	Шестаков	0	Гельмутов	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-288
(заполняется организатором)

Задание №1



Пусть x - ученики, которые занимаются очно.
=> y - ученики, занимающиеся дистанционно.
$0,6x = 0,5y \mid \cdot 10$ — те, кто занимаются очно
$6x = 5y \Rightarrow x = \frac{5}{6}y$.

Отношение учащихся, занимающихся очно, ко всем:
1,6x - кол-во учащихся, которые занимаются дистанционно
$\frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 6} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0,375$.

Ответ: 0,375. + 1 об.

Задание 2.

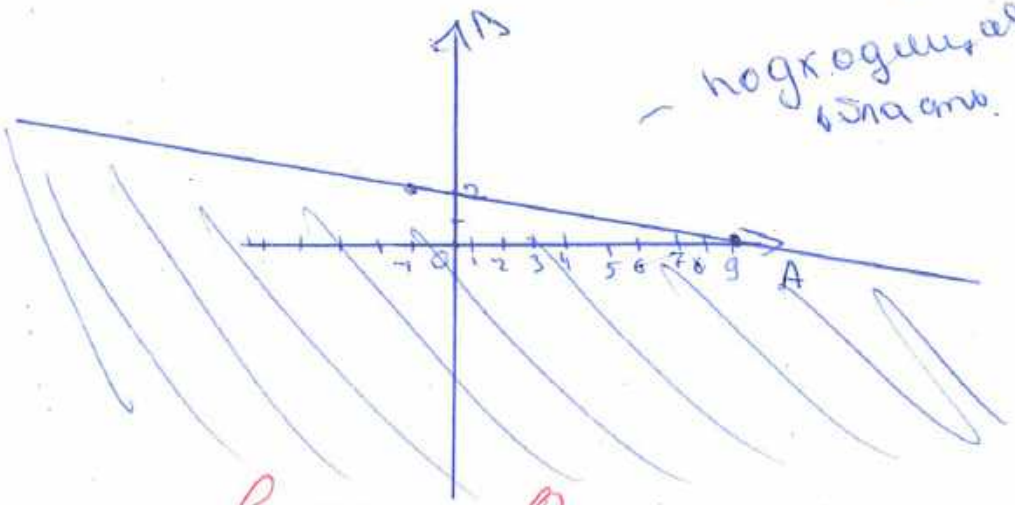
$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \ (1) \\ 3A + 4B \geq 11 \ (2) \\ 5A + 3B \geq 11 \ (3) \end{cases}$$

A+B - min - целевая ф-ция

Нарисуем каждое нер-во пространственным методом интервалов

Рассмотрим 1-ое нер-во
$A + 5B \geq 9$
$A \geq 9 - 5B$

A	9	-1
B	0	2



- подходящая область.

Лист №1 №7 отсутствует 0

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

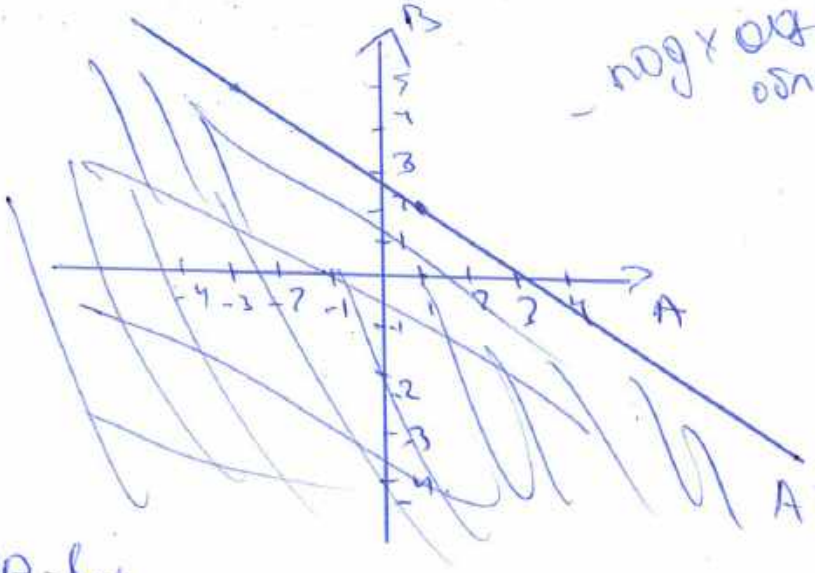
Код участника: М11-288
(заполняется организатором)

Нарисуем 2ое нер-во:

$3A+4B \geq 11$

$A \geq \frac{11}{3} - \frac{4B}{3}$

A	1	-3
B	2	5



подходящая область

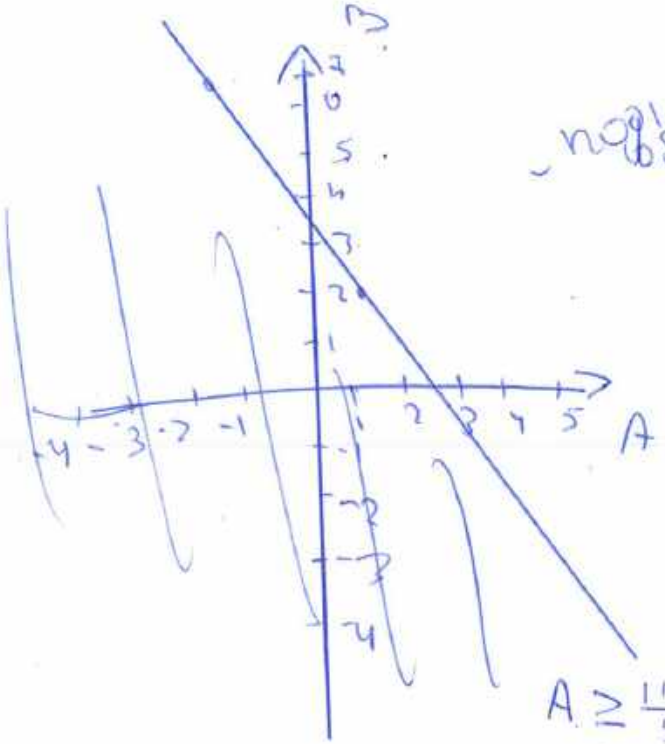
$A \geq \frac{11}{3} - \frac{4B}{3}$

Нарисуем 3-ее нер-во:

$5A+3B \geq 11$

$A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$

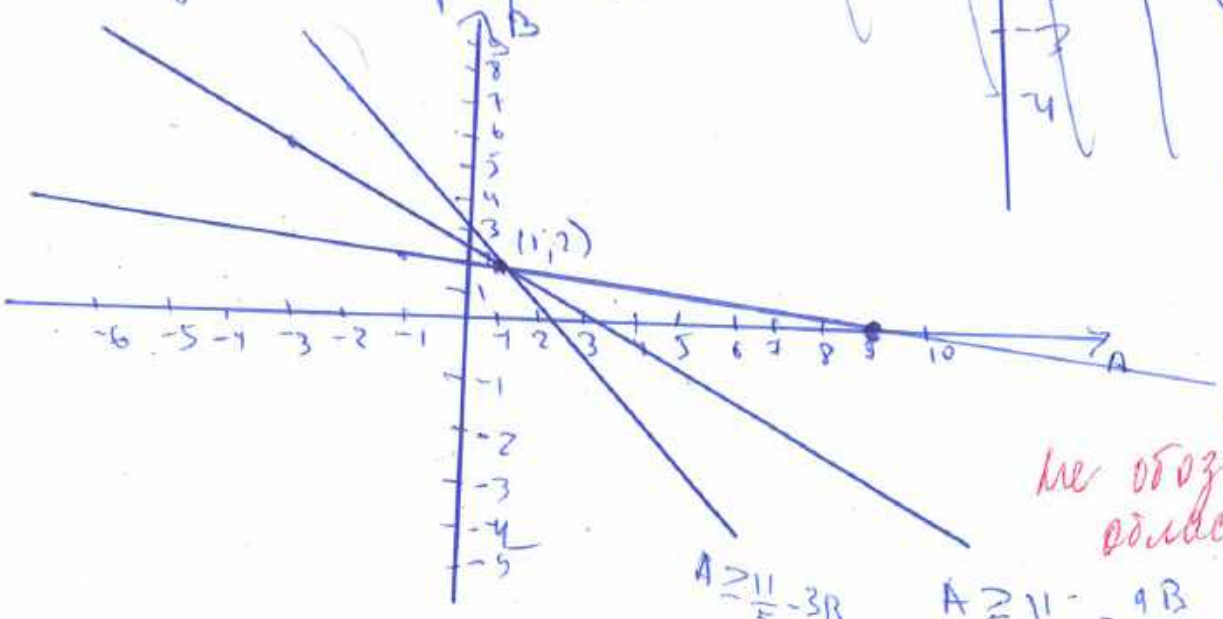
A	1	-2
B	2	7



подходящая область

$A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$

Объединим графики:



$A \geq 3 - 5B$

$A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$

$A \geq \frac{11}{3} - \frac{4B}{3}$

Не обозначено область решения системы

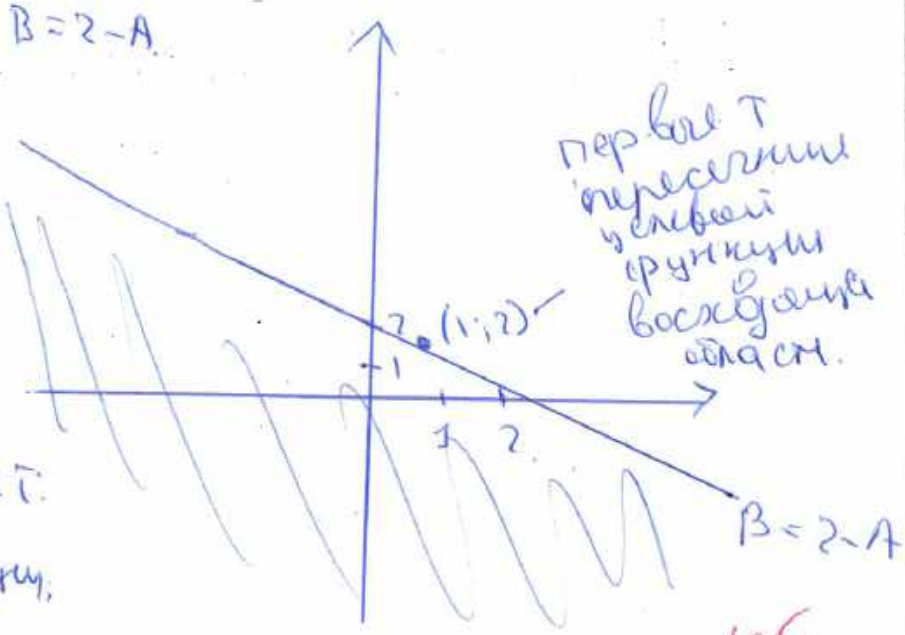
Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-238
(заполняется организатором)

Обозначим. $A+B=2 \Rightarrow B=2-A$.

A	2	0
B	0	2



первая точка пересечения условной границы восходящей области.

Заметим, что первая точка пересечения условной границы восходящей области

в осе $(A;B)=(1;2) \Rightarrow \min A+B=2+1=3$

105

Ответ: 3

Задание 3.

Найдем $p(n)$.

$S = P(1)+P(99)$

$P(1) = \frac{g}{g+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{49}}$

$P(99) = \frac{g^{99}}{g^{99}+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{-49}}$

$S = \frac{1}{1+g^{49}} + \frac{1}{1+g^{-49}} = \frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+t^{-1}}$

1) $\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1+t^{-1}} = \frac{1}{1+t} + \frac{t}{1+t} = 1$

2) Заметим, что сумма

$S'' = P(n)+P(100-n) = 1$

$P(n) = \frac{g^n}{g^n+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{50-n}}$

$P(100-n) = \frac{1}{1+g^{50-100+n}} = \frac{1}{1+g^{n-50}}$

$= \frac{1}{1+g^{-(50-n)}}$

Заменим: $t = g^{50-n}$,

аналогично пункту 1.

получим $P''=1$

лист N3

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-288

(заполняется организатором)

3) Найдем $p(50)$:

$p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}} = \frac{1}{2}$

4). $P = p(50) + p'' \cdot 49 = 49{,}5$ (12)

Ответ: 49,5.

Задача 5.

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

Найдем ограничения:

$\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \frac{5}{3} \end{cases}$

Заметим, что слева - угол, справа - угол $\Rightarrow$ углы равны друг другу. Поэтому их ctg - равны между собой:

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right) = \operatorname{ctg}x$

$\frac{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\right)\cdot \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}\right) - 1}{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\right) + \operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)} = \operatorname{ctg}x$

$\operatorname{ctg}x = \frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}}$ $\quad \operatorname{ctg}x = \frac{2x^2+2}{8x+8} \Rightarrow \operatorname{ctg}x = \frac{1}{4}$

$x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4} + \pi n$

Учитываем область определения $\operatorname{arcctg}x$: $(0;x) \Rightarrow$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-288

(заполняется организатором)

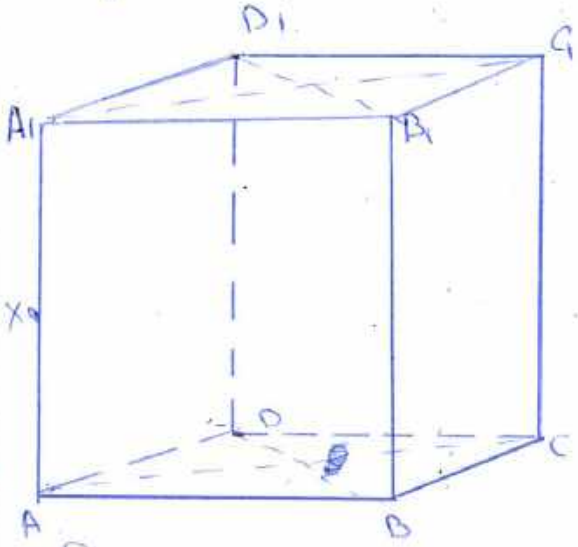
$\Rightarrow x = \operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

Ответ: $\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

6 баллов

Неверно ход решения

Задание №4.



Дано:

$ABCDA_1B_1C_1D_1$

$AB = 1$

Сфера проходит через т. C_1 касается AD, AA' и $A'B'$

Решение не найдено

Решение:

$\rho(\text{сфера}; AD) = \rho(\text{сфера}; A'B')$

Пусть т. O - центр сферы.

$\rho(O; (ABC)) = \rho(O; (A'B'C'))$

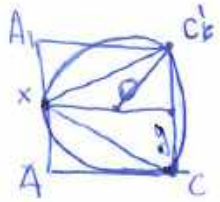
Пусть α - плоскость, которая пересекает AA' в т. X.

(X - середина AA')

$O \in \alpha$ $DO = OC_1'$

Заметим, что большой круг сферы проходит через т. C, C', B, B_1, X,

Рассмотрим диаметральное сечение сферы в плоскости ACC'



$XC = XC_1 \Rightarrow \triangle XCC_1$ - равнобедренный.

Радиус сферы совпадает с радиусом окружности, описанной около $\triangle XCC_1'$

$AC = \sqrt{2}$; $AA_1 = 1$; $XA = XA' = \frac{1}{2}$;

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-288

(заполняется организатором)

т.к $AX = \frac{1}{2}$, а $AC = 1$, то

$XC = \sqrt{AX^2 + AC^2}$

$XC = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}}$

$XC = \sqrt{\frac{5}{4}}$

$XC = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$OC = \sqrt{Oy^2 + yC^2}$

$OC = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$

$OC = \sqrt{\frac{2}{4}}$

$OC = \frac{\sqrt{2}}{2}$

№6 отс

Лист 6

М 11 – 359

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-359

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Анальева Т.Г	2	Гурьянова И.Э	2	2
2	Зайцева	10	Позднева	10	10
3	Маркова	12	Кочарова	12	12
4	Киреанова	0	Васильева	0	0
5	Уварова	11	Сулим	11	11
6	Гуляев	3	Олехна	3	3
7	Посто-валова	0	Лита-гина	0	0
8	Пелипов	0	Щасных	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

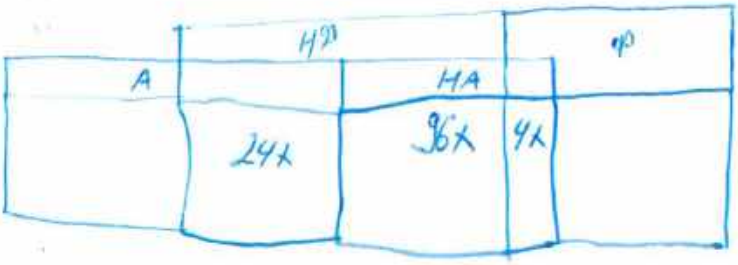
Код участника: М 11-359

(заполняется организатором)

№1.

1) Из Не говорящих по английскому (НА) 4% говорят по французски (Ф)

2) Из Не говорящих по французски (НФ) 20% говорят на английском (А)



1) пусть 96х из НА НФ, тогда 4х из НА Ф

2) тогда из тех кто НФ люди либо говорят по английски либо нет $\Rightarrow$ 96х - 80% от НФ $\Rightarrow$ 20% = 24х

3) $\frac{НФ}{НА} = \frac{120х}{100х} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1,2$

Ответ: в 1,2 раза.

Из представленного решения неясно, что обозначает х, хотя в вычислениях х присутствует. В связи с этим ход рассуждений решающего абсолютно не ясен

+. (2б)

Бланк ответа

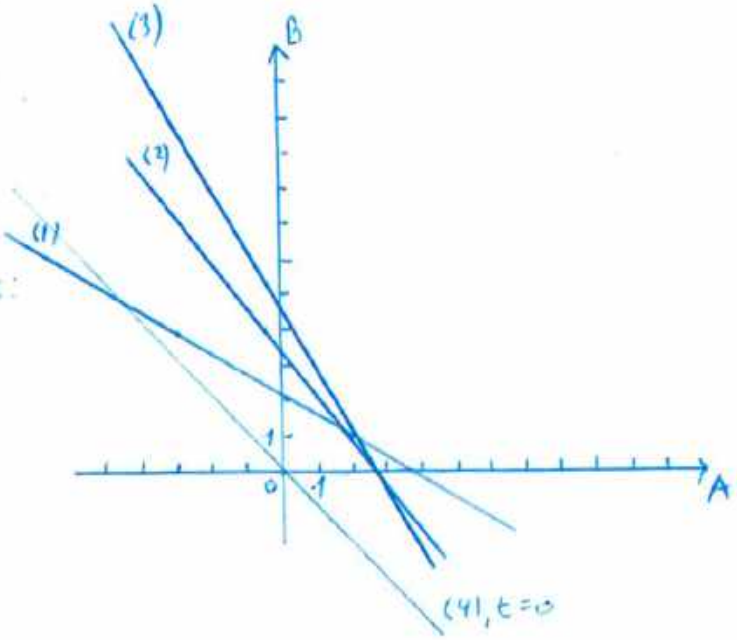
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-359

(заполняется организатором)

№2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \\ A + B \le t \end{cases}$$



Построим график:

$$\begin{cases} B \le \frac{11-3A}{5} \quad (1) \\ B \le \frac{10-4A}{3} \quad (2) \\ B \le \frac{18-7A}{4} \quad (3) \\ B \le t - A \quad (4) \end{cases}$$

10

(2) $B=0 \quad A=2,5$ $\Rightarrow$ можно говорить, что граница задается (1) и (2)

(3) $B=0 \quad A=\frac{18}{7}>2,5$

тогда можно сказать что точка прямой $B=t-A$ лежит на 1 прямой при $A \in (-\infty; \frac{17}{11}]$ и

на 2 прямой при $A \in [\frac{17}{11}; 2,5]$

($A=\frac{17}{11}$ ((2)=(1) $\frac{11-3A}{5}=\frac{10-4A}{3} \Rightarrow A=\frac{17}{11}$)

1) $A+B \le A+\frac{11-3A}{5}=\frac{11+2A}{5}=\frac{121+34}{55}=\frac{155}{55}=2\frac{9}{11}$

max при $A=\frac{17}{11}$

2) $A+B \le A+\frac{10-4A}{3}=\frac{10-A}{3}=\frac{110-17}{33}=\frac{93}{33}=\frac{31}{11}=2\frac{9}{11}$

max при $A=\frac{17}{11}$

$\Downarrow$

$\max(A+B)=2\frac{9}{11}$

Ответ: $2\frac{9}{11}$

2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-359

(заполняется организатором)

№3.

$$P(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$$

$$P(1)+P(2)+\ldots+P(33)=\frac{-3}{3^1+3^{17}}+\frac{3^2}{3^2+3^{17}}+\ldots+\frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}}+\frac{3^{18}}{3^{18}+3^{17}}+\ldots+\frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}}=$$

$$=-\frac{1}{1+3^{16}}+\frac{1}{1+3^{15}}-\frac{1}{1+3^{14}}+\ldots-\frac{1}{1+3^2}+\frac{1}{1+3^1}-\frac{1}{1+1}+\frac{3}{3+1}-\frac{3^2}{3^2+1}+\frac{3^3}{3^3+1}-\ldots-\frac{3^{16}}{3^{16}+1}=$$

$$=-\frac{1}{1+3^{16}}+\frac{1}{1+3^{15}}+\ldots+\frac{1}{1+3^1}-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{3^1+1}-1+\frac{1}{3^2+1}+1-\frac{1}{3^3+1}-\ldots-1+\frac{1}{3^{16}+1}=$$

$$=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-359

(заполняется организатором)

№5.

$\operatorname{arcctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arcctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arcctg} t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{arcctg} t_1 + \operatorname{arcctg} t_2 \in (-\pi;\pi) \Rightarrow x \in (-\pi;\pi)$

083

Возьмём тангенс от обоих частей

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg} x$$

$$\frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} = \operatorname{tg} x$$

$$\frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = \operatorname{tg} x \qquad x^2+1 \neq 1$$

$7 = \operatorname{tg} x$

$x = \operatorname{arcctg} 7 + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$x \in (-\pi;\pi)$, $\operatorname{arcctg} 7 > \frac{\pi}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \operatorname{arcctg} 7$

$x = \operatorname{arcctg} 7 - \pi$

Ответ: $\operatorname{arcctg} 7$ и $\operatorname{arcctg} 7 - \pi$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-359
(заполняется организатором)

X, Y, Z

№8.

Найдём кол-во последовательностей где ~~все~~ заданное условие не выполняется, тогда ответом будет это число, уменьшенное на 1.

Чтобы найти его из общего кол-ва вычтем кол-во подходящих последовательностей:

1) XY; YX
XZ; ZX вар $1_8 \cdot 1_9 \cdot 1$
YZ; ZY 99 позиций т.к. для элемента объединения можно поставить оставшийся один элемент множества {X, Y, Z} либо с краю либо в конец, и потом на дорасстановку оставшиеся

$6 \cdot (2 \cdot 97 + 97 \cdot 96)\, 97! = 6 \cdot 97 \cdot 98!$

2) XYZ; XZY
YXZ; YZX
ZXY; ZYX
Здесь все пары элемента объединены в один получается ~~98~~ 98 позиций тогда просто выберем место тройке и поставим оставшиеся цифры и также пары в варианте

$6 \cdot 98 \cdot 97! = 6 \cdot 98!$

$100! - 6 \cdot 98! (1+97) + 1 = 98! (99 \cdot 100 - 6 \cdot 98) + 1 = 98! \cdot 9312 + 1$

Ответ: $98! \cdot 9312 + 1$.

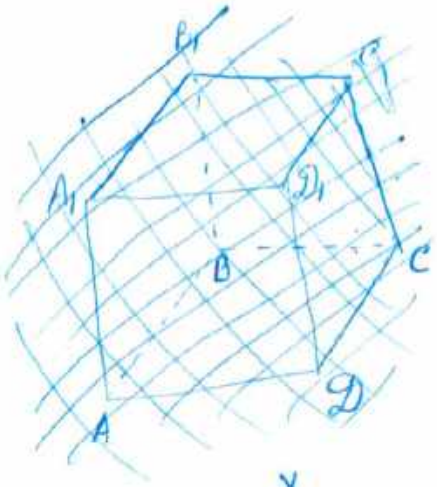
Об ошибке!

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-359

(заполняется организатором)



~~№4~~

~~Дано: AB=1~~
~~ABCD A1B1C1D1 E1F1~~

№6.

~~Дано~~ Дано: XYZ и X'Y'Z' - треугол.

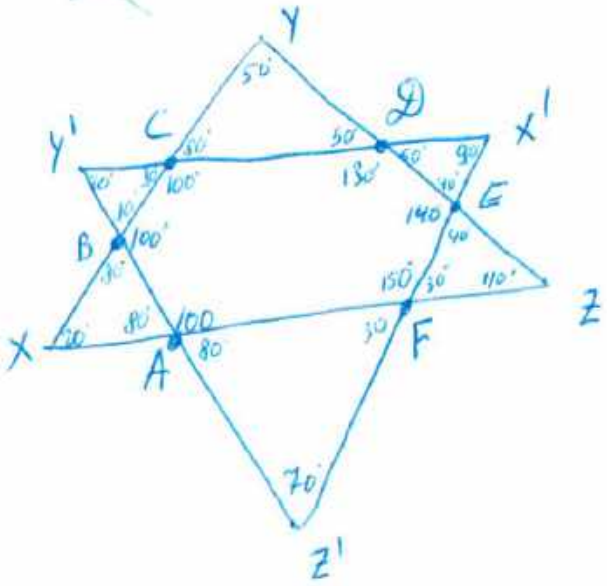
их пересеч = ABCDEF шестиуг.

$\angle A = \angle B = \angle C = 100°$

$\angle D = 130°$

$\angle E = 140°$

$\angle F = 150°$



Найти: углы изображенных треугольников

Решение:

1) Просто посчитали смежные углы, а далее найдём углы треугольников из того, что сумма углов в треугольнике = 180°

1 вар реш

3 д.

Ответ: 20°, 50°, 110°

и

90°, 20°, 70°

М71666

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

111 666

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Тосговалова	10	Лихачк	10	10
2	Сивина С.В	10	Магомедов Р.М	10	10
3	Марков	12	Борисов	12	12
4	Баманов	0	Чиан	0	0
5	Баманов.	2	Борисов	4	3
6	Грузд	3	Степанч	3	3
7	Комнов	10	Степан	0	0
8	Сергеев	0	Углов	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11666
(заполняется организатором)

№1

Пусть A - занимающиеся только очно
B - очно и заочно
C - только заочно

Тогда по условию: $\begin{cases} 0{,}5(A+B)=B \\ 0{,}6(C+B)=B \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A=B \\ 0{,}6C=0{,}4B \end{matrix} \Rightarrow A=B=1{,}5C$

$C=\frac{2}{3}A$

В задаче просят найти $\frac{A}{A+B+C}=\frac{A}{A+A+\frac{2}{3}A}=\frac{A}{\frac{8}{3}A}=\frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$

+1 08

№3

$p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}$

Рассмотрим $p(m)+p(100-m)$:

$$\frac{g^m}{g^m+g^{50}}+\frac{g^{100-m}}{g^{100-m}+g^{50}}=\frac{g^{100}+g^{50+m}+g^{100}+g^{150-m}}{g^{100}+g^{150-m}+g^{50+m}+g^{100}}=1$$

Рассмотрим $p(50)$:

$$\frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}}=\frac{1}{2}$$

Кол-во пар $p(m)+p(100-m)$ - 49 $\begin{pmatrix} 1-99 \\ 2-98 \\ \dots\dots \\ 49-51 \end{pmatrix}$, то есть ⇒ искомая сумма равна $49+\frac{1}{2}=49{,}5$ (еще $p(50)$ без пары)

Ответ: 49,5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11666
(заполняется организатором)

№2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 & (1) \\ 3A+4B \geq 11 & (2) \\ 7A+3B \geq 11 & (3) \end{cases}$$

$(1)+(3)$: $6A+8B \geq 20$

$2\cdot(2)$: $6A+8B \geq 22$

$\Rightarrow$ значит первое и третье неравенств можно сделать более строгими:

$$\begin{cases} A+5B \geq 9+x_1 & (4) \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11+x_2 & (5) \\ x_1+x_2=2 \\ (x_1 \geq 0, x_2 \geq 0) \end{cases}$$

$(4)+2\cdot(5)$: $11A+11B \geq 31+x_1+2x_2$

$A+B \geq 3+\frac{x_2}{11}$

$A+B$ – всегда не меньше трёх (оценка)

$A+B=3$ $A=1$ $B=2$ подходит (пример)

Ответ: 3

10

№5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta+1}{\operatorname{ctg}\beta-\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}=x-\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$$

$$\frac{5x+3}{3x-5}=\frac{\operatorname{ctg}x\frac{(x-1)}{x+1}+1}{\frac{x-1}{x+1}-\operatorname{ctg}x}=\frac{(\operatorname{ctg}(x)(x-1)+(x+1)}{(x-1)-\operatorname{ctg}x(x+1)}$$

$x \neq \left\{-1;\frac{5}{3}\right\}$

$x \neq \pi l, l \in Z$

$-\operatorname{ctg}x(x+1)(5x+3)+(5x+3)(x-1)=\operatorname{ctg}(x)(x-1)(3x-5)+(x+1)(3x+5)$

$-\operatorname{ctg}x(5x^2+8x+3)+(5x^2-2x-3)=\operatorname{ctg}(x)(3x^2-8x+5)+(3x^2-2x-5)$

$\operatorname{ctg}(x)(8x^2+8)=2x^2+2$

$\operatorname{ctg}x=\frac{x^2+1}{4x^2+4}=\frac{1}{4}$ $x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n$

Ответ: $\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n$ $n \in Z$

0

Ц баллов

Есть лишние корни

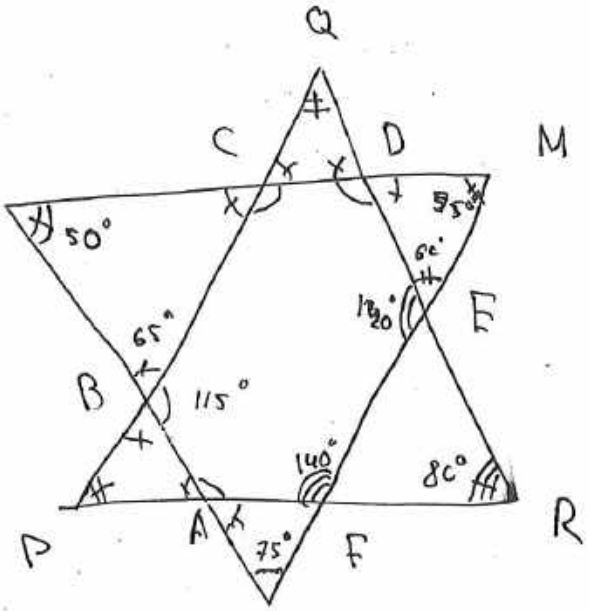
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М17666

(заполняется организатором)

№ 6



$\angle LBC = 65^\circ$ (смежные с $\angle B$) (отметим все равные)

$\angle BLC = 50^\circ$ (по сумме углов $\triangle BLC$)

$\angle PRQ = 80^\circ$ (по сумме углов $\triangle PQR$)

$\angle DEM = 60^\circ \Rightarrow \angle DME = 55^\circ$

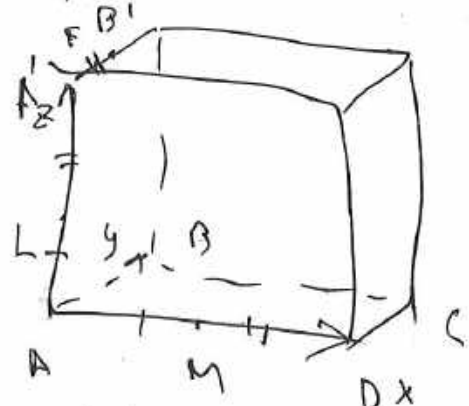
$\Rightarrow \angle LNM = 75^\circ$ (по сумме углов)

1 вариант ответа – 3

Ответ: $\triangle LMN$ ($\angle L = 50^\circ$, $\angle N = 75^\circ$, $\angle M = 55^\circ$)

$\triangle PQR$ ($\angle P = 50^\circ$, $\angle Q = 50^\circ$, $\angle R = 80^\circ$)

№ 4



$\angle FM$ – точка касания

$AM = AL$, $MD = LA' = A'B'$ (касательные)

$\Rightarrow$ если ввести систему координат с $A(0;0;0)$ $D(1,0,0)$ $B(0,1,0)$ $A'_1(0,0,1)$ $A_1A' = AD = AB = 1$

то $M(a;0,0)$ $L(0,0,a)$ $F(0,1-a,1)$ но тогда $a = \frac{1}{2}$, т.к. M – середина

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{2}-x\right)^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ (1-x)^2 + (1-y)^2 + z^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 + \left(\frac{1}{2}-z\right)^2 = R^2 \\ x^2 + \left(\frac{1}{2}-y\right)^2 + (1-z)^2 = R^2 \end{cases}$$

(где x, y, z – координаты центра)

а L, M, F, C – принадлежат окружности

Легкая система получаем: $x = z$ $y = \frac{3}{2}$ $x = \frac{1}{2}$ $z = \frac{1}{2}$ $R = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{2}$ – Решение не найдено

№ 7 нет

М11-Р10

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11-810

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Жданова Т.Г	10	Кононенко А.Ю.	10	10
2	Гоздева	2	Заспина	2	2
3	Александрович	12	Уракаев	12	12
4	Осипова	0	Киреева	0	0
5	Уфимцев	11	Сунгатуллина	11	11
6	Орехова	3	Степанян	3	3
7	Комлова	0	Степанян	0	0
8	Киреева	0	Степанян	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-810

(заполняется организатором)

1.

№1.

Пусть a - часть студентов, занимающихся очно; b - очно и дистанционно, c - только дистанционно, тогда из условия =>

(1) $0{,}5(a+b)=b$, т.к. $a+b$ - студенты, занимающиеся хоть как-то очно

(2) $0{,}6(b+c)=b$, т.к. $b+c$ - студенты, занимающиеся дист. или дай, очно

Из (1) $\Rightarrow a=b$

Из (2) $\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{3}{2}c \Rightarrow b=\frac{3}{2}c$

А т.к. $a+b+c=1 \Rightarrow 3c+c=1 \Rightarrow c=\frac{1}{4}=0{,}25 \Rightarrow a=b=0{,}375 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Студенты, занимающиеся только очно составляют 37,5%; +110

№2.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \mid \cdot 1 \\ 3A+4B \geq 11 \mid \cdot 2 \\ 5A+3B \geq 11 \mid \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 6A+8B \geq 22 \\ 15A+9B \geq 33 \end{cases}$$

Сложим неравенства:

$22A+22B \geq 64$

$A+B \geq \frac{64}{22}$

$A+B \geq \frac{32}{11} \Rightarrow$ Наименьшее значение $A+B=\frac{32}{11}$

Ответ: $\frac{32}{11}$ не доказано, что $A+B \geq 3$. 20

№3.

$$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}}=\frac{1}{1+9^{50-n}}$$

Заметим, что числа симметричные относительно $n=50$ в сумме дают 1, т.к. если числа симметричны относительно 50, то $n_1=50+k$, $n_2=50-k \Rightarrow p(n_1)=\frac{1}{1+9^{50-50-k}}=\frac{1}{1+\frac{1}{9^k}}=\frac{9^k}{9^k+1}$; $p(n_2)=\frac{1}{1+9^{50-50+k}}=$

$=\frac{1}{1+9^k} \Rightarrow p(n_1)+p(n_2)=\frac{1}{1+9^k}+\frac{9^k}{1+9^k}=\frac{9^k+1}{9^k+1}=1$.

А значит сумма $p(1)+p(2)+\dots p(99)=p(50)+49 \cdot 1=\frac{1}{2}+49=49{,}5$

Ответ: 49,5 +

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-910
(заполняется организатором)

2.

№5.

$\operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

1) $\operatorname{arctg}\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x \in (-\pi;\pi)$

2) Пусть $\operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5} = \alpha$, $\frac{x-1}{x+1} = \beta \Rightarrow \alpha+\beta = x \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \operatorname{tg}(x)$

3) $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta} = \frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1}\right)} =$

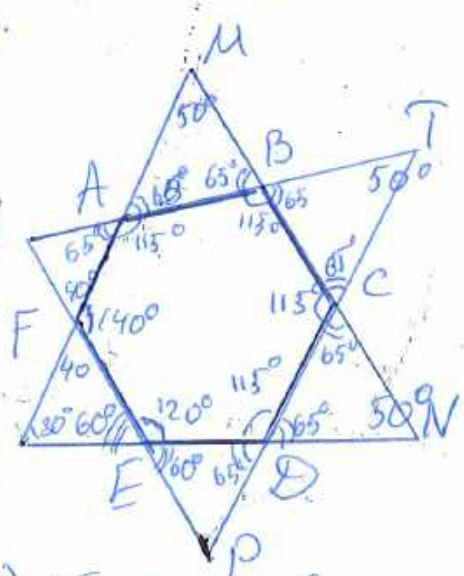
$= \frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)-(5x+3)(x-1)} = \frac{5x^2+8x+3+3x^2-8x+5}{3x^2-2x-5-5x^2+2x+3} = \frac{8x^2+8}{-2x^2-2} =$

$= \frac{4(2x^2+2)}{-(2x^2+2)} = -4 \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = -4 = \operatorname{tg}x$

4) С учетом ограничений на $x \Rightarrow x = \operatorname{arctg}(-4)$, $x = \operatorname{arctg}(-4)+\pi$

Ответ: $\{\operatorname{arctg}(-4); \operatorname{arctg}(-4)+\pi\}$

№6.



Дано:

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$, $\angle F = 140$

1) Все точки шестиугольного определяются однозначно, при выборе точек A и B. А от выбора точек A и B зависит только какому из треугольников будут принадлежать найденные углы.

2) Обозначим вершины треугольников, как KMN и STP

3) Из смежности $\angle MAB = \angle MBA = \angle TBC = \angle TCB = \angle NCD = \angle NDC = \angle PDE = 180° - 115° = 65°$, $\angle PED = \angle KEF = 180° - 120° = 60°$, $\angle KFE = \angle SFA = 40°$

4) Т.к. Сумма углов треугольника $= 180° \Rightarrow \angle N = 50° = \angle T = \angle M$

$\angle S = 180° - 40° - 65° = 75°$, $\angle K = 180 - 60° - 40° = 80°$, $\angle P = 55°$ $(180° - 60° - 65°)$

5) Углы 1-ого треугольника – 50°, 50°, 80°; 2ого – 50°, 55°, 75°

3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-810
(заполняется организатором)

3.

№5.

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$

1) Пусть $\alpha=\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}$, $\beta=\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

2) Т.к. $\operatorname{arcctg}\alpha\in(0;\pi)\Rightarrow x\in(0;2\pi)$

3) $\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{1+\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}=\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\frac{(5x+3)(x-1)-(x+1)(3x-5)}{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}=$

$=\frac{5x^2+5x-3-3x^2+5x-3x+5}{5x^2+8x+3+3x^2-8x+5}=\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\frac{(x^2+1)}{4(x^2+1)}=\frac{1}{4}\Rightarrow\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{4}$, т.к. $0<x<2\pi$

$\alpha+\beta=x\Rightarrow\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\operatorname{ctg}x$

4) С учетом ограничений $\max\Rightarrow x\in\{\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4});\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4})+\pi\}$

Ответ: $x\in\{\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4});\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4})+\pi\}$

№7.

$f(x)=ax^4+x^2+x$ должна касаться с прямой вида $kx+b$ в 2 точках.

$g(x)=kx+b\Rightarrow(ax^4+x^2+x)'=g'(x)=k\Rightarrow 4ax^3+2x+1=k\Rightarrow$

данное ур-ие должно иметь ровно 2 решения,

$4ax^3+2x+1-k=0$, для того чтобы оно имело 2 решения $f''(x)=0$

$12ax^2+2=0\Rightarrow 6ax^2+1=0\Rightarrow a\le 0$

$a\neq 0$

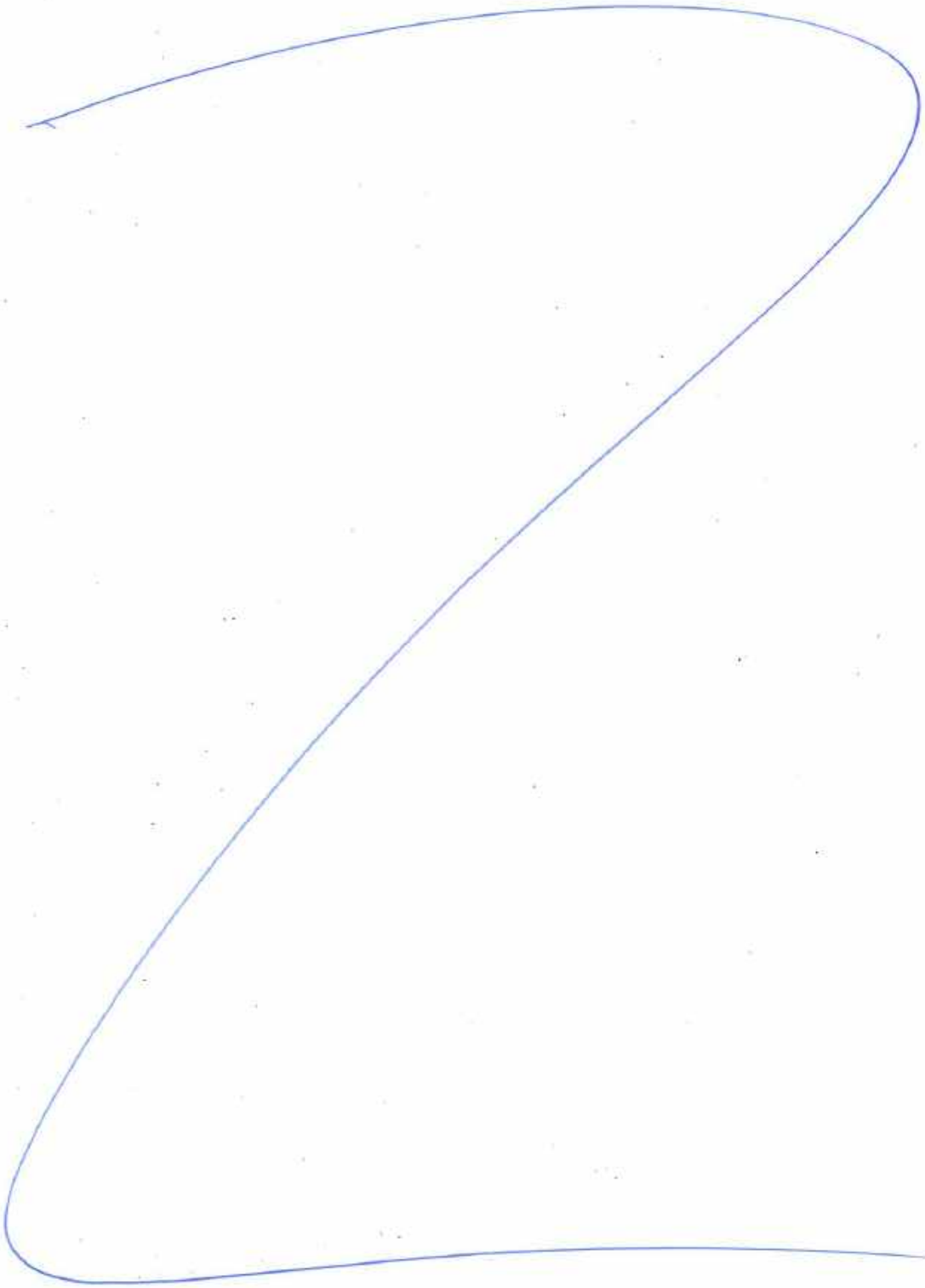
0

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-810

(заполняется организатором)

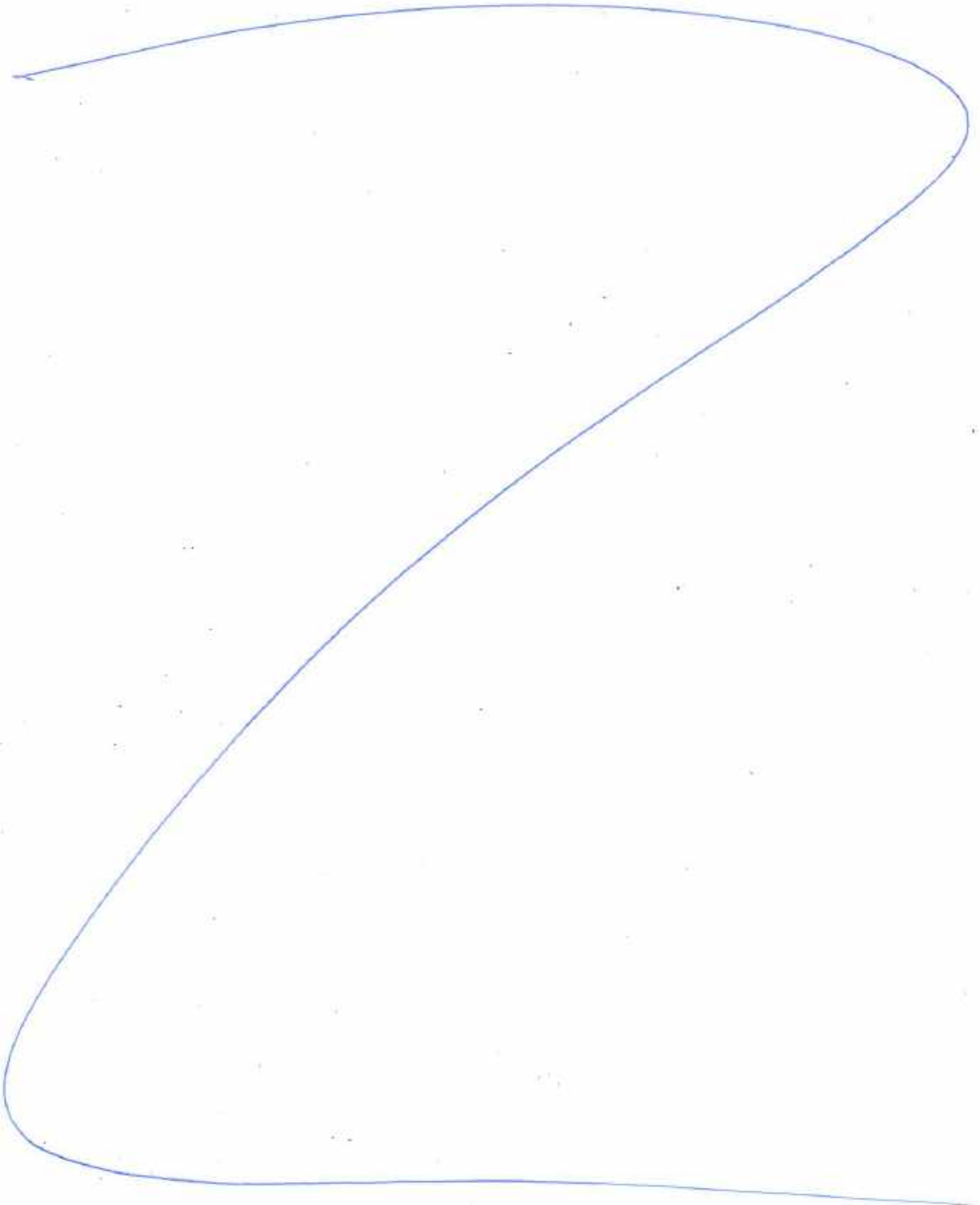


Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-910

(заполняется организатором)



М11032

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11088

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Данилова Т.Г	10	Гарькавая Ю.Э.	10	10
2	Гоздева	10	Заичкин	10	10
3	Макаева	12	Маркова	12	12
4	Филиппова	0	Савина	0	0
5	Баланов	0	Кудров	0	0
6	Окунева	3	Сенина	3	3
7	Постовалова	3	Лапшин	3	3
8	Шапиро	0	Кислицын	0	0
ИТОГО					38

11 11 088

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

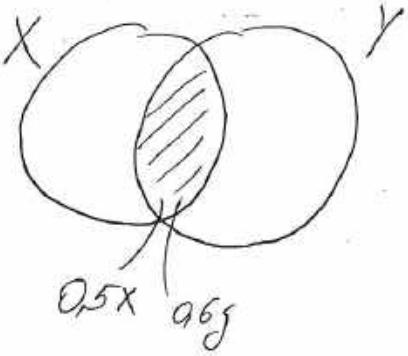
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11038

№1

Пусть X – кол-во людей, занимающих окно, y – кол-во людей, занимающихся дистанц.

Тогда людей сост. в первом множестве и втором множествах с одной стороны $0{,}5X$, а с другой $0{,}6y$



$$0{,}5X = 0{,}6y$$

$$\frac{5}{6}X = y$$

Т.к. людей одной формы, занимающ. еще и дистанц. $0{,}5X$, то тех, кто только занимается очно $X - 0{,}5X = 0{,}5X$

Часть тех, кто занимается очно: $\frac{0{,}5X}{X+y-0{,}5X} = \frac{0{,}5X}{0{,}5X+\frac{5}{6}X}$:

↳ пересеч. X и y мы счит. два раза, поэтому один раз необх. вычесть

$$\frac{0{,}5}{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 6}{8} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

Ответ: 0,375

+ 10

№2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 & (1) \\ 3A + 4B \geq 11 & (2) \\ 5A + 3B \geq 11 & (3) \end{cases}$$

$(1) + 2\cdot(2) + 3(3)$: $A + 6A + 15A + 5B + 8B + 9B \geq 9 + 22 + 33$

$22A + 22B \geq 64$

$A + B \geq \frac{64}{22}$

$A + B \geq \frac{32}{11}$

Пример:

$A = \frac{32}{33}$

$B = \frac{64}{33}$

(1): $\frac{32}{33} + \frac{64\cdot 5}{33} = \frac{32+320}{33} = \frac{352}{33} \geq 9$ ✓

(2) $\frac{96}{33} + \frac{256}{33} =$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11088

№2

$$\begin{cases} A+3B \geq 9 \quad (1) \\ 3A+4B \geq 11 \quad (2) \\ 5A+3B \geq 11 \quad (3) \end{cases}$$

$2\cdot(2)+(3)$: $6A+5A+8B+3B \geq 33$

$11(A+B) \geq 33$

$A+B \geq 3$

Пример: $A=1$; $B=2$

(1): $A+5B = 11 \geq 9$ V

(2): $3A+4B = 3+8 = 11 \geq 11$ V

(3): $5A+3B = 5+6 \geq 11$ V

$A+B=3$

4

10б

Ответ: $A+B \geq 3$

№3

$$p(h) = \frac{g^h}{g^h+50}$$

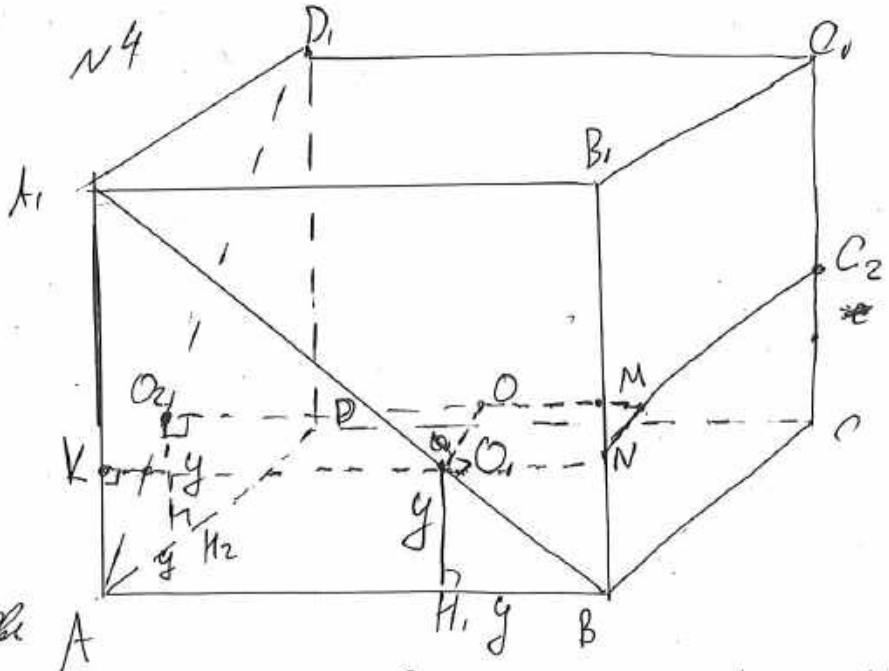
расс. сумму $p(h)+p(100-h) = \frac{g^h}{g^h+g^{50}} + \frac{g^{100-h}}{g^{100-h}+g^{50}} = \frac{g^{100}+g^{50+h}+g^{100}+g^{150-h}}{(g^h+g^{50})(g^{100-h}+g^{50})}$

$$= \frac{2\cdot g^{100}+g^{50+h}+g^{150-h}}{g^{100}+g^{50+h}+g^{150-h}+g^{100}} = 1$$

$p(1)+p(2)\ldots p(99) = (p(1)+p(99))+(p(2)+p(98))\ldots (p(49)+p(51))+p(50) = 49+\frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}} = 49,5$

Ответ: 49,5

№4



Центр сферы находится на пересеч. двух перпенд. к центрам окружн., которые яв. сечениями этой сферы.

Как известно, центр окр лежит на биссектрисе угла а пересеч. касат, поэтому центры окружн, кот. яв

лежат на сечениями ф сферы яв плоскостями A_1B и AD_1.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11088

N4 (продолж.)

Кроме того, середины перпенд. далки находятся на одном расст. от (ABCD) чтоб пересечься.

Пусть это расстояние – y.

O_1, O_2 – центры окр., кот. яв. сечениями сферы плоскостями

(A, AB_1) и $(A_1 AD)$ соотв.

K – проекц. O_1 на AA_1, $\Rightarrow KO_2OO_1$ яв. прямоуг.

$AH_2 = KO_2 = O_2H_2 = y$

$KO_1 = AH_1 = 1 - H_1B = 1 - O_1H = 1 - y$

Заметим что $\alpha(O_1OO_2) \parallel (ABC) \rightarrow AA_1 \perp \alpha(O_1OO_2)$

$\rightarrow OK \perp AA_1$, а т.к. AA_1 – касат., то KO – радиус сферы

$KO = \sqrt{KO_1^2 + OO_1^2} = \sqrt{1 - 2y + 2y^2}$

Также сфера проходит через т. C

Пусть C_2 – т. пересеч. $\alpha(O_1OO_2)$ ребра CC_1

$OC_2 = \sqrt{OM^2 + MC^2} = \sqrt{O_1N^2 + \alpha(1 - MN)^2} = \sqrt{H_1B^2 + (1 - OO_1^2)}$

Об

=

N7

Запишем условие касания $f(x)$ и прямой $kx+b$ в двух точках как равенство производных:

$4ax^3 + 2x + 1 = k$

$4ax^3 + 2x = k - 1$

3

Имеем в лев. части куб. многочлен, а в правой константу. Чтобы мы имели два реш., необх., чтобы $f(x) = 4ax^3 + 2x$ имело два хотя бы два различных промежутка монотонности, если не $f(x)$ будет только монотонно убывать или только монотонно возр., то кажд. знач. k будет $k-1$

Будет соотв ровно одно знач. x, а как необх. 2 знач. x

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 088

№7 (продолж. 1)

~~Далее для рассмотрения промежутков монотонности, возьмем производную от $g(x)$ и потребуем чтобы $g'(x)$~~ $g'(x)$

Для условия того что $g(x)$ имело хотя бы 2 разн. промеж. монотонности, потребуем, чтобы произв. меняла знак.

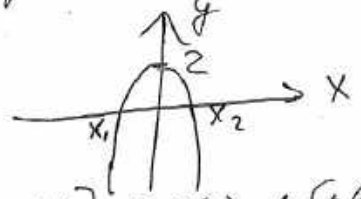
$g'(x) = 0$

$12ax^2 + 2 = 0$

1) при $a > 0$ ~~имеет 1 промеж. реш.~~ нет

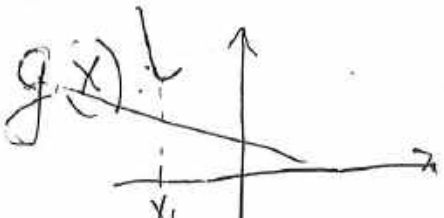
2) при $a < 0$ $\Rightarrow 12ax^2 = -2$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{1}{6a}}$

Т.к $g(x) = 12ax^2 + 2$ при $a < 0$ имеет вид параболы с ветвями вниз



в таком случае $g(x)$ имеет при $-\infty$ $x \in (-\infty; x_1]$ и $g(x)$ убывает ; а при $x \in [x_1; x_2]$ возраст.

и $(x_2; +\infty)$



g $x_1, x_2 = -\sqrt{-\frac{1}{6}a}$

$x_2 = \sqrt{-\frac{1}{6}a}$

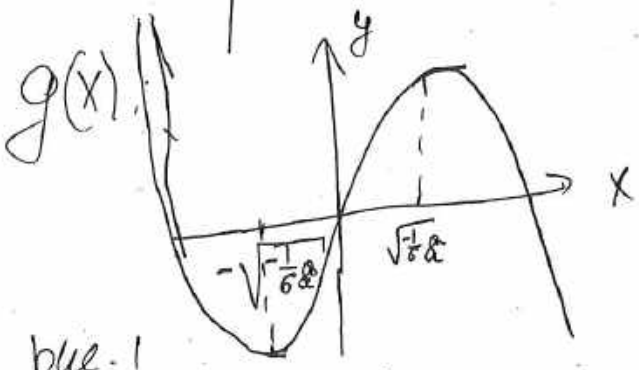


рис. 1

Из рис. 1 видно что $g(x) = k-1$ имеет ~~два реш.~~

1 реш. при $k-1 > g\left(\sqrt{-\frac{1}{6}a}\right)$ и $k-1$ ~~$<$~~ $g\left(-\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right)$

имеет три реш при ~~$k-1$~~ $g\left(-\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right)$ ~~g~~ $< X < g\sqrt{-\frac{1}{6a}}$

и, наконец, 2 реш. при $*$ при $k-1 = g\left(\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right)$

и $k-1 = g\left(-\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right)$.

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11088

№7 (продолж.) (2)

тогда k_1 и k_2 равны соотв. $4a\sqrt{\frac{-1}{216a^3}} + 2\sqrt{\frac{-1}{6a}} + 1$

и $-4a\sqrt{\frac{-1}{216a^3}} - 2\sqrt{\frac{-1}{6a}} + 1$

Найдем теперь т.к. нам достаточно найдти ур только одной прямой, то рассм. прямую с коэф k_1 и найдем своб. коэф.

~~$f(x_1) = k_1 x_1 + b$~~ $f\left(\sqrt{\frac{-1}{6a}}\right) = k_1\sqrt{\frac{-1}{6a}} + b$

$\frac{a}{36a^2} + \frac{1}{6a} + \sqrt{\frac{-1}{6a}} = \left(4a\sqrt{\frac{-1}{216a^3}} + 2\sqrt{\frac{-1}{6a}} + 1\right)\sqrt{\frac{-1}{6a}} + b$

$\frac{a}{36a} \quad \frac{1}{36a} - \frac{1}{6a} + \sqrt{\frac{-1}{6a}} = \frac{4}{36a^2} + \frac{2}{6a} + \sqrt{\frac{-1}{6a}} + b$

$-\frac{5}{36a} - \frac{4}{36a^2} - \frac{2}{6a} = b$

$-\left(\frac{7a+4}{36a^2}\right) = b$

Тогда ур. пр. ~~$ax+by+c = 4\ kx+b-y =$~~ $kx+b=y$ или

$y = \left(4a\sqrt{\frac{-1}{216a^3}} + 2\sqrt{\frac{-1}{6a}} + 1\right)x - \frac{7a+4}{36a^2}$

Ответ: $a < 0$

№6

$\angle N = 180 - (180 - \angle B + 180 - \angle C)$

$= 180 - 180 = 50°$

Аналогично $\angle X = \angle Y = \angle N = 50°$

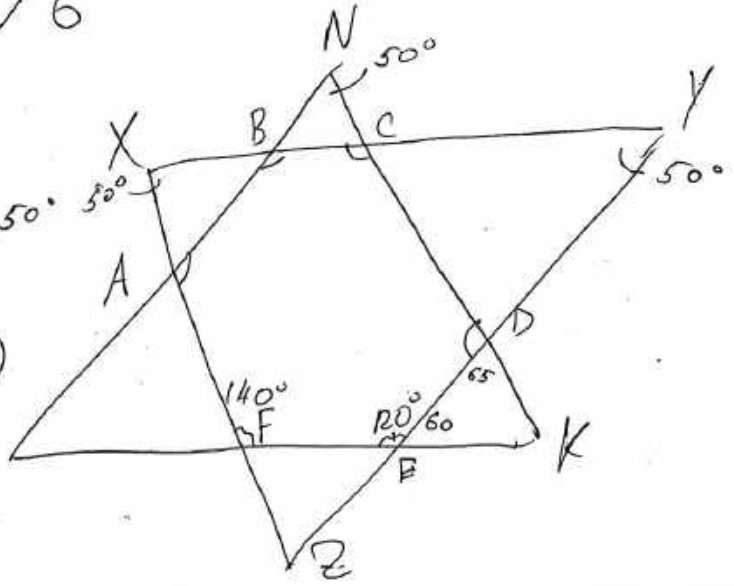
$\angle Z = 180 - \angle X - \angle Y = 80°$

$\angle K = 180 - (180 - \angle D + 180 - \angle E)$

$= 55°$

$\rightarrow \angle M = 180 - \angle K - \angle N$

$= 75°$



Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11088

№ 6 (продолж.)

Ответ: 9 перв. треуг. $(50^\circ; 50^\circ; 80^\circ)$, второй $(75^\circ; 55^\circ; 50^\circ)$

МП-784

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-784
(заполняется организатором)

№1

пусть x – заинтересся очко; y – дистанционно

тогда:

$x \cdot 0{,}5 = y \cdot 0{,}6 \qquad y = \frac{5}{6}x$

только очко $(1-0{,}5)x = x/2$

всего студентов $x+y$

$$\frac{x/2}{x+y} = \frac{x \cdot 1/2}{x(1+5/6)} = \frac{3}{11}$$

Ответ: 3/11 ? (-) об.

№2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases}$$

$(A+B)_{min} - ?$

пусть $A+B=x$, тогда

$$\begin{cases} x + 4B \geq 9 & ① \\ 3x + B \geq 11 & ② \\ 5x - 2B \geq 11 & ③ \end{cases}$$

из ② и ③:

$6x + 5x \geq 11 \cdot 2 + 11$

$x \geq 3$

покажем, что при $x = 3$ существуют такие числа, удовл. системе

$3 + 4B \geq 9 \Rightarrow B_{min} = 2 \qquad 3 + 4 \cdot 2 = 11 > 9$

$3 \cdot 3 + 2 = 9 + 2 = 11$

$5 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 15 - 4 = 11 \Rightarrow A = 1;\ B = 2;\ A + B_{min} = 3$

Ответ: 3 10 б.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МП - 784
(заполняется организатором)

№ 3

$$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}} = \frac{1}{1 + g^{50-n}}$$

тогда $p(100-n) = \frac{1}{1+g^{50-(100-n)}} = \frac{1}{1+\frac{1}{g^{50-n}}} =$

$$= \frac{g^{50-n}}{1+g^{50-n}}$$ (можем домножить на g^{50-n}, т.к. всегда >0)

значит $p(n) + p(100-n) = \frac{1}{1+g^{50-n}} + \frac{g^{50-n}}{1+g^{50-n}} = 1$

$p(1) + p(2) + \dots p(99) = p(1) + p(99) + p(2) + p(98) + \dots$

$+ p(49) + p(51) + p(50) = 49 + p(50) =$

$= 49 + \frac{1}{1+g^{50-50}} = 49 + 1/2 = 99/2$

Ответ: 99/2

№ 5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x \qquad x \in (0;\pi)$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}$$

1) $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{arcctg}(-3/5) + \operatorname{arcctg}(-1) \neq \pi k \Rightarrow$ не решение

2) $x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = \operatorname{ctg}(x) \qquad \begin{matrix} x \neq 5/3 \\ x = -1 \end{matrix}$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = \frac{(5x+3)(x-1) - (3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1) + (x-1)(3x-5)} = \frac{2x^2+2}{8x^2+8} = \frac{1}{4}$$

$\operatorname{ctg}x = 1/4 \qquad x = \operatorname{arcctg}(1/4)$ + πk

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11 - 7Д4
(заполняется организатором)

~~без периода т.к. $x \in (\pi k; \pi k)$~~

т.к. x = сумме двух арккотангенсов, то

$x \in (0+0; \pi/2 + \pi/2) \in (0; \pi)$, поэтому без доп. периода

Ответ: $\operatorname{arctg}(1/4)$

8 баллов

№ 7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

чтобы прямая касалась графика в некой точке, производные в этой точке должны быть равны.

пусть уравнение прямой: $kx + b$

по ур-ю касательной:

$kx + b = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

рассмотрим $g(x) = 4ax^3 + 2x + 1$.

$g'(x) = 12ax^2 + 2 \geq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{6a}}$

$x^2 = -\frac{1}{6a}$

$g(x_{1,2}) = -\frac{2}{3} x_{1,2} + 2x_{1,2} + 1 = \frac{4}{3} x_{1,2} + 1 = \pm \frac{4}{3\sqrt{-6a}} + 1$



$f'(x)$

чтобы было две точки касания, график производной должен достигать некоторого значения несколько раз. $\Rightarrow a < 0$ (I огр.)

~~для $x_0 \in [x_1; x_2]$~~ – 2 или 3 точки, где функция принимает какое-то значение.

рассмотрим $h(x) = f(x) - x \cdot f'(x)$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

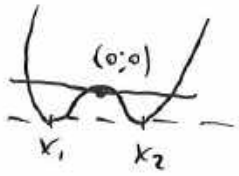
Код участника: МП-784
(заполняется организатором)

$h(x) = ax^4 + x^2 + x - (4ax^4 + 2x^2 + x) = -3ax^4 - x^2$

$h'(x) = -12ax^3 - 2x = -2x(6ax^2 + 1) = 0$

$\Rightarrow x = x_1$, или x_2 - также экстремумы, на которых будет два пересеч.

$h(x) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x_0 = 0 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{3a}} \end{matrix}$



1. $f'(x)$ - функция общего вида $\Rightarrow$ координаты точек касания НЕ симметричны отн. нуля.

2. ~~проверим на симметричность отн. x_1~~

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1 = 2x(2ax^2 + 1) + 1$

$x = x_1 \pm d$

$f'(x_1 \pm d) = 4a(x_1 \pm d)^3 + 2(x_1 \pm d) + 1 =$

~~2. первая координата $\in (x_1; 0)$, вторая $\in (x_2; \frac{1}{\sqrt{3a}})$~~

пусть x_0 - ~~одна из~~ координата одной из точек касания

$\begin{cases} f'(x) = f'(x_0) \\ h(x) = h(x_0) \end{cases}$ равн. $\begin{cases} 4ax^3 + 2x + 1 = 4ax_0^3 + 2x_0 + 1 \\ -3ax^4 - x^2 = -3ax_0^4 - x_0^2 \end{cases}$

$\begin{cases} (x - x_0)(4a(x^2 + xx_0 + x_0^2) + 2) = 0 \\ (x + x_0)(x - x_0)(3a(x^2 + x_0^2) + 1) = 0 \end{cases}$ из 1. $x \neq -x_0$

$\begin{cases} 4a(x^2 + xx_0 + x_0^2) + 2 = 0 \\ 3a(x^2 + x_0^2) + 1 = 0 \end{cases}$

$12axx_0 + 2 = 0 \quad x = -\frac{1}{6ax_0}$ - вторая точка касания

$4a\left(\left(\frac{1}{6ax_0}\right)^2 - \frac{1}{6a} + x_0^2\right) + 2 = 0 \quad t = x_0^2$

$6at^2 + 2t - \frac{1}{6a} = 0 \quad D_1 = 1 + 6a/6a = 2 \quad t = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{6a}$

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-784
(заполняется организатором)

$x_0 = \pm\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}}$ $\qquad x = \frac{1}{-6ax_0} = \pm\frac{1}{\sqrt{-6a(1+\sqrt{2})}}$

1) ⊕

$k = f'(x_0) = 4\cdot a\cdot\left(\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}}\right)^3 + 2\cdot\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}} + 1 =$

$= \left(\frac{2(-1-\sqrt{2})}{3} + 2\right)\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}} + 1 = \frac{4-2\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}} + 1 =$

$= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{3}\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{-6a}} + 1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{1-\sqrt{2}}{6a}} + 1$

$b = h(x_0) = -3a\left(\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}\right)^2 - \left(\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}\right) = \frac{-1-\sqrt{2}}{6a}\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2} + 1 + \sqrt{2}\right) =$

$= -\frac{3+2\sqrt{2}}{4a}$

2) ⊖

$k = f'(x_0) = -\sqrt{\frac{-1-\sqrt{2}}{6a}}\left(2\frac{(-1-\sqrt{2})}{3} + 2\right) + 1 = -\frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{1-\sqrt{2}}{6a}} + 1$

b – такой же, как у $k_\oplus$

Ответ: нет

$x_0 = \frac{1}{-6ax_0} \qquad x_0^2 = \frac{1}{-6a} \qquad \frac{-1-\sqrt{2}}{6a} = \frac{1}{-6a} \Rightarrow \varnothing$

Ответ: $a \in (-\infty; 0)$

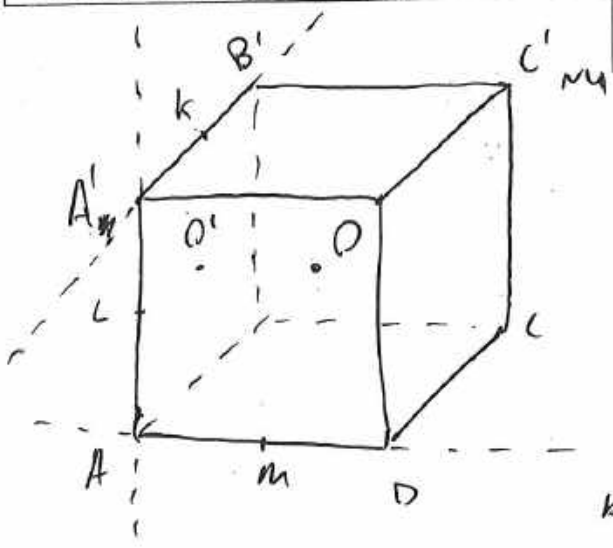
$y = \left(\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{1-\sqrt{2}}{6a}} + 1\right)x - \frac{3+2\sqrt{2}}{4a}$

5

Бланк ответа 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

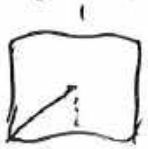
Код участника: МП-784
(заполняется организатором)



$AB = 1$

$R - ?$.

т.к. сфера касается AA' и AD, то ~~пересечение~~ пер. с плоскостью (ADA') является круг, а отрезки касательных от точки A совпадают. аналогично с AA' и $A'B'$ $\Rightarrow$ $K; L; M$ (точки касания) – середины сторон, на которых они лежат. Заметим, что от перемещения сферы внутрь куба или из него данная отрезков не меняется, только расположение отн. вершин. цент. сферы тогда лежит в центре куба (либо отзеркален отн. плоскости $(AA'B')$ или (ADA').) тогда радиус в проекции на плоскость $\parallel (AA'B')$ и проходящей через цент. сферы и м, соотв. равен



$$R = \sqrt{(1/2)^2 + (1/2)^2} = \sqrt{2}/2.$$

покажем, что до точек L и K расст. от O также равно $\sqrt{2}/2$:

O' – проекция O на $AA'B'$. $LO = \sqrt{(1/2)^2 + 1/2)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$KO = \sqrt{(1/2)^2 + (1/2)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, также KO; LO и перп. к $A'B'$; AA' и AD $\Rightarrow$ ближ. расст. и соответственно точки касания.

Ответ: $\sqrt{2}/2$

М11-784

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Балалаева	0	Гурьянова	0	0
2	Магомедов Р.М.	10	Савина С.В.	10	10
3	Маркова	12	Тихонова	12	12
4	Киреева	0	Осипова	0	0
5	Борисов	8	Кремер	8	8
6	Окорок	3	Грузин	3	3
7	Коленов	5	Степанян	5	5
8	Шапков	0	Пчелинцев	0	0
ИТОГО					38

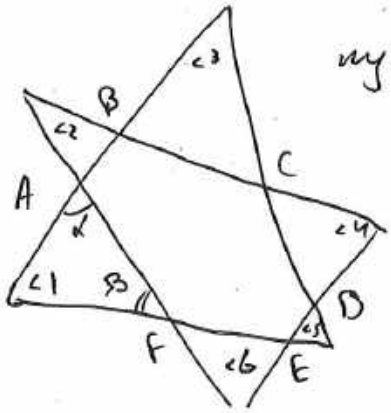
Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ЛШ - 7Д4

(заполняется организатором)

№ 6



пусть ∠1; ∠3; ∠5 – углы 1 треуг.

∠2; ∠4; ∠6 – углы 2 треуг.

$\angle 1 = 180° - \alpha - \beta$

$\alpha = 180° - \angle FAB$

$\beta = 180° - \angle AFE.$

тогда $\angle 1 = \angle FAB + \angle AFE - 180° =$

$= 140° + 115° - 180° = 75°$

аналогично с другими углами:

$\angle 2 = \angle FAB + \angle ABC - 180° = 115° + 115° - 180° = 50°$

$\angle 3 = \angle ABC + \angle BCD - 180° = 115° + 115° - 180° = 50°$

$\angle 4 = \angle BCD + \angle CDE - 180° = 115° + 115° - 180° = 50°$

$\angle 5 = \angle CDE + \angle DEF - 180° = 115° + 120° - 180° = 55°$

$\angle 6 = \angle DEF + \angle EFA - 180° = 120° + 140° - 180° = 80°$

Ответ: углы первого треугольника: 75°; 50°; 55°;
углы второго треугольника: 50°; 50°; 80°;

№ 8

1) за 99 перестановок можно узнать последовательность каверняка (на каждой позиции побывает 99 различных чисел, поставившееся будет искомым)

2) для одной позиции можно узнать число за 6 шагов:

* - по результату (>3) определяет число

вариант: $100 \xrightarrow{1} 50 \xrightarrow{2} 25 \xrightarrow{3} 12 \xrightarrow{4} 6 \xrightarrow{5} 3$ [illegible]

[illegible] для каждого числа [illegible]

1 2 – 1 шаг

1 2 3 – 1 шаг

1 2 3 4 – 2 шага

1 2 3 4 5 – 2 шага

Ответ: 6.

М11-679

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-679

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	[illegible]	10	Гурьянова	10	10
2	Сивица С.В	6	Матюнина	6	6
3	Александрович	12	Кремер	12	12
4	Овчинникова	1	Киреенова	1	1
5	Борисова	4	Кремер	4	4
6	Окунева	3	Степанян	3	3
7	Конюхова	3	Степанян	3	3
8	[illegible]	0	Щегрова	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-695

(заполняется организатором)

Задание 5:

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}x$$

$$\operatorname{ctg}(\angle\alpha+\angle\beta)=\frac{1-\operatorname{tg}\angle\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\angle\alpha+\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{tg}\angle=\frac{1}{\operatorname{ctg}\angle}$$

$$\frac{1-\dfrac{(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x-1)}}{\dfrac{(3x-5)(x-1)+(5x+3)(x+1)}{(5x+3)(x-1)}}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{3x^2-8x+5+3x^2+8x+3}{5x^2-2x-3}$$

$$\frac{3x^2-8x+5+5x^2+8x+3}{5x^2-2x-3}=\operatorname{ctg}x$$

Ошибка

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}x$$

$$\operatorname{ctg}x=\frac{1}{4}$$

$$x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Неверно.

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-679
(заполняется организатором)

Задание 3:

$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$ Р/м $p(m)$ и $p(m+100-m)$.

$p(m) = \frac{g^m}{g^m + g^{50}}$ $p(100-m) = \frac{g^{100-m}}{g^{100-m} + g^{50}} =$

$= \frac{1}{1 + g^{m-50}} = \frac{g^{50}}{g^m + g^{50}}$

$p(m) + p(100-m) = \frac{g^m}{g^m + g^{50}} + \frac{g^{50}}{g^m + g^{50}} =$

$= \frac{g^m + g^{50}}{g^m + g^{50}} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow p(1) + p(99) = 1$

$p(2) + p(98) = 1$

$\vdots$

$p(49) + p(51) = 1$

$p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow p(1) + p(2) + \ldots + p(99) =$

$= 49 + \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$

Ответ: $\frac{99}{2}$ + (12)

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-673
(заполняется организатором)

Задание 6:

$\Delta A_1B_1C_1 = F_1$

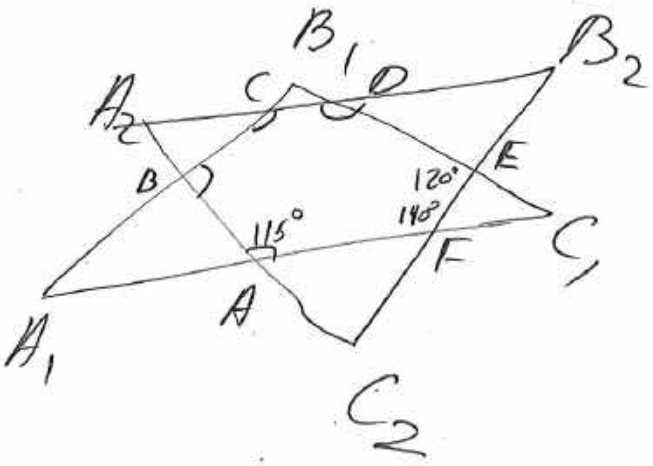
$\Delta A_2B_2C_2 = F_2$

$F_1 \cap F_2 = ABCDEF$

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$

$\angle F = 140°$



$\angle A_1$ – ? $\angle B_1$ – ? $\angle C_1$ – ?

$\angle A_2$ – ? $\angle B_2$ – ? $\angle C_2$ – ?

1) • $\angle A_1BA = 180° - 115° = 65°$ (смежные)

• $\angle A_1AB = 180° - 115° = 65°$ (смежные)

$\angle A_1 = 180° - 65° - 65° = 50°$ (по т. о сумме углов Δ)

2) ам-но п. 1

$\angle A_2 = 50°$

$\angle B_1 = 50°$

3) $\angle C_1 = 180° - \angle B_1 - \angle A_1 = 80°$ (по т. о сумме угл Δ)

4) $\angle C_2 = 180° - (180° - 115°) - (180° - 140°) = 75°$

5) $\angle B_2 = 180° - \angle C_2 - \angle A_2 = 180° - 75° - 50° = 55°$

Теперь д-м, что другой картинки быть не может:

Очев, что каждая сторона первого треугольника должна пересекать две стороны второго Δ, при этом все точки должны быть разн.

$\angle A_1 = 50°$; $\angle B_1 = 50°$; $\angle C_1 = 80°$ ✓ 35

Ответ: $\angle A_2 = 50°$; $\angle B_2 = 55°$; $\angle C_2 = 75°$

Бланк ответа №4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-679
(заполняется организатором)

Задание 2:

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2A-B \geq 2 \\ 4A-2B \geq 2 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2A-B \geq 1 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A-B \geq 1 \\ A+5B \geq 9 \end{cases}$$

Задание 2: $\min(A+B) - ?$

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \quad ① \\ 3A+4B \geq 11 \quad ② \\ 5A+3B \geq 11 \quad ③ \end{cases} \qquad ② - ③ \qquad ③ - ②$$

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \\ 2A-B \geq 0 \\ B-2A \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2A-B=0 \quad B=2A \quad A+B=3A.$$

$$\begin{cases} 11A \geq 9 \\ 11A \geq 11 \\ 11A \geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} A \geq \frac{9}{11} \\ A \geq 1 \end{cases} \Rightarrow A \geq 1 \Rightarrow 3A \geq 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A+B \geq 3.$$

Ответ: 3. , б, не доказано, что 3 - min.

Бланк ответа №5.

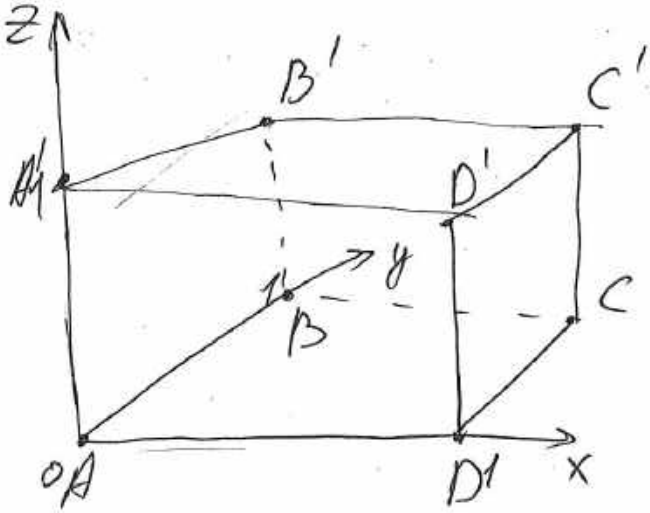
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11-675
(заполняется организатором)

Задание 4:

$ABCDA'B'C'D'$ - куб
$w(O;r)$ - сфера.
AD - кас w
AA' - кас w
$A'B'$ - кас w
~~Сфера~~
$C \in w$

r - ?



1) введем систему координат.

$\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AA'}$ - базис., $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $A(0;0;0)$ $A_1(0;0;1)$
$B(0;1;0)$ $B_1(0;1;1)$
$C(1;1;0)$ $C_1(1;1;1)$
$D(1;0;0)$ $D_1(1;1;0)$

$O(x_0;y_0;z_0)$

(AD): $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$

(AA'): $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=q \end{cases}$

2) $\begin{cases} OC=r \\ OC=g(O;AD)=g(O;AA')=g(O;A'B') \end{cases}$

$OC=\sqrt{(1-x_0)^2+(1-y_0)^2+z_0^2}$

$g(O;AD)=\dfrac{|1x_0+0y_0+0z_0|}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}}=x_0$

$g(O;BB_1')=$

$g(O;AA')=\dfrac{|z_0|}{1}=z_0$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ЛИ-673

(заполняется организатором)

Задание 4 (прод.):

$$\begin{cases} \sqrt{(1-x_0)^2+(1-y_0)^2+z_0^2} = z_0 \\ z_0 = x_0 \\ \sqrt{(1-x_0)^2+(1-y_0)^2+z_0^2} = x_0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_0 = z_0 \\ (1-x_0)^2+(1-y_0)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow O(1;1;1) = C' \Rightarrow r = C'C = 1$

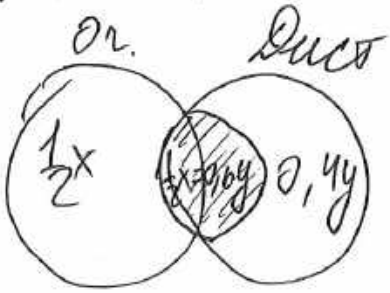
Ответ: 1

Задание 1:

Пусть x уч. – очные + смешанные

y уч. – заочные + смешанные.

$\frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x+y} - ?$



$\frac{1}{2}x = 0,6y$

уч. $\frac{x}{2} = \frac{3y}{5}$.

$y = \frac{5x}{6}$.

$\frac{\frac{1}{2}x}{x+0,4y}$

$\frac{1}{2}x = 0,6y$

$y = \frac{5x}{6}$

$\frac{\frac{1}{2}x}{x+\frac{5x}{6}} - \frac{1}{2} =$

$\frac{\frac{1}{2}x}{x+\frac{x}{3}} - \frac{1}{2} \quad \frac{2y}{5} = \frac{x}{3}$.

$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{8} = 0,375$

$- \frac{11}{6} =$

Ответ: $\frac{3}{8}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} = \frac{3}{11}$

Ответ: $\frac{3}{11}$.

+10

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-695

(заполняется организатором)

Задание 7:

$f(x) = ax^4 + ax^2 + x$

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

№8 нет

Пусть $\{x_0; x_1\}$ - точки, в которых общая кас. $(x_1 \neq x_0)$

x_0:

$y_{кас1} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

x_1:

$y_{кас2} = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1)$

$y_{кас1} = y_{кас2}$.

$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1)$.

$ax_0^4 + x_0^2 + x_0 + (4ax_0^3 + 2x_0 + 1)(x - x_0) = ax_1^4 + x_1^4 + x_1 + (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)(x - x_1)$

$ax_0^4 + x_0^2 + 4ax_0^3 x + 2x_0 x + x - 4ax_0^4 - 2x_0^2 - x_0 = ax_1^4 + x_1^2 + x_1 + 4ax_1^3 x + 2x_1 x + x - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1$

$-3ax_0^4 - x_0^2 + 4ax_0^3 x + 2x_0 x = -3ax_1^4 - x_1^2 + 4ax_1^3 x + 2x_1 x$

$3a(x_1^4 - x_0^4) + (x_1^2 - x_0^2) - 4ax(x_1^3 - x_0^3) - 2x(x_1 - x_0) = 0$

$3a(x_1^2 + x_0^2)(x_1 - x_0)(x_1 + x_0) + (x_1 - x_0)(x_1 + x_0) - 4ax(x_1 - x_0)(x_1^2 + x_1 x_0 + x_0^2) - 2x(x_1 - x_0) = 0$

$3a(x_1^2 + x_0^2)(x_1 + x_0) + (x_1 + x_0) - 4ax(x_1^2 + x_1 x_0 + x_0^2) - 2x = 0$

$3a(x_1^2 + x_0^2)(x_1 + x_0) + (x_1 + x_0) - 4ax x_1 x_0 - 4ax(x_1^2 + x_0^2) - 2x = 0$

М11-076

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-076

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Александров	10	Ишмуков	10	10
2	Могилевец Р.М.	6	Сабитов С.В.	6	6
3	Маркова	12	Иванова	12	12
4	Гисич	0	Кирсанова	0	0
5	Баишев.	4	Борисова	4	4
6	Грузин	3	Конюхов	3	3
7	Конюхов	3	Степанов	3	3
8	Кирсанова	0	[illegible]	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ММ-076

№1.

Пусть x – люди занят. очно, а y – люди занимающие дист. Тогда $0{,}5x$ и $0{,}6y$ – люди заним и очно и дист. (по условию), тогда $0{,}5x = 0{,}6y$

Искомое: $\frac{x - 0{,}5x}{x + y - 0{,}6y} = \frac{1{,}2y - 0{,}6y}{1{,}2y + y - 0{,}6y} = \frac{0{,}6y}{1{,}6y} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ +10

№2.

№8 ие

$\min(A+B) - ?$

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow 10A + 6B \geq 22$$

$$\Rightarrow 10A + A + 6B + 5B \geq 22 + 9$$
$$11A + 11B \geq 31$$
$$A + B \geq \frac{31}{11} \Rightarrow \min(A+B) = \frac{31}{11}$$

Проверка: $3(A+B) + B \geq 11$

$\frac{93}{11}A + B \geq 11 \Rightarrow B \geq \frac{4}{11}$

$A \geq \frac{93}{11} - \frac{140}{11} \Leftrightarrow A \geq -\frac{41}{11}$

$A \geq \left(\frac{121 - 14}{11}\right) / 5 \Rightarrow A \geq \frac{37}{55}$

$\frac{31}{11} - \frac{28}{11} = \frac{3}{11} = \frac{15}{55}$

Пусть $A + B = x$, $\min(x) - ?$

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 4B \geq 9 \\ 3x + B \geq 11 \\ 3x + 24 \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow 6x + 2B \geq 22$$

$$\Rightarrow 6x + 3x + 2B + 24 \geq 33$$
$$x \geq 3 \Rightarrow \min(x) = 3$$

Проверка: $4B \geq 6 \Rightarrow B \geq 1{,}5$

$$\begin{cases} B \geq 2 \\ A \geq 1 \\ A + B = 3 \end{cases} \Rightarrow A = 1;\ B = 2$$

6 не доказано

Ответ: 3

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-096

№3.

$$P(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}; \quad P(1) + P(2) + \ldots + P(99) - ?$$

$$P(100-n) + P(n) = \frac{9^{100-n}}{9^{100-n} + 9^{50}} + \frac{9^n}{9^n + 9^{50}} =$$

$$= \frac{9^{100-n}(9^n + 9^{50}) + 9^n(9^{100-n} + 9^{50})}{(9^{100-n} + 9^{50})(9^n + 9^{50})} =$$

$$= \frac{9^{100} + 9^{150-n} + 9^{100} + 9^{50+n}}{9^{100}(9^{50-n} + 1)(9^{n-50} + 1)} =$$

$$= \frac{9^{100}(9^{50-n} + 1 + 9^{n-50} + 1)}{9^{100}(9^{50-n} + 1)(9^{n-50} + 1)} =$$

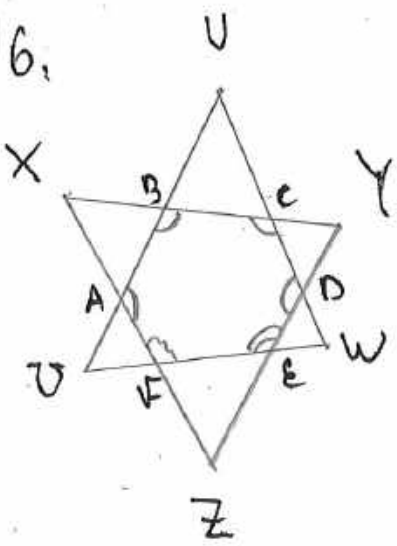
$$= \frac{9^{50-n} + 1 + 9^{n-50} + 1}{1 + 9^{50-n} + 9^{n-50} + 1} = 1$$

$$P(1) + P(99) + P(2) + P(98) + \ldots + P(50) =$$

$$= 49 \cdot 1 + \frac{9^{50}}{9^{50} + 9^{50}} = 49{,}5$$

Ответ: 49,5

№6.



Дано: $\triangle XYZ$; $\triangle UVW$;

ABCDEF – шестиуг.

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115°$

$\angle E = 120°$; $\angle F = 140°$

Найти: $\angle X$; $\angle Y$; $\angle Z$; $\angle U$; $\angle V$; $\angle W$; $\angle U$

Решение:

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-076

$\angle B + \angle UBC = 180° \Rightarrow \angle UBC = 180° - \angle B$ (смежные)

$\angle C + \angle BCV = 180° \Rightarrow \angle BCU = 180° - \angle C$ (смежные)

$\angle U = 180° - \angle UBC - \angle BCU = 180° - 180° - 180° + \angle B + \angle C =$

$= \angle B + \angle C - 180° = 115.2 - 180 = 50°$

Аналогично: $\angle Y = \angle C + \angle D = 180° = 230 - 180° = 50°$

Аналогично: $\angle W = \angle D + \angle E - 180° = 55°$

Аналогично: $\angle Z = \angle E + \angle F = 260° - 180° = 80°$

Аналогично: $\angle V = \angle A + \angle F = 180° = 255° - 180° = 75°$

Аналогично: $\angle X = \angle A + \angle B - 180° = 50°$

$\angle X + \angle Y + \angle Z = 50° + 50° + 80° = 180° \Rightarrow$ верно

$\angle B + \angle V + \angle W + \angle U = 75° + 55° + 50° = 180° \Rightarrow$ верно

Ответ: $\angle X = 50°$; $\angle Y = 50°$; $\angle Z = 80°$; $\angle U = 50°$; $\angle W = 55°$; $\angle V = 75°$

1 вариант 3 б.

№ 7.

$F(x) = ax^4 + x^2 + x$

$F(x)'' = 12ax^2 + 2$

Если вторая производная от функции больше нуля на всей области, то у такой функции не будет прямой касательной её два раза, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $a \geq 0$ – решений нет

Пусть $a < 0$ $12ax^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow x^2 < -\frac{2}{12a} \Rightarrow x \in \left(-\infty; \sqrt{\frac{-2}{12a}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{-1}{6a}}; +\infty\right)$ – выпуклая вниз

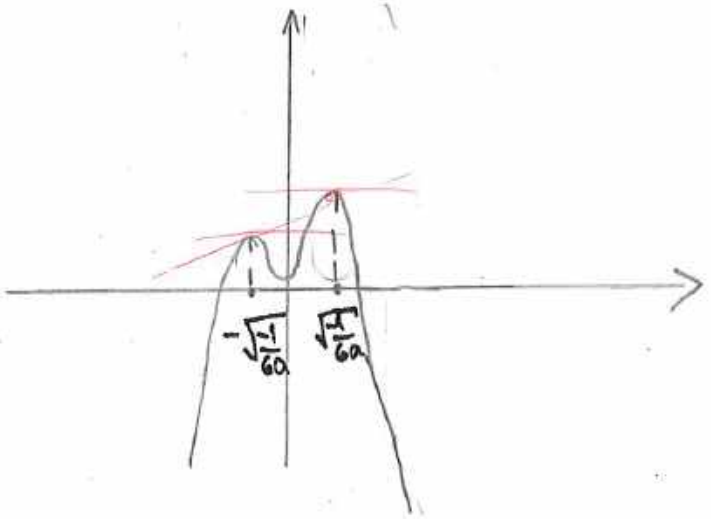
– выпуклая вверх, а при $x \in \left(\sqrt{\frac{-1}{6a}}; \sqrt{\frac{-1}{6a}}\right)$ – выпуклая вниз

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-076

Построим общий график такой функции (с точностью до вогнутости):



Заметим, что одна касательная может касаться графика два раза, только если она пересекает точки $-\sqrt{-\frac{1}{6a}}$ и $\sqrt{-\frac{1}{6a}}$, тогда нам удовлетворяет систему

$$\begin{cases} f\left(-\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right) = k\cdot\sqrt{-\frac{1}{6a}} + b \\ f\left(\sqrt{-\frac{1}{6a}}\right) = k\cdot\sqrt{-\frac{1}{6a}} + b \\ a<0 \end{cases}$$

Пусть $t=\sqrt{-\frac{1}{6a}}$ – для удобства $t>0$

$$2b = f(t)+f(-t) \Rightarrow b = \frac{f(t)+f(-t)}{2} =$$

$$= \frac{at^4+t^2+t+at^4+t^2-t}{2} = at^4+t^2 =$$

$\Rightarrow$ k – производная в точке по оси $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = f(t)' = 4at^3+2t+1 \\ k = f(-t)' = -4at^3+2t+1 \end{cases} \Rightarrow 8at^3+4t=0,\ t\neq 0$$

$$8at^2+4=0$$

$$t^2 = -\frac{4}{8a} = -\frac{1}{2a} \Rightarrow -\frac{1}{6a} = -\frac{1}{2a}$$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 076

~~Т.к. b целый свободный коэффициент целого уравнения, то $k=0$, тогда уравнение~~

~~$8at^3+4t+1=0$ тоже будет~~

~~$8x\cdot -\frac{1}{6a}\cdot\sqrt{\frac{1}{-6a}}+4\cdot\sqrt{\frac{1}{6a}}+1=0$~~

~~$-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{-6a}}+4\cdot\sqrt{-\frac{1}{6a}}+1=0$~~

~~$\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{-6a}}=-1$~~

Составим систему (пусть $x_0=\sqrt{-\frac{1}{6}a}$); ($x_0\neq 0$):

$$\begin{cases} ax_0^4+x_0^2+x_0=kx_0+b \ (1) \\ ax_0^4+x_0^2-x_0=-kx_0+b \ (2) \\ a<0 \end{cases}$$

(1) – (2): $2x_0=2kx_0 \Rightarrow k=1$

$k=f'(x_0) \Rightarrow 8a\cdot -\frac{1}{6a}\cdot\sqrt{\frac{1}{-6a}}+4\sqrt{-\frac{1}{6a}}=1$

$\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{-6a}}=+1 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{-6a}}=\frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{1}{6a}=\frac{9}{64} \Rightarrow$

$\Rightarrow -54a=6a \Rightarrow a=-\frac{64}{54}$ – подходит $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_0=\frac{3}{8}$

$b=a\cdot x_0^4+x_0^2=-\frac{64}{54}\cdot\frac{3^4}{8^4}+\frac{3^2}{8^2}=$

$=\frac{15}{128}$ Ответ: при $a=-\frac{64}{54}$; $y=x+\frac{15}{128}$ 8

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-076

№5.

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}(x)$$

$$\frac{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)-1}{\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\right)+\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)}=\operatorname{ctg}(x)$$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\operatorname{ctg}(x)$$

$$\frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)}=\operatorname{ctg}(x) \qquad x^2+1\neq 0$$

т.к. $x^2\geq 0$, а $1>0$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}(x) \Rightarrow \operatorname{ctg}(x)=\frac{1}{4}$$

$x=\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n$, но т.к у arcctg есть ограничения, то $-2\pi<\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi n<2\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow n\in\{-1;0;1\}$

Ответ: $\left\{\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}-\pi;\ \operatorname{arcctg}\frac{1}{4};\ \operatorname{arcctg}\frac{1}{4}+\pi\right\}$

М11 - 520

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-520

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Васильева	10	Гурьянова	10	10
2	Мамедов	2	Савина	2	2
3	Иванова	0	Кремер	0	0
4	Иванова	0	Савина	0	0
5	Кремер	12	Волкова	12	12
6	Олехова	0	Степанян	0	0
7	Конков	0	Яшагина	0	0
8	Хлынов	0	Щучков	0	0
ИТОГО					24

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-520

N°8 нет

Задание №1.

X - людей не говорящих по-английски =>

т.к. 4% - говорит по-французски => $0,96x$ - не говорит нет по французски

нет по английски

y - людей не говорящих по-французски =>

т.к. 20% - говорит по-английски => $0,8y$ - не говорит нет по французски,

нет по английски

составим уравнение:

$0,96x = 0,8y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{0,96}{0,8} = \frac{6}{5} = 1,2$ + 10б

Ответ: в 1,2 раз

Задание №3.

$$p(1) = \frac{-3}{3 \cdot 3^{17}} = -\frac{1}{3^{17}}$$

$$p(2) = 9 \cdot \frac{1}{9 \cdot 3^{17}} = \frac{1}{3^{17}}$$

т.к. нечетных чисел $\in [1; 33] - 17$.

четных чисел $\in [1; 33] - 16$ =>

получим уравнение:

$$17 \cdot \frac{-1}{3^{17}} + 16 \cdot \frac{1}{3^{17}} = -\frac{1}{3^{17}}$$

Ответ: $-\frac{1}{3^{17}}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МП-520

Задание №2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7A + 8B \le 21 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7A \le 21 - 8B \\ 7A \le 18 - 4B \end{cases}$$

$21 - 8B = 18 - 4B$

$-4B = 18 - 21$

$B = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$7A \le 21 - 8 \cdot \frac{3}{4}$

$7A \le 15$

$A \le \frac{15}{7}$

$A + B = \frac{15}{7} + \frac{3}{4} = \frac{81}{28} = 2\frac{25}{8}$

Неверно

Ответ: $2\frac{25}{8}$

Задание №5.

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$$

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x \in (-\pi; \pi)$

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} x$$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-520
(заполняется организатором)

Продолжение задания №5

$$\frac{tg\left(arctg\frac{2x-1}{x+2}\right)+tg\left(arctg\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-tg\left(arctg\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot tg\left(arctg\frac{x+3}{3x-1}\right)}=tgx$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=tgx$$

$$\frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+3x+2x+6}{(x+2)(3x-1)}\cdot\frac{(x+2)(3x-1)}{3x^2-x+6x-2-(2x^2+6x-x-3)}=tgx$$

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1}=tgx$$

ОДЗ: $x\neq -2$, $x\neq \frac{1}{3}$

$$\frac{7(x^2+1)}{x^2+1}=tgx$$

$tgx=7$

$x=arctg\,7+\pi n$

т.к $x\in(-\pi n;\pi)$ $\Rightarrow$ $x_1=arctg\,7$, $x_2=arctg\,7-\pi$ – Ответ.

12

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-520

Задание №6.

По теор. о сумме углов в многоугольнике сумма всех углов = $= 180(n-2)$

Где n – кол-во вершин $\Rightarrow$ в шест. сумма $\angle = 180(6-2) = 720$

Из усл задачи $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 100^\circ$

$\angle E = 140^\circ$

$\angle F = 150^\circ$

2) $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 100 + 100 + 100 + 100 + 140 + 150 = 690$;

что противоречит теореме, такого б-ника не может существовать

(-) 05

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

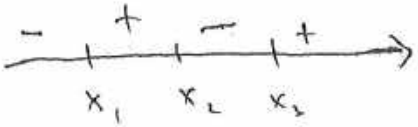
Код участника: М11-520
(заполняется организатором)

Задание №7.

Функция $f(x) = x^4 + bx^2 + x$ при каких b существует прямая, касающаяся $f(x)$ в двух точках?

Чтобы сущ-ла прям-я к графику в 2-х точках необход-мо чтобы функция имела либо 2 точки max, либо 2 точки min. Т.к функция $f(x)$ непрерывна на всей числовой оси X ⇒ если эта функция должна иметь 2 точки min или 2 точки max, то там где 2 точки min обяз будет 1 точка max, а там где 2 точки max должна быть 1 точка min.

Найдем $f'(x) = 4 \cdot x^3 + 2bx + 1$ – кубич-ое уравнение, которое может иметь max кол-во корней - 3 ⟹ Пусть оно имеет 3 корня, т.к. должно 3 точки экстремума.



т.к $4 > 0$ ⇒ нач. со знака +

Функция возраст на $(x_1; x_2)$ $(x_3; +\infty)$ и убывает $(-\infty; x_1)$ $(x_2; x_3)$

Схематич чертеж имеет вид:


– искомая прямая

$4 \cdot x^3 + 2bx + 1 = 0$ должно иметь 3 решения.

$4x^3 + 1 = -2bx$

Рассмотр $y = 4x^3 + 1$

$y = -2bx$

$y = 4x^3 + 1$

Дополнительный бланк № 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-520
(заполняется организатором)

Продолжение зад №7.

x	0	1	-1
y	1	-3	-7

$y = -2bx$ ⇒ График прям, прох-ей через $(0;0)$.

Заметим, что при $-2b < 0$, никогда не будет (•) пересеч с графиком 3 рем. воз-но только в 1 случ т.к. (·) $(0;0)$ лежит ниже графика $y = 4x^3 + 1$. Прямая $y = -2bx$ должен кас-ся граф сверху в 1 точке и пересек его снизу в 2-х точках.

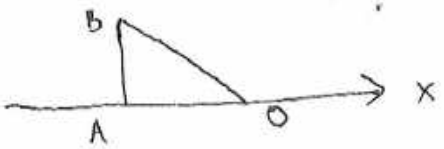
Найдем как с ум коэф-ам, $k = -2b$, $b > 0$

$k = f'(x_0) \Rightarrow 12x_0^2 = -2b$

$x_0 = -\frac{2b}{12} = -\frac{b}{6}$

$x_0 = \pm\sqrt{-\frac{b}{6}}$ } точки перегиба!

$x_0 = \sqrt{-\frac{b}{6}}$



$\triangle AOB$ где B - точка кас ⇒

$AO = x_0 = \sqrt{-\frac{b}{6}}$ $\quad tg\angle BOA = -2b$

$AB = y_0 = \left(\sqrt{-\frac{b}{6}}\right)^3 + 1$

$\frac{\left(\sqrt{-\frac{b}{6}}\right)^3 + 1}{\sqrt{-\frac{b}{6}}} = -2b$

Дополнительный бланк № 7

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 14 11-520
(заполняется организатором)

Продолжение зад №7.

$$\cdot 2b \cdot \sqrt{-\frac{b}{6}} = \left(\sqrt{-\frac{b}{6}}\right)^3 + 1$$

$$\sqrt{-\frac{b}{6}} = a \Rightarrow -\frac{b}{6} = a^2$$

$$-b = 6a^2$$

$$12a^2 \cdot a = a^3 + 1$$

$$12a^3 - a^3 = 1$$

$$11a^3 = 1$$

$$a^3 = \frac{1}{11}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{1}{11}} = \sqrt{-\frac{b}{6}} = \sqrt[3]{\frac{1}{11}}$$

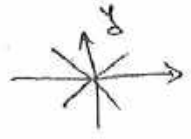
Возведем в $()^2$ обе части.

$$-\frac{b}{6} = \frac{1}{\sqrt[3]{121}}$$

$$-b = \frac{6}{\sqrt[3]{121}}$$

$$b = -\frac{6}{\sqrt[3]{121}}$$

$$b = -\frac{6}{\sqrt[3]{121}}$$

Т.к $y = 2bx$ прямая 

; при $b \in \left(-\infty; -\frac{6}{\sqrt[3]{121}}\right)$ график будет $\cap$ в 3 точках.

Ответ: $b \in \left(-\infty; -\frac{6}{\sqrt[3]{121}}\right)$

М11-695

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-695

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалетдинова	10	Гурьянова	10	10
2	Поздеев	0	Волкова	0	0
3	Иванова	12	Магомедов	12	12
4	Иванова	0	Магомедов	0	0
5	Волкова	12	Угрюмов	12	12
6	Грузаев	3	Олехова	3	3
7	Степанова	0	Литагина	0	0
8	Шамилов	0	Пелипцев	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-696

(заполняется организатором)

Лист 1

№2.

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases} \qquad \max(A+B) - ?$$

Шт полной оценки $A+B \le \frac{31}{11}$

сложим (1) и (2) неравенства

$$\begin{cases} 7A+8B \le 21 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$$

05

Вычтем (отнимаем для всех неравенств)

$4B \le 3$; $B \le \frac{3}{4}$, тогда $A \le \frac{15}{7}$ =>

~~$A+B \le \frac{3}{4} + \frac{15}{7}$~~

$$\max(A+B) = \frac{3}{4} + \frac{15}{7} = \frac{21+60}{28} = \frac{81}{28}$$

Ответ: $\frac{81}{28}$ Ответ неверный

№5.

ОДЗ: $x \neq -2$, $x \neq \frac{1}{3}$

$$\underbrace{\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}}_{A} + \underbrace{\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}}_{B} = x$$

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} < \frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} < \frac{\pi}{2}$ => $x \in (-\pi; \pi)$

Возьмем tg от обоих частей

$$tg(A+B) = tg(x); \quad \frac{tgA+tgB}{1-tgA\cdot tgB} = tg(x)$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = tg(x) ; \quad \frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} = tg\,x$$

Стр 2

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: НН-695
(заполняется организатором)

№5

$$\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)} = \operatorname{tg} x$$

$$\frac{6x^2-2x-3x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2-x+6x-2-2x^2-6x+x+3} = \operatorname{tg} x$$

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1} = \operatorname{tg} x \; ; \; \operatorname{tg} x = 7 \; ;$$

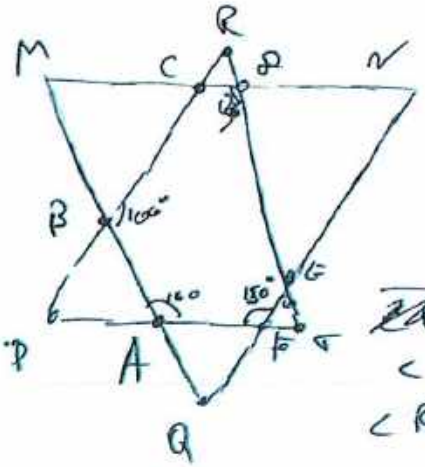
$x = \operatorname{arctg} 7 + \pi k$ т.к $\operatorname{arctg} 7$ лежит в I четверти $\Rightarrow$ с учетом ограничения на x подходят $x_1 = \operatorname{arctg} 7$

$x_2 = \operatorname{arctg} 7 - \pi$

Ответ: $x_1 = \operatorname{arctg} 7$

$x_2 = \operatorname{arctg} 7 - \pi$

№6.



Дано:

$\angle A = \angle B = \angle C = 100°$

$\angle D = 130°$; $\angle E = 140°$

$\angle F = 150°$

$\angle P - ?$; $\angle Q - ?$

$\angle T - ?$; $\angle M - ?$

$\angle R - ?$; $\angle N - ?$

Решение:

$\angle PBA = 180° - 100°$ (как смежн $\angle CB$)

$\angle PBA = 80°$ / $\angle BAP = 80°$ (как с смежн $\angle A$)

$\Rightarrow$ в $\triangle PBA$: $\angle P = 180° - 80° - 80° = 20°$

$\angle QAF = \angle PAB = 80°$ (как вертик)

$\angle AFQ = 180° - 150° = 30°$ (как смежн $\angle F$)

$\Rightarrow \angle AQF = 180° - 30° - 80° = 70°$

$\angle AFQ = \angle EFT = 30°$ (как верт)

$\angle FET = 180° - 140°$ (как смежн $\angle E$)

$\Rightarrow \angle FTE = 180° - 40° - 30° = 110°$

$\angle DEN = \angle FET = 40°$ (как верт)

~~$\angle EDN = 180° - 130° = 50°$~~ ...

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МИ-695
(заполняется организатором)

№3



$\angle EBN = 180° - 150° - 50°$ (как смежный с $\angle B$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BNE = 180° - 40° - 50° = 90°$

из $\triangle BPC$: $\angle R = 180° - 20° - 110° = 50°$

из $\triangle QMP$ $\angle M = 180° - 70° - 50° = 20°$

1 вар реш 3 б.

Ответ: $\angle M = 20°$; $\angle R = 50°$; $\angle BNE = 90°$;
$\angle FIE = 110°$; $\angle AQF = 70°$; $\angle F = 20°$

$P(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}}$; $P(1) + P(2) + \dots + P(33) - ?$

Рассмотрим: $P(1) + (P(33)) = \frac{(-1)^1}{1^1 + 3^{17-1}} + \frac{(-1)^{33}}{1^{33} + 3^{17-25}} =$

$= \frac{-1}{1 + 3^{16}} + \frac{-1}{1 + 3^{-16}} = \frac{-1 - 3^{-16} - 1 - 3^{16}}{1 + 3^{-16} + 3^{16} + 1} = -1$

Рассмотрим: $P(2) + P(32) = \frac{(-1)^2}{1^2 + 3^{17-2}} + \frac{(-1)^{32}}{1^{32} + 3^{17-32}} =$

$= \frac{1}{1 + 3^{15}} + \frac{1}{1 + 3^{15}} = \frac{1 + 3^{-15} + 1 + 3^{15}}{1 + 3^{-15} + 3^{15} + 1} = 1$

Заметим, что для $P(3) + (P(31) = 4^{-1}$ и $P(4) + P(30) = 1$

и т.д. кроме $P(17) = \frac{(-1)^{17}}{1^{17} + 3^{17-17}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \underbrace{P(1) + P(33)}_{0} + P(2) + (P(32) + \underbrace{P(3) + P(31) + P(4) + P(30)}_{1\,0} + \dots$

$\dots + \underbrace{P(17)}_{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-695
(заполняется организатором)

Лист 4. №1.

1. Пусть было 100 человек не говорящих по англ, тогда 4 человека из них говорят по фр. Тогда 96 ч. не говорят на обоих языках из этой сотни
2. Пусть было 100 человек не говорящих по фр, тогда 90 из них говорят по англ, а 90 не говорят на обоих яз. фр
3. Тогда искомое отношение $\frac{96}{80} = 1,2$

Ответ: 1,2 раза. (+) 10б.

№8 нет.
№7 нет

М11-785

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-785

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Бакалдина	10	Гурьянова	10	10
2	Позднева	10	Зайцева	10	10
3	Маркова	12	Александрович	12	12
4	Овчинникова	0	Балашов	0	0
5	Волкова	2	Чуфаров	2	2
6	Орехова	3	Степанян	3	3
7	Коленова	0	Степанян	0	0
8	Шагинов	0	Ткаченко	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-785

№3.

$$p(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} \quad \Big\| \quad \sum = p(1)+p(2)+\ldots+p(33) - ?$$

Введем обозначения:

$$\sum_1 = \sum_{k=0}^{16} p(2k+1) = p(1)+p(3)+p(5)+\ldots+p(33)$$

$$\sum_2 = \sum_{k=1}^{16} p(2k) = p(2)+p(4)+p(6)+\ldots+p(32)$$

$$p(1)=\frac{-3}{3+3^{17}}=\frac{-1}{1+3^{16}}$$

$$p(2)=\frac{3^2}{3^2+3^{17}}=\frac{1}{1+3^{15}}$$

$$p(3)=\frac{-3^3}{3^3+3^{17}}=\frac{-1}{1+3^{14}}$$

$$\sum_1 = \left(p(1)+p(33)\right)+\left(p(3)+p(31)\right)+\ldots+\left(p(15)+p(19)\right)+p(17) =$$

$$=\left(\frac{-1}{1+3^{16}}+\frac{(-3)^{33}}{3^{33}+3^{17}}\right)+\left(\frac{-1}{1+3^{14}}+\frac{(-3)^{31}}{3^{31}+3^{17}}\right)+\ldots+\left(\frac{-1}{1+3^2}+\frac{(-3)^{19}}{3^{19}+3^{17}}\right)+\left(\frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}}\right)=$$

$$=\left(\frac{-1}{1+3^{16}}-\frac{3^{16}}{3^{16}+1}\right)+\left(\frac{-1}{1+3^{14}}-\frac{3^{14}}{3^{14}+1}\right)+\ldots+\left(\frac{-1}{1+3^2}-\frac{3^2}{3^2+1}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=\underbrace{(-1)+(-1)+\ldots+(-1)}_{8}+\left(-\frac{1}{2}\right)=-8-\frac{1}{2}$$

$$\sum_2 = \left(p(2)+p(32)\right)+\left(p(4)+p(30)\right)+\ldots+\left(p(16)+p(18)\right)=\left(\frac{1}{1+3^{15}}+\frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}}\right)+\left(\frac{1}{1+3^{13}}+\frac{3^{30}}{3^{32}+3^{17}}\right)+$$

$$\ldots+\left(\frac{1}{1+3}+\frac{3^{18}}{3^{18}+3^{17}}\right)=\left(\frac{1}{1+3^{15}}+\frac{3^{15}}{3^{15}+1}\right)+\left(\frac{1}{1+3^{13}}+\frac{3^{13}}{3^{13}+1}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{1+3}+\frac{3}{3+1}\right)=$$

$$\underbrace{1+1+\ldots+1}_{8}=8 \; ; \quad \sum=\sum_1+\sum_2=-8-\frac{1}{2}+8=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

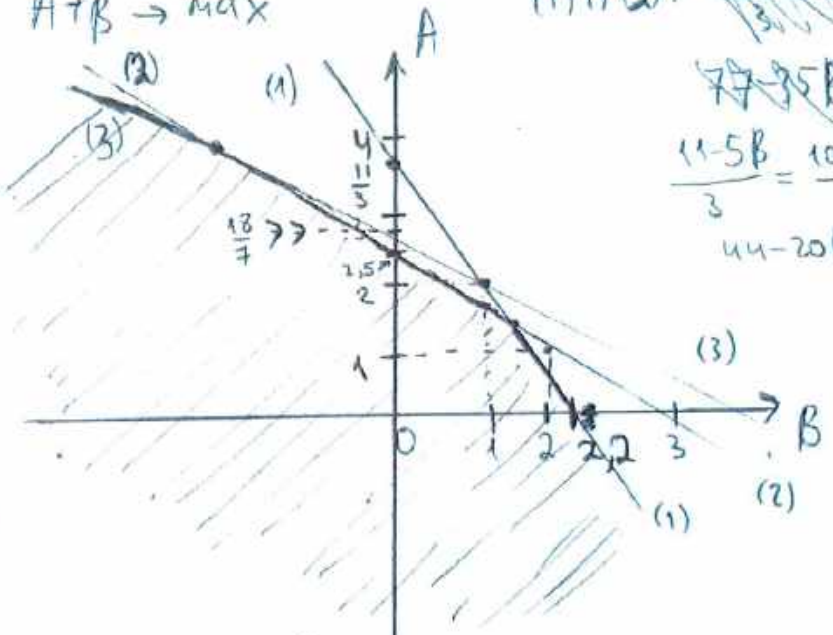
Код участника: (заполняется организатором) 1111-785

№2.

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$$

$A+B \to \max$

$$\begin{cases} A \le \dfrac{11-5B}{3} \quad (1) \\ A \le \dfrac{10-3B}{4} \quad (2) \\ A \le \dfrac{18-4B}{7} \quad (3) \end{cases}$$



(1) ∩ (2): $\frac{11-5B}{3} = \frac{10-3B}{4}$

$44-20B = 30-9B$

$11B = 14$

$B = \frac{14}{11}$

Решение данной системы нер-в – заштрихованная область (в осях A, B)

10 б

Пусть нашлась точка на прямой (3) с коорд. (A_0, B_0), тогда, т.к. $K_2 = -\frac{3}{4}$, точка правее нее, но все еще лежащая на прямой в области будет иметь координаты $(A_0+\Delta A, B_0-\frac{3}{4}\Delta A)$, иначе говоря, из всех точек на прямой (3) (и принадлежащих области) наиб. сумма будет у точки пересечения (2) и (3), т.к. из суммы A_0+B_0 мы получим $A_0+B_0+\Delta A-\frac{3}{4}\Delta A = A_0+B_0+\frac{1}{4}\Delta A > A_0+B_0$.

Аналогичными рассуждениями можно получить, что для прямой (2) $A+B$ максимально в точке пересечения (1) и (2), т.к. $K_2 = -\frac{3}{4}$)

$A_0+B_0 \to A_0+\Delta A+B_0-\frac{3}{4}\Delta A = A_0+B_0+\frac{1}{4}\Delta A > A_0+B_0$.

И наконец, для прямой (1): т.к. $|K_1| > 1$, то $A_0+B_0 \to A_0+\Delta A+B_0+(-\frac{5}{3}\Delta A) = A_0+B_0-\frac{2}{3}\Delta A < A_0+B_0$. Значит точка пересечения (1) и (2) – точка с максимальной суммой A и B.

Ответ: 31/11

$$\max(A+B) = \frac{10-3\cdot\frac{14}{11}}{4}+\frac{14}{11} = 2{,}5+\frac{1}{4}\cdot\frac{14}{11} = \frac{5}{2}+\frac{14}{44} = \frac{110+14}{44} = \frac{124}{44} = \frac{31}{11}$$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-785

№5

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$ ⟩ т.к. $f(t)=\operatorname{tg}t$ монотонна на промежутках.

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\operatorname{tg}x$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=\operatorname{tg}x,$$

$\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}=\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{(x+2)(3x-1)}=\frac{7(x^2+1)}{(x+2)(3x-1)}$

$1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}=\frac{3x^2+5x-2-2x^2-5x+3}{(x+2)(3x-1)}=$

$=\frac{x^2+1}{(x+2)(3x-1)}$

$\operatorname{tg}x=\frac{7(x^2+1)\,/\,(x+2)(3x-1)}{(x^2+1)\,/\,(x+2)(3x-1)}$

$\operatorname{tg}x=7$, $x\neq-2$, $x\neq\frac{1}{3}$, ограничений нуля арктангенса по x не возникает.

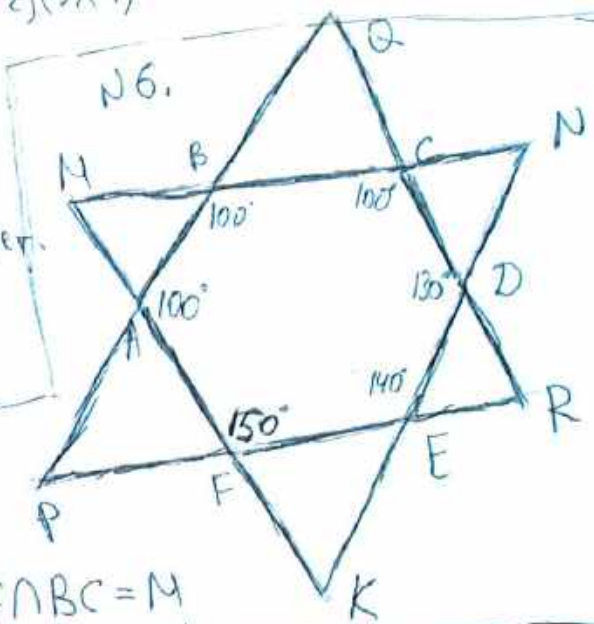
$\operatorname{tg}(-2)<0$

$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{3}\right)<\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$

$x=\operatorname{arctg}7+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x=\operatorname{arctg}7+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

№6.



$A=\angle B=\angle C=100°$
$\angle D=130°$
$\angle E=140°$
$\angle F=150°$

$AB\cap FE=P$
$AB\cap CD=Q$
$CD\cap FE=R$

$AF\cap BC=M$
$BC\cap DE=N$
$DE\cap AF=K$

Надо найти углы $\triangle PQR$ и $\triangle MNK$

$\angle QBC=180°-\angle B=80°$
$\angle QCB=180°-\angle C=80°$
Тогда $\angle Q=180°-2\cdot80°=20°$
$\angle R=180°-\angle P-\angle Q=180°-20°-70°=90°$

$\angle PAF=180°-\angle A=80°$
$\angle PFA=180°-\angle F=30°$
Тогда $\angle P=180°-80°-30°=70°$

2) $\angle NCD=180°-\angle C=80°$
$\angle NDC=180°-\angle D=50°$
Тогда $\angle N=180°-80°-50°=50°$
$\angle MBA=180°-\angle B=80°$
$\angle MAB=180°-\angle A=80°$
Тогда $\angle M=180°-80°\cdot2=20°$
$\angle KFE=180°-\angle F=30°$
$\angle KEF=180°-\angle E=40°$
Тогда $\angle K=180°-30°-40°=110°$

Ответ: 20°, 70°, 90° и 20°, 50°, 110°

+3

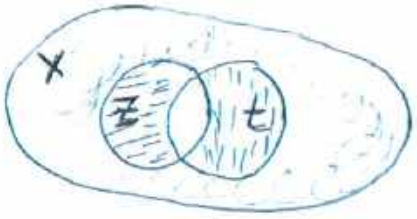
Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-785

№1.

Пусть z людей говорят только на английском (без фр), t – только на французском (без англ.), x – говорящих ни на англ, ни на фр.



Понятно, что всего людей – говорящие на А + говор. на Ф, + на Ан на Ф, + неговорящие на них

По условию среди неговор. на англ – x+t – 4% говор. на французском. => среди x+t – 96% неговор на фр. =>

$\Rightarrow 24t = z + x$. Аналогично получаем уравнение $4z = t + x$.

$\left(\frac{t}{24+t+t} = \frac{1}{25} = 4\% \text{ и } \frac{z}{4z+z} = \frac{1}{5} = 20\%\right)$

$$\begin{cases} 24t = z + x \\ 4z = t + x \end{cases}, \quad t = 4z - x, \quad 24(4z - x) = z + x$$

$$96z - 24x = z + x$$

$$95z = 25x$$

$$z = \frac{25}{95}x, \quad t = \left(\frac{100}{95} - 1\right)x = \frac{5}{95}x$$

Нужно найти:

$$\frac{z+x}{t+x} = \frac{\left(\frac{25}{95} + 1\right)x}{\left(\frac{5}{95} + 1\right)x} = 1{,}2$$

Ответ: в 1,2 раза.

+ 10 б.

№7.

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$

$f''(x) = 12x^2 + 2b$

1) при $b > 0$ $f''(x) = 12x^2 + 2b > 0 \Rightarrow f(x)$ выпукл. вниз $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ не найдется прямой, кас. в 2 точках $\Rightarrow$ $b \le 0$

~~$f(x) = x(x^3 + bx + 1)$~~

Понятно, если условие выполнено для $f(x)$, то оно выполняется и для $g(x) = f(x) - x = x^4 + bx^2$

$g'(x) = 4x^3 + 2bx = x(4x^2 - (-2b)) = x(2x - \sqrt{-2b})(2x + \sqrt{-2b})$

0

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 1111-785

№8. $X \neq Y,\ Y \neq Z,\ Z \neq X$

$X, Y, Z, a_1, a_2, \dots, a_{100} \in \mathbb{N}$ $\{a_1, a_2, \dots a_{100}\} \supset \{1, 2, \dots 100\}$

$X, Y, Z, a_1, a_2, \dots, a_{100} \leq 100.$

$\{a_1, a_2, \dots, a_{100}\} \supseteq \{X, Y, Z\}$

два или три подряд чередующихся числа принадлежат множеству.

X – любое из 100 чисел, тогда Y – любое из 99, Z – любое из 98.

1) угадать XY: $\frac{100 \cdot 99}{2} = \frac{9900}{2}$ $^{\cdot 99}_{<1}$ угадать YX.

2) угадать XZ: $\frac{98 \cdot 100}{2} = \frac{9800}{2}$ $^{\cdot 99}_{<1}$ угадать ZX

3) $YZ = ZY$: $\frac{99 \cdot 98}{2} \cdot 99$

4) XYZ: $\frac{100 \cdot 99 \cdot 98}{3!} \cdot 98$

Решаем другая задача (ОБ)

кол-во различных

$99^2 \cdot 100 + 98 \cdot 99 \cdot 100 + 98 \cdot 99^2 + 98^2 \cdot 99 \cdot 100$

$XY + YX + YZ + ZY + XZ + ZX + XYZ + XZY + YXZ + YZX + ZXY + ZYX$

$= 9900 + 9800 + 9800 + 100 \cdot 99 \cdot 98 =$

$= 29500 + 960200 = 989700$

Ответ: $99^2 \cdot 100 + 98 \cdot 99 \cdot 100 + 98 \cdot 99^2 + 98^2 \cdot 99 \cdot 100$

последовательность

№7 (прод.)

хотим: ~~$f'(x_1) = f'(x_2)$~~

$f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1) = f'(x_2)(x - x_2) + f(x_2)$ – совпадение касательных к x_1 и к x_2

$(4x_1^3 + 2bx_1 + 1)(x - x_1) + x_1^4 + 2bx_1^2 + x_1 = (4x_2^3 + 2bx_2 + 1)(x - x_2) + x_2^4 + 2bx_2^2 + x_2$

$x(4x_1^3 - 4x_2^3 + 2bx_1 - 2bx_2) - 4x_1^4 - 2bx_1^2 - x_1 + x_1^4 + 2bx_1^2 + x_1 = -4x_2^4 - 2bx_2^2 - x_2 + x_2^4 + 2bx_2^2 + x_2$

$x((x_1 - x_2)(4(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 2b) - 3(x_1^4 - x_2^4) = 0 \mid : (x_1 - x_2) \neq 0$

$\Rightarrow b = \frac{3(x_1^3 + x_1x_2(x_1 + x_2) + x_2^3)}{\dots} - 2(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)^2$

М11-169

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 – 169

№3

$$p(n) = \frac{g^n}{g^n+g^{50}} = \frac{g^n+g^{50}-g^{50}}{g^n+g^{50}} = 1 - \frac{g^{50}}{g^n+g^{50}} = 1 - \frac{g^{50}}{g^{50}\cdot g^{(n-50)}+g^{50}} =$$

$$= 1 - \frac{1}{g^{n-50}+1}$$

S - ?

$$S = p(1)+p(2)+\ldots+p(99) = \left(1-\frac{1}{g^{-49}+1}\right)+\left(1-\frac{1}{g^{-48}+1}\right)+\ldots+\left(1-\frac{1}{g^{49}+1}\right) =$$

$$= 99 - \left(\frac{1}{g^{-49}+1} + \frac{1}{g^{-48}+1} + \ldots + \frac{1}{g^{49}+1}\right)$$

Рассмотрим $\frac{1}{g^n+1} + \frac{1}{g^{-n}+1} = \frac{g^{-n}+1+g^n+1}{g^n\cdot g^{-n}+g^n+g^{-n}+1} = \frac{2+g^{-n}+g^n}{2+g^{-n}+g^n} = 1$

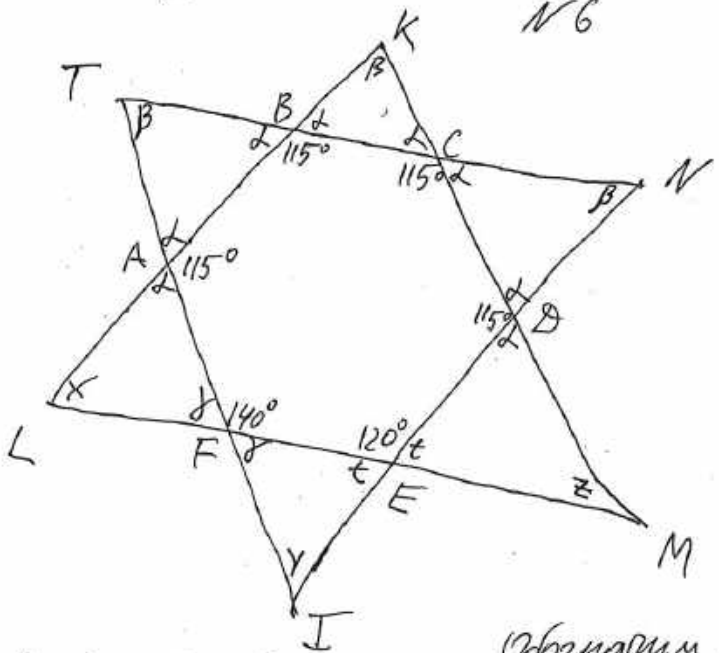
в формуле "S" таких пар 49 штук, то есть их сумма равна 1, тогда:

$$S = 99 - \left(49 + \frac{1}{g^{50-50}+1}\right) = 50 - \frac{1}{2} = 49{,}5$$

(для $n=50$ нет такой пары)

Ответ: 49,5

№6



для $\triangle BKC$ $\angle ABC$ и $\angle BCD$ – внешний отметим $\angle CBK = \alpha$ $\angle BKC = \beta$:

$115^\circ = \alpha + \beta$

$\angle BCK = \alpha$ тоже, т.к. $\angle BCK + \beta = 115^\circ$

Пользуясь вертикальностью и равенством некоторых внешних углов, получим: $\angle LAF = \angle TAB = \angle TBA = \angle KBC = \angle KCB = \angle NCD = \angle NDC = \angle MDE = \alpha$

и $\angle ATB = \angle BKC = \angle CND = \beta$

Обозначим $\angle KLM = x$; $\angle KML = z$; $\angle TIN = y$

$\angle LFA = \angle IFE = \gamma$; $\angle FEI = \angle DEM = t$

$115^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 65^\circ$

$140^\circ + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \gamma = 40^\circ$

$120^\circ + t = 180^\circ \Rightarrow t = 60^\circ$

М11-169

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Алешкевич	10	Кононенко А.С.	10	10
2	Магомедов Р.М.	0	Сивина С.В.	0	0
3	Маркова	12	Уакаева	12	0.
4	Лисин	0	Куранова	0	0
5	Баланов	12	Борисова	12	12
6	Орехова	3	Конков	3	3
7	Конков	0	Степанян	0	0
8	Куранова	0	Уразов	0	0
ИТОГО					25

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-169

Продолжение №6

$\alpha+\alpha+\beta=180^\circ \Rightarrow \beta=50^\circ$

$\alpha+t+z=180^\circ \Rightarrow z=55^\circ$

$\gamma+t+y=180^\circ \Rightarrow y=80^\circ$

$\gamma+\alpha+x=180^\circ \Rightarrow x=75^\circ$

Ответ: в одном $75^\circ; 50^\circ; 55^\circ$

в другом $50^\circ; 50^\circ; 80^\circ$

25

№1

Пусть a студентов – очно, b – дистанционно. По условию

$0,5a$ – и так, и так; $0,6b$ – и так, и так (и очно, и дистанционно)

Тогда только очно: $a-0,5a=0,5a$

Только дистанционно: $b-0,6b=0,4b$

Всего и очно и дистанц.: $\frac{0,5a+0,6b}{2}$

Надо найти: $k=\frac{0,5a}{0,5a+0,4b+\frac{0,5a+0,6b}{2}}=\frac{a}{1,5a+1,4b}$

$0,5a$ и $0,6b$ – одни и те же студенты, значит $0,5a=0,6b$

$5a=6b$

$b=\frac{5a}{6}$

Тогда $k=\frac{a}{1,5a+\frac{1,4\cdot 5}{6}a}=\frac{6}{9+7}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

+(10)

Ответ: $\frac{3}{8}$

№7

$f(x)=ax^4+x^2+x$

$y_{\text{кас в точке } x_0}=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=(4ax_0^3+2x_0+1)(x-x_0)+ax_0^4+x_0^2+x_0=$

$=(4ax_0^3+2x_0+1)x-4ax_0^4-2x_0^2-x_0+ax_0^4+x_0^2+x_0=(4ax_0^3+2x_0+1)x-3ax_0^4-x_0^2$

касается в двух точках x_1 и x_2 $(x_1\neq x_2) \Leftrightarrow y_{\text{кас в точке } x_1} \equiv y_{\text{кас в точке } x_2}$ (совпадают коэффициенты)

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ми-169

Продолжение № 7

Прямые $\begin{cases} 4ax_1^3+2x_1+1=4ax_2^3+2x_2+1 \\ -3ax_1^4-x_1^2=-3ax_2^4-x_2^2 \end{cases}$

т.е. надо найти a такое, чтобы существ. x_1 и x_2, удовлетв. данной системе

$\begin{cases} 4a(x_1^3-x_2^3)+2(x_1-x_2)=0 \\ -3a(x_1^4-x_2^4)-(x_1^2-x_2^2)=0 \end{cases}$

$(x_1-x_2)\neq 0$ (различные точки) можно делить на эту скобку

$\begin{cases} 2a(x_1-x_2)(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+(x_1-x_2)=0 \\ 3a(x_1-x_2)(x_1+x_2)(x_1^2+x_2^2)+(x_1-x_2)(x_1+x_2)=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+1=0 \ ① \\ (x_1+x_2)(3a(x_1^2+x_2^2)+1)=0 \ ② \end{cases}$

I $x_2=-x_1$: ② выполняется

①: $2a(x_1^2-x_1^2+x_1^2)+1=0$

$2ax_1^2+1=0$

$x_1=\pm\sqrt{-\frac{1}{2a}}$,

но тогда будет 4 точки касания $(x_{11}; x_{12}; -x_{11}; -x_{12})$ (не подходит)

II $x_2\neq -x_1$: ① $a=\frac{-1}{2(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)}$, т.к. $x_1^2+x_1x_2+x_2^2\neq 0$ всегда ($D<0$) $x_1\neq x_2$

② $a=\frac{-1}{3(x_1^2+x_2^2)}$, т.к. $x_1^2+x_2^2\neq 0$

$-\frac{1}{3(x_1^2+x_2^2)}=\frac{-1}{2(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)}$; $\frac{x_1^2+x_2^2+x_1x_2}{x_1^2+x_2^2}=\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}=1+\frac{x_1x_2}{x_1^2+x_2^2}$

$\frac{x_1x_2}{x_1^2+x_2^2}=\frac{1}{2}$; $2x_1x_2=x_1^2+x_2^2$; $x_1^2-2x_1x_2+x_2^2=0$ Решим относ. x_1:

$\frac{D}{4}=x_2^2-x_2^2=0$ $x_1=x_2$ – ~~противоречие~~ не подходит, т.е. таких x_1 и x_2, чтобы выполнялось равенство не существуют $\Rightarrow$ a не существует

Ответ: такого a нет.

0

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ми-169

№2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

① + ③ : $6A+8B \geq 20$

$3A+4B \geq 10$

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 10 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Пусть $x = A+B$

Найти: $\min(x)$

$$\begin{cases} x+4B \geq 9 \\ 3x+B \geq 11 \\ 3x+2A \geq 11 \end{cases}$$ ①

Сложим все: $7x+5B+2A \geq 31$

$9x+3B \geq 31$ ②

① : $9x+6A \geq 33$

② : $18x+6B \geq 62$

① + ② : $27x+6x \geq 95$

$33x \geq 95$

$x \geq \frac{95}{33}$

$\min(x) = \frac{95}{33}$

0 ответ не верный.

Ответ: $\frac{95}{33}$

№5

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

$x \neq \frac{5}{3}$ $x \neq -1$ $x \in [0; 2\pi]$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} = \frac{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta} =$

$= \frac{1-\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}\cdot\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta}}{\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}+\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta}}$

$\operatorname{ctg}(x) = \frac{1-\frac{3x-5}{5x+3}\cdot\frac{x+1}{x-1}}{\frac{3x-5}{5x+3}+\frac{x+1}{x-1}}$; $\frac{(5x+3)(x-1)-(3x-5)(x+1)}{(3x-5)(x-1)+(5x+3)(x+1)} = \operatorname{ctg}(x)$;

$\operatorname{ctg}(x) = \frac{5x^2-2x-3-3x^2+2x+5}{3x^2-8x+5+5x^2+8x+3}$; $\operatorname{ctg}(x) = \frac{2x^2+2}{8x^2+8}$;

$\operatorname{ctg}(x) = \frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)}$; $\operatorname{ctg}(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ ~~$\frac{1}{4} + \pi k$~~

$\begin{cases} x = \operatorname{arcctg}(\frac{1}{4}) + \pi k, k \in Z \\ x \in [0; 2\pi] \end{cases}$

Ответ: $\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4}) + \pi$; $\operatorname{arcctg}(\frac{1}{4})$

$0 \leq \operatorname{arcctg}(\frac{1}{4}) \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow k \in \{0; 1\}$

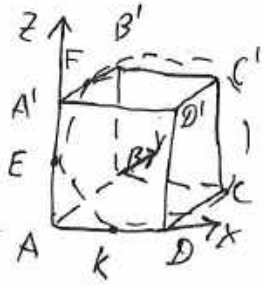
Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-169

N4

Точка сферы может быть, только если она касается рёбер AD, AA', $A'B'$ в их серединах K, E, F соответственно



Пусть A – начало координат

$O(x;y;z)$ – центр сферы

$C(1;1;0)$

$F(0;\frac{1}{2};1)$

$E(0;0;\frac{1}{2})$

$K(\frac{1}{2};0;0)$

$OC = OF = OE = OK = R$ (радиусы сферы)

$\vec{OC}(1-x;1-y;-z)$

$\vec{OF}(-x;\frac{1}{2}-y;1-z)$

$\vec{OE}(-x;-y;\frac{1}{2}-z)$

$\vec{OK}(\frac{1}{2}-x;-y;-z)$

$$\begin{cases} |\vec{OC}| = R \\ |\vec{OF}| = R \\ |\vec{OE}| = R \\ |\vec{OK}| = R \end{cases}$$

Из этой системы находится x, y, z, R

решение отсутствует

М11-416

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-416

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Апалькова	10	Гурьянова	10	10
2	Киреанова	0	Гозумя	0	0
3	Иванова	12	Магомедов	12	12
4	Иванова	0	Магомедов	0	0
5	Кремер	12	Киреанова	12	12
6	Гузуев	3	Олехова	3	3
7	Сивакова	0	Литягина	0	0
8	Клемина	0	Цацулин	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

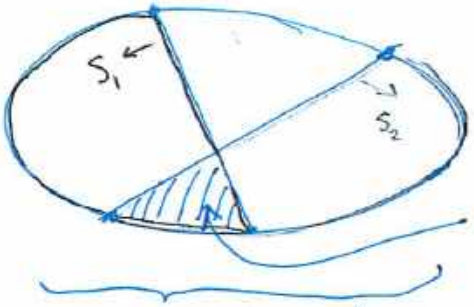
Код участника: (заполняется организатором) М11-416

№1.

Пусть людей, не говорящих по-английски S_1

не говорящих по-французски S_2

Необходимо найти: $\frac{S_2}{S_1} = ?$



люди, не говорящие ни по-французски, ни по-английски.

количество людей.

С одной стороны это $(1-0{,}04)S_1$

С другой стороны это $(1-0{,}2)S_2$

Значит: $0{,}96\,S_1 = 0{,}8\,S_2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = 1{,}2.$

Ответ: в 1,2 раза не-говорящих по-французски больше, чем не говорящих по-английски. + (10б)

№3.

$p(1) = \frac{-3}{3+3^{17}}$, $p(2) = \frac{3^2}{3^2+3^{17}}$, ..., $p(32) = \frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}}$,

$p(33) = \frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}}$.

Рассмотрим сумму $p(1) + p(33)$:

$p(1) + p(33) = -\frac{3}{3^{16}+1} - \frac{3^{16}}{3^{16}+1} = -1$. $p(2) + p(32) = \frac{1}{3^{15}+1} + \frac{3^{15}}{3^{15}+1} =$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

Продолжение №3:

Рассмотрим (при $n<17$, $n\in\mathbb{N}$) $p(n)+p(34-n)=\frac{(-1)^n 3^n}{3^n+3^{17}}+\frac{(-1)^{34-n}\cdot 3^{34-n}}{3^{34-n}+3^{17}}=$

$$=\frac{(-1)^n}{3^{17-n}+1}+\frac{(-1)^{34-n}\cdot 3^{17-n}}{3^{17-n}+1}.$$

Числа $34-n$ и n одной чётности: если n - чёт, то $34-n$ - чёт. Если n - чёт, то $34-n$ - чёт.

Если n - чётное, то $p(n)+p(34-n)=1$.

n - нечётное, то $p(n)+p(34-n)=-1$.

Таким образом, получаем:

$$p(1)+p(2)+\dots+p(33)=\underbrace{p(1)+p(33)}_{-1}+\underbrace{p(2)+p(32)}_{1}+\overbrace{p(3)+p(31)}^{-1}+\dots+p(17)=$$

$$=p(17)=\frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}.$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

№4

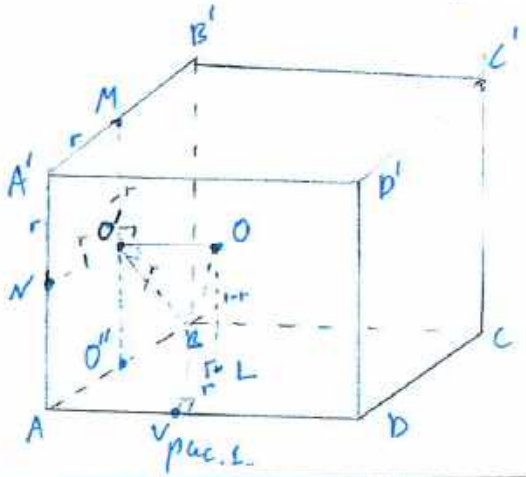
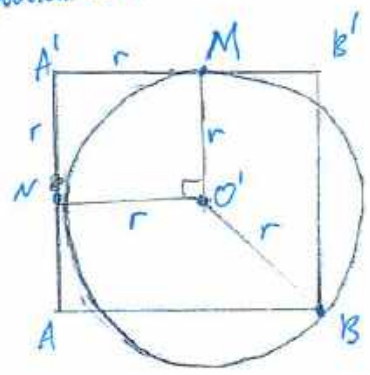


Рис. 1

Т.к. шар проходит через т. B, касается AA' в N, $A'B'=M$, то плоскость $(AA'B')$ (которой принадлежат B, N, M) через сечение шара:

след.

Продолж. №4:



$\triangle BMN$ вписан в окружность сечения плоскостью $AA'B'$ шара.

Тк. AA' и $A'B'$ – касательные, то центр окружности – сечения лежит на пересечении перпендикуляров к $A'B'$ в т. M и AA' в т. N. Это O'.

$NO' = MO' = r$ – радиус сечения. $NO' \perp MO'$,

Тк. $AA' \perp A'B'$, $O'N \perp AA'$, $MO' \perp A'B'$. Значит $NA' = A'M = r$.

$A'O' = \sqrt{2}r \Rightarrow A'B = (\sqrt{2}+1)r$, т. Пифаг: $2 = A'B^2 =$

$= (\sqrt{2}+1)^2 r^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$.

Тк. O' – центр сечения, то радиус шара лежит на перпендикуляре, восстановленном из O'. (см. рис 1) Пусть центр шара O. $OO' \perp (MNB)$

Тк. шар касается AD (пусть в точке V), то $OV \perp AD$.

Опустим перпендикуляр из O на (ABC) (он пересечет (ABC) в L)

Тк. $OL \perp (ABC) \Rightarrow OL \perp VL$.

$OL \perp VL$, $OV \perp AD \Rightarrow VL \perp AD \Rightarrow VL \parallel AB$.

Пусть O'' – проекция O' на (ABC). $O'' \in AB$. Тк. $OO' \parallel (ABC)$, $ABC \perp (AA'B')$, $OO' \perp (AA'B') \Rightarrow O''L \perp AB$. $O''L \parallel AV$.

$OL = O'O'' = 1-r$, $AO'' = VL = MO' = r$.

$\triangle VLO$ – прямоуг: $OV = R$ – радиус шара:

$$R^2 = (1-r)^2 + r^2 = 2r^2 - 2r + 1 = \frac{2\cdot 2}{(1+\sqrt{2})^2} - \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + 1 =$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2})^2}{(1+\sqrt{2})^2} = \frac{4 - 2\sqrt{2} - 4 + 1 + 2\sqrt{2} + 2}{(1+\sqrt{2})^2} = \frac{3}{(1+\sqrt{2})^2}.$$ ч.т.д.

Бланк ответа 4

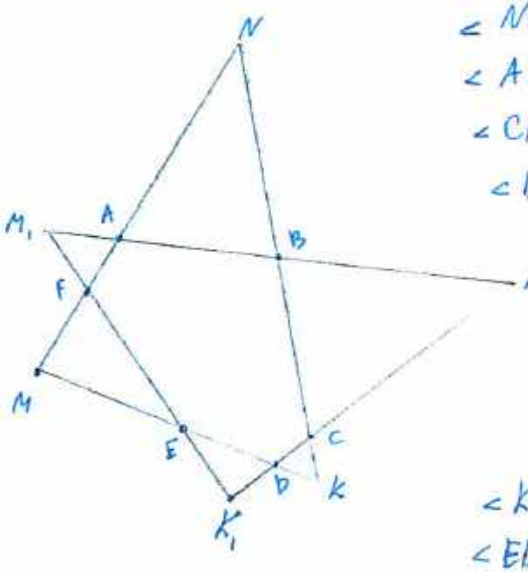
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

продолж. №4:

$\Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$. Ответ: радиус сферы $R = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$.

№6.



$\angle NAB = 180° - 100° = 80°$.
$\angle ABN = 180° - 100° = 80°$. $\Rightarrow \angle ANB = 20°$.

$\angle CBN_1 = 180° - 100° = 80°$
$\angle BCN_1 = 180° - 100° = 80°$ $\Rightarrow \angle BN_1C = 20°$.

$\angle DCK = 180° - 100° = 80°$
$\angle CDK = 180° - 130° = 50°$ $\Rightarrow \angle CKD = 50°$

$\angle FEM = 180° - 140° = 40°$
$\angle MFE = 180° - 150° = 30°$ $\Rightarrow \angle FME = 110°$

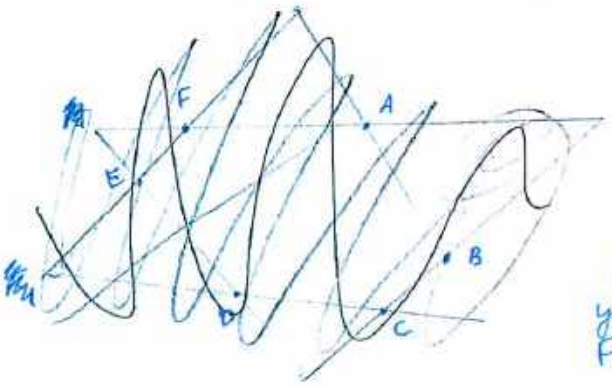
$\angle K_1ED = 180° - 140° = 40°$
$\angle EDK_1 = 180° - 130° = 50°$ $\Rightarrow \angle EK_1D = 90°$.

$\angle M_1FA = 180° - 150° = 30°$
$\angle M_1AF = 180° - 100° = 80°$ $\Rightarrow \angle FM_1A = 70°$.

Заметим, что: $\angle FME + \angle CKD + \angle ANB = 180°$ – верно для $\triangle MNK$.

$\angle AM_1F + \angle BN_1C + \angle DK_1E = 180°$ – верно для $\triangle M_1N_1K_1$.

При повороте треугольников $\triangle MNK$ и $\triangle M_1N_1K_1$, вместе с которыми ABCDEF тоже поворачивается, но он всегда расположен так, что ED лежит напротив угла 90°, DC напротив угла 50°, BC напротив угла 20°, AB напротив угла 20°, FA напротив угла 70°, FE напротив 110°



след. →

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

продолжение №6:

Таким образом, у нас есть 2 треугольника с углами 110°, 50°, 20° один и 70°, 20°, 90° другой.

Ответ: у одного 110°, 50°, 20° углы, у другого 70°, 20°, 90° углы. 1 вер. ответ – 3б

№8.

Посчитаем случаи, когда только две буквы из {X; Y; Z} стоят вместе в последовательности.

Выбрать 2 буквы из 3^х с учетом порядка: 6 способов.

Возьмем эти 2 буквы за единый элемент. Назовем его А.

A _ _ ... _ (99) — _ A _ ... _ _ (99) — _ _ ... _ A (99)

Способов, когда А на первом месте, а след. элемент ∉ {X; Y; Z}:

97 · 97!

(выбор из оставшихся А мест)

Когда А на последнем и предыдущий элемент ∉ {X; Y; Z}:

97 · 97!

Когда А не на первом и не на последнем, и рядом с ним нет элемента из {X; Y; Z}: _ _ .. 97 _ A _ 96 _ .. _ _

97 · 97 · 96 · 96! — (выбор из оставшихся 96 букв)

(выбор соседа с А среди не {X; Y; Z})

Тогда способов, когда 2 элемента из {X; Y; Z} рядом, а третий элемент не стоит с ними рядом: 6 · (97·97! + 97·97! + 97·97·96·96!) ✓

Дополнительный бланк № 1
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

Продолжение №8:

Если 3 элемента из $\{X; Y; Z\}$ стоят вместе, то число способов выбрать упорядоченную тройку $3! = 6$.
Возьмём эту тройку за единый элемент B.
Тогда расставить 98 элементов (т.е. 97 чисел и элемент B из 3^x чисел) в ряд: $98!$ способов.
Значит для всех троек (упорядоченных) число способов составить такую последовательность: $6 \cdot 98!$
Итого, составить последовательность, когда в ней есть 2 или 3 подряд идущих элемента из $\{X; Y; Z\}$:

$$6 \cdot (97 \cdot 97! + 97 \cdot 97! + 97 \cdot 97 \cdot 96 \cdot 96!) + 6 \cdot 98! \text{ способов.}$$

Всего последовательностей: $100!$
Тогда нужно выписать минимально (но чтоб наверняка!):

$$100! - 6(2 \cdot 97 \cdot 97! + 98! + 97^2 \cdot 96 \cdot 96!) + 1 = \text{последовательностей.}$$

$$= 96!(97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100 - 6 \cdot 2 \cdot 97^2 - 97 \cdot 98 - 6 \cdot 97^2 \cdot 96) + 1 =$$

$$= 96!(97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100 - 6 \cdot 97 \cdot 98 - (6 \cdot 97^2 \cdot (96+2))) + 1 =$$

$$= 96! \cdot 97 \cdot 98 \left(9900 - \frac{\text{[illegible]}}{6 - 6 \cdot 97}\right) + 1 =$$

$$= \text{[illegible]}. \quad 98! \cdot 9312 + 1$$

(−) 0 баллов

Ответ: взяв минимально $98! \cdot 9312 + 1$ последовательность, в ней наверняка будут 2 или 3 подряд идущих элемента из $\{X; Y; Z\}$.

Дополнительный бланк №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

№5.

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}(n) < \frac{\pi}{2}$, $n \in (-\infty; +\infty)$

$\underbrace{\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)}_{\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)} + \underbrace{\operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)}_{\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)} = x. \quad \Big| tg()$

$\left(-\pi; \pi\right)$

$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta}$.

ОС: $x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

$3x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{3}$.

Возьмем $tg()$ от обеих частей:

Левая часть (при взятом $tg()$):

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 5x + 3} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1}$$

Получим: $\frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = tg(x)$.

Заметим, что $x = \pm 1$ не являются решением,

потому что: $x=1$: $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg} 2 = 1$.

$$\frac{\frac{1}{3}+2}{1-2\cdot\frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{1}{3}} = 7 \neq 1.$$

$x=-1$: $\operatorname{arctg}(-3) + \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$$\frac{-3-\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)(-3)} = \frac{-\frac{7}{2}}{-\frac{1}{2}} = 7 \neq -1.$$

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

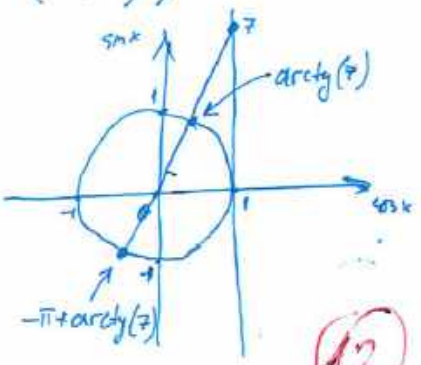
Код участника: (заполняется организатором) М11-416

Уравнение №5:

Тогда: $tg(x) = 7$.

Т.к. левая часть – это угол $(-\pi; \pi)$, то:

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg}(7) \\ x = -\pi + \operatorname{arctg}(7). \end{cases}$$



Ответ: $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}(7). \\ x = -\pi + \operatorname{arctg}(7). \end{cases}$

12

№2.

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \quad (1) \\ 4A + 3B \le 10 \quad (2) \\ 7A + 4B \le 18 \quad (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1)+(2) \le 21 \\ (1)+(3) \le 29 \end{cases} \Rightarrow \text{(illegible)}\ (1)+(1)+(2)+(3) \le 50.$$

$6A + 4A + 7A + 10B + 3B + 4B \le 50 \Rightarrow A + B \le \frac{50}{17}$.

Очевидно, что значение $A+B = \frac{50}{17}$ достигается, потому что можно подобрать такие A и B ввиду линейности всех 3 уравнений (уравнение – многочлен 1-ой степени). Ответ: макс: $A+B = \frac{50}{17}$.

0

№7.

Если прямая касается графика $f(x)$ в 2 точках, то необходимое условие на это, что $f'(x) = a$ (a – некоторое действительное число) имеет 2 корня. (Действительных).

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1 = a$.

→ след.

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-416

Продолжение номер 7:

$4x^3 + 2bx + 1 - a = 0$. При каких значениях b, найдётся значение a, такое, чтобы ур-е имело хотя бы 2 корня?

Это необходимое условие.

05

М11-474

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-474

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Комалетдин	10	Гурьянова	10	10
2	Малюдов	2	Савина	2	2
3	Маркова	12	Александрович	12	12
4	Иванова	0	Малюдов	0	0
5	Угодов	7	Волкова	7	7
6	Олехова	3	Конкова	3	3
7	Конкова	3	Степанян	3	3
8	Шапков	0	Пешиков	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-4744

Лист №1.

№1.

Пусть x – кол-во людей, говорящих по-английски,

y – кол-во людей, говорящих по-французски,

тогда среди тех, кто говорит по английски 4% по французски

$\Rightarrow 0{,}04x \Rightarrow$ не говорящих по французски среди них $0{,}96x$.

Аналогично, среди тех, кто говорит по-французски 20% $\Rightarrow$

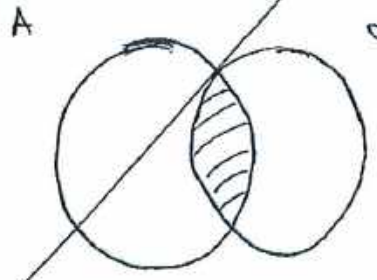
$0{,}2y$ тех, кто говорит по английски, т.е.

$0{,}04x = 0{,}2y$, т.е. они говорят и по-английски, и по-французски

$\Rightarrow 4x = 20y \Rightarrow x = 5y$

Среди тех, кто говорит по французски $y - 0{,}1y = 0{,}8y$ тех, кто не говорит по-английски

$\Rightarrow$ по условию требуется найти $\frac{0{,}96x}{0{,}8y} = \frac{0{,}96 \cdot 5y}{0{,}8y} = \frac{96 \cdot 5}{80} = \frac{6 \cdot 5}{5} = 6$ р.



А – говорят по английски – x

Ф – говорят по французски – y

пересечение – говорят и по анг и по фр. $0{,}04x = 0{,}2y$

А без пересечения – только по английски $0{,}96x$

Ф без пересечения – только по французски – $0{,}8$

Ответ. В 6 раз

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ш1-474

Кнс №2.

№3.

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$ $\quad p(1)+p(2)+p(n)+\dots p(33)$

Рассмотрим пары $p(n)+p(34-n)$, т.е. $p(1)+p(33)$, ~~$p(2)$~~ $p(2)+p(34)\dots$

$$p(n)+p(34-n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{(-3)^{34-n}}{3^{34-n}+3^{17}} = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{\frac{(-3)^{34}}{(-3)^n}}{\frac{3^{34}}{3^n}+3^{17}} =$$

$$= \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{\frac{3^{34}}{(-3)^n}}{\frac{3^{34}+3^{17}\cdot 3^n}{3^n}} = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{3^{34}\cdot 3^n}{(3^{34}+3^{17}\cdot 3^n)\cdot(-3)^n} = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{3^{34}\cdot 3^n}{3^{17}\cdot(-3)^n(3^n+3^{17})} =$$

$$= \frac{(-3)^n\cdot(-3)^n\cdot 3^{17}+3^{34}\cdot 3^n}{(3^n+3^{17})(3^{17}\cdot(-3)^n)} = \frac{(-3)^{2n}\cdot 3^{17}+3^{34}\cdot 3^n}{3^{17}\cdot(-3)^n\cdot(3^n+3^{17})} = \frac{3^{2n}\cdot 3^{17}+3^{34}\cdot 3^n}{3^{17}\cdot(-3)^n\cdot(3^n+3^{17})} =$$

$$= \frac{3^n\cdot 3^{17}(3^n+3^{17})}{3^{17}\cdot(-3)^n\cdot(3^n+3^{17})} = \frac{3^n}{(-3)^n}$$

⇒ если n – чётное, то $p(n)+p(34-n) = \frac{3^n}{(-3)^n 3^n} = \frac{3^n}{3^n} = 1$

если n – нечётное, то $p(n)+p(34-n) = \frac{3^n}{(-3)^n} = \frac{3^n}{-3^n} = -1$

Чётные пары

$p(2)+p(32)=1$
$p(4)+p(30)=1$
$p(6)+p(28)=1$
$p(8)+p(26)=1$
$p(10)+p(24)=1$
$p(12)+p(22)=1$
$p(14)+p(20)=1$
$p(16)+p(18)=1$

⇒ т.к. чётные чётные 8

Нечётные пары

$p(1)+p(33)=-1$
$p(3)+p(31)=-1$
$p(5)+p(29)=-1$
$p(7)+p(27)=-1$
$p(9)+p(25)=-1$
$p(11)+p(23)=-1$
$p(13)+p(21)=-1$
$p(15)+p(19)=-1$

} в чётные – 8

~~$p(17)+p(?)$~~ $p(17)$ – один без пары

Продолжение на стр. 2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-474

Лист № 3

Утверждение № 3.

Т.е. четные и нечетные n (кроме n=17) взаимосокращаются $-8+8=0$

$\Rightarrow$ остается $p(17)$

$p(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} = \frac{-3^{17}}{2\cdot 3^{17}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ Сумма равна $-\frac{1}{2}$

Ответ. $-\frac{1}{2}$

№2.

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \ (1) \\ 4A+3B \le 10 \ (2) \\ 7A+4B \le 18 \ (3) \end{cases}$ ~~$A+B \to max$~~

(1) + (2)

$3A+5B+4A+3B \le 11+10$

$7A+8B \le 21$

(3): $7A+4B \le 18$

$\Rightarrow 7A+8B \le 21 \Leftrightarrow 7A+4B+4B \le 21$, т.е. ~~$7A+4B \le 18$~~ (из 3), то

$4B \le 3 \Rightarrow B \le \frac{3}{4}$

Домножим (3) на 2 обе части: $14A+8B \le 36$

$\Leftrightarrow 7A+7A+8B \le 36$, где $7A+8B \le 21$ (из 2) $\Rightarrow 7A \le 15 \Rightarrow A \le \frac{15}{7}$

$\Rightarrow B_{max} = \frac{3}{4}$ $A_{max} = \frac{15}{7} \Rightarrow A+B \to max = \frac{15}{7}+\frac{3}{4} = \frac{60+21}{28} = \frac{81}{28} = \frac{44}{14} = \frac{22}{7}$

~~Ответ. $\frac{22}{7}$~~ $(A+B)_{max} = \frac{15}{7}+\frac{3}{4} = \frac{60+21}{28} = \frac{81}{28}$

Ответ. $\frac{81}{28}$

Лист ...?

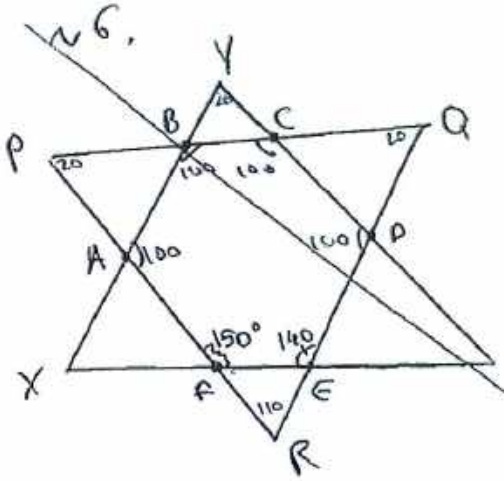
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ЧЧ-4711

Лист №4

№6.



Пусть пересекаются треугольники XYZ и PQR чтобы образовался шестиугольник в пересечении, необходимо, чтобы одна сторона одного треугольника пересекала две стороны другого, иначе будет <6 пересечений ⇒ шестиугольник не образуется.

Пусть $PQ \cap XY = \{B\}$; $PQ \cap YZ = \{C\}$; $QR \cap YZ = \{D\}$; $QR \cap XZ = \{E\}$

$RP \cap XZ = \{F\}$; $RP \cap XY = \{A\}$

1) $\angle PAB = 180° - \angle BAF = 180° - 100° = 80°$ – смежные

Аналогично, $\angle PBA = 180° - \angle ABC = 180° - 100° = 80° \Rightarrow \angle PAB = \angle ABP = 80° \Rightarrow \triangle APB$ – р/б

$\Rightarrow \angle APB = 180° - \angle PAB - \angle PBA = 180° - 80° - 80° = 20°$

2) Аналогично 1) в $\triangle YBC$:

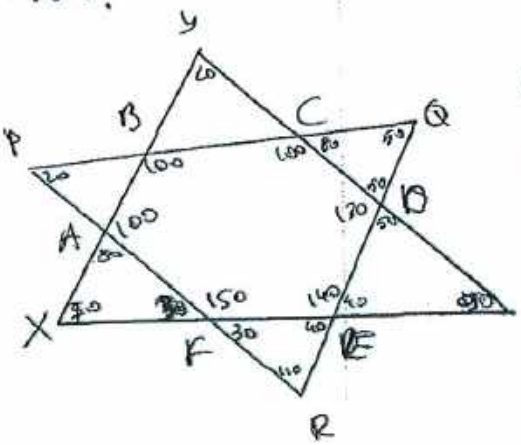
$\angle YBC = 180° - \angle ABC = 180° - 100° = 80°$ – смежные

$\angle YCB = 180° - \angle BCD = 180° - 100° = 80° \Rightarrow \angle BYC = 180° - \angle YBC - \angle YCB = 180 - 160 = 20°$

Аналогично в $\triangle CQP$: $\angle Q = 20°$, в.н. $\angle C = 80° = \angle CPQ$

3) В $\triangle EDZ$: ~~$\angle DEZ$~~ $= \angle DEZ = 180° - \angle FEA = 180° - 140°$

№6.



Пусть пересекаются треугольники XYZ и PQR чтобы образовался шестиугольник в пересечении необходимо, чтобы одна сторона одного △ пересекала 2 стороны другого, иначе будет <6 пересечений.

Пусть пересекаются, как показано на рисунке.

Продолжение на след. листе

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ш-474

Лист №5.

Продолжение №6

$\angle A = \angle B = \angle C = 100$ $\angle D = 130°$ $\angle E = 140°$ $\angle F = 150°$

1) Рассмотрим $\triangle PAB$:

$\angle PAB = 180° - \angle BAF = 180° - 100° = 80°$, г.-н. смежные

$\angle PBA = 180° - \angle ABC = 180° - 100° = 80°$, г.-н. смежные

$\Rightarrow \angle APB = 180° - \angle PAB - \angle PBA = 180° - 80° - 80° = 20° = \angle RPQ$

В $\triangle BYC$:

$\angle YBC = \angle PBA = 80°$ – вертикальные

$\angle YCB = 180° - \angle BCD = 180° - 100° = 80°$ – смежные

$\Rightarrow \angle BYC = 180° - \angle YBC - \angle YCB = 180° - 80° - 80° = 20° = \angle XYZ$

В $\triangle CQD$:

$\angle QCD = \angle BCY = 80°$ – вертикальные

$\angle CDQ = 180° - \angle CDE = 180° - 130° = 50°$

$\Rightarrow \angle CQD = 180° - \angle CDQ - \angle QCD = 180° - 80° - 50° = 50° = \angle PQR$

В $\triangle DEZ$:

$\angle EDZ = 180° - \angle CDE = 180° - 130° = 50°$ – смежные

$\angle DEZ = 180° - \angle FED = 180° - 140° = 40°$ – смежные

$\Rightarrow \angle EZD = 180° - \angle EDZ - \angle DEZ = 180° - 50° - 40° = 90° = \angle XZY$

В $\triangle FRE$:

$\angle FER = \angle DEZ = 40°$ – вертикальные

$\angle EFR = 180° - \angle AFE = 180° - 150° = 30°$

$\Rightarrow \angle FRE = 180° - \angle EFR - \angle FER = 180° - 30° - 40° = 110° = \angle PRQ$

В $\triangle YXZ$:

$\angle YXZ = 180° - \angle XYZ - \angle XZY = 180° - 20° - 90° = 70°$

$\Rightarrow$ В $\triangle RPQ$ углы: $20°, 50°, 110°$

В $\triangle XYZ$: $20°, 70°, 90°$

Ответ. В одном треугольнике: $20°, 50°, 110°$

В другом треугольнике: $20°, 70°, 90°$

+ 35

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-474

Лист № 6.

№5.

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$$

ОДЗ: $x\neq -2$, $x\neq \frac{1}{3}$

т.к. $-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arctg}a<\frac{\pi}{2}$, то

$$-\pi<\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}<\pi$$

Заметим, что $x=\frac{\pi}{2}$ – не решение, т.к. $\operatorname{arctg}\frac{\pi-1}{\pi+2}+\operatorname{arctg}\frac{\pi+3}{3\pi-1}\neq\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ Возьмем tg от обеих частей

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\operatorname{tg}(x)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}(\alpha)+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\operatorname{tg}(x)$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\operatorname{tg}(x)$$

$$\frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\operatorname{tg}(x)$$

$$\frac{6x^2-3x-2x+1+x^2+5x+6}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\operatorname{tg}(x)\Rightarrow\frac{7x^2+7}{3x^2-x+6x-2-(2x^2+6x-x-3)}=\operatorname{tg}(x)$$

$$\Rightarrow\frac{7x^2+7}{x^2+1}=\frac{7(x^2+1)}{x^2+1}=\operatorname{tg}(x)\Rightarrow\operatorname{tg}(x)=7,\ \text{т.к. } (x^2+1)\neq 0,\ \text{т.к. } x^2+1>0$$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 111-474

Лист № 7.

$\Rightarrow tg(x) = 7 \Rightarrow x = arctg\,7 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

т.к. $-\pi < x < \pi \Rightarrow$ подходит только $k = 0$, т.к.

$arctg\,7 \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$ $arctg\,7 + \pi k$, при $k \geq 1$ $> \pi$

Аналогично при $k \leq -1$.

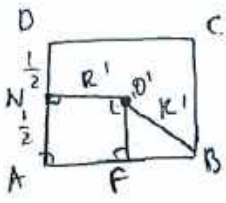
$\Rightarrow x = arctg\,7$, удовл. ОДЗ

Ответ. $x = arctg\,7$. $x_1, x_2 - ?$

№ 4.

Очевидно, что, чтобы такая ситуация была возможна сфера должна касаться всех ребер в серединах AD, AA' и $A'B'$

~~Спроецируем сферу~~ рассмотрим проекции радиусов ON и OB, где N – середина AD на $ABCD$



R' – проекция радиусов, O' – проекция центра сферы

$OF \perp AB \Rightarrow$ т.к. $NA \perp AB$ (квадрат) ~~$\Rightarrow \triangle AFO$~~

$O'N \perp AD$ (проекция радиуса в т. касания)

~~Аналогично~~

$\Rightarrow AFO'N$ – прямоугольник (параллелограмм) $\Rightarrow AF = NO' = R'$; $O'F = AN = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow FB = 1 - AF = 1 - R' \Rightarrow$ пот. Пифагора в $\triangle FO'B$: $\frac{1}{4} + (1 - R')^2 = R'^2$

$\frac{1}{4} + 1 - 2R + R'^2 = R'^2$

$R' = \frac{5}{8}$

$AD; AA'$ и $A'B'$

Т.к. сфера касается всех ребер в сечении, то $OO_1 = \frac{1}{2}$, т.к. $ABCDA'B'C'D'$ – куб

$\Rightarrow$ пот. Пифагора в $\triangle NO'O$: $R^2 = R'^2 + \frac{1}{4} \Rightarrow R^2 = \frac{25}{64} + \frac{1}{4} = \frac{25+16}{64} = \frac{41}{64} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{41}}{8}$

Ответ. $\frac{\sqrt{41}}{8}$.

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-474

Лист № 8

№2.

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \mid \cdot 2 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6A+10B \le 22 & (1) \\ 4A+3B \le 10 & (2) \\ 7A+4B \le 18 & (3) \end{cases}$$

$(1)+(2)+(3) \Rightarrow 17A+17B \le 50$ (сложили все неравенства)

$17(A+B) \le 50$

$A+B \le \frac{50}{17}$

$\Rightarrow A+B \to \max$ при $A+B=\frac{50}{17}$

Ответ. $\frac{50}{17}$ 2, ответ не верный

№7.

$f(x)=x^4+bx^2+x$

Пусть $f(x)$ касается прямой $g(x)=ax+c$

$\Rightarrow$ чтобы было касание:

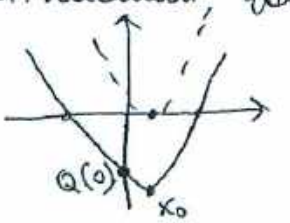
$$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^4+bx^2+x=ax+c \\ 4x^3+2bx+1=a \end{cases}$$

$\Rightarrow x^4+bx^2+x = 4x^4+2bx^2+x+c$

$3x^4+bx^2+c=0 = Q(x)$

Чтобы было 2т. касания, график, выполняя следующие условия

$$\begin{cases} Q(0)<0 \\ x_0>0 \\ D>0 \\ Q(0)=0 \\ x_0>0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} c<0 \\ -\frac{b}{6}>0 \\ b^2-12c>0 \\ b^2-12c=0 \\ -\frac{b}{6}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c<0 \\ b<0 \checkmark \\ b^2>12c \\ b^2=12c \\ b<0 \checkmark \end{cases} = ?$$

3

№8.

Кол-во последовательностей $\{a_1; a_2 \dots a_{100}\}$ 2^{100}, т.к. каждый член может быть или не быть $\Rightarrow$ ответ. 100.

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

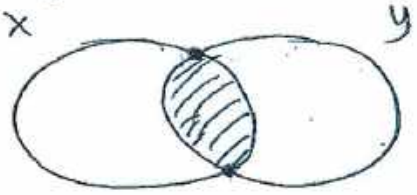
Код участника: (заполняется организатором) М11-474

Лист № 9

№1.

Пусть X – людей не говорящих по-английски

Y – людей не говорящих по-французски



Тогда пересечение X и Y – те, кто не говорят по-английски и не говорят по французски. ⇒ X без пересечения, – те, кто говорят по французски

Y без пересечения – те, кто говорят по английски

Среди X говорят по французски 4% ⇒ 0,04x ⇒ X без пересечения 0,04x

⇒ пересечение 0,96x.

Среди Y 20% говорят по английски ⇒ 0,2y = Y без пересечения 0,2y ⇒

пересечение 0,8y ⇒ 0,8y = 0,96x ⇒ 80y = 96x ⇒ 5y = 6x ⇒ $y = \frac{6x}{5}$

Требуется найти $\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{\frac{6x}{5}}{x} = \frac{6}{5}$ р.

Ответ. $\frac{6}{5}$ р.

№8 нет

М11-350

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-350

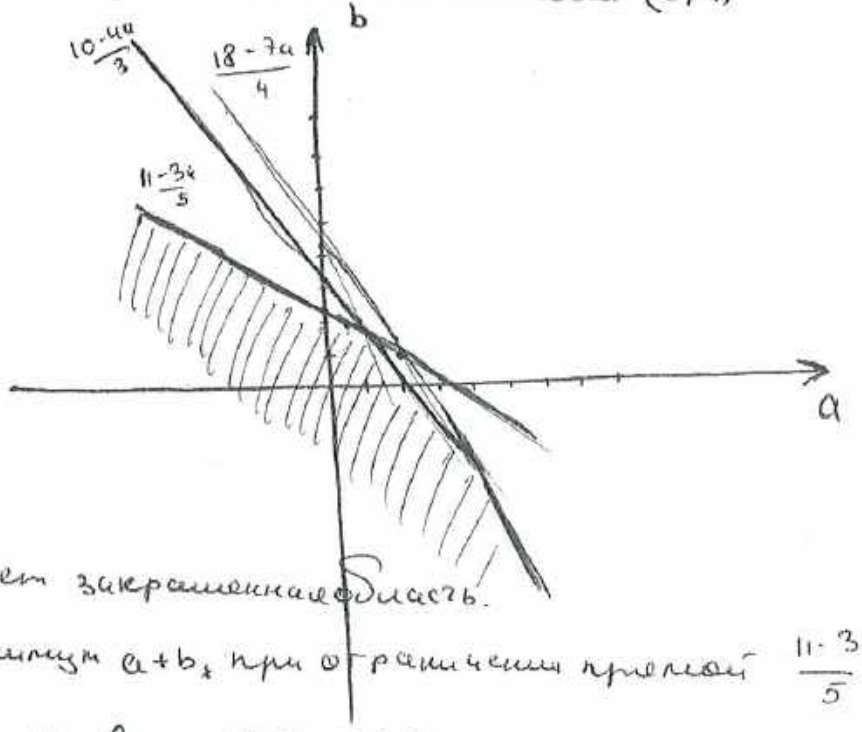
№2

$3a+5b \le 11$

$4a+3b \le 10$

$7a+4b \le 18$

Построим графики в плоскости (b, a)



1) $b = \frac{11-3a}{5}$

2) $b = \frac{10-4a}{3}$

3) $b = \frac{18-7a}{4}$

Условию удовлетворяет закрашенная область.

Рассмотрим на максимум $a+b$, при ограничении прямой $\frac{11-3a}{5}$, $a \le \frac{17}{11}$

$\frac{11-3a}{5} + a = \frac{11+2a}{5} = x$ – возрастающая

$\frac{1-3a}{5} = \frac{10-4a}{3}$ – точка пересечения прямых (1), (2)

$33-9a = 50-20a$

$11a = 17$

$a = \frac{17}{11}$

$\left(\frac{18-7a}{4} = \frac{10-4a}{3} \right.$

$\left. a = \frac{14}{5} \right)$

$\max(x)$ при $a = \frac{17}{11}$: $\frac{11+\frac{34}{11}}{5} = \frac{124+34}{55} = \frac{155}{55} = \frac{31}{11}$.

Рассмотрим второй отрезок: $a \in \left[\frac{17}{11}; \frac{14}{5}\right]$, ($\frac{14}{5}$ – точка пересечения прямых (2) и (3)).

2) и ограничен прямой $b = \frac{10-4a}{3}$ – убывающая

$a+b = \frac{10-4a}{3} + a = \frac{10-a}{3}$, $\max\left(\frac{10-a}{3}\right)$ при $a = \frac{17}{11}$: $\frac{10-\frac{17}{11}}{3} = \frac{110-17}{33} = \frac{93}{33} = \frac{31}{11}$.

Последний случай: отрезок, ограниченный прямой $b = \frac{18-7a}{4}$, $a > \frac{14}{5}$.

$a + a = \frac{18-7a}{4} + a = \frac{18-3a}{4}$ – убывающая

$\max\left(\frac{18-3a}{4}\right)$ при $a = \frac{14}{5}$: $\frac{18-\frac{3\cdot14}{5}}{4} = \frac{90-42}{20} = \frac{48}{20} = \frac{24}{10} = 2,4$.

Рассмотрены все 3 случая зависимости суммы найдены максимумы на каждом из них. Тогда $\max\left(\frac{31}{11}; \frac{24}{10}; \frac{31}{11}\right) = \frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$, $a = \frac{17}{11}$, $b = \frac{14}{11}$

№8

Всего последовательностей 8 100!

Посчитаем, сколько из них содержат xyz в любом порядке:

$37! \cdot 98 \cdot 6 = 98! \cdot 6.$

a b c

c – перестановки в "xyz" = 3! = 6.

a – кол-во оставшихся чисел и их перестановки.

b – кол-во возможных размещений подряд.

Посчитаем, сколько содержат xy и z не рядом с xy:

то число есть разность между количеством "случаев, когда xy - рядом" и и последовательностями, в которых есть либо xyz, либо zxy.

y - рядом = 2 · 98! · 99 = 99! · 2

"xyz" = 98 · 97! = 98!

"zxy" = 98 · 97! = 98!

Тогда ~~сумма~~ в этом случае 2(99! - 98!)

решение не нашел

) Посчитаем, сколько содержат xz и y не рядом:

Аналогичные рассуждения, как и во втором случае.

2(99! - 98!)

) Посчитаем, сколько содержит yz и x не рядом с yz:

Аналогичные рассуждения:

2(99! - 98!)

~~Тогда~~ Всего подходящих последовательностей:

98! · 6 + 2(99! - 98!) + 2(99! - 98!) + 2(99! - 98!) = 99! · 6 – столько последовательностей нам подходят.

Тогда неподходящих под условие = 100! - 99! · 6.

Чтобы гарантированно хотя бы одна подходила, их суммарное кол-во должно превышать кол-во неподходящих.

Тогда наим. кол-во: 100! - 99! · 6 + 1 = 99! · 94 + 1

Ответ: 100! - 99! · 6 + 1

Бланк ответа 2

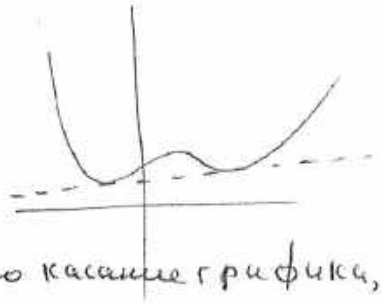
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-350

№7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$.

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$



Чтобы происходило касание графика, нужно, чтобы касательная $= kx + b$ касалась разных точек имела одинаковые коэффициенты b, k.

$= f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ – ур. кас.

$= f'(x_0)$

$= -x_0 f'(x_0) + f(x_0)$.

Отсюда составим систему.

$$\begin{cases} 4x_0^3 + 2bx_0 + 1 = 4x_1^3 + 2bx_1 + 1 \\ -x_0(4x_0^3 + 2bx_0 + 1) + 4x_0^4 + bx_0^2 + x_0 = -x_1(4x_1^3 + 2bx_1 + 1) + 4x_1^4 + bx_1^2 + x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_0^3 + 2bx_0 + 1 = 4x_1^3 + 2bx_1 + 1 \\ -3x_0^4 - bx_0^2 = -3x_1^4 - bx_1^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_0^3 + bx_0 = 2x_1^3 + x_1 b \quad (1) \\ 3x_0^4 + bx_0^2 = 3x_1^4 + bx_1^2 \quad (2) \end{cases}$$

касательная не найдена

Отметим, что $x_0 \neq x_1$ при $b < 0$, т.к. иначе $f(x) = 2x^3 + bx$ – монотонно возрастает, отсюда равенство было бы возможно в случае равенства $x_1 = x_0$ и только этом случае. $\Rightarrow$ $b < 0$.

$$\Rightarrow b = \frac{2x_1^3 - 2x_0^3}{x_0 - x_1} = -2(x_1^2 + x_0 x_1 + x_0^2)$$

$$x_0^4 + 2(x_1^2 x_0^2 + x_1 x_0^3 + x_0^4) = 3x_1^4 - 2(x_1^4 + x_0 x_1^3 + x_0^2 x_1^2)$$

$$x_0^4 - 2x_1^2 x_0^2 - 2x_1 x_0^3 - 2x_0^4 = 3x_1^4 - 2x_1^4 - 2x_1^3 x_0 - 2x_0^2 x_1^2$$

$$x_0^4 - 2x_1^2 x_0^2 - 2x_1 x_0^3 - 2x_0^4 = 3x_1^4 - 2x_1^4 - 2x_1^3 x_0 - 2x_0^2 x_1^2$$

$$x_0^4 - 2x_1 x_0^3 = x_1^4 - 2x_1^3 x_0.$$

МП-350

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Чистя	10	Липагина	10	10
2	Зайцева	10	Розуева	10	10
3	Маркова	12	Александрович	12	12
4	Филимонова	0	Баранова	0	0
5	Волкова	2	Чупрова	2	2
6	Чистя	0	Липагина	0	0
7	Чистя	3	Липагина	3	3
8	Чистя	0	Липагина	0	0
ИТОГО					37

$x_0^4 - x_1^4 = 2x_1x_0(x_0^2 - x_1^2)$

№ 6

Нека условно образован ABCDEF - шестоъгълник.

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 100°$

$E = 140°$

$F = 150°$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-350

~~№2~~

$$\begin{cases} 3a+5b \le 11 \\ 4a+3b \le 10 \\ 7a+4b \le 18. \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} 3x+4y+7z = 5x+3y+4z \\ y+3z = 2x. \\ y=2 \\ z=2 \\ x=4 \end{array} \right. \} \to \text{коэффициенты для строк системы.}$$

$$\begin{cases} 12a+20b \le 44 \\ 8a+6b \le 20 \\ 14a+8b \le 36 \end{cases} +$$

$$34a+34b \le 100.$$

$$a+b \le \frac{100}{34}$$

№3

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$$

$$p(1)+p(33) = \frac{-3}{3+3^{17}} - \frac{3^{33}}{3^{17}+3^{33}} = -\frac{1}{1+3^{16}} - \frac{3^{16}}{1+3^{16}} = -\left(\frac{3^{16}+1}{1+3^{16}}\right) = -1$$

$$(2)+p(32) = \frac{9}{9+3^{17}} + \frac{3^{32}}{3^{17}+3^{32}} = \frac{1}{1+3^{15}} + \frac{3^{15}}{1+3^{15}} = 1.$$

Аналогично для остальных:

$$(16)+p(18) = \frac{3^{16}}{3^{16}+3^{17}} + \frac{3^{18}}{3^{18}+3^{17}} = \frac{1}{1+3} + \frac{3}{1+3} = 1.$$

Всего 8 пар, суммы которых равна 1, и 8 пар, суммы которых равны -1. $-8+8=0$.

Остается $p(17) = -\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{17}} = -\frac{3^{17}}{2\cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$

$$\sum_{i=1}^{33} p(i) = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№5

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}$

$\operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right) = x \quad | \operatorname{tg}$.

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$.

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} x$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{\underbrace{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}_{=a}} = \operatorname{tg} x$$

$$a = \frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+3)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} = \frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 5x + 3} = \frac{7x^2+7}{x^2+1} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7.$$

$\operatorname{tg} x = 7$

$x = \operatorname{arctg} 7 + \pi n, n \in Z$.

Ответ: $x = \operatorname{arctg} 7 + \pi n, n \in Z$.

№1

Пусть всего людей, не говорящих по-английски, равно X.

Множество людей, не владеющих фран., равно Q.

Тогда: $0{,}04X$ - ~~англ~~ не англ., фран.

$0{,}96X$ - не англ, не фран.

$0{,}2Q$ - не франц, англ.

$0{,}8Q$ - не франц, не англ.

+

То людей, не владеющих франц., ни англ., равное кол-во:

$\Rightarrow 0{,}96X = 0{,}8Q \rightarrow \frac{Q}{X} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{80} = \frac{12 \cdot 8}{8 \cdot 10} = \frac{6}{5}$.

Тогда $\frac{Q}{X} = 1{,}2$

Ответ: $\frac{6}{5}$.

М11-106

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

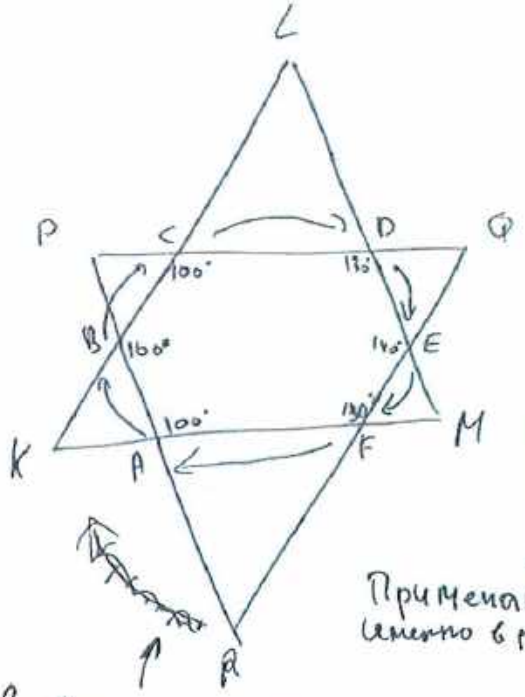
Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ПН-106
(заполняется организатором)

Задание 6.

Дано: $\triangle KLM$
в $\triangle ABCDEF$: $\triangle PQR$
$\angle A = 100°$ $\angle D = 130°$
$\angle B = 100°$ $\angle E = 140°$
$\angle C = 100°$ $\angle F = 150°$



Решение: ок

В $\triangle KLM$:

$\angle K = 180° - \angle KAB - \angle KBA = 180° - (180° - \angle A) - (180° - \angle B) = 180° - 80° - 80° = 20°$

$\angle L = 180° - \angle LCD - \angle LDC = 180° - (180° - \angle C) - (180° - \angle D) = 180° - 80° - 50° = 50°$

Примечание: именно в таком картинка нарисована для наглядности, расположении она вообще не существует.

Всевозможные картинки, которые получаются сдвигом (порядок букв сохраняется!!!) A, B, C, D, E, F по часовой стрелке $\Rightarrow$ наши искомые углы в $180° - 2$ смежных углах каких-то пары исходных. Тогда посчитаем всевозможные получающиеся углы:

1) $180° - (180° - \angle A) - (180° - \angle B) = 20°$
2) $180° - (180° - \angle B) - (180° - \angle C) = 20°$
3) $180° - (180° - \angle C) - (180° - \angle D) = 50°$ ← углы наших треугольников.
4) $180° - (180° - \angle D) - (180° - \angle E) = 90°$
5) $180° - (180° - \angle E) - (180° - \angle A) = 110°$
6) $180° - (180° - \angle F) - (180° - \angle A) = 70°$

Пусть $110°$ – угол 1 треугольника, тогда два других его угла соответственно $50°$ и $20°$ (т.к. $90°$ и $70°$ не могут быть т.к. тогда сумма 2 углов уже будет $\geq 180°$) $\Rightarrow$ у 2 треугольника углы $20°$, $70°$ и $90°$.



тогда ← вот верное расположение.

Ответ: у 1 треугольника: $110°$; $50°$; $20°$
у 2 треугольника: $90°$; $70°$; $20°$

+3

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-106
(заполняется организатором)

Задача 8

Всего различных последовательностей 100!

Кол-во последовательностей, где есть 2 подряд идущих числа, принадлежащих множеству {X; Y} равно

$2 \cdot 98! \cdot 99 = 99! \cdot 2$

XY_ _ _ _

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-106
(заполняется организатором)

Задание 2

$$\begin{cases} 3(A+B)+2B \le 11 \\ 3(A+B)+A \le 10 \\ 4(A+B)+3A \le 18 \end{cases} \qquad \begin{cases} A+B \le \frac{11-2B}{3} \\ A+B \le \frac{10-A}{3} \\ A+B \le \frac{18-3A}{4} \end{cases}$$

~~10-A~~ Значит, максимум $A+B$ равен минимальному числу

Из чисел $\frac{11-3B}{3}$, $\frac{10-A}{3}$, $\frac{18-3A}{4}$, т.е среди 44-81

Значит нам нужно найти минимум среди 44-12B, 40-4A, 54-9A

Заметим, что если $\frac{10-A}{3} \ge \frac{18-3A}{4} \Rightarrow 40-4A \ge 54-9A \Rightarrow 5A \ge 14 \Rightarrow A \ge \frac{14}{5}$

тогда $4A+3B \ge 4A \ge$, а $4A = \frac{56}{5} > 11$, но $4A+3B \le 10$.

Значит, $\frac{18-3A}{4} \le \frac{10-A}{3}$

Пусть минимальное число $\frac{11-2B}{3}$. Тогда:

$11-2B+A \le 10$ и $\frac{44-8B}{3}+3A \le 18$

$2A \le 2B-1$

$44-8B+9A \le 54$

$9A \le 8B+10$

Необходимо, чтобы $A \le 2B-1$.

Тут можно предполагать о том, какое число может минимально, но это слишком долго.

05

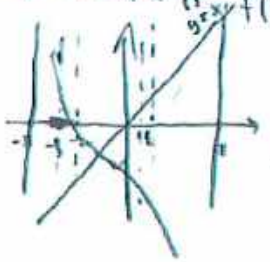
Задание 5.

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

Огр-ие:
$x \ne -2$
$x \ne \frac{1}{3}$

Заметим, что $-\frac{\pi}{2} \le \operatorname{arctg} y \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\pi \le \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} \le \pi \Rightarrow -\pi \le x \le \pi$

и при $-\pi \le x \le \pi$ $f(x) = \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}$ имеет следующий вид:



← будет только 1 пересечение $\Rightarrow$ 1 реш-ие, $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ подходит это и будет реш-ием

Ответ: $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-106
(заполняется организатором)

Задание 3.

Посчитаем для начала $p(17) = \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} = \frac{-3^{17}}{2\cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$

Теперь посчитаем, чему будет равно $p(n) + p(17+n) =$

$$= \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{(-3)^{17+n}}{3^{17+n}+3^{17}} = \frac{(-3)^n}{3^n\left(1+\frac{3^{17}}{3^n}\right)} + \frac{(-3)^{17}\cdot(-3)^n}{3^{17}\left(3^n+1\right)} =$$

$$= \frac{(-3)^n}{3^n\left(1+\frac{3^{17}}{3^n}\right)} + \frac{-(-3)^n}{3^n+1} \leftarrow \text{т.к. 17 нечетное} \Rightarrow (3)^{17} < 0$$

$$= \frac{(-3)^n}{3^n\left(1+\frac{3^{17}}{3^n}\right)} + \frac{-(-3)^n}{3^n\left(1+\frac{1}{3^n}\right)} =$$

$$= \frac{(-3)^n\left(1+\frac{1}{3^n}\right) - (-3)^n\left(1+\frac{3^{17}}{3^n}\right)}{3^n\left(1+\frac{3^{17}}{3^n}\right)\left(1+\frac{1}{3^n}\right)} =$$

Если n - четное, то:

$$\frac{1+\frac{1}{3^n} - 1 + \frac{3^{17}}{3^n}}{1+\frac{3^{17}}{3^n}+\frac{1}{3^n}+\frac{3^{17}}{3^n\cdot 3^n}} = \frac{\frac{1-3^{17}}{3^n}}{\frac{3^n\cdot 3^n+3^n\cdot 3^n+3^n+3^{17}}{3^n\cdot 3^n}} = \frac{(1-3^{17})\cdot 3^n\cdot 3^n}{3^n\cdot\left(3^n\cdot 3^n+3^{17}\cdot 3^n+3^n+3^{17}\right)} =$$

$$= \frac{1-3^{17}}{3^n+3^{17}+1+3^{17-n}} = \frac{1-3^{17}}{3^{17}\left(1+\frac{1}{3^n}\right)+3^n\left(1+\frac{1}{3^n}\right)} = \frac{1-3^{17}}{\left(3^{17}+3^n\right)\left(1+\frac{1}{3^n}\right)}$$

Теперь разобьем наши оставшиеся числа на пары вида $p(17-n)$ и $p(17+n)$. И посчитаем их сумму.

М11-106.

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Шалыкова	10	Гурьянова	10	10
2	Зайцева	0	Гоздева	0	0
3	Александрович	12	Липатина	12	12
4	Шарипов Д.Ф.	0	Иванова	0	0
5	Уразов	0	Липатина	12	12
6	Осипова	3	Грузнов	3	3
7	Липатина	0	Сенаторов	0	0
8	Гелимзов	0	Цыганов	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-106
(заполняется организатором)

Задача №3 (продолжение)

$3^n = (-3)^n$ и $17+n$ - нечетное $\Rightarrow -3^{17+n} = (-3)^{17+n}$

$17-n$, нечетное $\Rightarrow -3^{17-n} = (-3)^{17-n}$

Итак, пусть n - четное тогда $p(17-n)+p(17+n) =$

$$= \frac{(-3)^{17-n}}{3^{17-n}+3^{17}} + \frac{(-3)^{17+n}}{3^{17+n}+3^{17}} = \frac{(-3)^{17-n}}{3^{17-n}(1+3^n)} + \frac{-3^n}{3^n+1} =$$

$$= \frac{-1-3^n}{3^n+1} = -\frac{3^n+1}{3^n+1} = -1$$

Теперь пусть n - нечетное $\Rightarrow -3^n = (-3)^n$ и $17+n$ - четное $\Rightarrow 3^{17+n} = (-3)^{17+n}$

$\Rightarrow 17-n$ - четное $\Rightarrow 3^{17-n} = (-3)^{17-n}$

Тогда $p(17-n)+p(17+n) = \frac{(-3)^{17-n}}{3^{17-n}(1+3^n)} + \frac{(-3)^{17+n}}{3^{17+n}(1+3^n)} =$

$$= \frac{1+3^n}{1+3^n} = 1$$

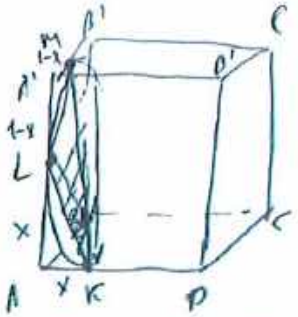
Пар Всего пар $\frac{33-1}{2} = 16$, пар с нечетным n 8 штук и пар с четным n 7 штук. Тогда наша итоговая сумма:

$$1 \cdot 8 + (-1) \cdot 8 + p(17) = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ +

Задание №4.





Проведем из центра O радиусы в точки касания.

$LA = AK$ (т.к. касательные)

$LA' = A'M$ (т.к. касательные)

Пусть $AK = AL = 1$. Тогда

$LA' = A'M = 1-x$. Тогда по т. Пифагора

$\Rightarrow R^2$ $LM^2 = 2(1-x)^2$, $LK^2 = 2x^2$ и $\Rightarrow 2R^2 = 2(1-x)^2$ и $2R^2 = 2x^2$

$\Rightarrow 1-x = x \Rightarrow x = \frac{1}{2} = R$ $\Rightarrow R^2 = (1-x)^2 = x^2$

или $1-x = -x \Rightarrow$ нет реш. $\varnothing$. Ответ: $\frac{1}{2}$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-106
(заполняется организатором)

Задание 1.

Пусть кол-во людей, не говорящих по-английски – x, а кол-во людей, не говорящих по-французски – y. Тогда кол-во людей, не говорящих по-англ., но говорящих по франц. из условия равно $0,04x$. $\Rightarrow$ Людей не говорящих ни по-англ и не по-франц равно $x - 0,04x = 0,96x$.

С другой стороны из условия кол-во людей, не говорящих по-франц, но говорящих по-англ равно $0,2y \Rightarrow$ людей не говорящих ни по-франц и не по-англ равно $y - 0,2y = 0,8y$.

Значит: $0,96x = 0,8y \Rightarrow 96x = 80y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{96}{80} = 1,2 \Rightarrow$ число людей, не говорящ. по-франц в 1,2 раза больше числа людей, не говорящ. по-англ.

Ответ: 1,2 +(10б)

Задание 7.

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$ ← далее надо написать уравнение касательной в точке некоторой точки x_1 и x_2, а далее приравнять эти ур-ия. Я не помню формулы касательной. В исключительных случаях ~~Когда у уравнения 3 и 4 исключать так~~

08

М11-270

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-270

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Постовалова	10	Липагина	10	10
2	Магнерв Р.М.	6	Савина С.В.	6	6
3	Маркова	12	Бакаев	12	12
4	Керсанова	0	Ахметова	0	0
5	Борисова	6	Кремер	6	6
6	Окунева	3	Грузнев	3	3
7	Керсанова	0	Сенина	0	0
8	Шамнов	0	Шамнов	0	0
ИТОГО					37

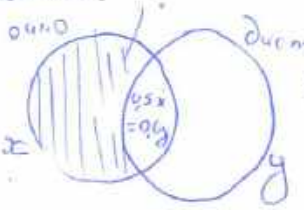
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-270

Задание 1

Обозначим за x студентов, занимающихся очно, а за y дистанционно.



Условие $\Leftrightarrow 0{,}5x = 0{,}6y$ $y = \frac{5}{6}x$

Доля студентов, учащихся только очно: $\frac{x - 0{,}5x}{x + (y - 0{,}6y)} = \frac{\frac{1}{2}x}{x + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{6}x} =$

$\frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{4x} = \boxed{\frac{3}{8}}$

Ответ: $\frac{3}{8}$

Задание 2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases}$$

Найти $\min(A + B)$

Обозначим $C = A + B$, найдем $\min C$

$$\begin{cases} C + 4B \geq 9 \\ 3C + B \geq 11 \\ 5C - 2B \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C + 4B \geq 9 \\ 2C - 3B \geq 0 \text{ (вычли из 3 ур.)} \Leftrightarrow C \geq \frac{3B}{2} \\ 5C - 2B \geq 11 \end{cases}$$ ← $\min_{A+B}$

Подставим найденный минимум $C = \frac{3B}{2}$

$$\begin{cases} 11B \geq 18 \\ 11B \geq 22 \\ 11B \geq 22 \end{cases} \Leftrightarrow B \geq 2$$ так как надо минимизировать

Сумму $C = \frac{3B}{2}$ берем минимальное $B = 2 \Leftrightarrow$

$C = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$

Ответ: 3

6, не доказано, что 3 - min.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-270

Задание 3

$$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$$

Посчитаем $p(n)$ для конкретных чисел:

$$p(1) = \frac{9}{9 + 9^{50}} = \frac{1}{1 + 9^{49}}$$

$$p(2) = \frac{9^2}{9^2(1 + 9^{48})} = \frac{1}{1 + 9^{48}}$$

$$p(99) = \frac{9^{99}}{9^{99} + 9^{50}} = \frac{9^{49}}{9^{49} + 1}$$ Заметим, что $p(1) + p(99) = \frac{1 + 9^{49}}{9^{49} + 1} = 1$

$p(n) = \frac{1}{1 + 9^{(50-n)}}$ а. если $n > 50$, то $p(n) = \frac{9^{(n-50)}}{9^{(n-50)} + 1}$ и

при сложении даст единицу если $|n - 50| = 150$.

$$\underbrace{(p(1) + p(99))}_{1} + \underbrace{(p(2) + p(98))}_{1} + \ldots + \underbrace{(p(49) + p(51))}_{1} + p(50) = S$$

искомая сумма

$$p(50) = \frac{9^{50}}{2 \cdot 9^{50}} = \frac{1}{2}$$

$$S = 49 \cdot 1 + \frac{1}{2} = 49{,}5$$

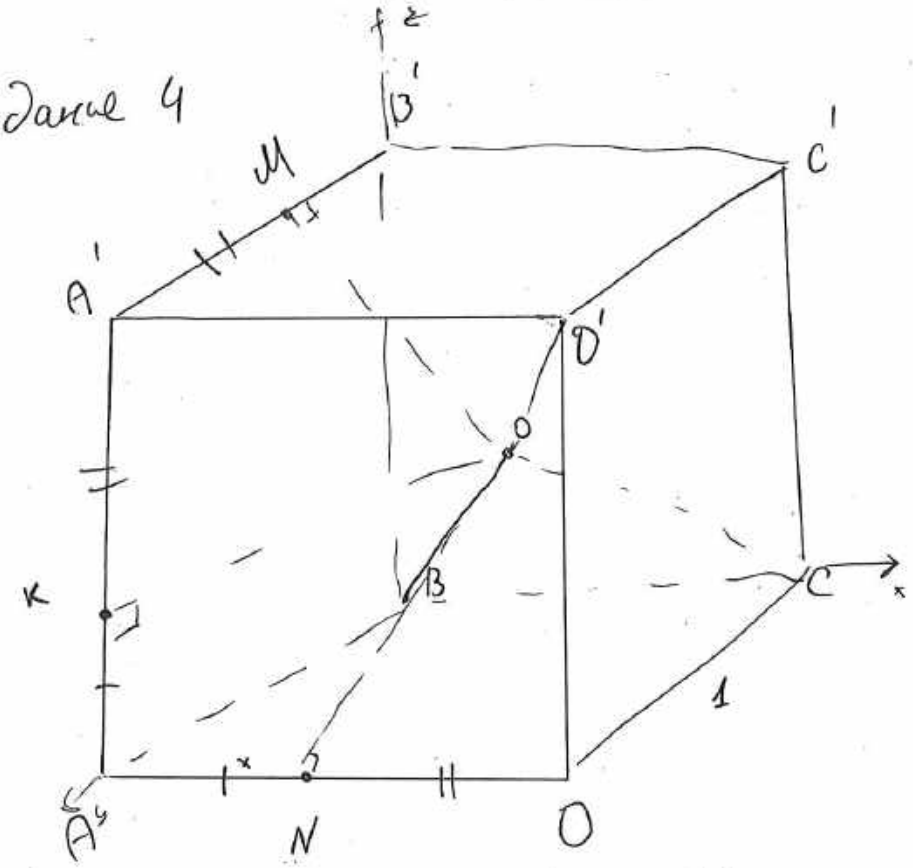
Ответ. 49,5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-270

Задание 4



R - радиус сферы

O - центр сферы

$AN = Ak$, т.к

ΔOkA, ΔONA - прям-ые

$OK = ON = R$ и AO - общ

$\Rightarrow \Delta OkA = \Delta ONA$ по катету и гип

Аналогично с $A'MO$ и $A'KO$

✓ Т.к O равноудалена от AD и AA', то $O \in (A'BO')$

✓ Аналогично с $A'B'$ и $A'A$ $O \in (A'D'B)$

$\Rightarrow O \in BO'$

0

N7 нет 0

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-270

Задание 5

$\alpha = \operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}$

$\beta = \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}$

$\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}$.

$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg}\alpha + \beta) = \operatorname{ctg}x$

$\Leftrightarrow \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha} = \operatorname{ctg}x$

$\Leftrightarrow \frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = \operatorname{ctg}x$

$\Leftrightarrow \frac{(5x+3)(x-1) - (3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1) + (3x-5)(x-1)} = \operatorname{ctg}x$

$\Leftrightarrow \frac{5x^2 - 2x - 3 - 3x^2 + 2x + 5}{5x^2 + 8x + 3 + 3x^2 - 8x + 5} = \operatorname{ctg}x$

$\frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} > 0 = \operatorname{ctg}x$

$\Leftrightarrow \operatorname{ctg}x = \frac{1}{4}$

Ответ: $x = \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{4}\right)$

6 баллов

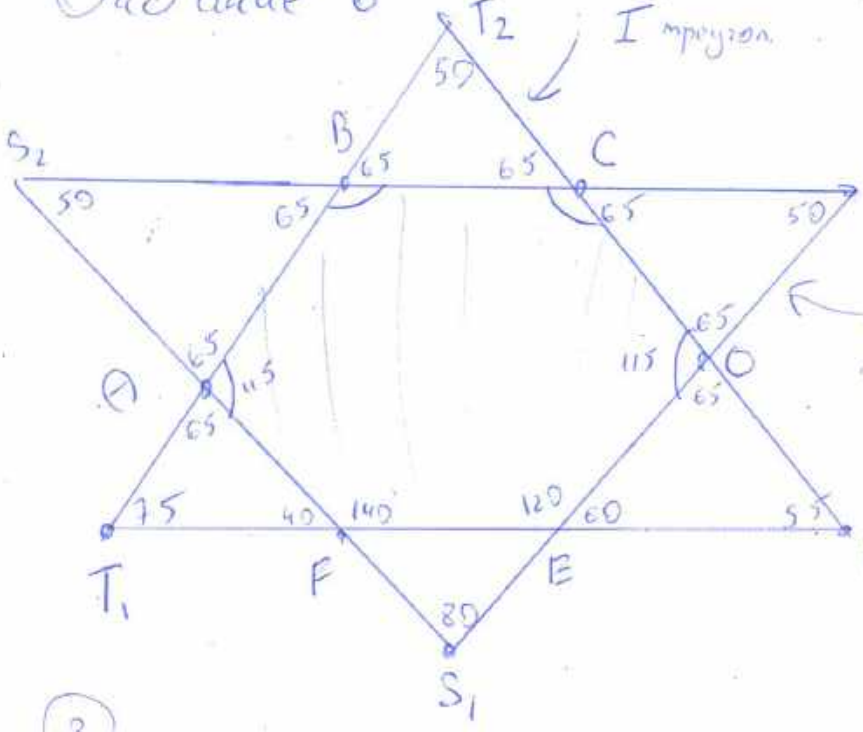
Поверено одно решение

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-270

Задание 6



① Обозначим все углы по принципу $180^\circ - \alpha$

② Посчитаем углы треугольников ведя по два в каждом (T2BC, CS3O и т.д.) известно

③

$AS_2B = 180 - 65 \cdot 2 = 50$

$BT_2C = 50$

$CS_3O = 50$

$OT_3E = 55$

$ES_1F = 80$

$FT_1A = 75$

Ответ: I: 50, 55, 75; II: 80, 50, 50.

35

М11-422

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-422

Лист №1

№1.

Пусть x – число людей, не говорящих по-английски,
y – число людей, не говорящих по-французски.

По условию, $\frac{4}{100}x$ людей не говорят по-английски, но говорят по-французски. Значит, $\frac{96}{100}x$ людей не говорят ни на каком языке.

В то же время, $\frac{20}{100}y$ людей не говорят по-французски, но говорят по-английски. Значит, $\frac{80}{100}y$ людей не говорят ни на каком языке.

Так как рассматривается одна и та же совокупность людей, то ~~получим~~ получаем равенство:

$$\frac{96}{100}x = \frac{80}{100}y \quad | \cdot 100$$

+10

$$96x = 80y$$

$$\frac{y}{x} = \frac{96}{80} = \frac{48}{40} = \frac{24}{20} = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

Ответ: 1,2.

См. лист №2

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) 111-422

(лист №2)

№2.

Пусть $3A+5B-11=0$ – l_1

$4A+3B-10=0$ – l_2

$7A+4B-18=0$ – l_3

Построим их графики на пл-ти BOA:

$B=0 \Rightarrow 3A=11$

$A=\frac{11}{3}$ – для $l_1 = 3\frac{2}{3}$

$B=0 \Rightarrow 4A=10$

$A=\frac{10}{4}=2,5$ – для l_2

$B=0 \Rightarrow 7A=18$

$A=\frac{18}{7}=2\frac{4}{7}$ – для l_3

$A=0 \Rightarrow 5B=11$

$B=\frac{11}{5}$ – для $l_1 = 2,2$

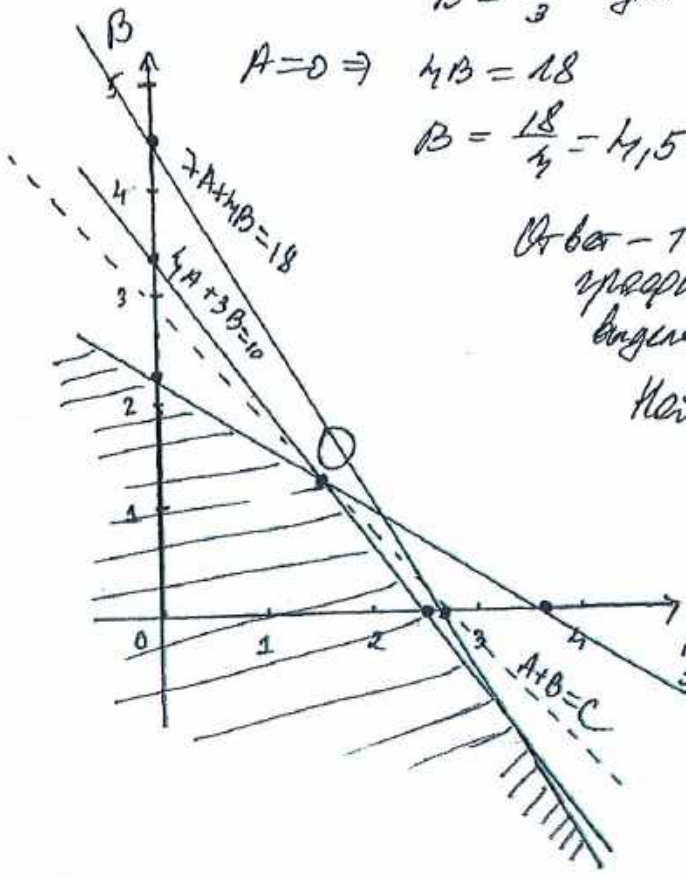
$A=0 \Rightarrow 3B=10$

$B=\frac{10}{3}$ – для $l_2 = 3\frac{1}{3}$

$A=0 \Rightarrow 4B=18$

$B=\frac{18}{4}=4,5$ – для l_3

(*) мы максимизировали 'C' так, чтобы прямая делала как можно выше и при этом имела единственную точку, принадлежащую решению системы по условию



Ответ – точка, которая принадлежит графику $A+B=C$ и лежит в выделенной области* (на чертеже это т.О)

Найдём её координаты:

$$\begin{cases} 4A+3B=10 \\ 3B=10-4A \\ B=\frac{10-4A}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 3A+5B=11 \\ 5B=11-3A \\ B=\frac{11-3A}{5} \end{cases}$$

$\frac{10-4A}{3}=\frac{11-3A}{5}$ | $\cdot 15$

см. лист №3

М11 - 422

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалягин	10	Гурьянова	10	10
2	Савина	10	Малюшков	10	10
3	Маркова	12	Александрович	12	12
4	Иванова	0	Малюшков	0	0
5	Гурьянов	0	Волосова	0	0
6	Онежская	0	Степанов	0	0
7	Мингазина	5	Конюхов	5	5
8	Шашков	0	Халимцев	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 11-422

Лист №3

$5(10-4A)=3(11-3A)$

$50-20A=33-9A$

$17=11A \Rightarrow A=\frac{17}{11}$, см. лист №4

$A=\frac{11}{7} \Rightarrow \frac{3\cdot 11}{7}+5B=11 \mid \cdot 7$

$33+35B=77$

$35B=44 \mid \cdot \frac{1}{35}$

$B=\frac{44}{35}$

Значит, $O\left(\frac{11}{7};\frac{44}{35}\right)$, а $C=\frac{11}{7}+\frac{44}{35}=$

$=\frac{55+44}{35}=\frac{99}{35}=2\frac{29}{35}$

Ответ: $2\frac{29}{35}$.

№3.

Рассмотрим некоторые члены:

$p(1)=\frac{-3^1}{3^1+3^{17}} \overset{:3^1}{=} \frac{-1}{3^{17}3^{16}+1}$

$p(33)=\frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}} \overset{:3^{17}}{=} \frac{-3^{16}}{3^{16}+1}$

$p(1)+p(33)=-\frac{1}{3^{16}+1}-\frac{3^{16}}{3^{16}+1}=-\frac{1}{3^{16}+1}\left(1+3^{16}\right)=-1$

$p(2)=\frac{3^2}{3^2+3^{17}} \overset{:3^2}{=} \frac{1}{1+3^{15}}$

$p(32)=\frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}} \overset{:3^{17}}{=} \frac{3^{15}}{3^{15}+1}$

$p(2)+p(32)=\frac{1}{1+3^{15}}+\frac{3^{15}}{3^{15}+1}=\frac{1}{3^{15}+1}\left(1+3^{15}\right)=1$

Нетрудно убедиться, что верна следующая формула:

см. лист №4 →

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-422

(лист №4)

$$p(17-i)+p(17+i)=\begin{cases}1, & i\text{ – нечётное}\\ -1, & i\text{ – чётное}\end{cases}\quad i\in(0;17)$$

i – натуральное

Значит, $p(1)+p(2)+p(32)+p(33)=-1+1=0$

Аналогично, $p(1)+p(2)+\dots+p(16)+p(18)+\dots+p(32)+p(33)=$

$=0$, т.к. число пар указанного вида чётное.

Тогда $\sum_{i=1}^{33} p(i)=p(17)=-\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

№2 (продолжение)

$\dots A=\frac{17}{11}$, $4\cdot\frac{17}{11}+3\cdot B=10 \mid\cdot 11$

$4\cdot 17+33B=110$

$40+28-110=-33B$

$68-110=-33B$

$-42=-33B$

$B=\frac{42}{33}=\frac{14}{11}$

Значит, $O\left(\frac{17}{11};\frac{14}{11}\right)$, и $C=\frac{17}{11}+\frac{14}{11}=\frac{31}{11}=2\frac{9}{11}$

Ответ: $2\frac{9}{11}$. 10б

№7.

Пусть a – абсцисса т. касания. $f(x)=x^4+6x^2+x$ (по условию)

Составим ур-ие касательной: $D(f)=\mathbb{R}$

$f'(x)=4x^3+2bx+1$

$f'(a)=4a^3+2ab+1$

$f(a)=a^4+a^2b+a$

$$\begin{cases}y=f'(a)(x-a)+f(a)\\ y=(4a^3+2ab+1)(x-a)+a^4+a^2b+a\\ y=4a^3x+2abx+x-4a^4+2a^2b-a+a^4+a^2b+a\\ y=x(4a^3+2ab+1)-3a^4-a^2b\end{cases}$$

см. лист №5

Нужно, чтобы полученная касательная (лист №5) была общей для двух точек касания.

Значит, найдём все пары точек, в которых производные равны:

Пусть a, c – две произвольные абсциссы:

$$4a^3+2ab+4 = 4c^3+2bc+4$$
$$4(a^3-c^3)+2b(a-c)=0$$
$$4(a-c)(a^2+ac+c^2)+2b(a-c)=0 \quad |\cdot\frac{1}{2}$$
$$(a-c)(2a^2+2ac+2c^2+b)=0$$
$$\left[\begin{array}{l} a=c \text{ – очевидно, что этот случай не подходит} \\ 2a^2+2ac+2c^2+b=0 \end{array}\right.$$

Пусть a – переменная:

$$D = 4c^2 - 2\cdot(2c^2+b) =$$
$$= c^2 + 4c^2 - b = -3c^2 - b$$

Такие точки существуют, если $D \geq 0$

$$-3c^2-b \geq 0$$
$$-3c^2 \geq b$$
$$c^2 \leq -\frac{b}{3}$$
$$|c| \leq \sqrt{-\frac{b}{3}} \Rightarrow \text{Очевидно, что при } \boxed{b>0} \text{ таких точек нет}$$

$\boxed{b=0} \Rightarrow c=0$, и $2a^2+b=0$

$$a^2 = -\frac{b}{2}$$
$$a = \mp\sqrt{\frac{b}{2}}$$
$$a=0$$ – т. совпадут, что не подходит по условию

Значит, при $\boxed{b<0}$ существует прямая, касающаяся графика функции $f(x)$ в двух точках. Найдём эти точки:

см. лист №6 →

$a = \frac{-c \pm \sqrt{-3c^2 - b}}{2}$

Значит, при $D > 0$ существуют три точки вида c_i $\frac{-c \pm \sqrt{-3c^2 - b}}{2}$, в которых производные равны.

Но требуется, чтобы лишь в двух точках они были равны $\Rightarrow D = 0$, и это точки вида c_i $\frac{-c}{2}$, тогда $c = \pm\sqrt{-\frac{b}{3}}$

Теперь необходимо, чтобы наше уравнение касательной проходило через две точки:

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{-\frac{b}{3}} \\ x_2 = -\sqrt{-\frac{b}{3}} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\sqrt{-\frac{b}{3}} \\ x_2 = \frac{\sqrt{-\frac{b}{3}}}{2} \end{cases}$$

Значит, соответствующие уравнения имеют вид:

$$\frac{y - f(x_1)}{x - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

После подстановки и упрощения получим два уравнения касательной, которые удовлетворяют условию.

Ур. 5

№6 неб

№8 неб

М11-820

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Самолетова	10	Гуркалова	10	10
2	Поздняков	10	Зайцева	10	10
3	Маркова	12	Кремер	12	12
4	Кусанова	0	Осипова	0	0
5	Борисова	2	Кремер	2	2
6	Осипова	3	Гилл	3	3
7	Конюх	0	Степанян	0	0
8	[illegible]	0	Щучков	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1 лист

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-820
(заполняется организатором)

11 класс. Вариант 1

№1 Пусть множество Q – мн-во студентов, занимающихся очно, а множество D – мн-во студентов, занимающихся дистанционно.

Пусть q это количество элементов мн-ва Q, d – количество элементов множества D.

Тогда из условия в мн-ве Q студентов очников-дистантников равно $0,5q$.

В мн-ве D студентов очников-дистантников будет $0,6d$.

$0,5q$ и $0,6d$ – это количество элементов множества I пересечения множеств Q и D:



I содержит студентов, которые одновременно очники и дистантники

Обозначение: $|X|$ – это количество элементов множества X, мощность X

Т.е. мы подсчитали кол-во элементов I двумя способами.

Значит, справедливо равенство: $0,5q = 0,6d$

Значит, $0,5q = 0,6d \Leftrightarrow 5q = 6d \Leftrightarrow q = \frac{6}{5}d$, $d = \frac{5}{6}q$

Студенты, занимающиеся очно, составляют следующую часть:

Пусть $p = |I|$

$p = 0,5q = 0,6d$ # мощность пересечения

ЧТД

Тогда студентов (только очников) будет $q - 0,5q = 0,5q$ # только очники

Студенты только очники составляют следующую часть:

$$\frac{\text{"только очники"}}{\text{"все студенты"}} = \frac{0,5q}{|Q \cup D|} = \frac{0,5q}{|Q| + |D| - |Q \cap D|} = \frac{0,5q}{q + d - 0,5q} =$$

$$= \frac{0,5q}{q + \frac{5}{6}q - 0,5q} = \frac{0,5 \cdot q}{\left(1 + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)q} = \frac{0,5}{\frac{1}{2} + \frac{5}{6}} = \frac{0,5}{\frac{3}{6} + \frac{5}{6}} = \frac{1}{2} : \frac{8}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} = \frac{3}{8}$$

$\frac{3}{8}$ это $\frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$ это 37,5 %

Ответ: 37,5 % (+) 10

Бланк ответа 2 лист

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-320

(заполняется организатором)

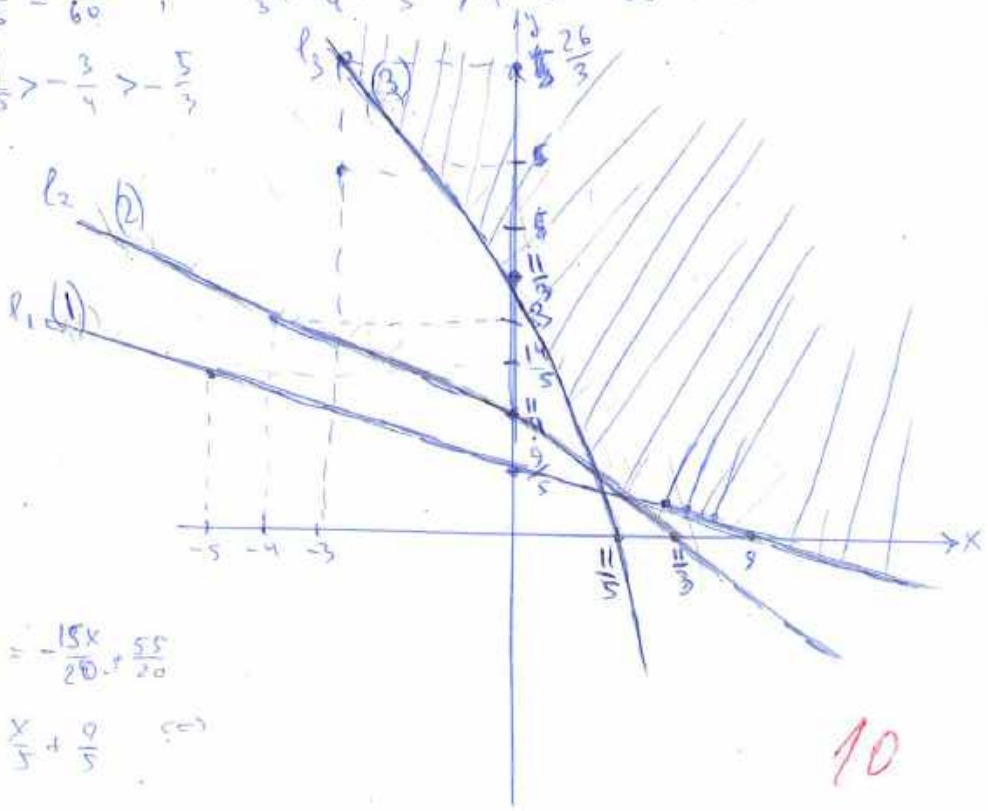
№2 Найти $(A+B)$, $A;B$: $\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$

Для привычности и удобства положим, что $A=x$, $B=y$, тогда из условия

$$\begin{cases} x+5y \geq 9 \\ 3x+4y \geq 11 \\ 5x+3y \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y \geq -x+9 \\ 4y \geq -3x+11 \\ 3y \geq -5x+11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -\frac{x}{5}+\frac{9}{5} \quad (1) \\ y \geq -\frac{3x}{4}+\frac{11}{4} \quad (2) \\ y \geq -\frac{5x}{3}+\frac{11}{3} \quad (3) \end{cases}$$

$\frac{9}{5}=\frac{108}{60}$, $\frac{11}{4}=\frac{165}{60}$, $\frac{11}{3}=\frac{220}{60}$, $\frac{11}{3}>\frac{11}{4}>\frac{9}{5}$ / $\frac{11}{4}<\frac{14}{5}=\frac{168}{60}<\frac{11}{3}$

$\frac{1}{5}<\frac{3}{4}<\frac{5}{3}$, $-\frac{1}{5}>-\frac{3}{4}>-\frac{5}{3}$



(1): $0=-\frac{x}{5}+\frac{9}{5}$, $-9=-x$, $x=9$

(2): $0=-\frac{3x}{4}+\frac{11}{4}$, $-11=-3x$, $x=\frac{11}{3}$

(3): $0=-\frac{5x}{3}+\frac{11}{3}$, $x=\frac{11}{3}$ /

Решим следующие системы:

1) $\begin{cases} y=-\frac{x}{5}+\frac{9}{5} \quad (l_1) \\ y=-\frac{3x}{4}+\frac{11}{4} \quad (l_2) \\ y=-\frac{5x}{3}+\frac{11}{3} \quad (l_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{4y}{20}+\frac{36}{20}=-\frac{15x}{20}+\frac{55}{20} \\ y=-\frac{x}{5}+\frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{20}x=\frac{19}{20} \\ y=-\frac{x}{5}+\frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{19}{11} \\ y=-\frac{19}{55}+\frac{99}{55} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{19}{11} \\ y=\frac{80}{55} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{19}{11} \\ y=\frac{16}{11} \end{cases}$

Прямые (l_1), (l_2), (l_3) не пересекаются в одной точке

$l_1 \cap l_2 = \left(\frac{19}{11}; \frac{16}{11}\right)$ удов. усл. (3) $(x;y)=(A;B)$

Проверим в (3): $\frac{48}{33}=-\frac{95}{33}+\frac{121}{33}$, $\frac{121}{33}>0$ /

$\frac{9}{5}$ да

2) $l_2 \cap l_3$: $\begin{cases} -\frac{9x}{12}+\frac{33}{12}=-\frac{20x}{12}+\frac{44}{12} \\ y=-\frac{3x}{4}+\frac{11}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ y=2 \end{cases}$

$l_2 \cap l_3 = (1;2)$ удов. усл. (1)

3) $l_1 \cap l_3$: $\begin{cases} -\frac{3x}{15}+\frac{27}{15}=-\frac{25x}{15}+\frac{55}{15} \\ y=-\frac{x}{5}+\frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{14}{11} \\ y=\frac{113}{55} \end{cases}$

$l_1 \cap l_3 = \left(\frac{14}{11}; \frac{113}{55}\right)$ удов. усл. (2)

$\frac{113}{55} \geq -\frac{42}{44}+\frac{121}{44}$ да.

Тогда $(A;B) \in \left\{(1;2), \left(\frac{19}{11};\frac{16}{11}\right), \left(\frac{14}{11};\frac{113}{55}\right)\right\}$.

10

Бланк ответа 3 листа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-320

(заполняется организатором)

Продолжение №2.

Тогда

$$1+2 < \frac{19}{11} + \frac{16}{11} < \frac{14}{11} + \frac{113}{55}$$

$$3 < \frac{35}{11} < \frac{183}{55}$$

$$3 + \frac{10}{55}$$

$1+2$ ~~$x+y$~~ $= A+B = \text{Наим}(A+B)$

Ответ: $\text{Наим}(A+B) = 3$

№3 $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$; $p(1) + p(2) + \dots + p(99)$

$p(1) = \frac{9}{9+9^{50}} = \frac{1}{1+9^{49}}$,

$p(2) = \frac{9^2}{9^2+9^{50}} = \frac{1}{1+9^{48}}$

$p(3) = \frac{9^3}{9^3+9^{50}} = \frac{1}{1+9^{47}}$

$p(i) = \frac{1}{1+9^{50-i}}$, где $i \in \mathbb{N}$, $i \le 48$

$p(48) = \frac{1}{1+9^2}$

$p(49) = \frac{9^{49}}{9^{49}+9^{50}} = \frac{1}{1+9^1}$

$p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}} = \frac{1}{1+1}$

$p(51) = \frac{9^{51}}{9^{51}+9^{50}} = \frac{9}{9+1}$

$p(52) = \frac{9^{52}}{9^{52}+9^{50}} = \frac{9^2}{9^2+1}$

$p(99) = \frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}} = \frac{9^{49}}{9^{49}+1}$

$p(98) = \frac{9^{98}}{9^{98}+9^{50}} = \frac{9^{48}}{9^{48}+1}$

Видим, что создаются пары:

$p(1)$ и $p(99)$, $p(2)$ и $p(98)$, ..., $p(49)$ и $p(51)$

у чисел в каждой паре одинаковые знаменатели. Только у $p(50)$ нет пары.

Значит, $p(1) + \dots + p(99) =$

$= \left(p(1) + p(99)\right) + \left(p(2) + p(98)\right) + \dots + \left(p(49) + p(51)\right) + p(50) =$

$= \left(\frac{1+9^{49}}{9^{49}+1}\right) + \left(\frac{1}{1+9^{48}} + \frac{9^{48}}{9^{48}+1}\right) + \dots + \left(\frac{1}{1+9^1} + \frac{9}{1+9}\right) + \frac{1}{1+1} =$

$= (1) + (1) + \dots + (1) + \frac{1}{2}$

(12)

Дробных всего чисел разбиваются на пары, где сумма чисел в каждой паре равна 1; значит, пар $\frac{98}{2} = 49$

Тогда $p(1) + p(2) + \dots + p(99) =$

$= \underbrace{(1) + \dots + (1)}_{49 \text{ единиц}} + \frac{1}{2} = 49 \cdot 1 + \frac{1}{2} = 49,5$

Ответ: 49,5

Бланк ответа 4 лист

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-820

(заполняется организатором)

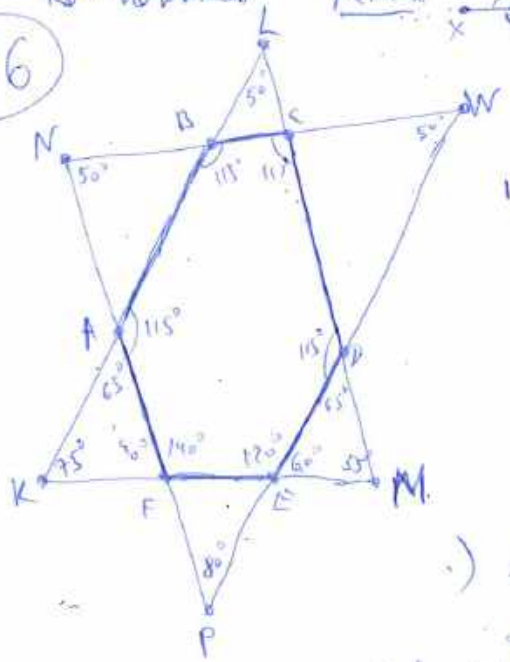
Лемма. Сумма всех внутренних углов Δ рем отрезках равна 180°.

Лемма



$\angle AB = 180°$, $X \in G$ - отрезок. Пусть искомый треугольник это ΔKLM и ΔNPW

N6



.) ΔLBC - р/б, т.к. $\angle LBC = \angle LCB = 180° - 115° = 180° - \angle BCD = 65°$. $\Rightarrow \angle BLC = 180° - 2 \cdot 65° = 50° = \angle KLM$

$\angle KLM = 50°$

.) ΔANB и ΔCWD - р/б., т.к. $\angle NAB = \angle NBA = \angle WCD = \angle WDC = 180° - 115° = 65° \Rightarrow \angle PNW = \angle NWP = 180° - 2 \cdot 65° = 50°$

Тогда ΔNWP - р/б и $\angle NPW = 180° - 2 \cdot 50° = 80°$

.) $\angle KAF = \angle NAB = 65°$ (вертик. углы), $\angle KFA = 180° - 140° = 40°$. $= 180° - \angle AFE$

Значит, $\angle AKF = 180° - 65° - 40° = 75° = \angle LKM$ $= 180° - \angle KAF - \angle KFA$

.) $\angle DEM = 180° - 120° = 60°$, $\angle EDM = 180° - 115° = 65° \Rightarrow \angle KML = \angle EMD = 180° - 60° - 65° = 55°$ $= 180° - \angle EDL$

.) $\angle KLM = 180° - 75° - 55° = 180° - 130° = 50°$

Не найдена 2-ая пара треугольников

3б

Ответ: Первый треугольник: $50°, 50°, 80°$

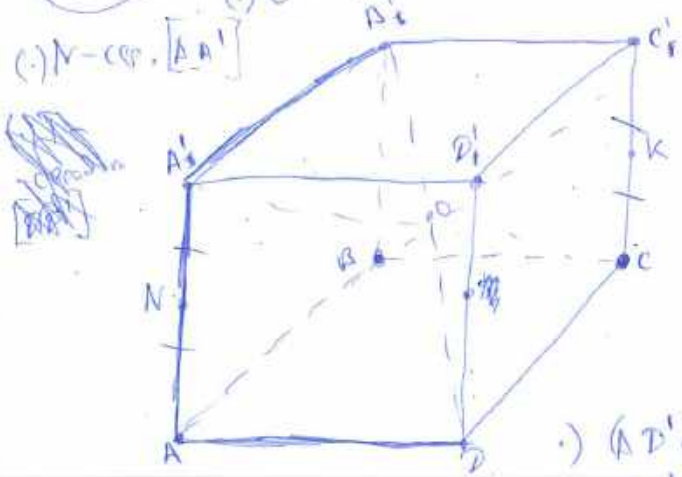
Второй треугольник: $75°, 55°, 50°$

N4

(.) K - середина $[CC']$

(.) O - центр куба $ABCDA'B'C'D'$

(.) N - сер. $[AA']$



Точки плоскости

Значит, $(AD'C')$ равноудалены от (AA') и (AB)

(XYZ) - плоскость через $(.) X, Y, Z$

Обозначение: $[XY]$ - отрезок с концами в X и Y

(XY) - прямая через $(.) X$ и $(.) Y$

Лемма. 1) Точки, принадлежащие биссекторной плоскости угла, равноудалены от его сторон.

2) Через три точки проходит единственная плоскость, которые не лежат на одной прямой.

3) Точки, равноудаленные от концов отрезка AA' (т.е. (AB) и (AD)) и середина отрезка $[CC']$ (т.е. (BK) и (KD)) $\Rightarrow$ точка K равноудалена от (AA') и (AB)

.) $(AD'C')$ - биссекторная плоскость угла при ребре AB.

$AA' \perp AB$, $AB \perp AD$, $\angle A'AD' = \angle B'AD$

Дополнительный бланк № 15 Лист 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-320

(заполняется организатором)

Продолжение №4

*) $(A'BD')$ – биссектор. плоскость угла при ребре $A'D'$.
$A'B' \perp A'D'$, $AA' \perp A'D'$, $\angle B'A'B = \angle AA'B$, знач-т, точки плоскости $(A'BD')$ равно удалены от прямых (AA') и $(A'B')$.

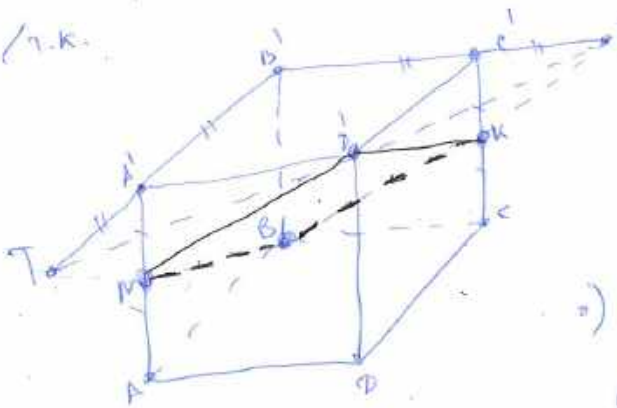
*) Плоскости $(A'D'B)$ и (ABD') пересекаются по прямой (BD'); ✱

*) Заметим, что точки N, B, K равноудалены от прямых $(A'B')$, (AD)
/т.к. $\rho(N,(A'B')) = \rho(N,(AD)) = \frac{AA'}{2}$, $\rho(B,(A'B')) = \rho(B,(AD)) = AB = BB'$,
$\rho(K,(A'B')) = \rho(K,(AD)) = B'K = DK$ / т.к. $\rho((\cdot)W,\alpha)$ – расстояние от $(\cdot)W$ до плоскости α /

Знач-т, плоскость (NBK) равноудалена от прямых $(A'B')$ и (AD), т.к. через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.

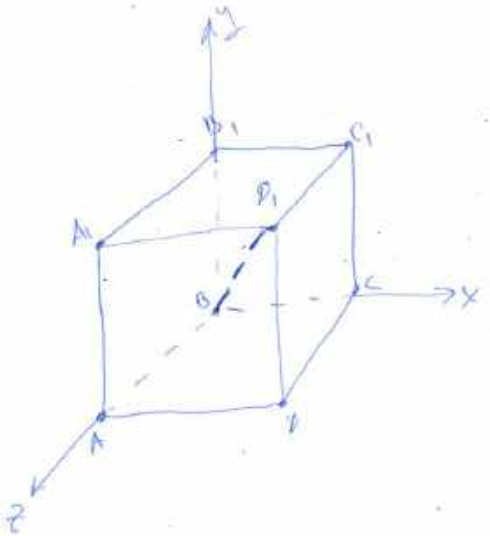
*) Допустим, что ✱, то $(NBK) \cap (BD') =$

/т.к.



$\Delta C'KP \sim \Delta BB'P$ $k = \frac{1}{2}$,
$\Delta TB'P$ подобен гомотетии в точке B' и $k=2$ из $\Delta A'B'C'$.
$(\cdot)P = (BK) \cap (B'C')$, $(\cdot)T = (NB) \cap (A'B')$
тогда $NBKD'$ – сечение плоскостью (NBK) куба – искомое. $(BD') \subset (NBK)$ /

*) Центр искомой сферы лежит на прямой (BD')
Пусть это точка $(\cdot)Q \in (BD')$
$Q(x_0, y_0, z_0)$ $C(1,0,0)$ $B_1(1,1,1)$



Дополнительный бланк № 2 (6) лист 6

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-820
(заполняется организатором)

№7 График $f(x)$. $X(x_0, y_0)$ – точка на графике $f(x)$

Уравнение касательной к графику $f(x)$ в точке (x_0, y_0):

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$, где $f'(x_0)$ – производная функции f в точке x_0

У нас:

$f'(x) = (ax^4 + x^2 + x)' = 4ax^3 + 2x + 1$

$y_0 = f(x_0)$
$y_1 = f(x_1)$
$y_2 = f(x_2)$

Пусть точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) – это интересующие нас точки.

Тогда справедлива система:

$$\begin{cases} y - y_1 = f'(x_1)(x - x_1) \\ y - y_2 = f'(x_2)(x - x_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - y_1 = (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)(x - x_1) \quad (1) \\ y - y_2 = (4ax_2^3 + 2x_2 + 1)(x - x_2) \quad (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) (2): $y_2 - y_1 = (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)(x - x_1) - (4ax_2^3 + 2x_2 + 1)(x - x_2)$

$\Leftrightarrow 4a(x_2^3 - x_1^3) + 2(x_2 - x_1) = (4ax_1^3 + 2x_1 + 1)(x - x_1) - (4ax_2^3 + 2x_2 + 1)(x - x_2)$

0

Л.Ч. П.Ч.

№5 $\operatorname{arcctg}\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = *$. $\Leftrightarrow \operatorname{ctg}$ Л.Ч. $= \operatorname{ctg}$ П.Ч. *

Лемма $\operatorname{arcctg} t + \operatorname{arcctg} t = \frac{\pi}{2}$. $0 < \operatorname{arcctg} t < \pi$, $\operatorname{ctg} t = \frac{1}{\operatorname{tg} t}$, $\operatorname{tg} t \neq 0$.

$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos t}{\sin t}$, $\sin t \neq 0$, $\sin(\operatorname{arcctg} a) = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos(\operatorname{arcctg} a) = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$

$* \Leftrightarrow \frac{\cos \text{Л.Ч.}}{\sin \text{Л.Ч.}} = \operatorname{ctg} x \Leftrightarrow \frac{\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1} - 1}{1 + \frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}} = \operatorname{ctg} x$

не решено

1 балл за начало решения

М 11822

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

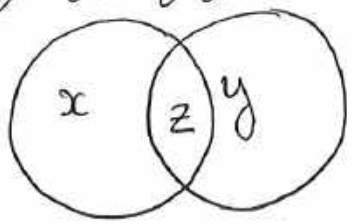
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822
(заполняется организатором)

Задание 1

Пусть общее количество студентов – N, кол-во студентов, занимающихся очно – x, кол-во студентов, занимающихся заочно – y



x – кол-во студентов, занимающихся только очно

z – кол-во студентов, занимающихся и очно, и дистанционно

y – кол-во студентов, занимающихся заочно и только заочно.

Из условия:

$$\begin{cases} 0{,}5(x+z) = z \\ 0{,}6(y+z) = z \end{cases} \quad \begin{cases} x = z \\ 0{,}6y = 0{,}4z \end{cases} \quad \begin{cases} x = z \\ y = \frac{2}{3}z \end{cases}$$

+10

Тогда $N = x + y + z = z + \frac{2}{3}z + z = 2\frac{2}{3}z$

Часть студентов, занимающихся только очно:

$$\frac{x}{N} = \frac{z}{2\frac{2}{3}z} = \frac{3}{8}\frac{z}{z} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

Ответ: $\frac{3}{8}$ или 0,375

Задание 7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$ касающаяся гр-ка

Пусть есть некоторая прямая, в двух точках. Запишем её так:

$g(x) = bx + c$, где b и c – некоторые коэффициенты

$g(x)$ – касательная к $f(x)$ ⇒ угол её наклона (b) равен производной $f(x)$ как минимум в двух точках. Продифференцируем $f(x)$.

$f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

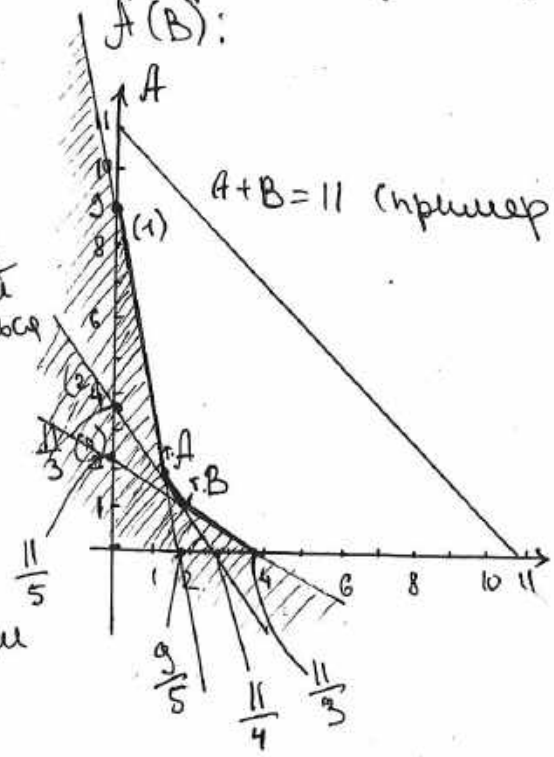
Код участника: М11822

(заполняется организатором)

Задание 2.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \ (1) \\ 3A+4B \geq 11 \ (2) \\ 5A+3B \geq 11 \ (3) \end{cases}$$

Построим гр-ки зависимости $A(B)$:



Заштрихованная область – в которой не могут находиться A и B

$A+B=N$

По условию задачи мы минимизируем N.

Гр-к ф-ии $A+B=N$ – прямая с наклоном (−1)

Будем двигать гр-к $A+B=N$ (менять N) и анализировать, при каком минимальном N найдётся точка $\in A+B=N$, лежащая вне заштрихованной области.

Из гр-ка видно, что гр-к $A_N(B)$ (Здесь и далее $A_N(B)$ – гр-к. $A+B=N$) касается не заштрихованной области при минимальном N в одной из точек перелома (т.A или т.B). График построен недостаточно точно, чтобы определить, какая из точек – касания, а какая пересечения, поэтому проанализируем обе.

1) Точка A: (пересечения (1) и (2))

$$\begin{cases} A+5B=9 \\ 3A+4B=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A=9-5B \\ A=\frac{11-4B}{3} \end{cases}$$

$$9-5B=\frac{11-4B}{3}$$

$$27-15B=11-4B$$

$$16=11B \qquad B=\boxed{\frac{16}{11}}$$

$$A=9-\frac{5\cdot 16}{11}=\frac{99-80}{11}=\boxed{\frac{19}{11}}=A$$

105

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822

(заполняется организатором)

Задача 2. Продолжение

Отсюда $N = A + B = \frac{16}{11} + \frac{19}{11} = \boxed{\frac{35}{11}}$

2) Точка B: (пересечение (2) и (3)):

$\{3A + 4B = 11;\ 5A + 3B \geq 11\}$

$\begin{cases} A = \frac{11-4B}{3} \\ A = \frac{11-3B}{5} \end{cases}$ $\quad \frac{11-4B}{3} = \frac{11-3B}{5}$ $\quad 55 - 20B = 33 - 9B$

$22 = 11B \quad B = \boxed{2}$

$A = \frac{11-4\cdot 2}{3} = \boxed{1}$

Отсюда $N = 1 + 2 = \boxed{3}$

3) Сравним N в точке A и точке B:

$3 \vee \frac{35}{11} \quad \frac{33}{11} < \frac{35}{11} \Rightarrow$ точка B – точка касания. $\Rightarrow$

$A = 1;\ B = 2;\ \boxed{N = 3.}$

Совершим проверку:

$\begin{cases} 1 + 5\cdot 2 \vee 9 \\ 3\cdot 1 + 4\cdot 2 \vee 11 \\ 5\cdot 1 + 3\cdot 2 \vee 11 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 11 > 9 \\ 11 = 11 \\ 11 = 11 \end{cases}$ $\quad$ ч.т.д. $\quad \boxed{\text{Ответ: 3}}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822
(заполняется организатором)

Задание 3

$$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$$

Пусть $\sum_{n=1}^{99} p(n) = p(1) + p(2) + \dots p(99)$

Сгруппируем:

$$\sum_{n=1}^{99} p(n) = (p(1) + p(99)) + ((p(2) + p(98)) + \dots (p(k) + p(100-k)) + p(50)$$ (где k – некоторое натуральное число; $k < 50$)

1) Рассмотрим $(p(k) + p(100-k))$:

$$p(k) + p(100-k) = \frac{g^k}{g^k + g^{50}} \;\Big|\cdot g^k + \frac{g^{100-k}}{g^{100-k} + g^{50}} \;\Big|\cdot g^{50} = \frac{1}{1 + g^{50-k}} + \frac{g^{50-k}}{g^{50-k} + 1}$$

$$= \frac{1 + g^{50-k}}{1 + g^{50-k}} = \underline{1}$$

2) Рассмотрим $p(50)$:

$$p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \underline{\frac{1}{2}}$$

3) Всего 99 выражений вида $(p(n)) \Rightarrow \frac{98}{2} = 49$ выражений вида $(p(k) + p(100-k))$ и $p(50) \underset{\text{из (1) и (2)}}{\Rightarrow}$

$$\sum_{n=1}^{99} p(n) = 49 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{49{,}5}$$

12

Ответ: 49,5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822

(заполняется организатором)

Задание 4

Дано: $ABCDA'B'C'D'$ = куб.

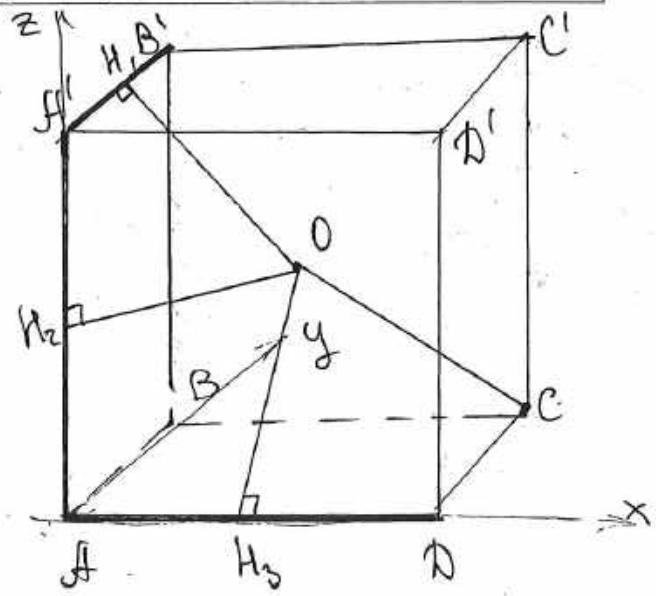
длина ребра = 1

Сфера $\omega(R; O)$

R - радиус сферы; O - центр сферы

$AD, AA', A'B'$ - касательные к ω

Найти: R - ?



Решение: Доп. постр.:

$OC; OH_1 \perp A'B'$, $OH_2 \perp A'A$, $OH_3 \perp AD$. $AD', A'A', A'B'$ - касательные, соответственно, перпендикулярны радиусу.

$OC = OH_1 = OH_2 = OH_3 = R$

Зададим систему координат, как показано на рисунке.

Ур-е сферы:

$$(z_1 - z_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 = R^2$$

→ ?

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M11822

(заполняется организатором)

Задание 5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

$$\begin{cases} \operatorname{ctg}\alpha = \frac{5x+3}{3x-5} \\ \operatorname{ctg}\beta = \frac{x-1}{x+1} \\ \alpha+\beta = x \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{ctg}\alpha = \frac{5x+3}{3x-5} \\ \operatorname{ctg}(x-\alpha) = \frac{x-1}{x+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha = \frac{3x-5}{5x+3} \\ \operatorname{tg}(x-\alpha) = \frac{x+1}{x-1} \end{cases}$$ неверное суждение

$$\operatorname{tg}(x-\alpha) = \frac{\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}\alpha}{-1 + \operatorname{tg}x\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg}(x-\alpha) = \frac{\operatorname{tg}x - \frac{5x+3}{3x-5}}{\frac{5x+3}{3x-5}\operatorname{tg}x + 1} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\operatorname{tg}(x)\cdot(x-1) - \frac{(5x+3)(x-1)}{3x-5} = \frac{(x+1)(5x+3)}{3x-5}\operatorname{tg}(x) - x - 1$$

$$\operatorname{tg}(x)\left((x-1) - \frac{(x+1)(5x+3)}{3x-5}\right) = \frac{(5x+3)(x-1)}{3x-5} - (x+1)$$

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{5x^2+3x-5x-3-3x^2-3x+5x+5}{3x^2-3x+5x+5-5x^2+3x+5x+3}$$ не решена

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{2x^2+5\cdot-3}{-2x^2-6x+2} = \frac{2x^2+2}{-2x^2-6x+2} = -\frac{x^2+1}{x^2+3x-1}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}(x) = \frac{x^2+1}{-x^2-3x+1}}$$

0

-0-0+1

М11 822

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

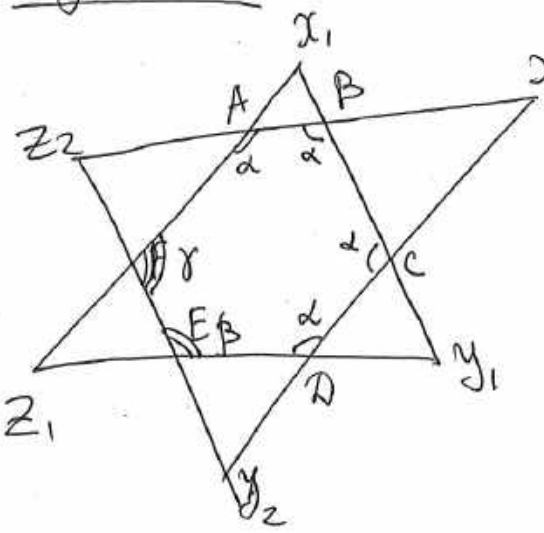
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Самохина	10	Гурьянова	10	10
2	Бодуева	10	Зайцева	10	10
3	Кремер	12	Борисова	12	12
4	Сунгатов	0	Чугунов	0	0
5	Кремер	0	Борисова	0	0
6	Окехова	3	Грунина	3	3
7	Комков	3	Степанян	3	3
8	Шамиев	0	Ляпишев	0	0
ИТОГО					38

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М1 1822
(заполняется организатором)

Задание 6



$\angle\alpha = 115^\circ = \angle A = \angle B = \angle C = \angle D$

$\angle\beta = 120^\circ = \angle E$

$\angle\gamma = 140^\circ = \angle F$

1) Рассмотрим $\triangle ABX_1$:

$\angle A = \angle B = 180^\circ - \angle\alpha$ (как внешние углы с $\angle FAB$ и $\angle ABC$ соответственно)

$\angle A = \angle B = 180^\circ - 115^\circ \Rightarrow \angle X_1 = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - (180^\circ - 115^\circ) - 180^\circ - (115^\circ)$ (из суммы углов $\triangle$-ка) $= 180 - 130 = \boxed{50^\circ}$

2) Аналогично рассмотрим $\triangle BX_2C$, $\triangle CY_1D$. # Внешние углы этих $\triangle$-в равны $\alpha \Rightarrow$ вычисли аналогичным образом получим $\angle X_2 = \angle Y_1 = \angle X_1 = \boxed{50^\circ}$

3) Рассмотрим $\triangle Y_2DE$:

$\angle D = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ($\angle EDC$ – внешний для $\triangle EDY_2$) (или смежный для $\angle EDY_2$)

$\angle E = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ($\angle FED$ – внешний для $\triangle EDY_2$) (или смежный для $\angle Y_2ED$)

$\Downarrow$

$\angle Y_2 = 180^\circ - 65^\circ - 60^\circ = 180^\circ - 125^\circ = \boxed{55^\circ}$ (из суммы углов $\triangle$-ка)

4) Рассмотрим $\triangle X_1Y_1Z_1$:

$\angle Z_1 = 180^\circ - \angle Y_1 - \angle X_1 = 180^\circ - 100^\circ = \boxed{80^\circ}$ (из суммы углов $\triangle$-ка)

5) Рассмотрим $\triangle X_2Y_2Z_2$:

$\angle Z_2 = 180^\circ - \angle Y_2 - \angle X_2 = 180^\circ - 105^\circ = \boxed{75^\circ}$ (из суммы углов $\triangle$-ка)

Ответ: Δ_1: $(50^\circ; 50^\circ; 80^\circ)$; Δ_2: $(55^\circ; 50^\circ; 75^\circ)$

35

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822

(заполняется организатором)

Задание 7.

Проанализируем ур-к $f(x)$, найдём экстремумы.

$f'(x)=0 \quad f'(x)=4ax^3+2x+1=0 \quad 2x(2ax^2+1)=-1$

Чтобы существовала прямая, которая касается ф-ии в двух точках, а её производная как минимум в двух точках должна быть одинаковой.

Проанализируем производную:

$f'(x) = 4ax^3+2x+1=h$

Кубическая ф-ия имеет 2 экстремума. Найдём их и попытаемся восстановить вид ур-ка $f'(x)$.

$f''(x)=0 \quad 12ax^2+2=0 \Rightarrow x^2=-\frac{1}{6a}$

$x^2\geq 0 \Rightarrow a<0 \quad x=\pm\sqrt{-\frac{1}{6a}}$

$f'(x_0)=4a\cdot\frac{\pm 1}{6\sqrt{6}\cdot a\sqrt{a}}+2\sqrt{-\frac{1}{6a}}+1$

$f'(x_0)=\frac{\pm 2}{3\sqrt{6a}}\pm\frac{2}{\sqrt{-6a}}+1=\frac{\pm(2+6)}{3\sqrt{-6a}}+1=\boxed{\frac{\pm 8}{3\sqrt{-6a}}+1}$

$(f'(x))$

Т.к. $a<0 \Rightarrow$ ф-ия имеет 2 экстремума при любом a, удовлетворяющем ограничению $\Rightarrow$ не монотонно убывает на всём промежутке $\Rightarrow$ найдутся такие 2 точки, что

$f'(x_1)=f'(x_2)$ при $a<0$

Мы ищем прямую касания. Пусть прямая выглядит так: $g(x)=bx+c$

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822

(заполняется организатором)

Задание 7. Продолжение

Тогда b – значение $f'(x_{вс})$

Теперь, когда мы знаем, что обязательным условием является отрицательность a, перепобозначим:

$f(x) = -|a|x^4 + x^2 + x$

$f'(x) = -|a|4x^3 + 2x + 1$

9

Задание 8

Делая первый ход, мы не знаем, какой может быть последовательность. Любое расположение равновероятно. Пусть, предположим, что числа расположены в порядке возрастания:

1, 2, 3 ... 100

Тогда, построим таблицу:

Число	1	2	3	4	...	100
Кол-во чисел, если $y_i > x_i$	0	1	2	3	...	99
Кол-во чисел, если $y_i < x_i$	99	98	97	96	...	0
$y_i = x_i$	1	1	1	1	...	1

Таким образом мы определили диапазон. x_i находится в диапазоне не больше 99, $x_2 - 98$ ... $x_{50} - 50$, ... $x_{99} - 99$

Следующим ходом подберём числа так, чтобы разбить имеющийся диапазон пополам с округлением в большую сторону

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11822
(заполняется организатором)

Задание 8. Продолжение

Теперь диапазон $x_1 \leq 99$, $x_2 \leq 48$, ... $x_{50} \leq 25$

Будем продолжать разбивать до тех пор, пока диапазон каждого числа не будет ≤ 1

Тогда мы с уверенностью сможем сказать, чему равно число.

Т.е. $99 = 2^n$, где n округляется до целого в большую сторону

n – кол-во проверок

÷ – деление нацело

1) $99 \div 2 = 49$
2) $49 \div 2 = 25$
3) $25 \div 2 = 13$
4) $13 \div 2 = 7$
5) $7 \div 2 = 4$
6) $4 \div 2 = 2$
7) $2 \div 2 = 1$

$n = 7$

Нахождение одной позиции не гарантирует нахождение всех позиций

0б

Ответ: за 7 проверок можно с уверенностью определить последовательность

М 11-336

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа
заключительного этапа
«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»
«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-336

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

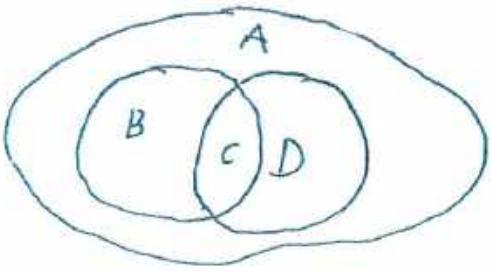
Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Комиссия	10	Гурьянова	10	10
2	Зотикова	0	Гоззиева	0	0
3	Марков	12	Александрович	12	12
4	Овчинников	0	Баканов	0.	0.
5	Угаров	12	Волкова	12	12
6	Орехова	3	Степаня	3	3
7	Конкова	0	Степаня	0	0
8	Телицын	0	Шошин	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа /
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-336
(заполняется организатором)

№1.



Пусть не говорящих ни на каком языке A, только на англ B, только на фр. D, на обоих C.

Не говорящие по англ - D+A, по французски говорят D. тогда

$\frac{4}{100}(A+D) = D$.

$\frac{4}{100} A = \frac{96}{100} D$

$A = 24D$.

Не говорящие по фр - B+A, по англ среди них говорят B. тогда

$\frac{20}{100}(A+B) = B$

$A = 4B = 24D$.

$B = 6D$.

Отношение не говор по фр к не говор. по англ:

$\frac{A+B}{A+D} = \frac{24D+6D}{24D+D} = \frac{6}{5} = 1,2$.

Ответ: в 1,2 раза.

+10

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-336

(заполняется организатором)

№3

Заметим, что при четных n $p(n) = \frac{3^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{1}{1+3^{17-n}}$

при нечетных n $p(n) = \frac{-1}{1+3^{17-n}}$.

рассмотрим произвольные четное k и 34-k (одно четное т.к. 34 четное)

$p(k) = \frac{1}{1+3^{17-k}}$

$p(34-k) = \frac{1}{1+3^{k-17}} = \frac{1}{1+\frac{1}{3^{17-k}}} = \frac{1}{\left(\frac{3^{17-k}+1}{3^{17-k}}\right)} = \frac{3^{17-k}}{3^{17-k}+1}$

$p(k) + p(34-k) = \frac{3^{17-k}+1}{3^{17-k}+1} = 1$

аналогично для нечетных k $p(k) = \frac{-1}{1+3^{17-k}}$ $p(34-k) = \frac{-3^{17-k}}{3^{17-k}+1}$

$p(k) + p(34-k) = -1$.

Среди чисел от 1 до 33 можно разбить на 8 четных пар вида p(k) и p(34-k), (32 и 2, 30 и 4)... их сумма 8.

Также можно разбить на 8 нечетных (1 и 33, ... 13 и 21, 15 и 19...).

Их сумма -8.

Осталось число 17. $p(17) = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$.

$8 + (-8) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МИ-336

(заполняется организаторами)

15

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x+1} = x$

ОДЗ: $x \neq -2$, $x \neq -\frac{1}{3}$

Возьмем тангенс от равных углов:

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x+1}\right) =$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x+1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x+1)}} = \frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} =$$

$$= \frac{6x^2 - 5x + 1 + x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 5x - 2 - 2x^2 - 5x + 3} = \frac{7x^2 + 7}{x^2 + 1} = 7.$$

Обл. зн. $\operatorname{tg}(x) = 7$.

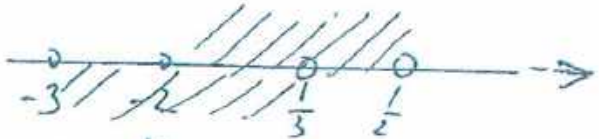
Поскольку обл. опред. $\operatorname{arctg}(x) \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$,

сумма арктангенсов $\in (-\pi; \pi)$. При этом тангенс суммы положительный, тогда сумма находится в пределах $(-\pi; -\frac{\pi}{2}) \cup (0; \frac{\pi}{2})$.

При этом зн-е в $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$ достигается только тогда, когда оба arctg < 0, иначе их сумма $> -\frac{\pi}{2}$. Иначе их сумма равна arctg +.

$\operatorname{arctg}(x) < 0$ при $x < 0$. Найдем такие x, что оба arctg < 0. Это происходит, когда аргумент < 0

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{x+2} < 0 \\ \frac{x+3}{3x-1} < 0 \end{cases}$$



$x \in (-2; \frac{1}{3})$.

При $x \in (-2; \frac{1}{3})$ корнем является $x = \operatorname{arctg} 7 - \pi$, проверим,

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-336
(заполняется организатором)

~~находятся ли они в этих пределах~~

Принадлежит ли он этому промежутку.

~~$\frac{1}{7} < \frac{1}{\sqrt{3}}$, $arctg(x)$ - монотонно ↑ на R, $\Rightarrow arctg\frac{1}{7} < arctg\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$~~

$arctg\frac{1}{7} - \pi < \frac{\pi}{6} - \pi < \frac{-5\pi}{6} < \frac{-5 \cdot 3}{6} = -\frac{15}{6} < -2$.

$\Rightarrow arctg\frac{1}{7} - \pi$ не является корнем.

при $x \in (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ $x = arctg\frac{1}{7}$.

~~#~~ $7 > \sqrt{3}$, $arctg7 \in (\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2})$

~~$\pi - arctg7 > \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$~~

~~$arctg7 - \pi > -\frac{\pi}{2}$~~

$arctg7 - \pi > \frac{\pi}{3} - \pi > -\frac{2\pi}{3} > -\frac{2 \cdot 3}{3} > -2$.

$arctg7 - \pi < \frac{\pi}{2} - \pi < -\frac{\pi}{2} < \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow x = arctg7 - \pi$ подходит

при $x \in (-\infty; \pi - 2) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ $x = arctg7$.

$arctg7 > arctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$, ~~$\frac{\pi}{3} > \frac{1}{3}$~~ $\frac{\pi}{3} > 3 > \frac{1}{3}$.

$x = arctg7$ подходит

Ответ: $arctg7$, ~~$\pi - arctg7$~~ $arctg7 - \pi$.

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-336
(заполняется организатором)

18.

Всего сущ-т 100! комбинаций таких последовательностей (100 вар на 1 эле, 99 на 2 ...)

Найдем кол-во подходящих нам посл-тей. Пусть комбинации из трех подряд идущих чисел X, Y, Z в любом порядке обозначим за 1 букву Тогда сущ-т 98! · 6 способов расставить 97 чисел и подряд идущие XYZ в посл-ти и · 6 т.к. сущ-т 3! = 6 способов расставить XYZ в ряд)

Найдем кол-во способов расставить 2 подряд идущие цифры из {x; y; z} так, чтобы рядом не было 3 из множества цифр. Обозначим 2 цифры у мн-ва за букву A.

Если A стоит с краю: A 98 97 96 ... 2.

Рядом с A не стоит буква цифре из мн-ва, поэтому 97 вар, остальные любые незанятые, поэтому 97 · 97! · 2 · 2 т.к. сколько не вар если A стоит в конце)

Если A не с краю: 96 A 97 — 96! — Рядом с A могут стоять все буквы кроме последней из мн-ва, поэтому 96 · 97, на остальных местах любые из оставшихся 96, поэтому 96!. A стоит на любой, не крайней позиции, поэтому 98. Итог 96 · 97 · 96! · 96.

В сумме 97 · 97! · 2 + 96 · 96 · 97 · 96! · 96 = (97 · 2 · 97! + 96² · 97²) · 6 т.к. каждую цифру из мн-ва X Y Z можно выбрать 3! = 6 способами

(97 · 2 · 97! + 96² · 97) · 6

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 336

(заполняется организатором)

Буквы А могут стоять на любых из некрайних позиций, всего цифр вместе с А 99, кроме 97.

Итого $96 \cdot 97 \cdot 96! \cdot 97 = 96 \cdot 97 \cdot 97!$

Всего $96 \cdot 97 \cdot 97! + 97 \cdot 2 \cdot 97!$. Умножим на 6 т.к. цифры X, Y, Z в ряд по две можно расставить $3 \cdot 2 = 6$ способами.

$6(96 \cdot 97 \cdot 97! + 97 \cdot 2 \cdot 97!)$

Всего подходящих способов $(6(96 \cdot 97 \cdot 97! + 97 \cdot 2 \cdot 97!) + 6 \cdot 98!) = K$.

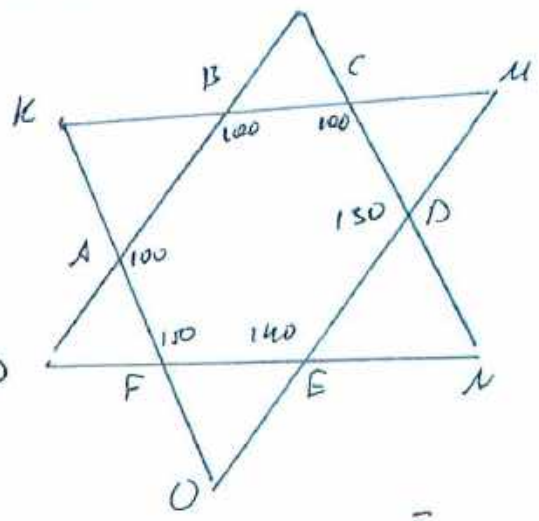
чтобы любое из подходящих расписаний было вписано, нужно как минимум $100! - K + 1$.

Решение не по задаче.

Ответ: $100! - (6(96 \cdot 97 \cdot 97! + 97 \cdot 2 \cdot 97!) + 98!) + 1$. — 0б

~~Пусть вершина А~~

Рассм. $\triangle PLN$. Наложим на него $\triangle KLM$ так, чтобы их пересечением был шестиугольник. Не умоляя общности, обозначим A, B, C, D, F, E как на рисунке



Сумма смежных углов = 180°, тогда $\angle KAB = \angle KDA = 80°$, $\angle LBC = \angle LCB = 80°$, $\angle MCD = 80°$, $\angle MDC = 50° = \angle MDE$, $\angle DEN = \angle FEO = 40°$, $\angle EFO = \angle PFA = 30°$, $\angle PAF = 80°$.

Сумма углов $\triangle = 180°$, тогда в 4 получившихся непересекающихся $\triangle$ ($\triangle PAF$, $\triangle BLC$...) $\angle P = 70°$, $\angle K = 70°$, $\angle L = 70°$, $\angle M = 50°$, $\angle N = 90°$, $\angle O = 110°$.

Ответ: 70°, 70°, 70°, 50°, 90°, 110°. + 3б

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-336

(заполняется организатором)

№2

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$

Сложим второе и третье и удвоенное первое:

$17A+17B \le 40$

$A+B \le \frac{40}{17}$.

Сложим

Умножим систему на 17. $\begin{cases} 17\cdot 3A+17\cdot 5B \le 187 \\ 17\cdot 4A+17\cdot 3B \le 170 \\ 17\cdot 7A+17\cdot 4B \le 306 \end{cases}$

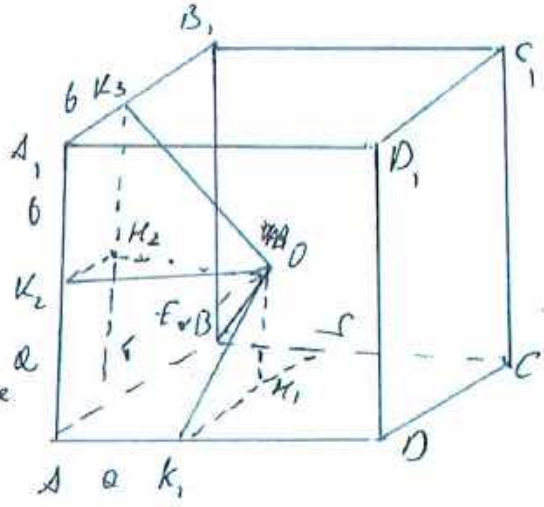
Подставим $B=\frac{33}{17}$, $A=\frac{7}{17}$. $A+B=\frac{40}{17}$.

$\begin{cases} 21+165 \le 187 \\ 28+99 \le 170 \\ 49+132 \le 306 \end{cases}$ $\begin{cases} 186<187 \\ 127<170 \\ 181<306 \end{cases}$ - значит, $A+B=\frac{40}{17}$ Достигается.

Ответ: $\frac{40}{17}$.

О. ответ неверный, неравенство не доказано.

№4



$A_1=A'$, $B_1=B'$

$C_1=C'$, $D_1=D'$

Пусть сфера касается AD, AA_1, A_1B_1 в т. K_1, K_2, K_3 соот-б.

Тогда AK_2, AK_1 - касательные к сфере из одной точки,

$AK_1=AK_2=a$.

Аналогично для т. B A_1, $A_1K_2=A_1K_3=b$.

Пусть H_2 - проекция на (AA_1B_1). По ТТП $H_2K_3 \perp A_1B_1$, $K_2A_1 \parallel K_3H_2$ - прямоуг, $H_2K_3=K_2A_1=b$.

T - проекция H_2 на AB. $H_2T \parallel OH_1$, тогда $\perp (ABC)$, $(AA_1B) \perp K$, тогда $\perp AD$)

$\Rightarrow (AH_2T) \parallel OH_1K_1$, E - проекция Оно (AA_1D)

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11 - 336
(заполняется организатором)

$OK_1 \perp AD$, $OH_2 \perp (AA_1B_1)$, по ТТП $H_2A \perp AD \Rightarrow AH_2OK_1$ - прямоуг.

$H_2O = AK_1 = a$

Тогда $OK_3 = R$ сф. опис. $\triangle$ = по т. Пиф равен $\sqrt{a^2+b^2}$

Продлим K_1H_1 до BC, $K_1H_1 \cap BC = S$. $AESK$ - прямоуг, $BS = a$.

$K_2A = H_2T = OH_1 = a$ (прямоугольники), $OH_1 \perp H_1S \perp SB$, по т. Пиф

$OB = \sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3}a = R$

$\sqrt{3a^2} = \sqrt{a^2+b^2}$

$2a^2 = b^2$

$b = \sqrt{2}a$. при a и b

при этом $a + b = AA_1 = 1$.

$1 - a = \sqrt{2}a$

$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

$R = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$

№ 7.

Допустим, что прямая касается в точках x_1 и x_2.

формула прямой: $f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$.

Она пересекает $f(x)$ в т. x_2

$f'(x_1)(x_2 - x_1) + f(x_1) = f(x_2)$

$f'(x_1) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^4 - x_1^4}{x_2 - x_1} + \frac{b(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1} + 1$.

Дополнительный бланк № 4.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-336

(заполняется организатором)

$f'(x_2) = 4x_2^3 + 2bx + 1$

$f'(x_1) = x_2^3 + x_2^2 x_1 + x_2 x_1^2 + x_1^3 + bx_2 + bx_1 + 1$

прямая касается в т. x_2, $f'(x_2) = f'(x_1)$ приравняем слева $f'(x_2)$ справа равным

$4x_1^3 + 4x_2^3 + 2bx_1 + 2bx_2 + 2 =$

$= 2x_2^3 + 2x_2^2 x_1 + 2x_2 x_1^2 + 2x_1^3 + 2bx_2 + 2bx_1 + 2$

$x_2^3 + x_1^3 - x_2^2 x_1 - x_1 x_2^2 = 0$ $: x_2^3$, сразу если $x_2 = 0$ то $x_1 = 0$, но $x_2 \neq x_1$

$\frac{x_1}{x_2} = t$.

$t^3 - t^2 - t + 1 = 0$

$(t^2 - 1)(t + 1) = 0$

$t = \pm 1$

$t \neq 1$ т.к. $x_2 \neq x_1$

$x_2 = -x_1$

$f(x_1) = f(x_2)$

$4x_1^3 + 2bx_1 + 1 = -4x_1^3 - 2bx_1 + 1$

$2x_1^3 + bx_1 = 0$

$x_1 = 0$

$x_1 = \sqrt{-\frac{b}{2}}$

М11-519

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (вторай)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-519

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

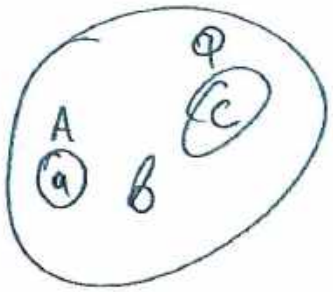
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Александрова	10	Гурьянова	10	10
2	Киреева	2	Позднякова	2	2
3	Кремер	10	Маркова	10	10
4	Баланцев	0	Овчинникова	0	0
5	Кремер	12	Волкова	12	12
6	Окунева	3	Степанова	3	3
7	Киреева	0	Орлова	0	0
8	Шашков	0	Пелипцев	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторов) МИ-513

1)



a - ежегод.

c - фр.

b - все осн.

$\frac{a+b}{c+b}$ - ?

$a = 0,2(a+b)$

$c = 0,04(c+b)$

$0,8a = 0,2b$

$0,96c = 0,04b$

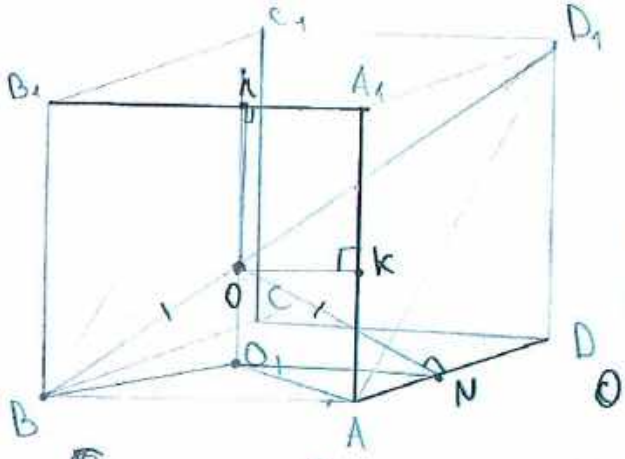
$\frac{a}{c} = \frac{96-2}{8 \cdot 4} = 6$

$\frac{a}{c} = \frac{0,2}{0,04} \cdot \frac{(a+b)}{(c+b)}$

$\frac{a+b}{c+b} = \frac{6}{5} = 1,2$

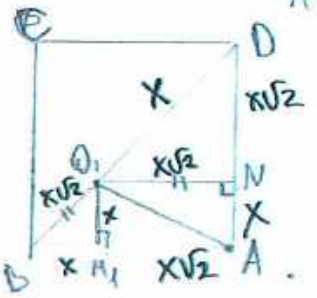
Ответ: 1,2 тыс.

4)



М.К. центр. сферы лежит одновр. на биссек. плос. AD_1C_1B и $BA_1D_1C_1$, то он лежит на их пересеч. - BD_1

O - центр., M, K, N - осн. радиусов.



O_1 - проек. центра на (BCD)

т.к. $BO = ON \Rightarrow BO_1 = O_1N$

$OK = O_1A = R$

$\triangle BO_1M_1 \sim \triangle BO_1N \Rightarrow \frac{BO_1}{O_1D} = \frac{BA_1}{O_1N}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-513

3)

Заметим, что

$$P(n)+P(34-n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{14}}+\frac{(-3)^{34-n}}{3^{34-n}+3^{14}}=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{14}}+\frac{(-3)^{14}}{3^{14}+3^n}=\frac{(-3)^n+(-3)^{14}}{3^n+3^{14}}=1$$

Не упрощены далее $(-3)^n$ и -3^n

откуда получим, что $P(1)+P(33)=-1$; $P(2)+P(32)=1$;

$P(3)+P(31)=-1$ .... $P(16)+P(18)=1$

их сумма равна 0, т.к. они идут парами $(+1-1)+(+1-1)\ldots$

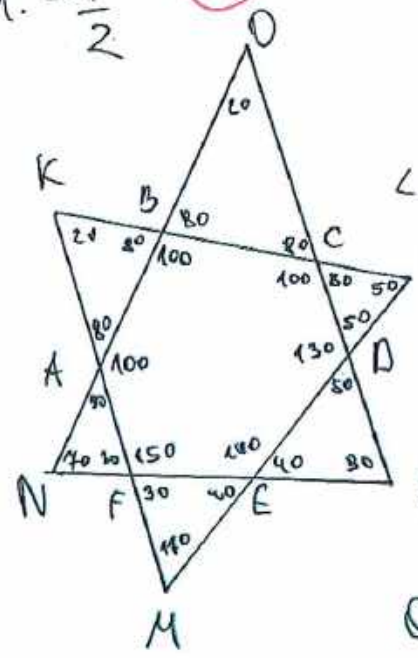
Остается в сумме только $P(14)$, оно равно

$$\frac{(-3)^{14}}{3^{14}+3^{14}}=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

10

6)



по св-ву смеж. углов

$\angle EPP=\angle LPC=50^\circ$, $\angle LCD=80^\circ$, $\angle OCB=\angle OBC=80^\circ$,

$\angle KBA=\angle KAB=80^\circ$, ~~$\angle AEN=\angle NAF=$~~

$\angle NAF=80^\circ$, $\angle NFA=30^\circ$, $\angle MFE=30^\circ$,

$\angle FEM=\angle DEP=40^\circ$

$\Rightarrow$ по сумме углов Δ

найд, $\angle NOP=20^\circ$, $\angle OPN=90^\circ$, $\angle ONP=70^\circ$

Ответ: $\angle MKL=20^\circ$, $\angle KLM=50^\circ$, $\angle KML=110^\circ$

+3

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-519

2) $\begin{cases} 3a+5b \le 11 \\ 4a+3b \le 10 \\ 7a+4b \le 18 \end{cases}$

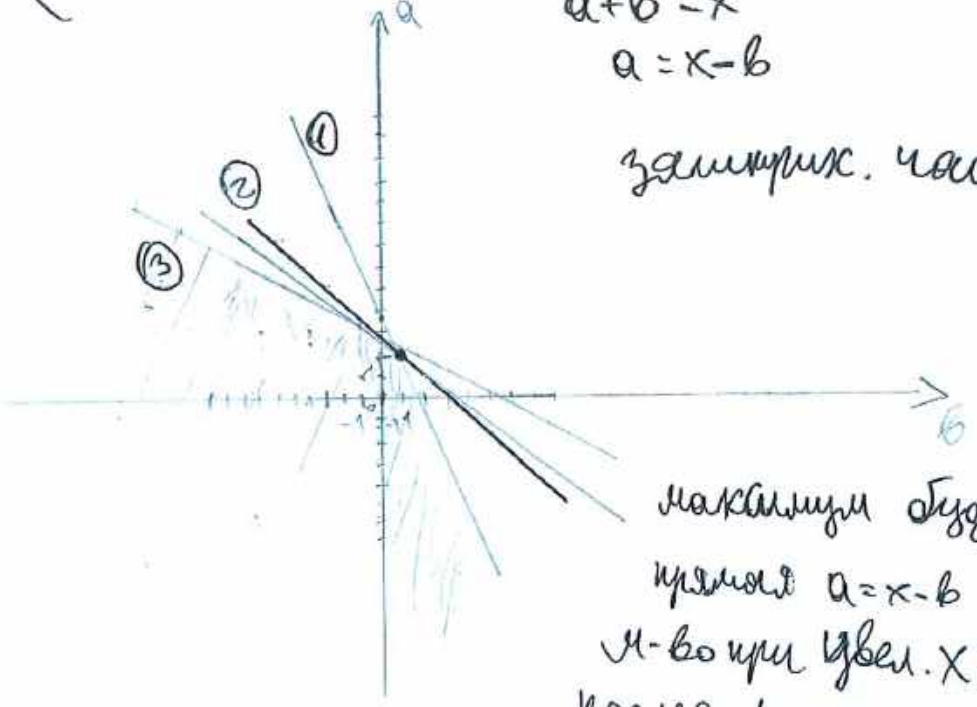
$a \le \frac{11-5b}{3}$ ①

$a \le \frac{10-3b}{4}$ ②

$a \le \frac{18-4b}{7}$ ③

$a+b=x$

$a=x-b$



замкнутое множество, кон. подм.

максимум будет, когда прямая $a=x-b$ будет пересек м-во при наиб. x

послед. точка, при кот. эта пересек мн-во будет пересек ② и ③

$\Rightarrow$ ~~$3a+5b=$~~

$\begin{cases} 4a+3b=10 \mid \cdot 4 \\ 7a+4b=18 \mid \cdot 3 \end{cases}$ $\quad 16a+12b=40$, $\quad 21a+12b=54$

$5a=14$

$a=\frac{14}{5}$

$4b=18-4a$

$4b=18-\frac{28}{5}$

$20b=90-28=-8$

$b=-\frac{8}{20}=-\frac{1}{5}$

$\Rightarrow a+b=\frac{12}{5}=2,4$

+2

Ответ: 2,4 ответ неверный

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-518

5) $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

ОДЗ:

$-1 \le \frac{2x-1}{x+2} \le 1$

$\begin{cases} \frac{3x+1}{x+2} \ge 0 \\ \frac{x-3}{x+2} \le 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-2; 3]$

$-1 \le \frac{x+3}{3x-1} \le 1$

$\frac{x+3}{3x-1} + 1 \le 0$

$\frac{x+3+1-3x}{3x-1} \le 0$

$\frac{4-2x}{3x-1} \le 0$

$\begin{cases} \frac{4-2x}{3x-1} \le 0 \\ \frac{4x+2}{3x-1} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [2; +\infty)$

$\frac{x+3+3x-1}{3x-1} \ge 0$

$\frac{4x+2}{3x-1} \ge 0$

$\Rightarrow x \in [2; 3]$

сумма $\operatorname{arctg} \in (-\pi; \pi) \Rightarrow x \in (-\pi; \pi)$

ОДЗ: $x \ne -2$, $x \ne \frac{1}{3}$

берем tg от обеих частей

$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}} = \operatorname{tg} x$

$\frac{4x^2+4}{x^2+1} = \operatorname{tg} x$

$4 = \operatorname{tg} x$

$x = \operatorname{arctg} 4 + \pi k$

$x = \pi + \operatorname{arctg} 4 + 2\pi k$

$\operatorname{arctg} 4 + \pi \in$

$\operatorname{arctg} 4 \vee$

$\operatorname{arctg} 4 - \pi \vee$

$\operatorname{arctg} 4 - 2\pi \in$

$-\pi + \operatorname{arctg} 4 + 2\pi \notin$

12

Ответ: $\operatorname{arctg} 4; \operatorname{arctg} 4 - \pi$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторов) М11-519

4) прод.

пусть $BM_1 = X$

т.к. BD - диаг. $\square_1$, то $\angle DBA = 45°$

$\Rightarrow O_1M_1 = X = BM_1$

$BO_1 = \sqrt{2X^2} = \sqrt{2}X$ по т. Пиф.

$\Rightarrow O_1N = BO_1 = X\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ т.к. O_1M_1AN - прямоуг., то $M_1A = O_1N = X\sqrt{2}$, $O_1M_1 = NA = X$

$\Rightarrow$ по теор Пиф.

$O_1A = \sqrt{X^2 + 2X^2} = X\sqrt{3}$

$X + X\sqrt{2} = 1$

$X(1+\sqrt{2}) = 1$

$X = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$

$\Rightarrow O_1A = (\sqrt{2}-1)\sqrt{3} = \sqrt{6}-\sqrt{3} = R$

Ответ: $\sqrt{6}-\sqrt{3}$

N 8 шт.

М11-387

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-387

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Тимофеева	10	Гурьянова	10	10
2	Орлова	0	Гоздев	0	0
3	Иванова	12	Александрович	12	12
4	Маломедов	12	Савина	12	12
5	Кремер	0	Уразов	0	0
6	Орехова	3	Гузнев	3	3
7	Степанян	0	Литягина	0	0
8	Хелимский	0	Щанков	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа №1.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-387

№8 нет +10

№1.

Пусть – x - не говорят по ~~фр~~ англ.
y - не говорят по ~~англ~~ фр

4% - по фр., но не по англ. → 96% из x - ни англ., ни фр.
20% - по англ., но не фр. → 30% из y - ни англ., ни фр.

$0{,}8y \geq 0{,}96x$.

Как интересует $\frac{y}{x}$ →

$\frac{y}{x} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{12}{10} = 1{,}2$

Ответ: в 1,2 р.

№2.

$\begin{cases} 3A + 5B \leq 11 \\ 4A + 3B \leq 10 \\ 7A + 4B \leq 13 \end{cases} \cdot 2 \rightarrow \begin{cases} 6A + 10B \leq 22 \\ 4A + 3B \leq 10 \\ 7A + 4B \leq 13 \end{cases}$ → просуммируем все:

$6A + 4A + 7A + 10B + 3B + 4B \leq 22 + 18 + 10$

$17(A+B) \leq 50$

$A+B \leq \frac{50}{17}$

наш $A+B = \frac{50}{17}$

Ответ: $\frac{50}{17}$.

0б

№3.

$p(h) = \frac{(-3)^h}{3^h + 3^{17}}$

Заметим что $p(x) + p(34-x) =$

1) При x - четное:

$\frac{3^x}{3^x + 3^{17}} + \frac{3^{34-x}}{3^{34-x} + 3^{17}} = \frac{3^x \cdot 1}{3^x(1+3^{17-x})} + \frac{3^{17} \cdot 3^{17-x}}{3^{17}(1+3^{17-x})} = \frac{3^{17-x}+1}{3^{17-x}+1} = 1$

2) При x - нечет:

$\frac{-3^x}{3^x + 3^{17}} + \frac{-3^{34-x}}{3^{34-x} + 3^{17}} = \frac{3^x \cdot (-1)}{3^x(1+3^{17-x})} + \frac{3^{17} \cdot (-3^{17-x})}{3^{17}(1+3^{17-x})} = -\left(\frac{3^{17-x}+1}{3^{17-x}+1}\right) = -1$

1 33
2 32
3 31
...
16 18
17

Всего пар из x и 34-x будет 16, в с суммой 1, в с -1.
Число 17 - без пары.

Тогда $p(1) + p(2) + \dots + p(33) = 8 - 8 + p(17) = \frac{-3^{17}}{2 \cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$

Ответ: -0,5

№8.

Всего возможных пар можно было составить $\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$. Нам нужно, чтобы сумма любых из 6: xy, yx, yz, zy, xz, zx - была кратна 33. Значит нам нужно выкинуть $\frac{4950 - 3300}{3} = 1650$ пар. Выписывая последовательность чисел от 1 до 100, мы составляем 99 пар из последовательных чисел. Значит нам нужно будет $\frac{1650}{99} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \rightarrow 17$ последовательностей.

Бланк ответа №2.

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-3897

(заполняется организатором)

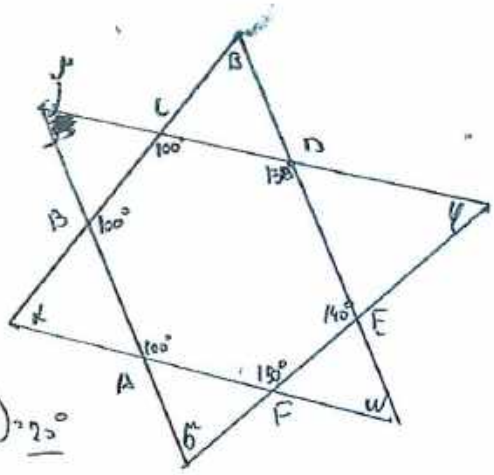
№6.

Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = 100°$

$\angle D = 130°$

$\angle E = 140°$

$\angle F = 150°$.



Найти: $\angle A$; $\angle B$; $\angle Ш$ – Δ1

$\angle Ч$, $\angle Ф$, $\angle Б$ – Δ2.

Реш: Используя данные из дано и сумму углов треугольника найдем:

$\angle A = 180° - (180° - 100°) - (180° - 100°) = 20°$

$\angle B = 180° - (180° - 100°) - (180° - 130°) = 50°$

$\angle Ш = 180° - (180° - 150°) - (180° - 140°) = 110°$

$\angle Ф = 180° - (180° - 130°) - (180° - 140°) = 90°$

$\angle Ч = 180° - (180° - 100°) - (180° - 100°) = 20°$

$\angle Б = 180° - (180° - 100°) - (180° - 150°) = 70°$

Ответ треуг. 1: 20°, 50°, 110°

треуг. 2: 90°, 20°, 70°

№4

Дано: куб ABCDA'B'C'D'; сфера O – касается AD, AA', A'B'. AB=1; проходит через B.

Найти: R.

Введем сист. координат из A.

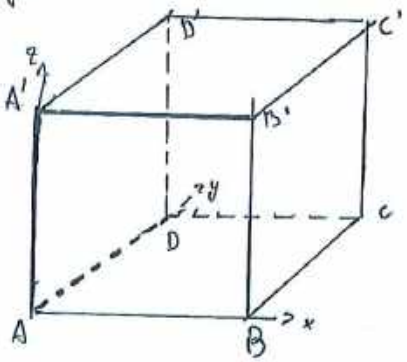
O(x; y; z).

$\rho(O; AD) = R = \sqrt{x^2 + z^2}$

$\rho(O; AA') = R = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\rho(O; A'B') = R = \sqrt{y^2 + (1-z)^2}$

$\rho(O; B) = R = \sqrt{(1-x)^2 + y^2 + z^2}$



→ и все они попарно равны.

$\rightarrow x^2 = (1-z)^2$; $y^2 = z^2$

$\sqrt{(1-x)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

$(1-x)^2 + 2y^2 = x^2 + y^2$

$(1-x)^2 + y^2 - x^2 = 0$ где $z_1 = 1-x$

$1 - 2x + z^2 = 0$ $z_2 = 1+x$

1) $1 - 2x + x^2 + 2x + 1 = 0$, $x^2 = -2$ – невозможно.

2) $1 - 2x + x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$ $D = 8$, $x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2} \rightarrow z_1 = -1 + \sqrt{2}$

$x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2}$ $z_2 = -1 - \sqrt{2}$

Ответ:

$R_1 = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{8 + 4\sqrt{2}}$

$R_2 = \sqrt{(2-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{8 - 4\sqrt{2}}$

12 б.

№7 нет

М11-097

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа
заключительного этапа
«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»
«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-097

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ильясова	10	Гурьянова	10	10
2	Магомедов	10	Савина	10	10
3	Кремер	12	[illegible]	12	12
4	Дубинин	0	Иванова	0	0
5	Кремер	2	[illegible]	2	2
6	Окнова	3	Степанян	3	3
7	Степанян	0	Липагина	0	0
8	[illegible]	0	Щагина	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-097

№1

Пусть всего людей X, а англоговорящих n, значит людей, кто не говорит по англ. $x-n$

Т.к. из тех, кто не говорит по англ. 4% франкоговорящих $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по франц. говорят $0{,}04(x-n)$ людей

А тех, кто не говорит по франц. $x-0{,}04(x-n)=0{,}96x+0{,}04n$

Среди тех, кто не говорит по франц. 20% англоговорящих $\Rightarrow$ людей, кто говорит по англ. $0{,}2(0{,}96x+0{,}04n)=0{,}192x+0{,}008n$, но их, с другой стороны, n $\Rightarrow$ зашишем ур-ие

$n=0{,}192x+0{,}008n$

$0{,}192x=0{,}992n$

$\frac{x}{n}=\frac{0{,}992}{0{,}192}$

Нам нужно найти $\frac{0{,}96x+0{,}04n}{x-n}=\frac{0{,}96\frac{x}{n}+0{,}04}{\frac{x}{n}-1}=$

$=\frac{0{,}96\cdot\frac{0{,}992}{0{,}192}+0{,}04}{\frac{0{,}992}{0{,}192}-1}=\frac{0{,}96}{0{,}8}=\frac{6}{5}=1{,}2$

+ (10б)

Ответ: в 1,2 раза

№2

$\begin{cases}3A+5B\le 11\\4A+3B\le 10\\7A+4B\le 18\end{cases}$ $\max(A+B)=?$

Пусть $A+B=S \Rightarrow A=S-B$

$\begin{cases}3S+2B\le 11\\4S-B\le 10\\7S-3B\le 18\end{cases}$

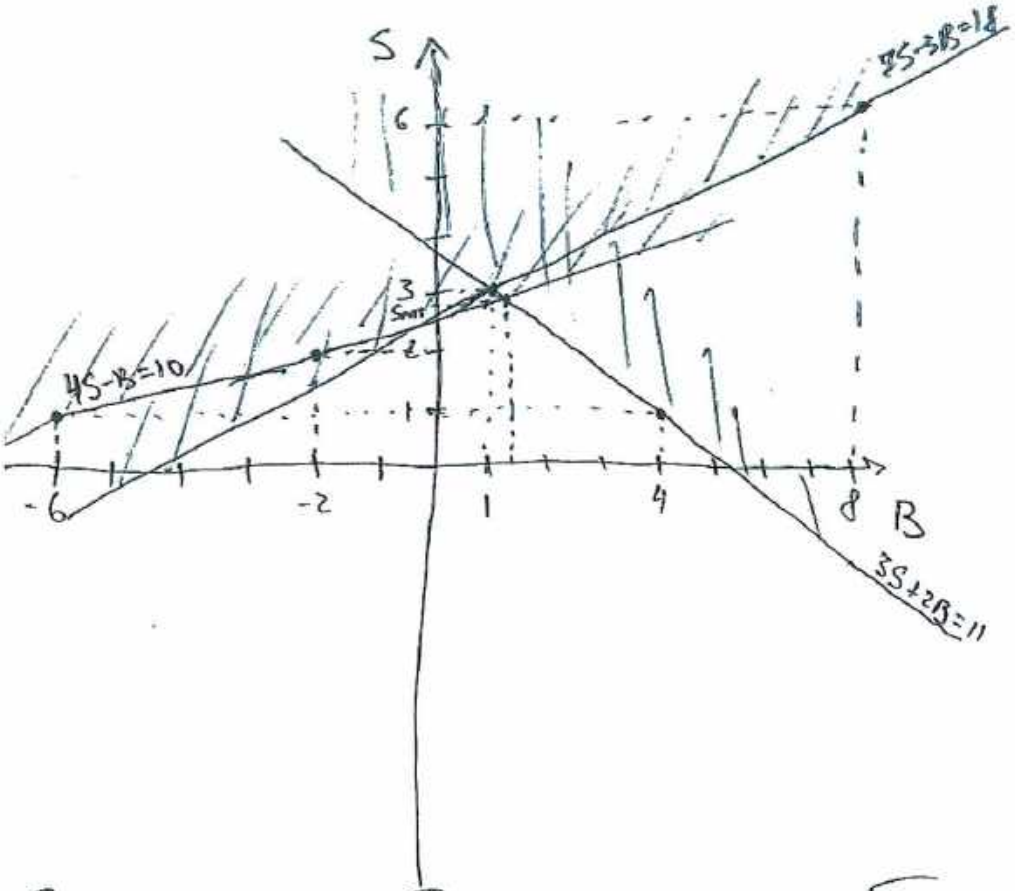
Начертим графики 3-ех получившихся функций, для этого заменим нер-во на рав-во:

$\begin{cases}3S+2B=11\\4S-B=10\\7S-3B=18\end{cases}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-097



Заштрихованная область – неподходящая область под систему нер-в.
Из графика видно, что наибольшее S достигается при пересечении прямых $3S+2B=11$ и $4S-B=10 \Rightarrow S_{max} = \frac{31}{11} = max(A+B)$

Ответ: $\frac{31}{11}$ 10 б.

№3

$p_n = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$

$p_1 + p_2 + \dots + p_{33} - ?$

Заметим, что при четном n

$p_n + p_{34-n} = 1$

А при нечетном n:

$p_n + p_{34-n} = -1$

Док-м это:

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-097

Пусть n – чет, тогда:

$$P_n + P_{34-n} = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}} + \frac{(-3)^{34-n}}{3^{34-n}+3^{17}} = \frac{3^n\left(3^{34-n}+3^{17}\right)+3^{34-n}\left(3^n+3^{17}\right)}{3^{34}+3^{17+n}+3^{51-n}+3^{34}} =$$

$$= \frac{3^{34}+3^{17+n}+3^{34}+3^{51-n}}{3^{34}+3^{34}+3^{17+n}+3^{51-n}} = 1$$

Пусть n – нечет, тогда:

$$P_n + P_{34-n} = \frac{-3^{34}-3^{17+n}-3^{34}-3^{51-n}}{+3^{34}+3^{34}+3^{17+n}+3^{51-n}} = -1$$

Тогда сумма $P_1+P_2+\dots+P_{33} = -8+8+P_{17} = P_{17} = \frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}} = -\frac{1}{2}$

12

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№5

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = X$$

ОДЗ: $x \neq -2;\ \frac{1}{3}$

Применим tg к обеим частям уравнения:

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} X$$

Т.к. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$, ~~наше уравнение~~ левая часть ур-ий примет следующий вид:

и $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}} = \frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)} = \frac{6x^2-2x-3x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2-x+6x-2-2x^2-6x+x+3} =$$

$$= \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7 \quad (\text{т.к. } x^2+1 \neq 0, \text{ при всех } x)$$

Получаем:

$7 = \operatorname{tg} X$

$X = \operatorname{arctg} 7 + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $X = \operatorname{arctg} 7 + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$k=0,\ k=-1$

2

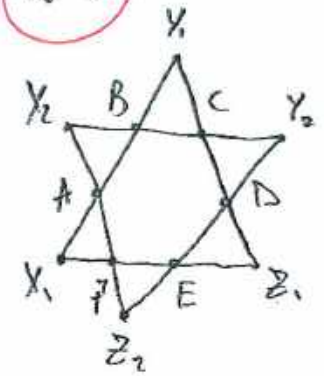
б. мало неопределенных процессов

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-097

№ 6



$\angle A = \angle B = \angle C = 100^\circ$

$\angle D = 130^\circ$

$\angle E = 140^\circ$

$\angle F = 150^\circ$

$\angle X_1, \angle Y_1, \angle Z_1, \angle X_2, \angle Y_2, \angle Z_2$ - ?

Т.к. внешний угол треуг. равен сумме углов не смежных с ним $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \angle DZF + \angle DEZ_1 = 130 \\ \angle DEZ_1 + 140 = 180 \end{cases} \Rightarrow \angle DZ_1E = 90^\circ;\ \angle DEZ_1 = 40^\circ$

Аналогичную операцию проделываем для пары углов $\angle AX_1F$ и $\angle AFX_1$:

получаем, что $\angle AX_1F = 70^\circ$; $\angle AFX_1 = 30^\circ \Rightarrow \angle Y_1 = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

Т.к. $\angle X_2BA = \angle Y_1BC$ (как вертик.); $\angle Y_1CB = \angle Y_2CD$; $\angle B = \angle C \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle X_2BA = \angle Y_1BC = \angle Y_1CB = \angle Y_2CD = 80^\circ$, ~~аналогично для углов~~

$\angle CDY_2 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \Rightarrow \angle CY_2D = 50^\circ$ $\Rightarrow$

$\angle X_2AB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \Rightarrow \angle AX_2B = 20^\circ$

$\Rightarrow \angle FZ_2E = 180^\circ - 20^\circ - 50^\circ = 110^\circ$

Ответ: 70°; 20°; 90°; 20°; 50°; 110°

+3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-097

№7

Ур-ие касательной:

$g(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, где x_0 – т. касания по оси Ox

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$

Если мы приравняем ур-ие касательной и данной функции $f(x)$, то полученное ур-ие даст 2 корня (т.к. касательная касается графика в 2 точках)

$x_0^4 + bx_0^2 + x_0 + (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)(x - x_0) = x^4 + bx^2 + x$

$x^4 + bx^2 - x(4x_0^3 + 2bx_0) + 3x_0^4 - bx_0^2 = 0$

05

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МИ-097

№8

Т.к. нам достаточно, чтобы хотя бы два подряд идущих члена принадлежали множеству $\{X; Y; Z\}$, то мы получаем 6 нужных нам пар: $(X;Y)$, $(Y;X)$, $(X;Z)$, $(Z;X)$, $(Y;Z)$, $(Z;Y)$

Разобьем последовательность $\{a_1, \dots a_{100}\}$ на 50 пар. Тогда шанс получения нужной пары (из 6) составляет $\frac{6}{50} = \frac{3}{25}$, т.к. при добавлении новых послед-тей шанс увеличивается на получение нужной пары $\Rightarrow$

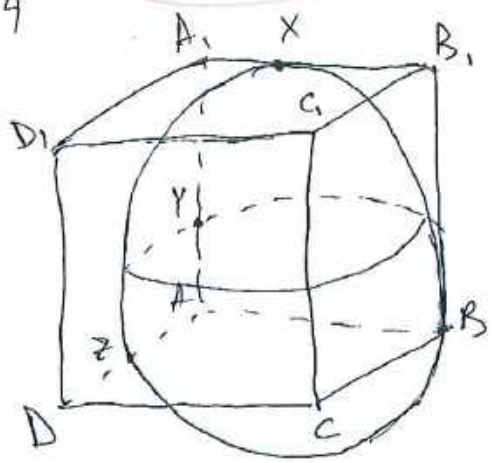
$\Rightarrow \frac{3}{25} n = 1$ (т.к. нам нужно гарантированно получить нужную нам пару $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ шанс должен равняться 1)

$n = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$, т.к. $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 9$

Ответ: 9 послед-тей

неверно ОО

№4



Пусть X, Y, Z – точки касания сферой прямых A_1B_1, AA_1, AD – соответственно

Расстояние от центра сферы до т. X, Y, Z, B одинаково и равно радиусу сферы

решения нет.

ОО.

М11-697

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-607

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалетдинов	10	Аношкевич	10	10
2	Зайцева	6	Гиззер	6	6
3	Маркова	12	Уланова	12	12
4	Овсянкина	0	Баланов	0	0
5	Борисова	6	Кремер	6	6
6	Олехова	3	Грязнов	3	3
7	Поспелова	0	Лихачева	0	0
8		0	Шаяхов	0	0
ИТОГО					37

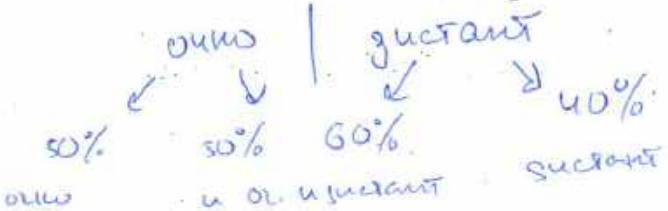
1

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-0.9ф
(заполняется организатором)

Задание 1



1) обозначим учеников, обучающихся в очном формате за "m"
учеников, обучающихся на дистанте – за "n"

2) людей, которые обучаются и не очно и не дистанционно
ном формате: $\frac{0,5m+0,6n}{2}$, а также выразим n: $n=\frac{0,5m}{0,6}=\frac{5}{6}m$

3) всего учеников: $0,5m+\frac{0,5m+0,6n}{2}+0,4n$

4) ~~учеников~~ учеников, обучающихся только не очно составляют $\frac{0,5m}{0,5m+\frac{0,5m+0,6n}{2}+0,4n}$

5) подставим в получившееся выражение вместо $n-\frac{5}{6}m$ из п.2:

$$\frac{0,5m}{0,5m+\frac{0,5m+\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{6}m}{2}+\frac{4}{10}\cdot\frac{5}{6}m}=\frac{0,5m}{\frac{1}{2}m+\frac{\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}m}{2}+\frac{1}{3}m}=\frac{\frac{1}{2}m}{\frac{1}{2}m+\frac{m}{2}+\frac{m}{3}}=\frac{\frac{1}{2}m}{\frac{4}{3}m}=\frac{3}{8}$$

Ответ: обучающиеся только в очном формате составляют $\frac{3}{8}$ от всех обучающихся

+10

Задание 8

Мудрецы не смогут определить, если будут поступать так: $Y=\{y_1,y_2,y_3,\dots y_{100}\}$ если будем перемещать числа ~~[illegible]~~, оставляя те, которые уже ~~[illegible]~~ "нашли свое место", если число $y_{i_n}>x_{i_n}$ не меняем его с наименьшим y_{i_n}, который $y_{i_n}<x_{i_n}$. и так далее, то есть наименьшим y_{i_n}, который x_{i_n} - поменяем y_{i_n}, который $<x_{i_n}$.

Ответ: ? — 0

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М1-697
(заполняется организатором)

Задание №2

$$\begin{cases} A+5B \geq 3 & |\cdot 15 \\ 3A+4B \geq 11 & |\cdot 5 \\ 5A+3B \geq 11 & |\cdot 3 \end{cases}$$ ← Домножим, чтобы при A были одинаковые коэффициенты

$$\begin{cases} 15A+75B \geq 15\cdot 3 \\ 15A+20B \geq 55 \\ 15A+9B \geq 33 \end{cases}$$

1) вычтем из 1го – 2е: $75B-20B \geq 80$

$B \geq \frac{80}{55}$; $\boxed{B \geq \frac{16}{11}}$

2) вычтем из 2го – 3е: $11B \geq 22$

$\boxed{B \geq 2}$

нет доказательства, что $A+B \geq 3$

3) вычтем из 1го – 3е: $66B \geq 102$

$\boxed{B \geq \frac{51}{33}}$

Подставим теперь в выражение ~~все~~ минимальное B которое сейчас получили и найдём минимальное A:

65

(1) $B \geq 2$: $A+10 \geq 3$ ✓

$3A+8 \geq 11 \rightarrow A \geq 1$

$5A+6 \geq 11 \rightarrow A \geq 1$

$\boxed{A \geq 1}$

(2) $B \geq \frac{16}{11}$: $A+\frac{80}{11} \geq 3$; $A \geq 3-7\frac{3}{11}$; $A \geq 1\frac{7}{11}$ – это уже больше, чем в (1) выражении ⇒ не подходит

(3) $B \geq \frac{51}{33}$; $A+\frac{51\cdot 5}{33} \geq 3$; $A \geq 3-7\frac{24}{33}$; $A \geq 1\frac{9}{33}$ – это больше, чем в (1) выражении ⇒ минимальное $A=1$; $B=2$; $A+B=3$

Ответ: 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-697

(заполняется организатором)

Задание №3

Дано: $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$; Найти $p(1) + p(2) + \ldots + p(98)$

1) Распишем первые несколько выражений и последние:

$$p(1) = \frac{9^1}{9^1 + 9^{50}} = \frac{9}{9(1+9^{49})} = \boxed{\frac{1}{1+9^{49}}}$$

$$p(2) = \frac{9^2}{9^2 + 9^{50}} = \frac{9^2}{9^2(1+9^{48})} = \boxed{\frac{1}{1+9^{48}}}$$

$$\vdots$$

$$p(48) = \frac{9^{48}}{9^{48} + 9^{50}} = \boxed{\frac{1}{1+9^2}} \leftarrow$$

$$p(49) = \frac{9^{49}}{9^{49} + 9^{50}} = \frac{9^{49}}{9^{49}(1+9)} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

$$p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50} + 9^{50}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$p(51) = \frac{9^{51}}{9^{51} + 9^{50}} = \boxed{\frac{9}{1+9}}$$

$$p(52) = \frac{9^{52}}{9^{52} + 9^{50}} = \boxed{\frac{9^2}{1+9^2}}$$

$$\vdots$$

$$p(98) = \frac{9^{98}}{9^{98} + 9^{50}} = \boxed{\frac{9^{48}}{9^{48}+1}}$$

$$p(99) = \boxed{\frac{9^{49}}{9^{49}+1}}$$

2) Заметим, что если сложить $p(1)$ и $p(99)$, получим: $\frac{1}{1+9^{49}} + \frac{9^{49}}{1+9^{49}} = 1$

так будет при сложении $p(x) + p(100-x)$, только ~~[illegible]~~ $x = 50$, ~~[illegible]~~, где $x \in [1; 99]$

$\Rightarrow$ можно сложить $p(1)$ с $p(99)$; $p(2)$ с $p(98)$ и т.д. получим: 49 таких пар, которые в общей сумме дают $49 \cdot 1 = \boxed{49}$

3) Осталось посчитать значение ~~[illegible]~~ $p(50)$,

~~[illegible]~~ $p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50} + 9^{50}} = \boxed{\frac{1}{2}}$

4) Складываем получившиеся значения и получаем $49 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М14-697

(заполняется организатором)

4

Задание №5

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$

$0 < \frac{5x+3}{3x-5} < \pi$

$0 < \frac{x-1}{x+1} < \pi \quad x \neq -1 \quad x \neq \frac{5}{3}$

$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

$\operatorname{ctg} = \frac{1}{\operatorname{tg}}$

Берем tg обеих частей

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} - \operatorname{arcctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = \operatorname{tg}(x)$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg}(t)) = \frac{1}{t}$

tg сумма

$\operatorname{tg} x = \frac{(3x-5)(x-1) + (5x+3)(x+1)}{(5x+3)(x-1)} =$

$\operatorname{tg}(x) = \frac{8(x^2+1)}{2(x^2+1)}$

$\operatorname{tg} x = 4$

$x = \operatorname{arctg} 4 \qquad 0 < \operatorname{arctg} 4 < \pi \rightarrow x$ подходит ✓

Ответ: $\operatorname{arctg} 4 = x$

6 баллы

Потеряно одно решение

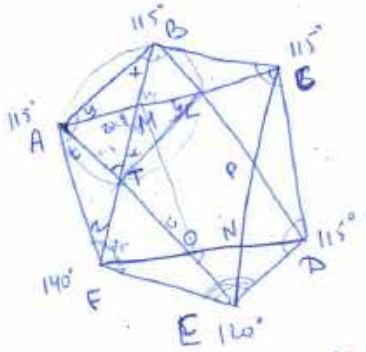
5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-697
(заполняется организатором)

Задание №6



Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$; $\angle E = 120°$; $\angle F = 140°$; ABCDEF – 6-уг

Найти: углы $\triangle ACE$ и углы $\triangle FBD$

Решение: 1) обозначим $\angle ABF = x$; $\angle BAC = y$; $\angle FAE = t$; $\angle AFB = z$

2) $\angle AMB = 180 - x - y$; $\angle ATF = 180 - z - t$; $\angle EAC = 115 - t - y$

3) ~~$\angle AMT = 180°$~~ $\angle AMB = \angle TML$ (вертик); $\angle ATF = \angle MTO$ (вертик)

$\angle AMT = 180° - \angle TML = 180° - (180 - x - y) = x + y$ (т.к. $\angle AMT$ и $\angle TML$ – смежные)

$\angle ATM = 180° - \angle MTO = 180 - (180 - z - t) = z + t$ (т.к. $\angle ATM$ и $\angle MTO$ – смежные)

4) Рассмотрим $\triangle ATM$: $\angle TAM = 180 - z - t - x - y$, а также $115 - t - y$

приравняем: $180 - z - t - x - y = 115 - t - y$;

5) ABLT можно вписать и окружность с центром в т.M $\Rightarrow \angle LAT = \angle LBT$

$\Rightarrow AB \parallel TL$ и $\angle BTL = \angle ABT = x$; $\angle ALT = \angle BAL = y$

ABCDEF ~ TMLPNO по углам

$\Rightarrow$ найдем $\angle$ треугольника через смежные. $\angle FBD = 180 - (180 - TML) - (180 - MLP) =$

$= 50°$

Зная угол находим половину и получаем $\angle BFD = 75°$; $\angle BDF = 55°$

$\angle CAE = \angle FBD = 50°$ и $\angle ACE$; $\angle AEC = 80°$

Ответ: в $\triangle FBD$: $\angle FBD = 50°$; $\angle BFD = 75°$; $\angle BDF = 55°$; в $\triangle CAE$: $\angle CEA = 80°$; $\angle ACE = \angle CAE = 50°$

35

№7 нет

М11 – 210

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-210

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Шалыкова	10	Гурьянова	10	10
2	Поздина	2	Застикова	2	2
3	Александрович	8	Иванова	12	12
4	Тономарев	50	Иванова	0	0
5	Угрюмов	7	Кремер	7	7
6	Глухова	3	Олехова	3	3
7	Литягина	3	Степанян	3	3
8	Кемлицкая	0	Ушаков	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-210

Задача №1.

Пусть A - люди говорящие по-французски, B - люди говорящие по-английски



тогда $\bar{A}$ - люди не говорящие по-французски; $\bar{B}$ - люди не говорящие по-английски, но говорящие по-французски.

Пусть x - число людей не говорящих ни по-франц ни по-англ, тогда

по условию: $\bar{B} = 0{,}04(\bar{B}+x) \Rightarrow 0{,}96\bar{B} = 0{,}04x \Rightarrow \bar{B} = \frac{x}{24}$

аналогично: $\bar{A} = 0{,}2(\bar{A}+x) \Rightarrow 0{,}8\bar{A} = 0{,}2x \Rightarrow \bar{A} = \frac{x}{4}$

Откуда искомое соотношение:

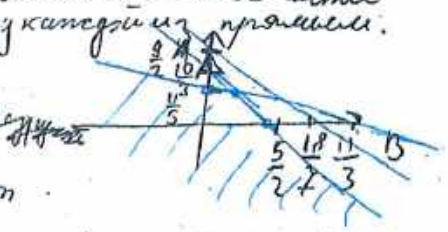
$$\frac{\bar{A}+x}{\bar{B}+x} = \frac{x+\frac{x}{4}}{x+\frac{x}{24}} = \frac{\frac{5x}{4}}{\frac{25x}{24}} = \frac{5\cdot 24}{4\cdot 25} = \frac{6}{5} = 1{,}2.$$

Ответ: в 1,2 раза.

+ (106)

Задача №2

Заметим, что наши неравенства задают на плоскости часть плоскости лежащую под каждой из прямых.



посмотрим на эту часть:

$A_2: B \le \frac{10-4A}{3}$; $A_1: B \le \frac{11-3A}{5}$; $A_3: B \le \frac{8-2A}{4}$.

Ответ: [illegible]

См. другой лист.

Задание №3

$$p(n) = \frac{(-3^n)}{3^n + 3^{17}} =$$

Посчитаем нашу сумму: $p(1) + p(2) + \dots + p(33) = \frac{1}{1+3^{16}} + \frac{1}{1+3^{15}} + \dots$

$$+ \dots - \frac{1}{1+3^{-16}} = -\frac{1}{1+3^{16}} + \frac{1}{1+3^{15}} + \dots - \frac{3^{16}}{1+3^{16}} =$$

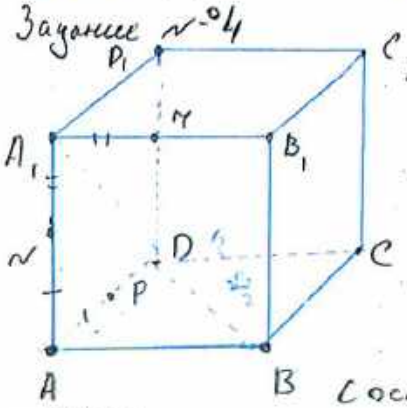
$$= -\frac{1+3^{16}}{1+3^{16}} + \frac{1+3^{15}}{1+3^{15}} + \dots - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{(-1)^n \cdot 3^n}{3^n(1+3^{17-n})} = \frac{(-1)^n}{1+3^{17-n}}$$

Ответ: $\sum_{n=1}^{33} p(n) = -\frac{1}{2}$. ±

не показано, что $p(n) + p(34-n) = (-1)^n$ для любого n

Задание №4



1) Обозначим точки касания за M, N, P. По св-ву касательных, проведенных из одной точки $AN = AP$, $A_1N = A_1M$.

2) Заметим, что т.к. O - центр сферы, равноудалён от точек N, M, B_1, P, то он лежит в плоскости 1 отрезков NM и NP их проходящей через середину, т.C. он лежит в плоскости A_1D_1BC и ABC_1, одновременно, т.е он лежит на диагонали BD_1.

Заметим при этом, что точки PNB образуют $\triangle$ прям. с основанием NP. Точки O лежат на прямой, проходящей через центр описанной окружности $\perp$ плоскости треугольника. Единственный вариант, для которого это прямая пройдёт через BD_1, когда $N = M = A_1$.

См. другой лист.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-210

Задача №7

(Продолжение)

Но при этом можно заметить, что т.к. касательная проведена к трём точкам графика, то $f'(x_0)$ имеет не более корней, что возможно лишь при $-\sqrt{\frac{-b}{6}} \le x \le \sqrt{\frac{-b}{6}}$, т.е. в качестве x_0 нас удовлетворяют только $\pm\sqrt{\frac{-b}{6}}$.

Найдём теперь наши касательные:

$$y = \left(-\frac{4b}{6}\sqrt{\frac{-b}{6}} + 2b\sqrt{\frac{-b}{6}} + 1\right)\left(x - \sqrt{\frac{-b}{6}}\right) + \frac{b^2}{36} - \frac{b^2}{6} + \sqrt{\frac{-b}{6}}$$

$$y = \left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{6}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{6}} + 1\right)x + \frac{4b^2}{36} - \frac{2b^2}{6} - \sqrt{\frac{-b}{6}} + \sqrt{\frac{-b}{6}} + \frac{b^2}{36} - \frac{b^2}{36}$$

$$y = \left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{6}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{6}} + 1\right)x + \frac{5b^2}{36} - \frac{3b^2}{6}; \quad y(x) = \left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{6}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{6}} + 1\right)x - \frac{13b^2}{6}.$$

Ответ: при $b<0$, $y(x) = \left(4\left(\sqrt{\frac{-b}{6}}\right)^3 + 2b\sqrt{\frac{-b}{6}} + 1\right)x - \frac{13b^2}{6}$.

4

3б

5 б, нет найден радиус

Задача №2 2) продолжение.

интересующие нас значения будут искать на прямых. Это несложно понять, т.к. если наша точка ищут на фигуре, то при ней меньшей координате A мы можем увеличивать B пока она не совпадёт с прямой, являющейся границей (самым увеличив B

Посмотрим на A+B, при A↑. Сам увеличиваться A до тех пор пока она не будет равна координате точки пересечения l_1 и l_2, т.е. на l_1:

$B = \frac{11-3A}{5}$, тогда $A+B = \frac{11-3A}{5} + A = \frac{2A+11}{5}$, т.е. значение суммы растёт, в промежутке и-ду пересечениями l_2 и l_3.

$A+B = A + \frac{10-4A}{3} = \frac{10-A}{3}$, значение суммы уменьшается.

если точка ищут на l_3, где A больше точки пересеч l_3 и l_2:

$A+B = \frac{18-7A}{4} + A = \frac{18-3A}{4}$ ↓, т.е. сумма растёт.

Задача №3 (продолжение)

Тогда радиус сферы – это радиус описанной около треугольника $AD'B$ окружности, он правильный, поэтому $2R = \frac{\sqrt{2}}{\sin 60°}$ ⇒

⇒ $2R = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⇒ $R = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ответ: $R = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Откуда наиб значение суммы соот сумме координат точки пересеч прямых l_1 и l_2:

$\frac{11-3A}{5} = \frac{10-4A}{3}$ (=) $33-9A = 50-20A$ ⇒ $11A = 17$ ⇒

⇒ $A = \frac{17}{11}$.

$B = \frac{10 - \frac{4\cdot 17}{11}}{3} = \frac{110-4\cdot 17}{33} = \frac{32}{33}$

2б

Откуда наиб $A+B = \frac{32}{33} + \frac{17}{11} = \frac{32+17\cdot 3}{33} = \frac{83}{33}$.

Ответ: наиб $A+B = \frac{83}{33}$ ответ неверный

№8 ucl

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М11 – 210

Задача №5.

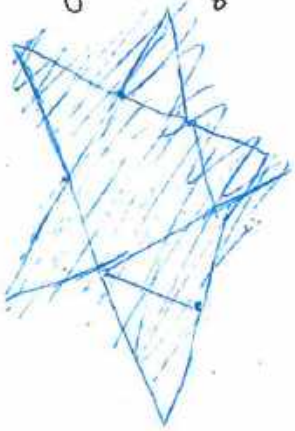
$\operatorname{arcctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arcctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)=x \Leftrightarrow$ ОДЗ: $\begin{cases}3x-1\neq 0\\ x+2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq \frac{1}{3}\\ x\neq -2\end{cases}$

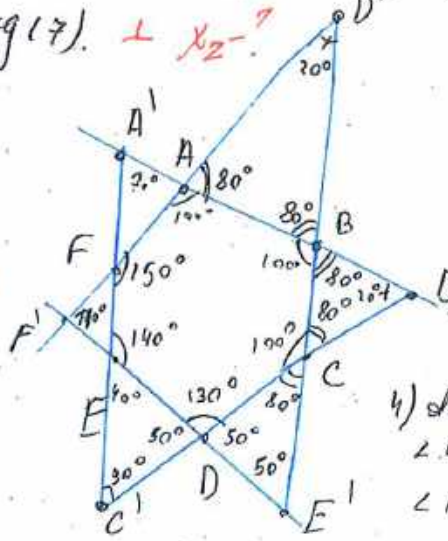
$\Leftrightarrow \operatorname{arcctg}\left(\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}\right)=x \Leftrightarrow \operatorname{arcctg}\left(\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}\right)=x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \operatorname{arcctg}\left(\frac{7x^2+7}{x^2+1}\right)=x \Leftrightarrow x=\operatorname{arcctg}(7)$. Подходит под ОДЗ.

Ответ: $x=\operatorname{arcctg}(7)$. 1 x_2 - ?

Задача №6





1) Заметим, что $\angle D'AB = \angle D'BA = \angle B'BC = \angle BCB' = \angle DCE' = 180° - 100° = 80°$ (как смежные)

2) Откуда $\angle AB'B = \angle BB'C = 180° - 80° \cdot 2 = 20°$ (из того, что сумма углов треуг. 180°).

3) Аналогично пункту 1: $\angle CDE' = \angle C'DE = 180° - 130° = 50°$. $\angle C'ED = \angle FEF' = 180° - 140° = 40°$. $\angle A'FA = \angle F'FE = 180° - 150° = 30°$

4) Аналогично пункту 2: $\angle CE'D = 180° - 80° - 50° = 50°$, $\angle EC'D = 180° - 50° - 40° = 90°$, $\angle EF'E = 180° - 30° - 40° = 110°$, $\angle FA'A = 180° - 30° - 80° = 70°$

Ответ: Углы треугольников: 20°, 20°, 50°, 70°, 30°, 110°

1 вар. мин – 3 ✓

Задача №7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

Заметим, что на каждом участке выпуклости может быть не более одной точки касания, а значит наша функция должна иметь как минимум 3 участка выпуклости (2 одинаковых выпуклости), т.е. $f''(x)$ имеет более двух корней.

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$

$f''(x) = 12x^2 + 2b$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-b}{6}}$. Значит, чтобы функция имела как минимум 3 участка выпуклости, b должен быть меньше нуля.

Уравнение касательной будет иметь вид: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$, где x_0 - точка касания:

$y = (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)(x - x_0) + x_0^4 + bx_0^2 + x_0$, где $b < 0$.

Но при этом x_0 должен быть $\left[\begin{array}{l} x \geq \sqrt{\frac{-b}{6}} \\ x \leq -\sqrt{\frac{-b}{6}} \end{array}\right.$, чтобы касательная была проведена к графику в областях с разными выпуклостями

Сел другой шаг!

точка перегиба

М11-8410

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 два

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-840

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Комаров	10	Гуркенова	10	10
2	Гоздев	6	Волкова	6	6
3	Александрович	6	Маркова	6	6
4	Грузнев	0	Шарипов	0	0
5	Волкова	12	Сунгат	12	12
6	Олехова	0	Грузнев	0	0
7	Мягкая	3	Степанян	3	3
8	Шамков	0	Ягодницев	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-840
(заполняется организаторами)

№1

Пусть x – те, кто не говорит на англ. яз. Тогда $0{,}96x$ – это те, кто не говорит или на англ. яз, или на франц. яз. Пусть y – те, кто не говорит на франц. яз. Тогда $0{,}80y$ – это те, кто не говорит на англ. яз и на франц. яз. ~~Отсюда следует, что $0{,}96x$~~

$$0{,}96x = 0{,}8y$$

$$\frac{y}{x} = \frac{96}{80} = 1{,}2 \text{ раз.}$$

Ответ: больше в 1,2 раз.

+ 10

№2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B \le \frac{11 - 3A}{5} \\ B \le \frac{10 - 4A}{3} \\ B \le \frac{18 - 7A}{7} \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} B \le -\frac{3}{5}A + \frac{11}{5} \\ B \le -\frac{4}{3}A + \frac{10}{3} \\ B \le -\frac{1}{4}A + \frac{7}{2} \end{cases}\right| \text{ – семейство прямых}$$



Фигура ограничена прямыми

$A + B = M \to \max$ (наиб. знач.)

$B = -A + M$ – уравнение семейства параллельных прямых $B = -A$ ($y = -x$)

Ответ: $M = \frac{31}{11}$

6б

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-840
(заполняется организатором)

№ 4

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$y_k = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$

$y_k = (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)(x - x_0) + x_0^4 + bx_0^2 + x_0 =$

$= (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)x - 4x_0^4 - 2bx_0^3 - x_0 + x_0^4 + bx_0^2 + x_0 =$

$= (4x_0^3 + 2bx_0 + 1)x - 3x_0^4 - bx_0^2$

x_{01} – абсцисса 1-й точки касания

x_{02} – абсцисса 2-й точки касания

$x_{01} \neq x_{02}$

$y_1 = (4x_{01}^3 + 2bx_{01} + 1)x - 3x_{01}^4 - bx_{01}^2$

$y_2 = (4x_{02}^3 + 2bx_{02} + 1)x - 3x_{02}^4 - bx_{02}^2$

$$\begin{cases} 4x_{01}^3 + 2bx_{01} + 1 = 4x_{02}^3 + 2bx_{02} + 1 \\ -3x_{01}^4 - bx_{01}^2 = -3x_{02}^4 - bx_{02}^2 \end{cases}$$

$4(x_{01}^3 - x_{02}^3) + 2b(x_{01} - x_{02}) = 0 \;|:\; 2(x_{01} - x_{02}) \neq 0$

$2(x_{01}^2 + x_{01}x_{02} + x_{02}^2) + b = 0$

$b = -2(x_{01}^2 + x_{01}x_{02} + x_{02}^2)$

$3x_{02}^4 - 3x_{01}^4 + bx_{02}^2 + bx_{01}^2 = 0$

$3(x_{02}^2 - x_{01}^2)(x_{02}^2 + x_{01}^2) + b(x_{02}^2 - x_{01}^2) = 0$

$(x_{02}^2 - x_{01}^2)(3x_{02}^2 + 3x_{01}^2 + b) = 0$

$x_{02} = x_{01}$

$x_{02} = \pm x_{01}$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-8410
(заполняется организатором)

$b = -3x_{02}^2 - 3x_{01}^2$

$b = -2(x_{02}^2 + x_{01} \cdot x_{02} + x_{02}^2)$

$3x_{02}^2 + 3x_{01}^2 = 2x_{01}^2 + 2x_{01}x_{02} + 2x_{02}^2$

$x_{02}^2 - 2x_{01} \cdot x_{02} + x_{01}^2 = 0$

$(x_{02} - x_{01})^2 = 0$

$x_{02} = x_{01}$

отсюда следует, что абсцисса вершины параболы

$b = -3(x_{01}^2 + x_{01}^2) = -3 \cdot 2 \cdot x_{02}^2 = -6x_{02}^2, -6x_0^2 \le 0$

т.к. $x_{01} \neq x_{02}$, то $b < 0$

ответ: при $b < 0$

3б

№5

$\operatorname{arcctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arcctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

ограничения

$\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}$ +

$\alpha = \operatorname{arcctg}\frac{2x-1}{x+2}$ $\beta = \operatorname{arcctg}\frac{x+3}{3x-1}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2x-1}{x+2}$ $\operatorname{tg}\beta = \frac{x+3}{3x-1}$

$\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\alpha + \beta = x$, $x \in (-\pi; \pi)$

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \operatorname{tg}x$

$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg}x$

$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}} = \operatorname{tg}x$

Бланк ответа 11

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-840

(заполняется организатором)

$$\frac{7x^2+7}{(x+2)(3x-1)} : \frac{3x^2-x+6x-2-2x^2-5x+3}{(x+2)(3x-1)} = tgx$$

$$\frac{7x^2+7}{(x+2)(3x-1)} \cdot \frac{x^2+1}{(x+2)(3x+1)} = tgx$$

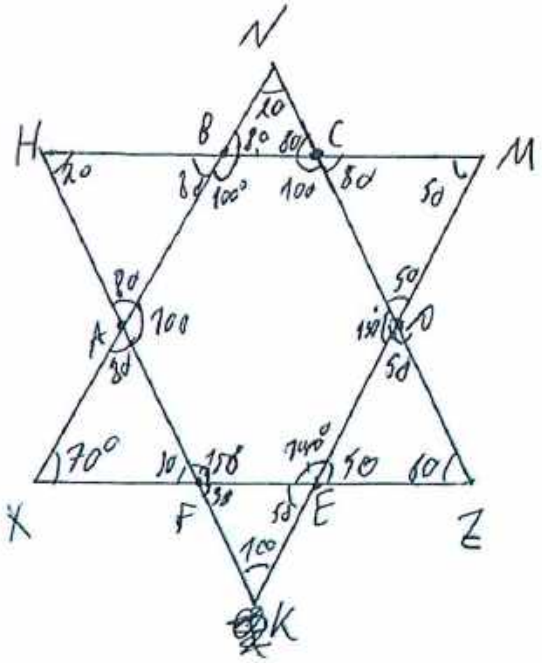
$$7 = tgx$$

$$x = arctg\,7 + \pi k;\ k \in \mathbb{Z}$$

т.к. $x \in (-\pi;\pi]$, тогда $x = arctg\,7$; $x = arctg\,7 - \pi$

Ответ: $x = arctg\,7$; $x = arctg\,7 - \pi$

№6



Решение:

$\triangle XNZ$ и $\triangle MHK$

$\angle BCN = \angle DCM$, $\angle MDC = \angle ZDE = 50$,

$\angle DEZ = \angle KEF = 50°$, $\angle KFE = \angle XFA = 30$,

$\angle XAF = \angle HAB = 80°$, $\angle HBA = \angle NBC = 80°$

– т.к. эти углы вв.

Верно ($\angle 1 = \angle 2$),

Ответ: $\angle BNC = 20°$, $\angle CMD = 50°$, $\angle EZD = 80°$, $\angle EKF = 100$,

$\angle FXA = 70°$, $\angle AHB = 20°$.

+ 05

№3

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1-3^k}{7^k} = \sum_{k=16}^{16^{2k}} \frac{(-1)^{k+1}}{1 \cdot 3^k} = \sum_{k=2}^{10} \frac{(-1)^k}{7^{2k}}$$

$a_n = (-1)^k \quad (-1)^{7-k}$

?

✓

0

8K

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МН-8410
(заполняется организатором)

Sk при $n=0$: $\frac{(-1)^{n}}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Докажем, что $b_n + b_{1-n} = (-1)^{n+1}$

$$\frac{(-1)^{n}}{1+2^{n}} + \frac{(-1)^{n-n+1}}{1+3^{-n}} = \frac{(-1)^{n+1}\cdot(1+3^{-n}) + (-1)^{1-n}(1+2^{n})}{(1+2^{n})(1+3^{-n})} =$$

$$= \frac{(-1)^{n+1}(1+3^{-n}) + 1 + 2^{n}}{(1+2^{n})(1+3^{-n})} = \frac{(-1)^{n+1}(1+3^{-n}) + (1+2^{n})}{(1+2^{n})(1+3^{-n})} = (-1)^{n+1}$$

$\Rightarrow$ 16 пар, которые дают $(-1)^{n+1}$ в сумме $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{16} (-1)^{n+1} = -1 \sum_{n=1}^{16} (-1)^{n} = (-1)(-8+8) = 0 \Rightarrow$$

остается только слагаемое $b_0 = \frac{(-1)}{2} = -\frac{1}{2}$

Ответ: $S_n = -\frac{1}{2}$

№ 4 ФГС

№ 8 нет

М11-348

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-848

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Самолет	0	Гурьянов	0	0
2	Бозуева	2	Зотикова	2	2
3	Александрович	12	Яшагина	12	12
4	Дубинский	0	Магомедов	0	0
5	Уразов	2	Яшагина	2	2
6	Оленов	3	Бурдин	3	3
7	Яшагина	0	Семенов	0	0
8	Клименов	0	Щанцов	0	0
ИТОГО					19

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-848

№3

$p(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$, где $\forall n \in \mathbb{N}$

$p(1)+p(2)+p(3)+\ldots\ldots+p(33)-?$

Пусть искомая сумма – S, тогда:

$$S=-\frac{3}{3+3^{17}}+\frac{3^2}{3^2+3^{17}}-\frac{3^3}{3^3+3^{17}}+\ldots\ldots+\frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}}-\frac{3^{33}}{3^{33}+3^{17}}=$$

$$=-\frac{3}{3(3^{16}+1)}+\frac{3^2}{3^2(3^{15}+1)}-\frac{3^3}{3^3(1+3^{14})}+\ldots+\frac{3^{17}\cdot 3^{15}}{3^{17}(3^{15}+1)}-\frac{3^{17}\cdot 3^{16}}{3^{17}(3^{16}+1)}=$$

$$=-\frac{1}{3^{16}+1}+\frac{1}{3^{15}+1}-\frac{1}{3^{14}+1}+\ldots+\frac{3^{15}}{3^{15}+1}-\frac{3^{16}}{3^{16}+1}.$$

Можно заметить, что слагаемые можно разбить на пары: $p(1)$ и $p(33)$, $p(2)$ и $p(32)$ и т. д.

Рассмотрим суммы таких пар:

1) для n вида $2k+1$ (кроме $n=17$):

$$-\frac{1}{3^{2k+1}+1}-\frac{3^{2k+1}}{3^{2k+1}+1}=$$

$$=-\left(\frac{3^{2k+1}}{3^{2k+1}+1}+\frac{1}{3^{2k+1}+1}\right)=-1$$

2) для n вида $2k$:

$$\frac{1}{3^{2k}+1}+\frac{3^{2k}}{3^{2k}+1}=\frac{3^{2k}+1}{3^{2k}+1}=1.$$

Без пары останется только $p(17)$, всего пар – 16

$$S=p(17)+8-8=p(17)=-\frac{3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{3^{17}}{2\cdot 3^{17}}=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ +

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-848

№ 5

Ограничения: $x \neq \frac{1}{3}$, $x \neq -2$

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$$

Пусть $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}$, $\beta = \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}$, тогда $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2x-1}{x+2}$ и $\operatorname{tg}\beta = \frac{x+3}{3x-1}$

Возьмем тангенс от обоих частей уравнения:

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \operatorname{tg}(x)$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1} = \operatorname{tg}x \cdot \left(1 - \frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1}\right)$$

$$\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+2)(x+3)}{(x+3)(3x-1)} = \operatorname{tg}x \cdot \left(\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}\right)$$

$$6x^2 - 2x - 3x + 1 + x^2 + 5x + 6 = \operatorname{tg}x \cdot \left((3x^2 - x + 6x - 2) - (2x^2 + 6x - x - 3)\right)$$

$$7x^2 + 7 = (x^2+1)\operatorname{tg}x$$

$$7(x^2+1) = (x^2+1)\cdot \operatorname{tg}x$$

$$\operatorname{tg}x = 7$$

$$x = \operatorname{arctg}7 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg}7 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$x = 0$

$x = -1$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ММ-841

№6

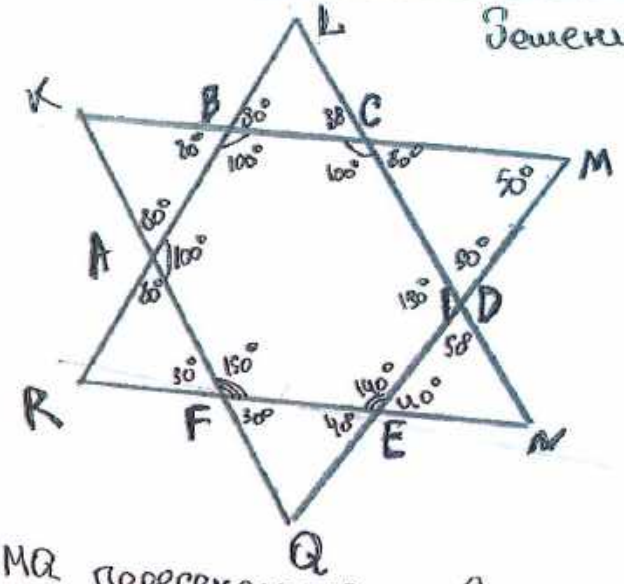
Дано:

$\angle A = \angle B = \angle C = 100°$

$\angle D = 130°$

$\angle E = 140°$

$\angle F = 150°$



Решение:

Пусть $\triangle RLN$ и $\triangle KMQ$ пересекаются по б-ти углынику ABCDEF.

1) Т.к. $A = 100°$, то $\angle RAF = \angle KAB = \frac{360° - 200°}{2} = 80°$, Аналогично с $\angle KBA = \angle LBC = 80°$ и $\angle LCB = \angle MCD = 80°$.

2) Т.к. $\angle D = 130°$, то $\angle MDC = \angle NDE = \frac{360° - 260°}{2} = 50°$

3) Т.к. $\angle E = 140°$, то $\angle DEN = \angle QEF = \frac{360° - 280°}{2} = 40°$

4) Т.к. $\angle F = 150°$, то $\angle EFQ = \angle AFR = 30°$.

5) Рассмотрим $\triangle KAB$: $\angle K = 180 - 160 = 20°$, Аналогично $\angle L = 20°$ и $\angle M = 50°$

6) Рассмотрим $\triangle DEN$: $\angle N = 180° - 90° = 90°$

7) Рассмотрим $\triangle EFQ$: $\angle Q = 180° - 30° - 40° = 110°$

8) Рассмотрим $\triangle ARF$: $\angle R = 180° - 110° = 70°$.

Итого: в $\triangle RLN$: углы $\angle R = 70°$; $\angle L = 20°$; $\angle N = 90°$

в $\triangle KMQ$: углы $\angle K = 20°$; $\angle M = 50°$; $\angle Q = 110°$.

Ответ: в 1: 70°; 20°; 90°

в 2: 20°; 50°; 110°.

+7

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-848

~7

$f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1 = k$ – производная функции – тангенс угла наклона касательной к графику $f(x)$.

Тогда, чтобы условие выполнялось, уравнение $3x^3 + 2bx + 1 - k = 0$ должно иметь два корня.

$g(x) = kx + l$ – касательная к $f(x)$.

такая, что имеет 2 точки касания к $f(x)$.

0б

~2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \ (1) \\ 4A + 3B \le 10 \ (2) \\ 7A + 4B \le 18 \ (3) \end{cases}$$

Рассмотрим (1) + (2) – (3):

$4B \le 3$

$B \le \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ max. значение $B = \frac{3}{4}$

Рассмотрим (1) + (2) + (3):

$14A + 12B \le 39$

$7A + 6B \le \frac{39}{2}$

$7A + 7B - B \le \frac{39}{2}$

~~$7(A+B) \le \frac{39}{2} - \frac{3}{4}$~~

~~$A + B \le$~~

$7(A+B) \le \frac{39}{2} + \frac{3}{4} = \frac{81}{4}$

$A + B \le \frac{81}{28} \Rightarrow$

$\Rightarrow \max(A+B) = \frac{81}{28}$

Ответ: $\frac{81}{28}$

ответ неверный

не доказано, что $A + B \le \frac{31}{11}$

2б

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) МИ-848

№1

Пусть n человек не говорят по Английски, и m человек не говорят по Французски. Тогда 0,04 n говорят по франц. и 0,2 m говорят по английски. Тогда 0,96 n не говорят по французски и 0,8 m не говорят по английски. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,96\,n = m \\ 0,8\,m = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,96 \cdot 0,8\,m = m \\ 0,8\,m = n \end{cases} \downarrow :$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{m}{n} = 0,96$$

Ответ: в 0,96 раз. ? (-) об.

№8 нет

№4 — нет.

М11-178

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1 (один)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11-178

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Калмыков	10	Гурьянова	10	10
2	Магомеров Р.М.	10	Сивцева С.В.	10	10
3	Маркова	12	Исаева	12	12
4	Кирсанова	0	Осипова	0	0
5	Борисова	2	Кремер	2	2
6	Кирсанова	0		0	0
7	Конов	0	Степанов	0	0
8	Я	0	Исаков	0	0
ИТОГО					34

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ММ-178
(заполняется организатором)

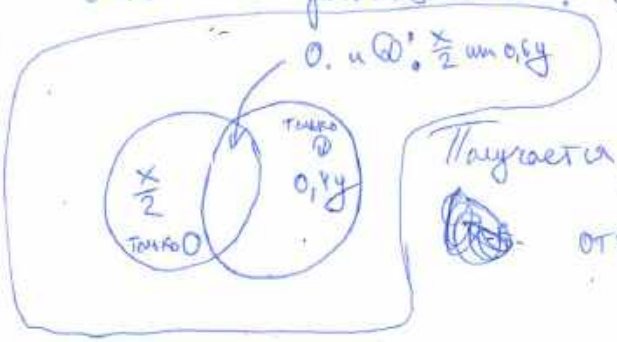
Задание 1.

Пусть студентов, которые занимаются только очно или очно и дист. x, а студентов, которые занимаются только дистанционно или очно и дистанционно — y. Тогда, среди обучающихся очно или очно и дист. половина учатся очно и дистанционно ($\frac{1}{2} \cdot x = \frac{x}{2}$ студентов), тогда только очно учатся $x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$ студентов.



Аналогично со кол-вом студентов, которые учатся дистанционно или очно и дистанционно: О. и Д. — $0{,}6y$

только Д. — $(1-0{,}6)y = 0{,}4y$.



Получается, что О. и Д. учатся $\frac{x}{2} = 0{,}6y$ студентов, отсюда получаем, что $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$ или $5x = 6y$ или $x = \frac{6}{5}y$.

Тогда студентов, которые учатся только очно $\frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5}y = \frac{6}{10}y$,

а всего студентов: $\frac{x}{2} + 0{,}6y + 0{,}4y = 0{,}6y + 0{,}6y + 0{,}4y = 1{,}6y$.

(т. О. ↑ $\frac{x}{2}$; О. и Д. ↑ $0{,}6y$; т. Д. ↑ $0{,}4y$)

Часть обучающихся только очно равна: $\frac{0{,}6y}{1{,}6y} = \frac{0{,}6}{1{,}6} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$. 10б.

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: ИДИ-178
(заполняется организатором)

Задание 2.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

$S = A+B \to$ min

~~[illegible]~~

Пусть $A+B=S$, тогда система из условия выглядит так:

$$\begin{cases} S+4B \geq 9 \ ① \\ 3S+B \geq 11 \ ② \\ 5S-2B \geq 11 \ ③, \end{cases}$$

• домножим ② нер-во на $2>0$ (знак не меняется):

$$\begin{cases} S+4B \geq 9 \ ④ \\ 6S+2B \geq 22 \ ⑤ \\ 5S-2B \geq 11 \ ⑥ \end{cases} \text{ и}$$

сложим ⑤ и ⑥ нер-ва: $11S+2B-2B \geq 33$, $11S \geq 33$, $S \geq \frac{33}{11} = 3$.

Получили оценку на S, при которой $S \geq 3$. Приведём пример для $S = A+B = 3$:

$A=1$, $B=2$:

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 & 1+5\cdot 2 = 11 \geq 9 \ ✓ \\ 3A+4B \geq 11 & 3+4\cdot 2 = 11 \geq 11 \ ✓ \\ 5A+3B \geq 11 & 5+3\cdot 2 = 11 \geq 11 \ ✓ \end{cases}$$

Все нер-ва системы выполняются при min возможном $S=3$ (из оценки)

Ответ: 3.

10 б

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 444-138
(заполняется организатором)

Задание 3.

$$p(n)=\frac{9^n}{9^n+9^{50}}$$

Найти:
$p(1)+p(2)+\ldots+p(99)=?$

Заметим, что для $n<50$ $p(n)$ равно:

- $p(n)=\frac{9^n}{9^n(1+9^{50-n})}=\frac{1}{1+9^{50-n}}$ $(n<50)$,

для $n=50$: $p(50)=\frac{9^{50}}{2\cdot 9^{50}}=\frac{1}{2}$, а

для $n>50$:

- $p(n)=\frac{9^n}{9^{50}(9^{n-50}+1)}=\frac{9^{50}\cdot 9^{n-50}}{9^{50}(9^{n-50}+1)}=\frac{9^{n-50}}{9^{n-50}+1}=$

$=1-\frac{1}{9^{n-50}+1}$

- Посчитаем, например, $p(1)+p(99)$:

$$\frac{1}{1+9^{50-1}}+1-\frac{1}{9^{99-50}+1}=1+\frac{9^{99-50}+1-1-9^{50-1}}{(1+9^{50-1})\cdot(1+9^{99-50})}=$$

$$=1+\frac{9^{49}+1-1+9^{49}}{(1+9^{49})(1+9^{49})}=1+0=1.$$

- Заметим, что для любого $k\in[1;49]$ $(k\in\mathbb{Z})$ сумма $p(k)+p(99-k)$ равна 1, а для $n=50$ $p(n)=\frac{1}{2}$. Получим, что сумма $p(1)+p(2)+\ldots+p(99)$ разбивается на 49 пар, сумма каждой из которых равна 1 и на $p(50)=\frac{1}{2}$, тогда

$$p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(99)=\overbrace{1\cdot 49}^{\text{пари}}+\underbrace{\frac{1}{2}}_{p(50)}=49{,}5.$$

Ответ: 49,5.

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 111-178
(заполняется организатором)

2 балла за наличие решения

Задание 5.

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$



Заметим, что $\forall\ t\ \operatorname{arcctg} t \in (0;\pi)$,
тогда сумма $2x\ \operatorname{arcctg} \in (0;2\pi) \Rightarrow x \in (0;2\pi)$ (если корни существуют)

Пусть $\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} = \alpha$, тогда $\alpha+\beta = x$

$\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = \beta$,

Заметим, что $\alpha = \operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg}\alpha)$, тогда удобно принять $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5x+3}{3x-5}$

$\beta = \operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg}\beta)$, $\operatorname{ctg}\beta = \frac{x-1}{x+1}$,

а $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, тогда $\begin{cases} 5x+3 = \cos\alpha \\ 3x-5 = \sin\alpha \\ x-1 = \cos\beta \\ x+1 = \sin\beta \end{cases}$, но не существует таких углов β, что $|\sin\beta - \cos\beta| = 2$, т.к.

Иначе такой случай $\begin{cases} \sin\beta = 1 \\ \cos\beta = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} \sin\beta = -1 \\ \cos\beta = 1 \end{cases}$ что невозможно

Это значит, что как минимум одного из углов α или β не может существовать (даже в случае переобозначения $\sin\beta$ и $\cos\beta$ модуль их разности не превышает 2, либо они ($\sin\beta$ или $\cos\beta$) будут принимать недопустимое значение ($|\sin\beta| > 1$ или $|\cos\beta| > 1$)) $\Rightarrow$

(* $\sqrt{2}$ – макс. допустимое значение модуля разности $\sin\gamma$ и $\cos\gamma$ одного угла γ, достигается при $\begin{cases} \sin\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ (при $\gamma = \frac{3\pi}{4}$, например))

$\Rightarrow$ решений у данного уравнения быть не может (по причине несуществования такого угла β).

Ответ: нет решений.

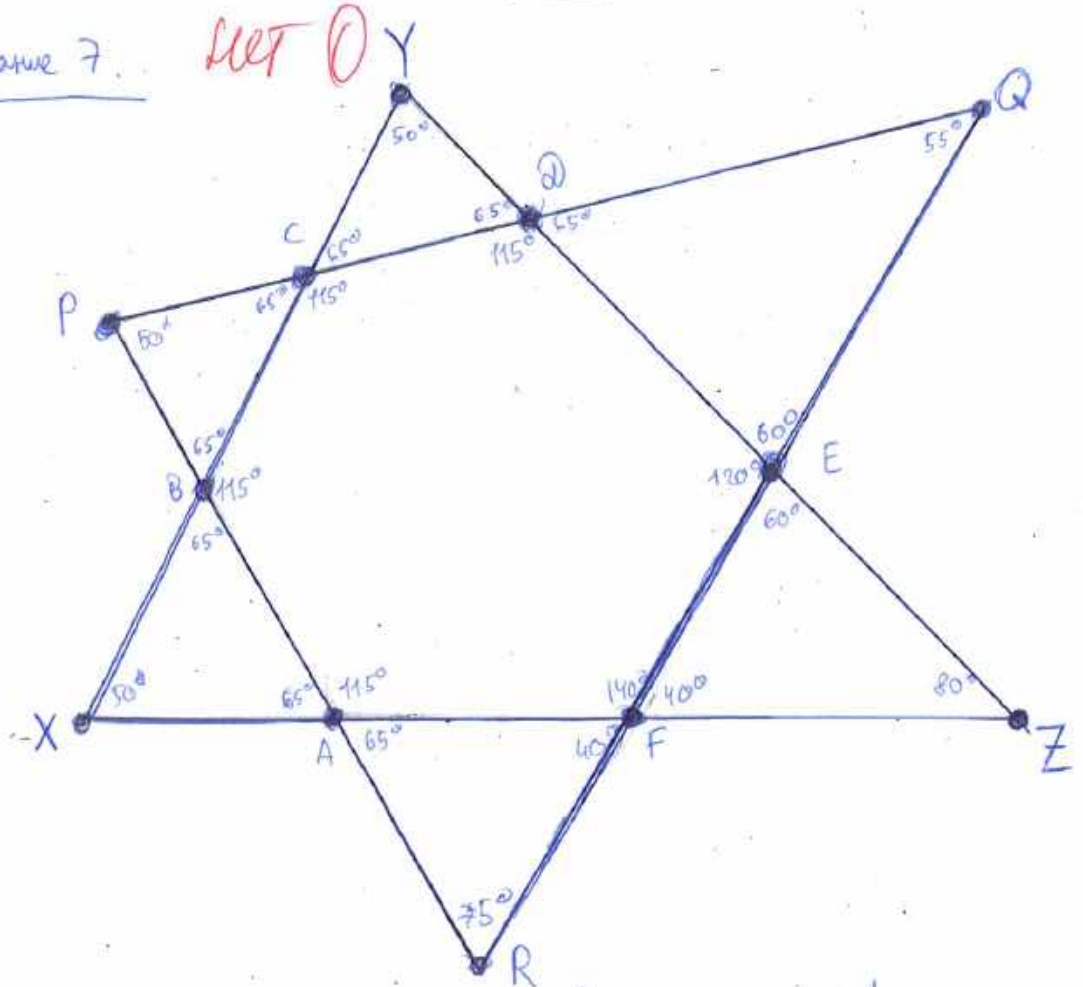
Неверно

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-178
(заполняется организатором)

Задание 7. Нет



1. Заметим, что пересечение двух треугольников по данному шестиугольнику единственно. Треугольники, которые пересекаются можно восстановить единственным образом и это будут $\triangle XYZ$ и $\triangle PQR$ (восстановливаем треугольники путём продления сторон ABCDEF до их пересечения в т. P, Q, R, X, Y, Z.

2. Тогда $\angle XAB = 180° - \angle BAF = 65°$
$\angle XBA = 180° - \angle B = 65°$
$\angle PCB = 180° - \angle C = 65°$
$\angle YDC = 180° - \angle D = 65°$
$\angle QED = 180° - \angle E = 60°$
$\angle ZFE = 180° - \angle F = 40°$
как смежные углы

$\angle RAF = \angle XBA = 65°$
$\angle PBC = \angle XBA = 65°$
$\angle YCD = \angle PCB = 65°$
$\angle QDE = \angle YDC = 65°$
$\angle ZEF = \angle QED = 60°$
$\angle AFR = \angle EFZ = 40°$
как вертикальные углы.

3. Тогда $\angle X = 180° - 65° \cdot 2 = 50°$
$\angle Y = 180° - 65° \cdot 2 = 50°$
$\angle Z = 180° - 60° - 40° = 80°$

$\angle P = 180° - 65° \cdot 2 = 50°$
$\angle Q = 180° - 65° - 60° = 55°$
$\angle R = 180° - 65° - 40° = 75°$

Ответ: $50°, 50°, 80°$
Ответ: $50°, 55°, 75°$

М11 - 741

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (второй)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-741

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Гисич	10	Уракаева	10	10
2	Гисич	0	Гоздева	0	0
3	Уракаева	12	Маркова	12	12
4	Гисич	0	Уракаева	0	0
5	Гисич	12	Уразов	12	12
6	Окунева	3	Грязнов	3	3
7	Гисич	0	Уракаева	0	0
8	Ткаченко	0	Цаунов	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-741

№3 Найдем сумму $P(n) + P(34-n)$, для всех натуральных $n \in [1;16]$.

$$P(n) + P(34-n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} + \frac{(-3)^{(34-n)}}{3^{(34-n)} + 3^{17}} =$$

$$= \frac{(-1)^n \cdot 3^n}{3^n + 3^{17}} + \frac{(-1)^{(34-n)} \cdot 3^{(34-n)}}{3^{(34-n)} + 3^{17}}$$

Заметим, что n и $(34-n)$ одной четности, тогда числа $(-1)^n$ и $(-1)^{(34-n)}$ равны.

Т.е. можем вынести из обоих слагаемых $(-1)^n$.

$$\frac{(-1)^n \cdot 3^n}{3^n + 3^{17}} + \frac{(-1)^n \cdot 3^{(34-n)}}{3^{(34-n)} + 3^{17}} = (-1)^n \left(\frac{3^n}{3^n + 3^{17}} + \frac{3^{(34-n)}}{3^{(34-n)} + 3^{17}} \right) =$$

$$= (-1)^n \left(\frac{3^n \left(3^{(34-n)} + 3^{17}\right) + 3^{(34-n)} \cdot \left(3^n + 3^{17}\right)}{\left(3^n + 3^{17}\right) \cdot \left(3^{(34-n)} + 3^{17}\right)} \right) =$$

$$= (-1)^n \cdot \frac{3^{34} + 3^{(n+17)} + 3^{34} + 3^{(51-n)}}{3^{34} + 3^{(17+n)} + 3^{(51-n)} + 3^{34}}$$. Можно заметить, что

$$\frac{3^{34} + 3^{(n+17)} + 3^{34} + 3^{(51-n)}}{3^{34} + 3^{(17+n)} + 3^{(51-n)} + 3^{34}} = 1.$$

Т.е. $P(n) + P(34-n) = (-1)^n$

$$\left(P(1) + P(33)\right) + \left(P(2) + P(32)\right) + \ldots + \left(P(16) + P(18)\right) + P(17) =$$

$$= \underbrace{(-1) + 1 - 1 + 1 \ldots + 1}_{\text{сумма} = 0} + P(17) = P(17) = \frac{-3^{17}}{3^{17} + 3^{17}} = -\frac{3^{17}}{2 \cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-741

№1 Пусть x - число людей не говорящих по-английски, а y - число людей не говорящих по-французски.

Тогда из условия следует, что $0{,}04x$ людей говорят по-французски, т.е. $0{,}96x$ людей не говорят по-французски (и по-английски).

Также из условия следует, что $0{,}2y$ людей говорят по-английски, т.е. $0{,}8y$ людей не говорят по-английски (и по-французски).

Значит с одной стороны число людей не говорящих по-английски и по-французски равно $0{,}96x$, а с другой $0{,}8y$. $\Rightarrow$ $0{,}96x = 0{,}8y$

Нужно найти во сколько раз число не говор. по-фран. больше чем число не говор. по-англ. т.е. нужно найти $\frac{y}{x}$

$0{,}96x = 0{,}8y \;/:x \;(x \neq 0)$

$0{,}96 = \frac{0{,}8y}{x} \;/:0{,}8$

$\frac{y}{x} = \frac{0{,}96}{0{,}8} = \frac{96}{80} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

Ответ: в 1,2 р.

+

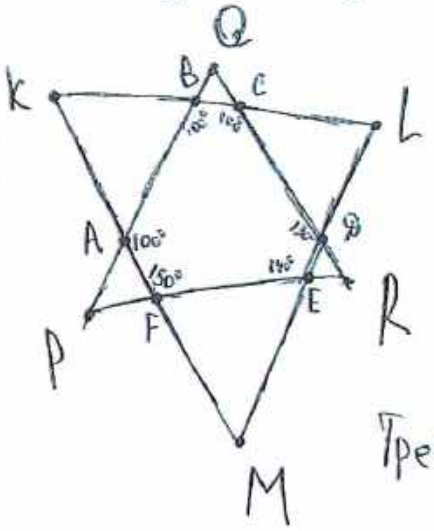
Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-741

№ 6 Пусть исходные треуг. это $\triangle PQR$ и $\triangle KLM$

1-ый случай



Понятно что:

т. K, B, C, L лежат на одной прямой

т. K, A, F, M лежат на одной прямой

т. M, E, D, L лежат на одной прямой

т. P, A, B, Q лежат на одной прямой

т. Q, C, D, R лежат на одной прямой

т. P, F, E, R лежат на одй прямой.

Треб-ся найти $\angle K, \angle L, \angle M$
$\angle P, \angle Q, \angle R$

$\angle KBA = 180° - \angle ABC = 80°$
$\angle KAB = 180° - \angle BAC = 80°$ (смежные углы)
$\angle K = 180° - \angle KAB - \angle KBA = 180° - 80° - 80° = 20°$ (сумма углов $\triangle$ равна 180°)

$\angle QBC = 180° - \angle ABC = 80°$
$\angle QCB = 180° - \angle BCD = 80°$ (смежные углы)
$\angle Q = 180° - \angle QBC - \angle QCB = 180° - 80° - 80° = 20°$ (сумма углов $\triangle$ равна 180°)

$\angle LCD = 180° - \angle BCD = 80°$
$\angle LDC = 180° - \angle CDE = 50°$ (смежные углы)
$\angle L = 180° - \angle LCD - \angle LDC = 180° - 80° - 50° = 50°$ (сумма углов $\triangle$ равна 180°)

$\angle RDE = 180° - \angle CDE = 50°$
$\angle RED = 180° - \angle FED = 40°$ (смежные углы)
$\angle R = 180° - \angle RED - \angle RDE = 180° - 40° - 50° = 90°$ (сумма углов $\triangle$ равна 180°)

$\angle MFE = 180° - 150° = 30°$ (смежные углы)
$\angle FEM = 180° - 140° = 40°$
$\angle M = 180° - \angle MFE - \angle FEM = 180° - 30° - 40° = 110°$ (сумма углов $\triangle$ равна 180°)

$\angle PAF = 180° - 100° = 80°$ (смежные углы)
$\angle PFA = 180° - 150° = 30°$
$\angle P = 180° - \angle PAF - \angle PFA = 180° - 80° - 30° = 70°$

В таком случае $\triangle PQR$ имеет углы 70°; 20°; 90°
а $\triangle KLM$: 20°; 50°; 110°

+ 35

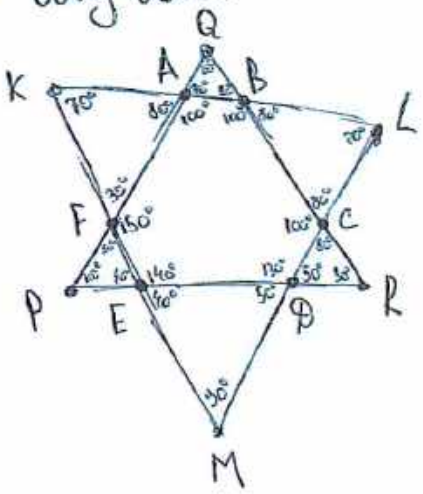
Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-741

N6 (Продолжение)

2ой случай



в втором случае углы ΔKLM (из первого случая) поменяются с углами ΔPQR (из первого сл.) т.е. ответ не изменится

Ответ: 1ый Δ: 70°; 20°; 90°.

2ой Δ: 20°; 50°; 110°.

Сеел

N5

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

$\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x \in (-\pi;\pi)$

$\operatorname{arctg}a + \operatorname{arctg}b = \operatorname{arctg}\frac{a+b}{1-ab}$

+

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = \operatorname{arctg}\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}} =$

$= \operatorname{arctg}\frac{\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{(3x-1)(x+2)}}{\frac{3x^2-5x-2-2x^2-5x+3}{(3x-1)(x+2)}} = \operatorname{arctg}\frac{7x^2+7}{x^2+1} = \operatorname{arctg}7$

$x = \operatorname{arctg}(7)$ т.к. $x \in (-\pi;\pi)$, то $x = \operatorname{arctg}(7) - \pi$

Ответ: $x = \operatorname{arctg}(7)$

$x = \operatorname{arctg}(7) - \pi$

Бланк ответа 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-741

№2

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \quad (\cdot 2) \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$ → $11A+11B \le 31$; $A+B \le \frac{31}{11} = 2.818\ldots$

$\begin{cases} 3A+3B \le 11-2B \\ 3A+3B \le 10-A \\ 4A+4B \le 18-3A \end{cases}$, умножим обе части 1-го неравенства на 2

$\begin{cases} 6A+6B \le 22-4B \\ 3A+3B \le 10-A \\ 4A+4B \le 18-3A \end{cases}$,

Сложим все 3 нер-ва и получим:

$13A+13B \le 50-4A-4B$

$17A+17B \le 50 \quad /:17$

$A+B \le \frac{50}{17} = 2.941\ldots$

Решение не найдено

Ответ: наибольшее знач. выраж. $(A+B) = \frac{50}{17}$

№7 Можно рассмотреть производную $f(x)$ и найти такие x_1 и x_2 что $f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1) = f'(x_2)(x-x_2)+f(x_2)$ равны (это уравнение касат. к гр. $f(x)$ в точках $x_{1,2}$.

№8 нет

А11-814

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-814

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	[illegible]	10	Ананьева И.Г	10	10
2	Гоздева	6	Зайцев	6	6
3	Маркова	12	Уланова	12	12
4	[illegible]	12	Липачка	12	12
5	Кравцо	0	Борисов	0	0
6	Олехова	3	Грудцев	3	3
7	Поповалова	0	Липачка	0	0
8	Пелипенко	0	Шаршов	0	0
ИТОГО					37

Бланк ответа №1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МП-ДИ4

(заполняется организатором)

Задание 1.

Вид образования → / Кол-во учеников →	(Только) Очно	Очно + Очно-заочно	(только) Заочно
	x	y	z

$50\%(x+y) = y \Rightarrow 0{,}5x = 0{,}5y \Rightarrow x = y$

$60\%(y+z) = y \Rightarrow 0{,}6z = 0{,}4y \Rightarrow z = \frac{2}{3}y$

$$\eta = \frac{x}{x+y+z} = \frac{y}{2y+\frac{2}{3}y} = \frac{y}{\frac{8}{3}y} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$$

Ответ: 37,5% или $\frac{3}{8}$. +10

Задание 2.

$\min(A+B) = X$ – ?

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \text{ЗП:} \begin{cases} X+4B \geq 9 \\ 3X+B \geq 11 \\ 5X-2B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X \geq 9-4B & 1 \\ X \geq \frac{11-B}{3} & 2 \\ X \geq \frac{11+2B}{5} & 3 \end{cases}$$

1 ∀ 2: $9-4B \;\forall\; \frac{11-B}{3}$; $27-12B \;\forall\; 11-B$; $16 \;\forall\; 11B$; $\frac{16}{11} \;\forall\; B$

2 ∀ 3: $\frac{11-B}{3} \;\forall\; \frac{11+2B}{5}$; $55-5B \;\forall\; 33+6B$; $22 \;\forall\; 11B$; $2 \;\forall\; B$

1 ∀ 3: $\frac{11+2B}{5} \;\forall\; 9-4B$; $11+2B \;\forall\; 45-20B$; $22B \;\forall\; 34$; $B \;\forall\; \frac{17}{11}$

B	1	2	3
$\frac{16}{11}$	$9-\frac{4\cdot16}{11} = \frac{99-64}{11} = \frac{35}{11}$ (3 2/11)	$\frac{11-2}{3} = 3$	$\frac{11+2\cdot2}{5} = 3$
2	$9-4\cdot2 = 1$		

– не подходит

не доказано что $A+B \geq 3$

Смотрим какое нер-во задает X при разных B:

1 | 2 | 2 | 3

$1 \geq 3$ | $1 \geq 1$ | $2 \geq 3$ | $3 \geq 1$

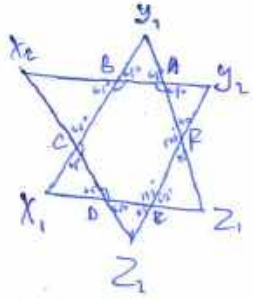
$\frac{16}{11}$ | $\frac{17}{4}$ | 2 | B

$\frac{16}{11}$ – точка пересечения

Ответ: 3.

6б

Задание 6.



Сумма смежных углов = 180°, сумма углов Δ = 180°

Рис. $\Rightarrow \angle X_1, Y_1, Z_1 = 50°, 50°, 80°$; $\angle X_2, Y_2, Z_2 = 50°, 75°, 55°$

Ответ: 50°, 50°, 80°; 50°, 75°, 55°. 3б

Задание 3.

$$S = \frac{9}{9+9^{50}} + \frac{9^2}{9^2+9^{50}} + \ldots + \frac{9^{49}}{9^{49}+9^{50}} + \frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}} + \frac{9^{51}}{9^{51}+9^{50}} + \ldots + \frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}} =$$

$$= \frac{1}{1+9^{49}} + \ldots + \frac{1}{1+9} + \frac{1}{2} + \frac{9^1}{9+1} + \ldots + \frac{9^{49}}{9^{49}+1} = 49\frac{1}{2} = 49{,}5$$

Ответ: 49,5.

Задание 5.

Бланк ответа №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: 411-814
(заполняется организатором)

Задание 4.

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$

Нужна как в 2-м задании графика, $\Rightarrow k_1 = k_2$, $x_1 \neq x_2$

коэффициент касательной $\rightarrow k = f'(x) = 4ax^3 + 2x + 1$

$k' = 12ax^2 + 2 = 0$

$x^2 = -\frac{1}{6a}$ — т. перегиба.

$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1}{-6a}} \Rightarrow a < 0$

Нужен не подходит

Нужен перегиб

$\Rightarrow k_1 = 4a\left(\sqrt{\frac{1}{-6a}}\right)^3 + 2\sqrt{\frac{1}{-6a}} + 1 \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{1}{6a}}$; $x_2 =$

$k_2 = -4a\left(\sqrt{\frac{1}{-6a}}\right)^3 + 2\sqrt{\frac{1}{-6a}} + 1 \Rightarrow x_1' = -\sqrt{\frac{1}{-6a}}$

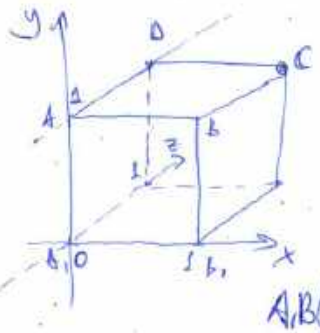
$b = y - kx = f(x) - kx$

Об.

Ответа нет.

№8 нов

Задание 4.



Ур-ие сферы:

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$

Введем ПДСК (на рисунке)

$(1 - x_0)^2 + (1 - y_0)^2 + (1 - z_0)^2 = r^2$

Если сфера касается прямой, то имеет с ней ровно 1 общую точку.

$AB_1(X)$: $y = 0$, $z = 0$, $x \in \mathbb{R}$ $\quad y_0^2 + z_0^2 + (x - x_0)^2 = r^2 \Rightarrow \exists!$ корень $x \Rightarrow x = x_0$, $y_0^2 + z_0^2 = r^2$

$AA_1(y)$: $x = 0$, $z = 0$, $y \in \mathbb{R}$ $\quad x_0^2 + y_0^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \Rightarrow x_0^2 + z_0^2 = r^2$, $y = y_0$

AD: $x = 0$, $y = 1$, $z \in \mathbb{R}$ $\quad x_0^2 + (1 - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2 \Rightarrow x_0^2 + (1 - y_0)^2 = r^2$, $z = z_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1 - x_0)^2 + (1 - y_0)^2 + (1 - z_0)^2 = r^2 \\ y_0^2 + z_0^2 = r^2 \\ x_0^2 + z_0^2 = r^2 \\ x_0^2 + (1 - y_0)^2 = r^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1 - x_0)^2 - x_0^2 + (1 - z_0)^2 = 0 \\ x_0^2 + z_0^2 = r^2 \end{cases} \begin{cases} y_0^2 = x_0^2 \\ r^2 = y_0^2 + (y_0 - 1)^2 \\ z_0^2 = (y_0 - 5)^2 \end{cases}$$

$y_0^2 - 2x_0 + 1 + (y_0 - 5)^2 + (1 - z_0)^2 = y_0^2 + (y_0 - 5)^2$

$z_0^2 - 2z_0 - 2x_0 + 2 = 0$

$(y_0 - 3)^2 - 2(\pm(y_0 - 5) \pm y_0) + 2 = 0$

$\Rightarrow r = 1;\ \sqrt{42};\ \sqrt{5}$

4) $--$: $(y_0 - 3)^2 - 2(-2y_0 + 1) + 2 = 0$, $y_0^2 + 2y_0 + 1 - 2 + 2 = 0$, $(y_0 + 1)^2 = 0$, $y_0 = -2$

1) $++$: $(y_0 - 3)^2 - 2(2y_0 - 5) + 2 = 0$, $y_0^2 - 6y_0 + 9 = 0$, $(y_0 - 3)^2 = 0$, $y_0 = 3$

2) $+-$: $(y_0 - 3)^2 + 2 - 2(6 - 3y_0) = 0$

3) $-+$: $(y_0 - 5)^2 + 2 - 2(y_0 + y_0) = 0$, $y_0 = 1$

Ответ: $1;\ \sqrt{5};\ \sqrt{42}$.

+ 12

М 11 – 193

Код участника
(заполняется организатором)

Выход 11 33
Вход 11 37
Выход 13 21
Вход 13 25

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 – 193

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Жалилова	0	Гурьянова	0	0
2	Магомедов	10	Савина	10	10
3	Иванова	12	Марков	12	12
4	Дубинский	0 (опс.)	Иванова	0	0
5	Волкова	12	Кремер	12	12
6	Орехов	0	Берзин	0	0
7	Никанкина	0	Степанов	0	0
8	Шамков	0	Гнеушев	0	0
ИТОГО					34

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима: Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организаторов) Мм-193

N3

$$p(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$$

Рассмотрим $n=17+k$, $n=17-k$, где k - четное, целое, положительное;

$$p(17+k)=\frac{(-3)^{17+k}}{3^{17+k}+3^{17}}=-\frac{3^k}{3^k+1}$$

$$p(17-k)=\frac{(-3)^{17-k}}{3^{17-k}+3^{17}}=\frac{-3^{17}\cdot 3^{-k}}{3^{17}(3^{-k}+1)}=-\frac{3^{-k}}{3^{-k}+1}$$

$$p(17+k)+p(17-k)=-\left(\frac{3^k}{3^k+1}+\frac{3^{-k}}{3^{-k}+1}\right)=-\left(\frac{2+3^{-k}+3^k}{2+3^{-k}+3^k}\right)=-1$$

Рассмотрим $n=17+m$, $17=17-m$, где m - нечетное целое положительное:

$$p(17+m)=\frac{(-3)^{17+m}}{3^{17+m}+3^{17}}=\frac{3^{17}\cdot 3^m}{3^{17}(3^m+1)}=\frac{3^m}{3^m+1}$$

$$p(17-m)=\frac{(-3)^{17-m}}{3^{17-m}+3^{17}}=\frac{3^{17}\cdot 3^{-m}}{3^{17}(3^{-m}+1)}=\frac{3^{-m}}{3^{-m}+1}$$

$$p(17+m)+p(17-m)=\frac{3^m}{3^m+1}+\frac{3^{-m}}{3^{-m}+1}=\frac{2+3^{-m}+3^m}{2+3^m+3^m}=1$$

Из этого следует, что:

$$p(1)+p(2)+p(3)\dots p(33)=\underbrace{p(1)+p(33)}_{1}+\underbrace{p(2)+p(32)}_{1}\dots\underbrace{p(15)+p(19)}_{-1}+\underbrace{p(16)+p(18)}_{1}+p(17)$$

$$=0+p(17)=p(17)=\frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=-\frac{1}{2}$$

т.к. в пар 16 штук, то все -1 и 1 сократились.

Ответ: $-\frac{1}{2}$

1

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МП – 193

N5

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$ (*): $x\neq -2$ $x\neq \frac{1}{3}$

$-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arctg}\alpha<\frac{\pi}{2}$

$-\pi<x<\pi$

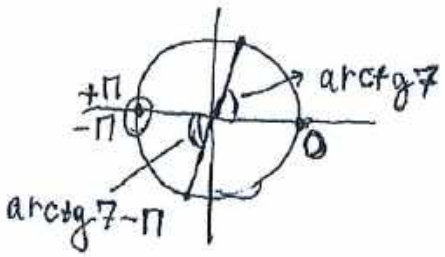
$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{x-1}\right)=\operatorname{tg}x$

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{x-1}\right)$

$\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}=\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=$

$=\frac{7x^2+7}{(x+2)(3x-1)}\cdot\frac{(x+2)(3x-1)}{x^2+1}=7$

$\operatorname{tg}x=7 \Rightarrow x=\operatorname{arctg}7+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$



$0<\operatorname{arctg}7<\frac{\pi}{2}$

$k=1$: $\operatorname{arctg}7+\pi>\pi$ – не подх.

$k=0$: $\operatorname{arctg}7<\pi$ – подх.

$k=-1$: $\operatorname{arctg}7-\pi<\pi$ – подх.

$k=-2$: $\operatorname{arctg}7-2\pi<-\pi$ – не подх.

Ответ: $\operatorname{arctg}7;\ \operatorname{arctg}7-\pi$

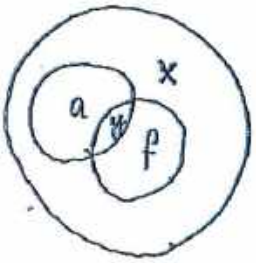
12

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима: Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-193

N1



x - кол-во людей не говорящих ни на одном языке.

a - говорящие на англ.

f - говорящие на франц.

y - говорящие на обоих языках.

$$\begin{cases} (x+f-y)\cdot 0{,}04 = f \\ (x+a-y)\cdot 0{,}2 = a \end{cases}$$

$(x+y)\,0{,}04 = 0{,}96f$

$(x-y)\cdot 0{,}2 = 0{,}8a$ ÷

$5 = \frac{5}{6}\frac{a}{f}$

$6 = \frac{a}{f}$

$x+a-y$ - число людей не говорящих на франц. – (0б)

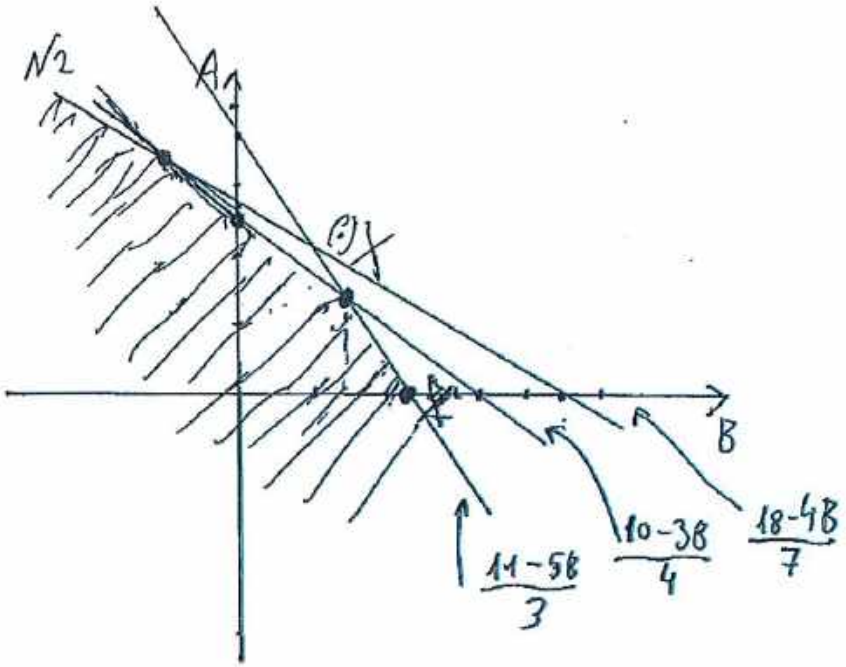
$x+f-y$ - число людей не говорящих на англ.

$\frac{x-y+a}{x-y+f} = ?$

N2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B \le 10 \\ 7A+4B \le 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \le \frac{11-5B}{3} & \begin{array}{c|cc} B & \frac{11}{5} & 0 \\ A & 0 & \frac{11}{3} \end{array} \\ A \le \frac{10-3B}{4} & \begin{array}{c|cc} B & \frac{10}{3} & 0 \\ A & 0 & \frac{5}{2} \end{array} \\ A = \frac{18-4B}{7} & \begin{array}{c|cc} B & \frac{9}{2} & 0 \\ A & 0 & \frac{18}{7} \end{array} \end{cases}$$



Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Ми-193.

Продолжение №2:

Т.к. при $B<0$, сумма будет уменьшаться, т.к. коэф-циенты к перед. числа: $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{4}{7}$, то B будет уменьшаться быстрее чем расти $A(|k|<1)$.

$X(\cdot)X$ – пересечение $^{(1)}\frac{11-5B}{3}$ и $^{(2)}\frac{10-3B}{4}$, т.к. у графика (1) $|k|>1$, то максимальная сумма коэф-нат будет при уменьшении B, то есть в точке X.

$\frac{11-5B}{3}=\frac{10-3B}{4}$ $44-20B=30-9B$

$11B=14$

$B=\frac{14}{11}$

$A\left(\frac{14}{11}\right)=\frac{11-5\cdot\frac{14}{11}}{3}=\frac{11-\frac{70}{11}}{3}=\frac{51}{33}=\frac{17}{11}$

$A+B=\frac{14}{11}+\frac{17}{11}=\frac{31}{11}$ 10б

№4-отсут.

Ответ: $\frac{31}{11}$

№4

$f(x)=x^4+bx^2+x$

$y=f'(x_0)+f(x_0)(x-x_0)$ – ур-е касательной к графику.

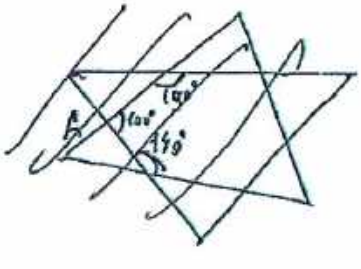
$f'(x)=4x^3+2bx+1$

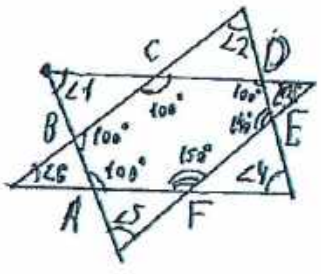
$y=4x_0^3+2bx_0+1+(x_0^4+bx_0^2+x_0)(x-x_0)$

$4x_0^3+2bx_0+1+Xx_0^4-x_0^5+bx_0^2x-bx_0^3+x_0x-x_0^2=x^4+bx^2+x$ – должно иметь 2 корня относительно x

0б

№6





$\angle 1=180°-2\angle(180-\angle B)=20°$

аналогично:

$\angle 2=20°$

$\angle 3=20°$

$\angle 6=20°$

(накрест лежащие и сумма углов Δ $180°$)

$\angle 4=180-2\angle(180-\angle E)-(180-\angle F)=110°$

$\angle 5=180-\angle(180-\angle A)-(180-\angle F)=70°$

Ответ: $20°;110°;20°;20°;20°;70°$

0б. №8 нет

М11-393

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 – 893

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалядин	10	Гурьянова	10	10
2	Зайцева	10	Гоззаев	10	10
3	Чистя	12	Иванова	12	12
4	Иванова	0	Малолетов	0	0
5	Угрозов	0	Волкова	0	0
6	Ольхова	3	Липагина	3	3
7	Степанян	0	Липагина	0	0
8	Пелипенко	0	Щегорцов	0	0
ИТОГО					35

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима: Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) И 11 - 893

№2 (часть 1, продолжение на ал. странице)

1) пусть $A+B=S$, тогда $B=S-A$ и тогда:

$$\begin{cases} 3A+5B\le 11 \\ 4A+3B\le 10 \\ 7A+4B\le 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3A+5(S-A)\le 11 \\ 4A+3(S-A)\le 10 \\ 7A+4(S-A)\le 18 \end{cases} \quad \begin{cases} 5S\le 11+2A \\ 3S\le 10-A \\ 4S\le 18-3A \end{cases}$$

$$\begin{cases} S\le \frac{11+2A}{5} \\ S\le \frac{10-A}{3} \\ S\le \frac{18-3A}{4} \end{cases}$$

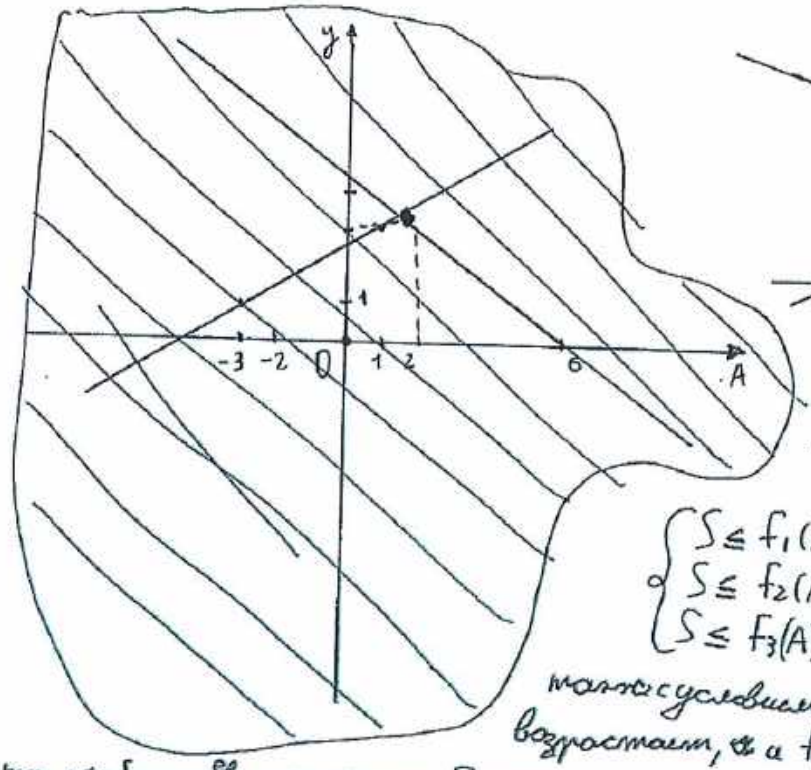
2) пусть $f_1(A)=\frac{11+2A}{5}$; $f_2(A)=\frac{10-A}{3}$; $f_3(A)=\frac{18-3A}{4}$ - все эти функции линейны ⇒ достаточно 2х точек, чтобы их изобразить на координатной плоскости AOy. Изобразим их:

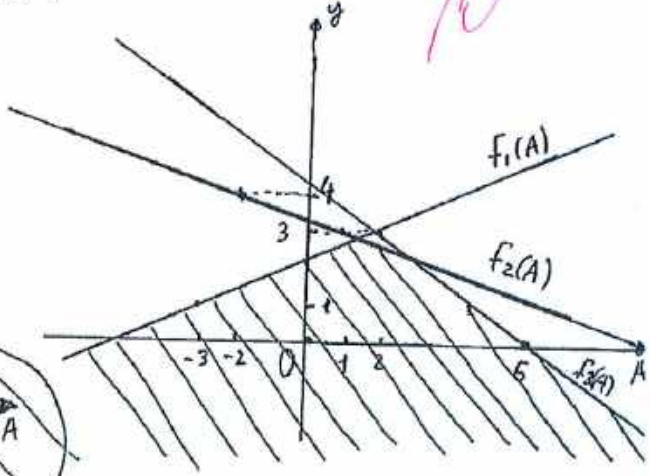
A	-3	2
$f_1(A)$	1	3

A	-2	1
$f_2(A)$	4	3

A	2	6
$f_3(A)$	3	0

10





Из п.1) следует, что

$$\begin{cases} S\le f_1(A) \\ S\le f_2(A) \\ S\le f_3(A) \end{cases}$$

С учетом изображения графиков функций на координатной плоскости, а также с условием того, что $f_1(A)$ все монотонно возрастает, а $f_2(A)$ и $f_3(A)$ монотонно убывают, то наибольшее ее значение S может принимать при таком A, при котором $f_2(A)\cap f_1(A)$ (более левая т.) или при котором $f_2(A)\cap f_3(A)$ (более правая т.) и т.к. $f_2(A)$ монотонно убывает, то б'ольшее значение будет при $f_2(A)\cap f_1(A)$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима: Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-893

№2 (продолжение)

3) Найдём A, при которых $f_1(A) \wedge f_2(A)$, тогда:

$f_1(A) = f_2(A) \Rightarrow \frac{11+2A}{5} = \frac{10-A}{3} \Rightarrow 33+6A = 50-5A \Rightarrow$

$\Rightarrow 11A = 17 \Rightarrow A = \frac{17}{11}$ – A, при которых S – наибольшее.

$S \le f_1(A) \Rightarrow S \le \frac{11+2\cdot\frac{17}{11}}{5} = \frac{\frac{34}{11}+\frac{121}{11}}{5} = \frac{\frac{155}{11}}{5} = \frac{31}{11}$

4) Из п. 3) следует, что $S_{max} = \frac{31}{11}$ при $A = \frac{17}{11}$, а при них $B = \frac{31}{11} - \frac{17}{11} = \frac{14}{11}$.

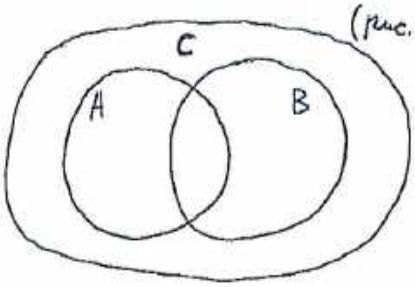
5) проверка:

$$\begin{cases} 3\cdot\frac{17}{11}+5\cdot\frac{14}{11} = \frac{121}{11} = 11 \le 11 \\ 4\cdot\frac{17}{11}+3\cdot\frac{14}{11} = \frac{110}{11} = 10 \le 10 \\ 7\cdot\frac{17}{11}+4\cdot\frac{14}{11} = \frac{175}{11} \le \frac{11\cdot 18}{11} = 18 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ всё подходит, наибольшее значение $A+B = \frac{31}{11}$

Ответ: наибольшее значение $A+B = \frac{31}{11}$

№1



(рис. 1)

1) Изобразим условия, пусть множество A – первый круг – люди, говорящие по-английски, множество B – второй круг – люди, говорящие по-французски, тогда множество $A \wedge B$ – люди, говорящие и по-английски, и по-французски. А множество C, в которое не входят ни A ни B – люди – не говорящие ни по-английски, ни по-французски.

2) Из условий следует, что если $C + B - (A \wedge B) = x$, то $B - (A \wedge B) = 0{,}04x \Rightarrow$ тогда $C = x - 0{,}04x = 0{,}96x$.

Также из условий следует, что если $C + A - (A \wedge B) = y$, то $(A - (A \wedge B)) = 0{,}2y \Rightarrow$

$\Rightarrow C = y - 0{,}2y = 0{,}8y$.

3) Согласно условиям требуется найти: $\frac{C + A - (A \wedge B)}{C + B - (A \wedge B)}$ Из п. 2) следует, что это равно $\frac{y}{x}$.

4) Из п. 2) следует, что $C = 0{,}96x = 0{,}8y \Rightarrow 96x = 80y \Rightarrow 96 = 80\cdot\frac{y}{x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{96}{80} = \frac{6}{5} = 1{,}2 \Rightarrow$ людей, не говорящих по-французски больше числа людей, не говорящих по-английски в 1,2 раза.

Ответ: в 1,2 раза

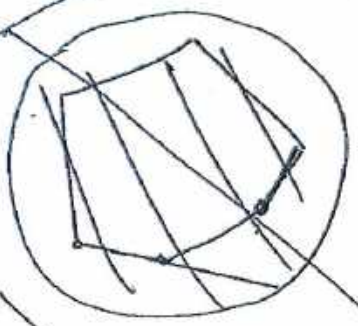
(+) 100.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-893

№6



1) продлим стороны шестиугольника:

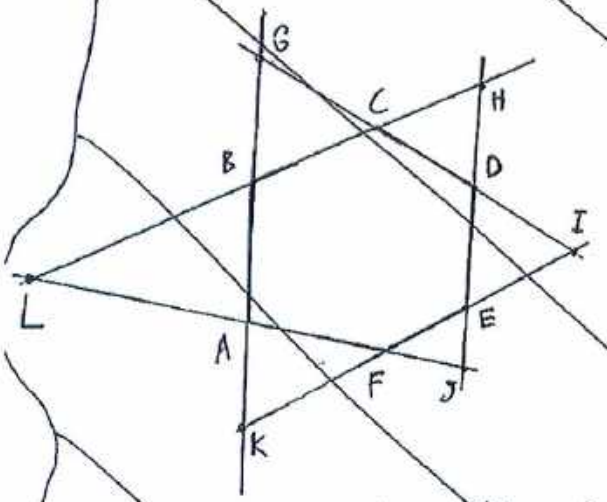
~~(AB) ∩ (BC) = т. G; (BC) ∩ (CD) = т.~~

(AB) ∩ (CD) = т. G; (BC) ∩ (DE) = т. H;

(CD) ∩ (EF) = т. I; (DE) ∩ (FA) = т. J;

(EF) ∩ (AB) = т. K; (FA) ∩ (BC) = т. L.

в △ GKI и △ LHJ - искомые △-и, которые пересекались



2) ∠G = 180° − ∠GBC − ∠GCB = (по ~~= 180°~~ сумме углов △-а) =

= 180° − (180° − ∠ABC) (смежные ∠GBC и ∠ABC - смежные),

− (180° − ∠BCD) (∠BCD и ∠GCB - смежные) =

= 180° − 180° + ∠ABC − 180° + ∠BCD =

= ∠ABC + ∠BCD − 180° = 100° + 100° − 180° = 20°

3) аналогично п.2): ∠H = ∠BCD + ∠CDE − 180° = 100° + 100° − 180° = 20°

∠I = ∠CDE + ∠DEF − 180° = 100° + 140° − 180° = 60°

∠J = ∠DEF + ∠EFA − 180° = 140° + 150° − 180° = 110°

∠K = ∠EFA + ∠FAB − 180° = 150° + 100° − 180° = 70°

∠L = ∠FAB + ∠ABC − 180° = 100° + 100° − 180° = 20°

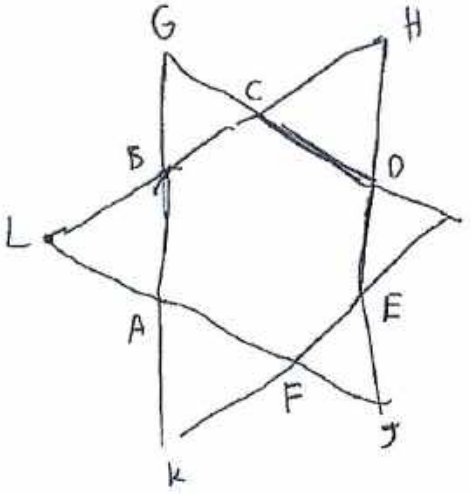
4) из п.2) ан. 3) получаем, что в △ GKI: ∠G = 20°, ∠K = 70°, ∠I =

Дополнительный бланк №
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-893

№6

1) Сумма углов в выпуклом 6-угольнике равна 720°, однако сумма углов шестиугольника ABCDEF = 100°·4 + 140° + 150° = = 690° ⇒ ABCDEF – невыпуклый, однако сумма внутренних углов в любом 6-угольнике



1) продлим стороны 6-угольника:
(AB)∩(CD)=т. G; (BC)∩(DE)=т. H,
(CD)∩(EF)=т. I; (DE)∩(FA)=т. J;
(EF)∩(AB)=т. K; (FA)∩(BC)=т. L.
△GKI и △LHJ – искомые Δ-и, которые пересекись.

2) рассмотрим ∠G:
∠G + ∠GBC + ∠GCB = 180° (сумма углов Δ-а)
∠GCB + ∠BCD = 180° – смежные
∠GBC + ∠ABC = 180° – смежные
тогда ∠G = 180° − ∠GBC − ∠GCB = 180° − (180° − ∠ABC) − (180° − ∠BCD) = = ∠ABC + ∠BCD − 180° = 100° + 100° − 180° = 20°

3) аналогично п.2) ∠H = ∠BCD + ∠CDE − 180° = 100° + 130° − 180° = 50°
∠I = ∠CDE + ∠DEF − 180° = 130° + 140° − 180° = 90°
∠J = ∠DEE + ∠EFA − 180° = 140° + 150° − 180° = 110°
∠K = ∠EFA + ∠FAB − 180° = 150° + 100° − 180° = 70°
∠L = ∠FAB + ∠ABC − 180° = 100° + 100° − 180° = 20°

4) из п. 2) и п. 3) следует, что в △GKI: ∠G = 20°, ∠K = 70°, ∠I = 90°, сумма углов Δ-а = 180° – сходится; в △LHJ: ∠L = 20°; ∠H = 50°, ∠J = 110°, сумма углов Δ-а = 180° – сходится.

Ответ: углы первого Δ-а: 20°; 70°; 90°
углы другого Δ-а: 20°; 50°; 110°

+ 35

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-893

N3

1) рассмотрим $p(x) + p(34-x)$, где $x \in \mathbb{N}$, $x \le 15$, x - нечетное, тогда:

$$p(x)+p(34-x) = \frac{(-3)^x}{3^x+3^{17}} + \frac{(-3)^{34-x}}{3^{34-x}+3^{17}} = -\frac{3^x}{3^x+3^{17}} - \frac{3^{34-x}}{3^{34-x}+3^{17}} =$$

$$= -\left(\frac{1}{1+3^{17-x}} + \frac{1}{1+3^{-17+x}}\right) =$$

$$= -\left(\frac{1+3^{17-x}+1+3^{-17+x}}{(1+3^{17-x})(1+3^{-17+x})}\right) =$$

$$= -\frac{2+3^{17-x}+3^{-17+x}}{1+3^{17-x}+3^{-17+x}+\underbrace{3^{(17-x)-17+x}}_{=3^0=1}} = -\frac{2+3^{17-x}+3^{-17+x}}{2+3^{17-x}+3^{-17+x}} = -1$$

2) рассмотрим $p(y) + p(34-y)$, где $y \in \mathbb{N}$, $y \le 16$, y - четное, тогда:

$$p(y)+p(34-y) = \frac{(-3)^y}{3^y+3^{17}} + \frac{(-3)^{34-y}}{3^{34-y}+3^{17}} = \frac{3^y}{3^y+3^{17}} + \frac{3^{34-y}}{3^{34-y}+3^{17}} =$$

$$= \frac{1}{1+3^{17-y}} + \frac{1}{1+3^{y-17}} = \frac{1+3^{y-17}+1+3^{17-y}}{(1+3^{17-y})(1+3^{y-17})} = \frac{2+3^{y-17}+3^{17-y}}{2+3^{y-17}+3^{17-y}} = 1$$

3) из п. 1) и п. 2) следует, что

$$p(1)+p(2)+p(n)+\ldots+p(33) = \underbrace{(p(1)+p(33))}_{=-1} + \underbrace{(p(3)+p(31))}_{=-1} + \ldots$$

$$\ldots + \underbrace{(p(15)+p(19))}_{=-1} + \underbrace{(p(2)+p(32))}_{=1} + \underbrace{(p(4)+p(30))}_{=1} + \ldots + \underbrace{(p(16)+p(18))}_{=1} +$$

$$+ p(17) = (-1)\cdot 8 + 1\cdot 8 + p(17) = -8+8+p(17) = 0 + p(17) = p(17) =$$

$$= \frac{(-3)^{17}}{3^{17}+3^{17}} = \frac{-1\cdot(3^{17})}{2\cdot 3^{17}} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

+

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 – 893

~~№8~~

~~1) Не умаляя общности возьмём X, в каждой последовательности X стоим рядом с ≤ 2 различными числами, которых всего 99 ⇒~~

~~⇒ Если мы каждый раз будем ставить~~

~~1) пример на 49. Ответ: Пусть у нас в~~

№5

1) $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = X.$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+2\neq 0 \\ 3x-1\neq 0 \\ \frac{2x-1}{x+2} > -\frac{\pi}{2} \\ \frac{2x-1}{x+2} < \frac{\pi}{2} \\ \frac{x+3}{3x-1} > -\frac{\pi}{2} \\ \frac{x+3}{3x-1} < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq \frac{1}{3} \\ \frac{2x-1+\frac{\pi}{2}\cdot x+\pi}{x+2} > 0 \\ \frac{2x-1-\frac{\pi}{2}\cdot x-\pi}{x+2} < 0 \\ \frac{x+3+3\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}}{3x-1} > 0 \\ \frac{x+3-3\frac{\pi}{2}\cdot x+\frac{\pi}{2}}{3x-1} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq \frac{1}{3} \\ \frac{x+\frac{\pi-1}{2+\frac{\pi}{2}}}{x+2} > 0 \quad (1) \\ \frac{x-\frac{\pi+1}{2-\frac{\pi}{2}}}{x+2} < 0 \quad (2) \\ \frac{x+\frac{3-\frac{\pi}{2}}{1+\frac{3\pi}{2}}}{x-\frac{1}{2}} > 0 \\ \frac{x+\frac{3+\frac{\pi}{2}}{1-\frac{3\pi}{2}}}{x-\frac{1}{3}} < 0 \end{cases}$$

3) рассмотрим (2): $\left(\frac{\pi+1}{2-\frac{\pi}{2}}\right) > 0;\ -2 < 0 \Rightarrow$



4) рассмотрим (1): $-\frac{\pi-1}{2+\frac{\pi}{2}} < 0;\ -2 < 0 \Rightarrow$



5) Сравним $\frac{\pi+1}{2-\frac{\pi}{2}} \wedge \frac{\pi-1}{2+\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow (\pi+1)(2+\frac{\pi}{2}) \wedge (\pi-1)(2-\frac{\pi}{2})$, т.к. $(\pi+1)>(\pi-1)>0$, $(2+\frac{\pi}{2})>(2-\frac{\pi}{2})>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\pi+1)(2+\frac{\pi}{2}) > (\pi-1)(2-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow -\frac{\pi+1}{2-\frac{\pi}{2}} < \frac{\pi+1}{2+\frac{\pi}{2}}, \Rightarrow$

$\Rightarrow$ X как минимум $\in \left(-\frac{\pi+1}{2+\frac{\pi}{2}}\right.$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-893

№5

1) $\underbrace{\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}}_{=\alpha} + \underbrace{\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}}_{=\beta} = x$

$\alpha + \beta = x$

$\Downarrow$

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \operatorname{tg} x$

ОДЗ:

$\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq \frac{1}{3} \\ -\frac{\pi}{2} < \frac{2x-1}{x+2} < \frac{\pi}{2} \quad (1) \\ -\frac{\pi}{2} < \frac{x+3}{3x-1} < \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta - 1} = \operatorname{tg} x$

$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{\frac{2x-1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{3x-1} - 1} = \operatorname{tg} x$

$\frac{\frac{6x^2+1-5x+x^2+6+5x}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{2x^2-3+5x-3x^2+2-5x}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg} x$

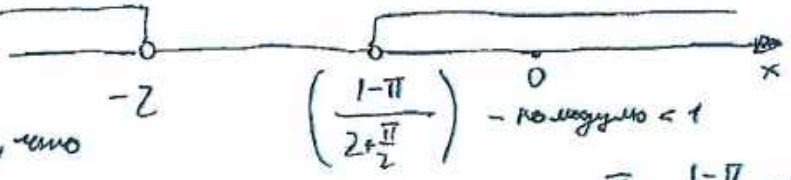
$\frac{7x^2+7}{-x^2-1} = \operatorname{tg} x$

$\operatorname{tg} x = -7$

$x = \operatorname{arctg}(-7) \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{3}, \quad x \neq -2, \quad x \neq \frac{1}{3}$

2) рассмотрим (1): $\frac{2x-1}{x+2} > -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2x-1+\frac{\pi}{2}x+\pi}{x+2} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x-\left(\frac{1-\pi}{2+\frac{\pi}{2}}\right)}{x+2} > 0$



3) из п. 1) и п. 2) получаем, что

$\begin{cases} x < -\frac{\pi}{3} & \left|\frac{\pi}{3}\right| > 1 \\ x > \frac{1-\pi}{2+\frac{\pi}{2}} & \left|\frac{1-\pi}{2+\frac{\pi}{2}}\right| < 1 \end{cases}$

оба числа отрицательные $\Rightarrow x < -\frac{\pi}{3} < \frac{1-\pi}{2+\frac{\pi}{2}} < x$ – чего быть не может $\Rightarrow$ решений нет.

Ответ: нет решений

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-893

№7

1) при $b=0$: $f(x)=x^4+x \Rightarrow f'(x)=4x^3+1$

$f'(x)=0$ при $x=\sqrt[3]{-\frac{1}{4}}$, причём сначала $f'(x)<0$, затем $>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)$ убывает до $x=\sqrt[3]{-\frac{1}{4}}$, затем возрастает,

и т. к. $f''(x)=12x^2 \geq 0 \Rightarrow f(x)$ будет всегда выпуклой, т. е. прямой, касающейся $f(x)$ в двух точках не будет $\Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{b \neq 0}$

2) и касательная, проходящая через x_1: $f'(x_1)\cdot x_1 + c = f(x_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x_1^4 + 2bx_1^2 + x_1 + c = x_1^4 + bx_1^2 + x_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x_1^4 + bx_1^2 + c = 0$ ~~$\Rightarrow c = -3x_1^4 - bx_1^2 \Rightarrow$~~

Это квадратное уравнение относительно $(x_1)^2 = t$, причём ~~$c \leq 0$~~,

тогда, чтобы было 2 точки касания, нужно, чтобы

$$\text{одна} \begin{cases} t_1 < 0,\ t_2 > 0,\ D > 0 \\ D = 0,\ t > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 \cdot t_2 < 0 \\ b^2 - 12c > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 \cdot t_2 > 0 \\ b^2 - 12c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} c < 0 \\ b^2 > 12c \end{cases} \text{ – всегда верно.} \quad \begin{cases} c > 0 \\ b^2 = 12c \end{cases}$$

3) из п.2) следует, что при любом $b \neq 0$, найдется такая прямая вида $f'(x)\cdot x + c$, где $c < 0$, что эта прямая будет касаться $f(x)$ в двух точках.

Ответ: $b \neq 0$

Дополнительный бланк №

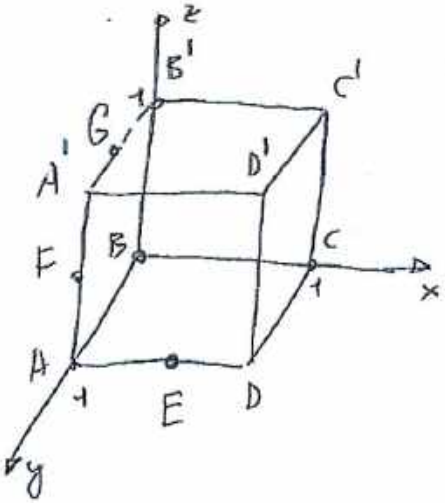
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) ММ-893

№4 (часть 1), продолжение (см. стр.)

1) построим декартову систему координат, изобразим на ней куб, и точки, через которые проходит сфера:

$B(0;0;0)$, $E(x_1;1;0)$, $F(0;1;z_1)$, $G(0;y_1;1)$.



2) Пусть центр сферы $O(x_0;y_0;z_0)$

тогда по параметрическому уравнению сферы:

$$\begin{cases} (x_0-0)^2+(y_0-0)^2+(z_0-0)^2=R^2 \\ (x_0-x_1)^2+(y_0-1)^2+(z_0-0)^2=R^2 \\ (x_0-0)^2+(y_0-1)^2+(z_0-z_1)^2=R^2 \\ (x_0-0)^2+(y_0-y_1)^2+(z_0-1)^2=R^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0^2+y_0^2+z_0^2=R^2 \\ R^2=z_0+x_0^2-2x_0\cdot x_1+x_1^2+y_0^2+1-2y_0 \\ R^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2+z_1^2+1-2z_0z_1-2y_0 \\ R^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2+y_1^2+1-2y_0y_1-2z_0 \end{cases}$$

Вычитанием получаем:

$$\begin{cases} R^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2 \\ z_1^2+1-2z_0\cdot z_1-2y_0=0 \\ y_1^2+1-2y_0\cdot y_1-2z_0=0 \\ x_1^2+1-2x_0x_1-2y_0=0 \end{cases}$$ сложим

$$\begin{cases} R^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2 \\ R^2=2(x_0\cdot x_1+y_0\cdot y_1+z_0\cdot z_1+2y_0+z_0)-3 \\ z_1^2-2z_0z_1+x_1^2+2x_0x_1=0 \\ (z_1-x_1)(z_1+x_1) \end{cases}$$

Заметим, что центр сферы лежит на плоскостях, проходящих через G, F, E, перпендикулярных $AD, AA', A'B' \Rightarrow$

$\Rightarrow O(x_0;y_0;z_0)=O(x_1;y_1;z_1) \Rightarrow$ $x_0=x_1;\ y_0=y_1;\ z_0=z_1$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организаторами) М 11-893

№4 (2 часть)

3) тогда:

$$\begin{cases} R^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ z_1^2 + 1 - 2z_1^2 - 2y_1 = 0 \\ y_1^2 + 1 - 2y_1^2 - 2z_1 = 0 \\ x_1^2 + 1 - 2x_1^2 - 2y_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ z_1^2 + \text{мусор} + 2y_1 - 1 = 0 \\ y_1^2 + 2z_1 - 1 = 0 \\ x_1^2 + 2y_1 - 1 = 0 \end{cases}$$ сложим:

$\Rightarrow x_1^2 = y\, z_1^2 \Rightarrow$ [illegible]

$$\begin{cases} R^2 = 2z_1^2 + y_1^2 \\ R^2 = 4y_1 + 2z_1 - 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow R^2 = 2z_1^2 + y_1^2 = 4y_1 + 2z_1 - 3$

~~Аналогично~~ же

$2z_1^2 + y_1^2 = 4y_1 + 2z_1 - 3$ ~~аналогично~~ $\Rightarrow$

при $y_1 = 1$, $z_1 = 1$, ~~тогда~~

$R^2 = 3 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3}$

Ответ: $R = \sqrt{3}$

№8 ок

МПГ11-21

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«РЕГИСТРАЦИЯ ТОЛЬКО для победителей и призеров ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2022-2023 учебного года "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!"»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

1. $N_{НА}$ – число людей не разговаривающих на англ.

N_A – число людей разговарив. на англ.

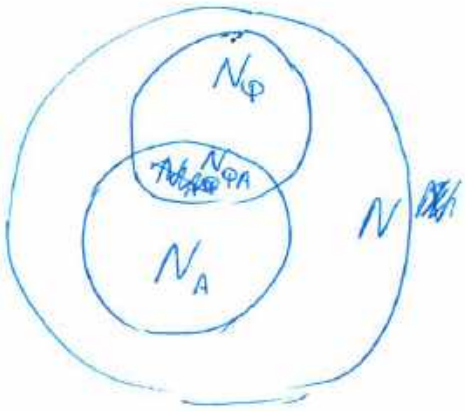
$N_{НФ}$ – число людей не разговарив. на французском

$N_Ф$ – число людей разговарив. на франц.

N – число всех людей. $N_{ФА}$ – число людей разгов. по англ. и по франц.

Понятно, что $\begin{cases} N_{НА} + N_A = N \\ N_{НФ} + N_Ф = N \end{cases}$

Зачем Запишем в виде кругов эйлера данные ут-ва



$N_A \cap N_Ф = N_{ФА}$

Тогда $N_{НА} \cdot 0{,}04 = N_{НА} \cap N_Ф = N_Ф - N_{ФА}$

$N_{НФ} \cdot 0{,}2 = N_{НФ} \cap N_A = N_A - N_{ФА}$

Тогда $\begin{cases} N_Ф = N - N_{НФ} \\ N_A = N - N_{НА} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{НА} \cdot 0{,}04 = N - N_{НФ} - N_{ФА} \\ N_{НФ} \cdot 0{,}2 = N - N_{НА} - N_{ФА} \end{cases}$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: МПГ11-21.
(заполняется организатором) Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 10 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалядин	10	Гурьянова	10	10
2	Мамедов Р.М.	2	Сивина Е.В.	2	2
3	Маркова	12	Уланова	12	12
4	Осипова	0	Кириллова	0	0
5	Сучкова	11	Угодов	11	11
6	Бурдина	7	Окулова	4	4
7	Костева-лова	0	Липатина	0	0
8	[illegible]	0	Шапков	0	0
ИТОГО					42

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПТ11-21

Вычтем одно из другого:

$$N_{нА} \cdot 0{,}04 - N_Ф \cdot 0{,}2 = N_{нА} - N_{нФ}$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}8\, N_Ф = 0{,}96\, N_A$$

$$\Rightarrow \frac{N_Ф}{N_A} = \frac{96}{80} = 1{,}2$$ Ответ: 1,2 (+) 100.

3.

$$p(n) = \frac{(-3^n)}{3^n + 3^{17}}$$

Если n - четно: $p(n) = \frac{-3^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{-3^n - 3^{17} + 3^{17}}{3^n + 3^{17}} = -1 + \frac{3^{17}}{3^n + 3^{17}}$

$$= -1 + \frac{3^{17}}{3^{17}\left(3^{n-17} + 1\right)} = -1 + \frac{1}{3^{n-17} + 1}$$

Тогда сумма нечетных n = (сумма членов с нечетным n)

$$\left(-1 + \frac{1}{3^{-16}+1}\right) + \left(-1 + \frac{1}{3^{-14}+1}\right) + \left(-1 + \frac{1}{3^{-12}+1}\right) + \ldots + \frac{1}{3^{16}+1}$$

$$= -17$$

$$= -17 + \left(\frac{1}{3^{-16}+1} + \frac{1}{3^{16}+1}\right) + \left(\frac{1}{3^{-14}+1} + \frac{1}{3^{14}+1}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{3^{-2}+1} + \frac{1}{3^{2}+1}\right) + \frac{1}{3^{0}+1} =$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПТ11-21

$$= \left(\frac{1}{3^{-4}+1} + \frac{1}{3^{4}+1} \right) = \frac{3^4 + 1 + 3^{-4} + 1}{3^0 + 3^4 + (3^{-4}+1)(3^4+1)} =$$

$$= \frac{3^4 + 3^{-4} + 2}{1 + 3^4 + 3^{-4} + 1} = 1$$

$$\Rightarrow \sum_{\text{нечет}} = -17 + \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{8} + \frac{1}{2} = -8{,}5$$

2) Если n - четно, то $P(n) = \frac{3^n}{3^n + 3^{17}} = 1 - \frac{3^{17}}{3^n + 3^{17}} = 1 - \frac{1}{3^{n-17}+1}$

$$\sum_{\text{четных}}^{\text{(сумма членов с четным } n\text{)}} = 1 - \frac{1}{3^{-15}+1} + 1 - \frac{1}{3^{-13}+1} + 1 - \frac{1}{3^{-11}+1} + \ldots + \frac{1}{3^{15}+1} =$$

$$= 16 - \left(\left(\frac{1}{3^{-15}+1} + \frac{1}{3^{15}+1} \right) + \left(\frac{1}{3^{-13}+1} + \frac{1}{3^{13}+1} \right) + \ldots + \left(\frac{1}{3^{-1}+1} + \frac{1}{3^1+1} \right) \right)$$

$$= 16 - \underbrace{(1 + 1 + 1 + \ldots + 1)}_{8} = 8$$

$$\sum_{\text{нечет}} + \sum_{\text{чет}} = -8{,}5 + 8 = -\frac{1}{2}$$ Ответ: $-\frac{1}{2}$

3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

№5

ОДЗ? –

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$; $\operatorname{arctg}\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow x \in (-\pi;\pi)$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\left\{\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right\} = \operatorname{tg}x$; $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$

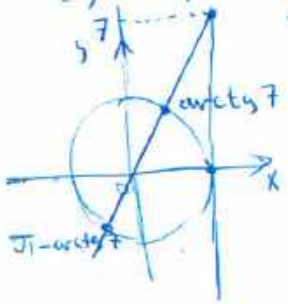
$\Rightarrow \frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right) + \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)} = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \operatorname{tg}x$

$\frac{(2x-1)(3x-1) + (x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1) - (2x-1)(x+3)} = \operatorname{tg}x$

$\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{3x^2+5x-2-2x^2-5x+3} = \operatorname{tg}x$

$\frac{7x^2+7}{x^2+1} = \operatorname{tg}x$

$\operatorname{tg}x = 7$, очевидно, что x не может равняться $\frac{1}{3}$ и -2.



т.к. $x \in (-\pi;\pi)$, $\left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arctg}7 \\ x = \pi\operatorname{arctg}7 - \pi \end{array}\right.$

Ответ: $x = \operatorname{arctg}7$; $x = \pi\operatorname{arctg}7 - \pi$

Бланк ответа

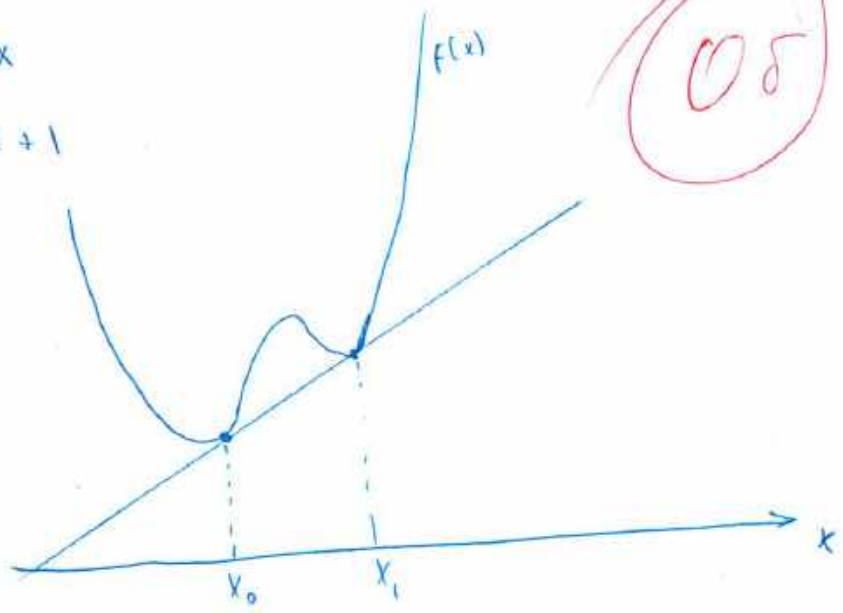
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

05

7. $f(x) = x^4 + bx^2 + x$

$f'(x) = 4x^3 + 2bx + 1$



Запишем ур-е касательной к $f(x)$ в точке x_0:

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

в точке x_1:

$y = f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$

Если эти уравнения совпадают, то коэф. при x равны и свободный коэф. равны т.е. $f(x_0) - x_0 \cdot f'(x_0) = f(x_1) - x_1 \cdot f'(x_1)$,

а также $f'(x_0) = f'(x_1)$.

Значит: 1) $4x_0^3 + 2bx_0 + 1 = 4x_1^3 + 2bx_1 + 1$

$2x_0^3 + bx_0 = 2x_1^3 + bx_1$

$2(x_0^3 - x_1^3) = b(x_1 - x_0)$

$2(x_0 - x_1)(x_0^2 + x_0x_1 + x_1^2) = b(x_1 - x_0)$ (x_0 и x_1 обязательно разные т.к. 2 точки касания)

$b = -2x_0^2 - 2x_0x_1 - 2x_1^2$.

2) $f(x_0) - x_0 f'(x_0) = f(x_1) - x_1 f'(x_1)$

$x_0^4 + bx_0^2 + x_0 - 4x_0^4 - 2bx_0^2 - x_0 = x_1^4 + bx_1^2 + x_1 - 4x_1^4 - 2bx_1^2 - x_1$

$-3x_0^4 - bx_0^2 = -3x_1^4 - bx_1^2$

$3x_0^4 + bx_0^2 = 3x_1^4 + bx_1^2$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

$3(y_0^2+y_1^2)(x_0^2-x_1^2) = b(x_1^2-y_0^2)$! $(x_1-x_0)(x_1+x_0)$? x_0

$b = -3y_0^2 - 3x_1^2$

из 1): $b = -2x_0^2 - 2x_0y_1 - 2y_1^2$

$\Rightarrow -3x_0^2 - 3x_1^2 = -2x_0^2 - 2x_0y_1 - 2y_1^2$

$0 = (x_0 - y_1)^2 \Rightarrow x_0 = x_1$. Значит

$\Rightarrow$ две точки касания

? совпадают, т.е. при любом b не существует такой прямой.

N2

$\begin{cases} 3x+5y \le 11 \\ 4x+3y \le 10 \\ 7x+4y \le 18 \end{cases}$ $\begin{cases} y \le -\frac{3}{5}x + \frac{11}{5} \\ y \le -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3} \\ y \le -\frac{7}{4}x + \frac{18}{4} \end{cases}$

Докажем, что из 1)

$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & (1) \\ 4A+3B \le 10 & (2) \\ 7A+4B \le 18 & (3) \end{cases}$

Докажем, что из (1) и (3) следует (2)

Найдем сумму: $5\cdot(1) + 11\cdot(2)$

$\begin{cases} 15A+25B \le 55 \\ 77A+44B \le 198 \end{cases} +$

$92A+69B \le 253$

Поделим на 23

$4A+3B \le \frac{253}{23}$

$\frac{253}{23} > 10 \rightarrow$

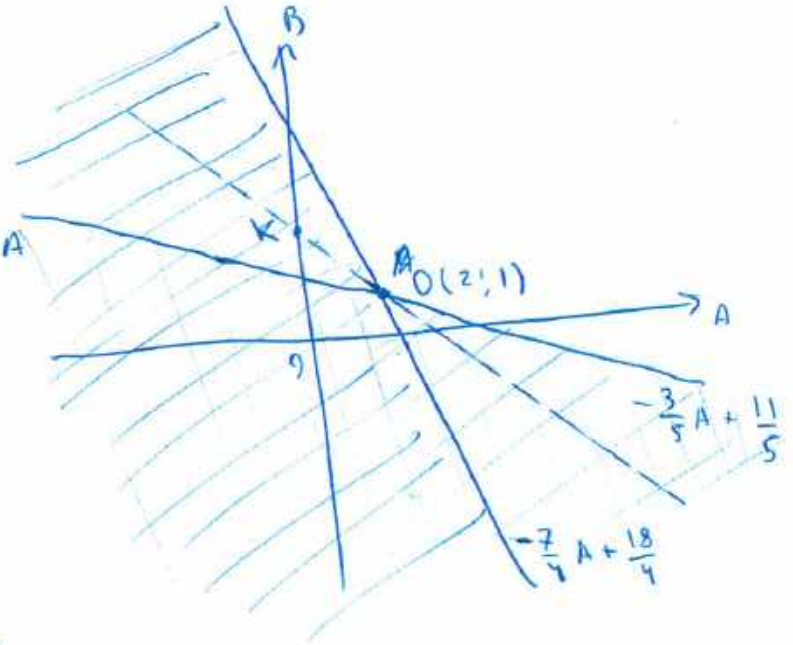
(2) следует из (1) и (3).

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

$$\begin{cases} B \le -\frac{3}{5}A + \frac{11}{5} \\ B \le -\frac{7}{4}A + \frac{18}{4} \\ A + B \le K \Rightarrow B \le K - A \end{cases}$$



O - точка пересечения,

значит $O(A_1; B_1)$

$$-\frac{3}{5}A_1 + \frac{11}{5} = -\frac{7}{4}A_1 + \frac{18}{4}$$

$$\Rightarrow A_1 = 2$$

$$B_1 = 1 \quad O(2;1)$$

если прямая $B = -A + K$ проходит 2-3 O, то K - max. (на графике)

$$\Rightarrow \quad 1 = -2 + K$$

$$K = 3 \quad \text{Ответ: } K = 3$$

2 допущена арифметическая ошибка

Дополнительный бланк № 3

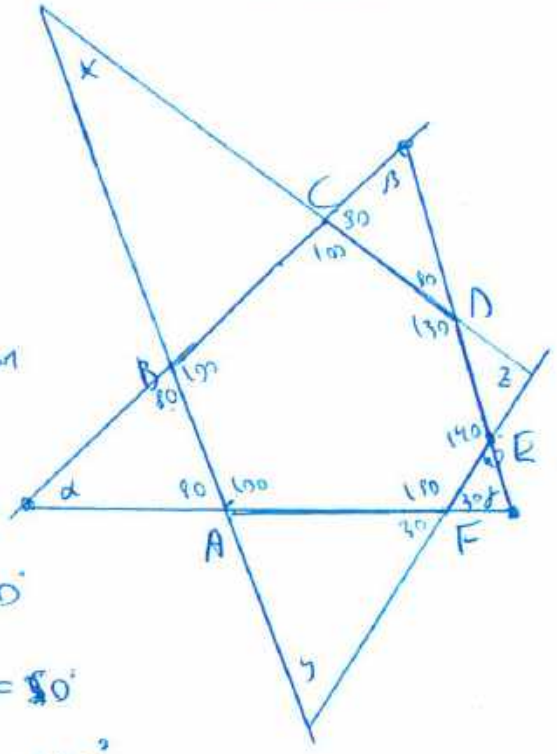
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПТ11-21

6.

1) Если

BC, DE, AF лежат на одной прямой



$x = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$y = 180° - 80° - 30° = 70°$

$z = 180° - 50° - 40° = 90°$

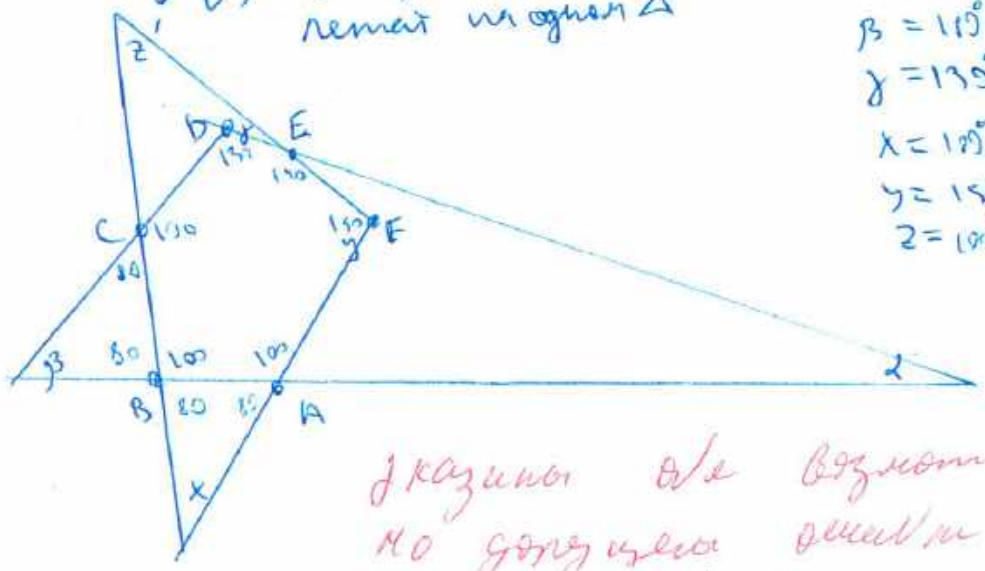
$\alpha = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$\beta = 180° - 30° - 50° = 100°$

$\gamma = 180° - 30° - 40° = 110°$

2) Если

AB, BC, CD, DE, AB лежат на одной Δ



$\alpha = 180° - 130° - 20° = 30°$

$\beta = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$\gamma = 130°$

$x = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$y = 150°$

$z = 180° - 150° - 20° = 30°$

Указано, что взяты конкретные данные, но доказано общий случай

7 б.

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МПГ11-21

№8

N_a – кол-во ~~способов~~ последовательностей содержащих а - подряд

$N_{_xx_}$ – кол-во последоват. содержащих XY, без z между с ней.

$N_{xy} = N_{_xy_} + N_{xyz} + N_{zxy}$

$N_{yz} = N_{_yz_} + N_{xyz} + N_{yzx}$

$N_{xz} = N_{_xz_} + N_{xzy} + N_{yxz}$

$N_{yx} = N_{_yx_} + N_{zyx} + N_{yxz}$

$N_{zx} = N_{_zx_} + N_{yzx} + N_{zxy}$

$N_{zy} = N_{_zy_} + N_{xzy} + N_{zyx}$

$= B$ $= A$ $= C$

~~$A = N_{xy}$~~

$S = A + \frac{C}{2}$ $\quad 100! - A - \frac{C}{2}$

~~A~~ $A = B - C$ — неверно

$N_{xAy} = 98!$ $\Rightarrow$ ~~A~~ $B = 6 \cdot 99!$

$N_{yB} = 99!$ $\quad C = 12 \cdot 98!$

$\Rightarrow S = 100! - 6 \cdot 99! - 6 \cdot 98!$

Ответ: $100! - 6 \cdot 99! - 6 \cdot 98!$ • 9

М11-425

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-425
(заполняется организатором)

1 вариант

N3

$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$ $\quad p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99) - ?$

$p(50) = \frac{g^{50}}{g^{50} + g^{50}} = \frac{g^{50}}{2 \cdot g^{50}} = \frac{1}{2}$.

~~Сложим попарно $p(1)$ и $p(99)$, $p(2)$ и $p(98)$ и т. д.:~~

Рассмотрим сложение:

$p(n) + p(100-n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}} + \frac{g^{100-n}}{g^{100-n} + g^{50}} =$

$= \frac{g^n(g^{100-n} + g^{50}) + g^{100-n}(g^n + g^{50})}{(g^n + g^{50})(g^{100-n} + g^{50})} = \frac{g^{100} + g^{n+50} + g^{100} + g^{150-n}}{g^{100} + g^{n+50} + g^{150-n} + g^{100}} =$

$= 1$

Поэтому получим:

$p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99) = \frac{1}{2} + (p(1) + p(99)) + (p(2) + p(98)) + \ldots +$

$+ (p(49) + p(51)) = \frac{1}{2} + 49 \cdot 1 = 49{,}5$, т. к. всего пар сумм будет $\frac{99-1}{2} = 49$

Ответ: 49,5

12

N1

Пусть x - кол-во студентов занимающихся очно и ~~очно дистанционно~~ очно-дистанционно, y - кол-во студентов, занимающихся дистанционно и очно-дистанционно

Всего студентов $x + 0{,}4y$.

Тогда мы знаем, что $0{,}5x = 0{,}6y \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{0{,}6y}{0{,}5} = 1{,}2y$

Процент студентов, занимающихся только очно равен $\frac{0{,}5x}{x + 0{,}4y} = \frac{0{,}6y}{1{,}2y + 0{,}4y} = \frac{0{,}6y}{1{,}6y} = \frac{0{,}6}{1{,}6} = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

Ответ: 0,375

105

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-425
(заполняется организатором)

~~2 вариант~~

№5

$\in(0;\pi)$ $\in(0;\pi)$

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=x$

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}x$

ОДЗ: $x\in(0;2\pi)$

$$\frac{1-\frac{5x+3}{3x-5}\cdot\frac{x-1}{x+1}}{\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}}=\operatorname{ctg}x$$

Чётная формула

$$\frac{1-\frac{(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)}}{\frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)}}=\operatorname{ctg}x$$

$$\frac{(3x-5)(x+1)-(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)}\cdot\frac{(x+1)(3x-5)}{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}=\operatorname{ctg}x$$

$$\begin{cases}\dfrac{(3x-5)(x+1)-(5x+3)(x-1)}{(5x+3)(x+1)+(3x-5)(x-1)}=\operatorname{ctg}x\\ x\neq-1;\ -\frac{3}{5}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{-2x^2-2}{8x^2+8}=\operatorname{ctg}x\\ x\neq-1;\ -\frac{3}{5}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\operatorname{ctg}x=-\frac{1}{4}\\ x\neq-1;\ -\frac{3}{5}\end{cases}$$

$x=\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{4}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Из ОДЗ следует, что $x=\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{4}\right),\ \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{4}\right)+\pi$

8 баллов

Ответ: $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{4}\right)+\pi n,\ n\in\{0;1\}$

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-425
(заполняется организатором)

N2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Домножим 1 нер-во на 1, 2-е на 2, 3-е на 3

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 6A+8B \geq 22 \\ 15A+9B \geq 33 \end{cases}$$

При сложении получим

$22A+22B \geq 64 \Rightarrow A+B \geq \frac{64}{22} = \frac{32}{11} \Rightarrow$ 6б

$\Rightarrow$ наим. значение $A+B = \frac{32}{11}$. нет проверки

Ответ: $\frac{32}{11}$

N7

(Т) $f(x) = ax^4 + x^2 + x$ a-? $\exists$ прямая, касающаяся графика в 2-х точках

(1) $a=0$.

$f(x) = x^2 + x = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ – графиком является параболой с вершиной $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$, поэтому не существует прямой, касающейся её в 2-х точках

(2) $a \neq 0$ Рассмотрим $f'(x) = 4ax^3+2x+1$ и найдём точки экстремума

(Т) ~~$\Leftrightarrow f'(x) = 4ax^3+2x+1$~~ a-? ~~$f'(x)=0$ имеет 3 корня~~

Нарисуем график $f'(x)=0$ в осях Oxa:

$a = -\frac{1-2x}{4x^3}$, т.к. $x=0$ – не корень

Пусть $y(x) = \frac{-1-2x}{4x^3}$.

М11-42-5

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Постовалова	10	Литагина	10	10
2	Позднева	6	Забиякова	6	6
3	Кремер	12	Борисова	12	12
4	Савина	0	Математ р.м.	0	0
5	Борисова	8	Кремер	8	8
6	Олехова	0	Грузин	0	0
7	Конюхов	0	Саенкин	0	0
8		0	Шишкин	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-425
(заполняется организатором)

$g'(x) = \frac{16x^3+12x^2}{16x^6} = \frac{4x+3}{4x^4}$

Найдём точки экстремума:

$g'(x)=0$

$\frac{4x+3}{4x^4}=0$

$x=-\frac{3}{4}$

$g(-\frac{3}{4}) = \frac{-1+2\cdot\frac{3}{4}}{-4\cdot\frac{27}{64}} = -\frac{8}{27}$

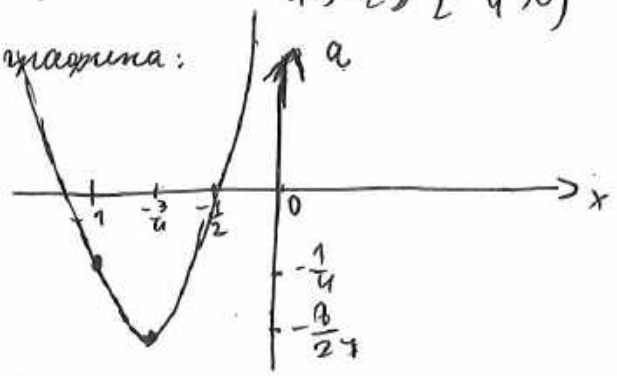
$g(-1) = \frac{-1+2}{-4} = -\frac{1}{4}$

$g(-\frac{1}{2}) = \frac{-1+1}{-4\cdot\frac{1}{2}} = 0.$ } $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $g(x)\downarrow\downarrow$ на $(-\infty; -\frac{3}{4}]$

$g(x)\uparrow\uparrow$ на $[-\frac{3}{4}; 0)$

Эскиз графика:



При $a > -\frac{8}{27}$ 2 т. пересечения $\Rightarrow$ у $f(x)$ будет 2 экстремума, что не возможно, т.к. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$ или $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$

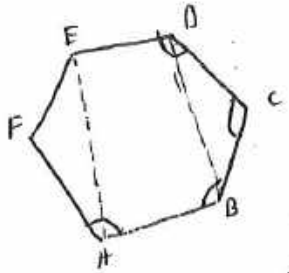
При $a < -\frac{8}{27}$ 0 т. пересечения, $\Rightarrow$ у $f(x)$ не будет экстремумов, что также невозможно

Значит подходит только $a = -\frac{8}{27}$ ~~$x_0 = \frac{3}{4}$~~ - одна из точек касания.

$f(x) = -\frac{8}{27}x^4 + x^2 + x$

0

N 6



$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ$

$\angle E = 120^\circ$

$\angle F = 140^\circ$

05

очевидно, что 2 $\triangle$-ка не имеют общей вершины, иначе получился бы 5-тиугольник

М 11 134

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М 11 134

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

М11-134

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Самсонов А.Ю.	0	Шамышева Т.Г	0	0
2	Гоздева	10	Зиятекова	10	10
3	Маркова	12	Борисова	12	12
4	Уфоров	0	Сунгатов	0	0
5	Борисова	0	Кремер	0	0
6	Окехова	0	Борисова	0	0
7	Постнова	14	Лисина	14	14
8	Шамнов	0	Ягельницкая	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 1411 134

Задание №7

$f(x) = ax^4 + x^2 + x$; x_1, x_2 – точки кас-я

$f'(x_1) = f'(x_2) = k$

$\begin{cases} F(x_1) = kx_1 + b \\ f(x_2) = kx_2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(x_1) = f'(x_1)x_1 + b \\ f(x_2) = f'(x_2)x_2 + b \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = F(x_1) - f'(x_1)x_1 \\ b = F(x_2) - f'(x_2)x_2 \end{cases} \Rightarrow F(x_1) - f'(x_1)x_1 = f(x_2) - f'(x_2)x_2$

$\left.\begin{array}{l} (x_1; f(x_1)) \\ (x_2; f(x_2)) \\ x_1 \neq x_2 \ (1) \end{array}\right|$ – т. кас.

(I) $f'(x_1) = f'(x_2)$

$4ax_1^3 + 2x_1 + 1 = 4ax_2^3 + 2x_2 + 1$

$2ax_1^3 + x_1 - 2ax_2^3 - x_2 = 0$

$2a(x_1^3 - x_2^3) + x_1 - x_2 = 0$

$2a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + (x_1 - x_2) = 0$

$(x_1 - x_2)(2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1) = 0$

$x_1 - x_2 = 0$

$x_1 = x_2$ – прот. усл. (1) $\qquad 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0$

(II) $F(x_1) - f'(x_1)x_1 = f(x_2) - f'(x_2)x_2$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - x_1(4ax_1^3 + 2x_1 + 1) = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - x_2(4ax_2^3 + 2x_2 + 1)$

$ax_1^4 + x_1^2 + x_1 - 4ax_1^4 - 2x_1^2 - x_1 = ax_2^4 + x_2^2 + x_2 - 4ax_2^4 - 2x_2^2 - x_2$

$-3ax_1^4 - x_1^2 = -3ax_2^4 - x_2^2$

$-3ax_1^4 - x_1^2 + 3ax_2^4 + x_2^2 = 0$

$-3a(x_1^4 - x_2^4) - (x_1^2 - x_2^2) = 0$

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(-3a(x_1^2 + x_2^2) - 1) = 0$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) МП 134

$x_1 = x_2 = 0$

$x_1 = x_2$ - не удов. усл. (1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

III $\begin{cases} \begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow a < 0 \ (2) \\ 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

III.I $\begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -x_2 \\ 2a(x_2^2 - x_2^2 + x_2^2) + 1 = 0 \ (2) \end{cases}$ ~~получ. точки~~ $\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ и $-\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

(2) $2a x_2^2 + 1 = 0$

$2a x_2^2 = -1$

$x_2^2 = -\frac{1}{2a}$

$x_2 = \sqrt{-\frac{1}{2a}}$ или $x_2 = -\sqrt{-\frac{1}{2a}}$

III.II Подставим $-\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ в $f'(x_2)$

$4a\left(-\frac{1}{2a}\right)\left(-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right) - 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 = 4a \cdot \frac{1}{2a} \cdot \sqrt{-\frac{1}{2a}} - 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 =$

$= 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} - 2\sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 = 1 = k$

III.III Подставим $-\sqrt{-\frac{1}{2a}}$ в ~~$f(x)$~~ формулу касательной: $y = f(x_2) + f'(x_2)(x - x_2)$

$y = a\left(-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^4 + \left(-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)^2 - \sqrt{-\frac{1}{2a}} + 1 \cdot \left(x + \sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)$

$y = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 - \frac{1}{2a} + x + \sqrt{-\frac{1}{2a}} - \sqrt{-\frac{1}{2a}}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 14 11 134

$y = \frac{a}{4a^2} - \frac{1}{2a} + x$

$y = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + x$

$y = -\frac{1}{4a} + x$

$y = x - \frac{1}{4a}$ - ур-е пр-й ; $a < 0$

146

IV $\begin{cases} 3a(x_1^2 + x_2^2) + 1 = 0 \\ 2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0 \end{cases}$

$3a(x_1^2 + x_2)^2 + 1 = 0$

$2a(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + 1 = 0$

$3a x_1^2 + 3a x_2^2 + 1 - 2a x_1^2 - 2a x_1x_2 - 2a x_2^2 - 1 = 0$

$a x_1^2 + a x_2^2 - 2a x_1x_2 = 0$

$a(x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) = 0$

$a(x_1 - x_2)^2 = 0$

$a < 0$ по усл (2) $\Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 0$ $\Rightarrow$ сис-ма не им. реш.

$x_1 = x_2$ - прот. усл. (1)

Ответ: $y = x - \frac{1}{4a}$ при $a < 0$

Задание №3

$p(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$

$p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99) - ?$

Проверим сумму 1 и последнего члена!

Пусть $g = a$

$m = 1$

$K = 50$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М. 11 134

Тогда $\frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k-m}}{a^{2k-m}+a^k} = \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}}{a^m} : \left(\frac{a^{2k}}{a^m}+a^k\right) =$

$= \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}}{a^m} : \left(\frac{a^{2k}+a^k\cdot a^m}{a^m}\right) = \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}}{a^m}\left(\frac{a^k(a^k+a^m)}{a^m}\right) =$

$= \frac{a^m}{a^m+a^k} + \frac{a^{2k}\cdot a^m}{a^m a^k(a^k+a^m)} = \frac{a^m+a^k}{a^m+a^k} = 1$

Этим я доказал, что если мы будем брать сумму пар ~~чисел~~ элементов, по типу 1 с 99, 2 с 98, 3 с 97 и т.д, то их сумма всегда будет равна 1

Тогда у нас 99 элементов, т.к 99 - нечет, то 1 эл. не будет иметь пары $\Rightarrow$ у нас $\frac{99-1}{2} = 49$ пар

$p(50)$ не будет иметь пари $\Rightarrow p(50) = \frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}} = \frac{1}{2}$

Тогда сумма $p(1)+p(2)+p(3)+\dots+p(99)$ равна

$1 \cdot 49 + 0{,}5 = 49{,}5$

Ответ: 49,5

Задание №1

X - очно (кол-во обуч.)

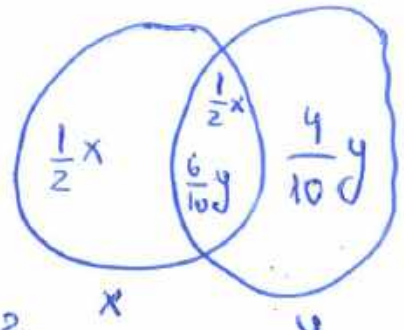
У - дистанционно (кол-во обуч.)

$\frac{1}{2}x = \frac{4}{10}y$

$y = \frac{5}{4}x = 1\frac{1}{4}x$

Тогда $\frac{\frac{1}{2}x}{x+y} =$

$= \frac{\frac{1}{2}x}{2\frac{1}{4}x} = \frac{1}{2}x : \frac{9}{4}x = \frac{2}{9} \Rightarrow$ студенты, занимающ.



Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) Н 11134

только одно, состав. $\frac{2}{9}$ от общ. кол-ва человек.

Ответ: $\frac{2}{9}$ (-) баллов

Задание №2

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Пусть $A+B=K$

$A=K-B$

$$\begin{cases} K+4B \geq 9 \\ 3K+B \geq 11 \\ 5K-2B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \geq 9-4B \\ K \geq \frac{11-B}{3} \\ K \geq \frac{11+2B}{5} \end{cases}$$

① $K=9-4B$

② $K=\frac{11-B}{3}$

③ $K=\frac{11+2B}{5}$

① $(0;9)$; $(\frac{9}{4};0)$

② $(0;\frac{11}{3})$; $(11;0)$

③ $(0;\frac{11}{5})$; $(-\frac{11}{2};0)$

$\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

$\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}$

$\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$

$-\frac{11}{2}=-5,5$

Проверим т.$(0;0)$

① $0 \geq 9$ - нев-но

② $0 \geq \frac{11}{3}$ - нев-но

③ $0 \geq \frac{11}{5}$ - нев-но

Рассм. т-ку K_1:

$9-4B=\frac{11-B}{3}$

$27-12B=11-B$

$16=11B$

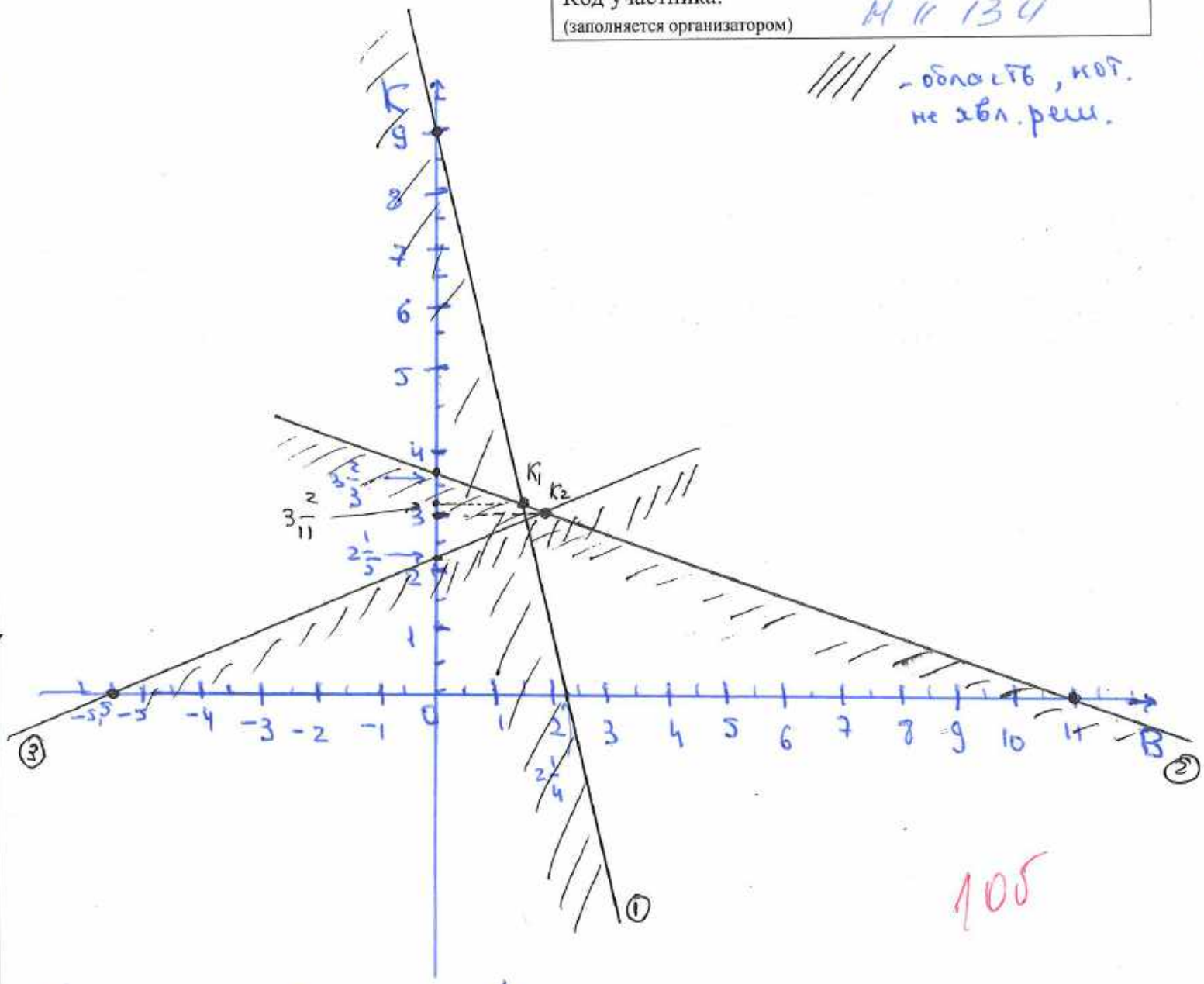
$B=\frac{16}{11}$

Тогда $K_1=9-\frac{4\cdot 16}{11}=9-\frac{64}{11}=\frac{99-64}{11}=\frac{35}{11}=3\frac{2}{11}$

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 134



//// - область, кот. не удл. реш.

105

Рассм. т-ку K_2:

$\frac{11-B}{3} = \frac{11+2B}{5}$

$55 - 5B = 33 + 6B$

$22 = 11B$

$B = 2$

Тогда $K_2 = \frac{11-2}{3} = 3$

$\Rightarrow K_1 < K_2$ (т.к $3 < 3\frac{2}{11}$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow K_1$ - наим. знач. $A+B$ и

$K_1 = 3$

Ответ: 3

№5 отс (0 баллов)

№6 отс

М11-249

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

№ 11-249

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Апальков	10	Гурьянова	10	10
2	Позднева	2	Зайцева	2	2
3	Иванова	12	Малюмедов	12	12
4	Иванова	0	Молочеров	0	0
5	Уразов	12	Волкова	12	12
6	Олехов	0	Степанян	0	0
7	Конкова	0	Степанян	0	0
8	Филимонов	0	Шашков	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист»

Код участника: (заполняется организатором) М11-249

№5

$$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$$

Условие: $x\neq -2$, $x\neq \frac{1}{3}$

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}=a$, $\operatorname{tg}a=\frac{2x-1}{x+2}$

$\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=b$, $\operatorname{tg}b=\frac{x+3}{3x-1}$.

$a+b=x$

Возьмем от обеих частей тангенс.

$\operatorname{tg}(a+b)=\operatorname{tg}x$

$$\frac{\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b}{1-\operatorname{tg}a\cdot\operatorname{tg}b}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{6x^2-2x-3x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2-x+6x-2-2x^2-6x+x+3}=\operatorname{tg}x$$

$$\frac{7x^2+7}{x^2+1}=\operatorname{tg}x$$

$$\operatorname{tg}x=\frac{7(x^2+1)}{x^2+1}$$

$$\operatorname{tg}x=7$$

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

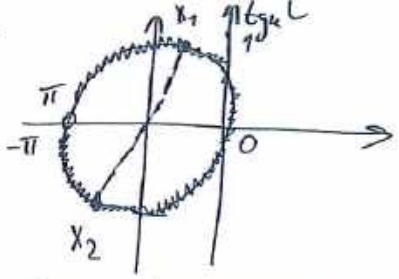
Код участника: (заполняется организатором) МИ-249

№5 (продолжение)

Из области значения $arctg(y) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$

$$\begin{cases} a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ b \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a+b=x \\ x \in (-\pi; \pi). \end{array}$$

$$\begin{cases} tg\, x = 7 \\ x \in (-\pi; \pi) \end{cases} \quad \begin{cases} x = arctg\, 7 + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\ x \in (-\pi; \pi) \end{cases}$$



Из окружности получаем:

$x_1 = arctg(7)$

$x_2 = arctg(7) - \pi$.

Другие корни не будут, т.к. они выйдут из промежутка $(-\pi; \pi)$.

Ответ: $\begin{cases} x_1 = arctg(7) \\ x_2 = arctg(7) - \pi. \end{cases}$ +

№1

Пусть X - людей, не говорящих по-английски;

y - людей, не говорящих по-французски.

Посчитаем людей, не говорящих по-английски и по-французски двумя способами.

1) $X \cdot \left(1 - \frac{4}{100}\right) = X\left(1 - \frac{1}{25}\right) = \frac{24}{25} X$

2) $y \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = y\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5} y$.

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-249

№1 (продолжение)

Но мы знаем, что ~~мощности~~ это одни и те же моды, значит выполнено равенство:

$$\frac{24}{25}x = \frac{4}{5}y$$

$$y = \frac{24 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \frac{24}{5 \cdot 4} = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

Ответ: в 1,2 раза

+ (206)

№3

Докажем, что $p(k) + p(34-k) = \pm 1$.

$$p(k) = \frac{(-3)^k}{3^k + 3^{17}} = \frac{(-1)^k}{1 + 3^{17-k}}$$

$$p(34-k) = \frac{(-3)^{34-k}}{3^{34-k} + 3^{17}} = \frac{(-1)^{34-k}}{1 + 3^{k-17}}$$

$$p(k) + p(34-k) = \frac{(-1)^k}{1+3^{17-k}} + \frac{(-1)^{34-k}}{1+3^{k-17}}$$

Рассмотрим случай, когда $k \vdots 2$, значит $34-k \vdots 2$:

$$p(k) + p(34-k) = \frac{1}{1+3^{17-k}} + \frac{1}{1+3^{k-17}} = \frac{1}{1+3^{17-k}} + \frac{1}{1+\frac{1}{3^{17-k}}} =$$

$$= \frac{1}{1+3^{17-k}} + \frac{1 \cdot 3^{k-17}}{3^{k-17}+1} = \frac{3^{k-17}+1}{3^{k-17}+1} = 1.$$

Если $k \not\vdots 2$, но и $(34-k) \not\vdots 2$, в этом случае ~~оба~~ показатель степени нечетный, значит $(-1)^k$ и $(-1)^{34-k}$ раскроются со знаком „–" и минус вынесется за скобки и $p(k) + p(34-k) = -1$.

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-249

№3 (продолжение)

Тогда посчитаем сумму $p(n)$, где $n \neq 2$ (кроме $n=17$):

$$S_1 = (p(1) + p(33)) + (p(3) + p(31)) + \dots + (p(15) + p(19)) = -8$$

Посчитаем сумму $p(n)$, где $n : 2$:

$$S_2 = (p(2) + p(32)) + (p(4) + p(30)) + \dots + (p(16) + p(18)) = -8$$

Итоговая сумма:

$$S = S_1 + S_2 + p(17) = -8 + 8 + \frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

№8

Очевидно, всего последовательностей $S_0 = 100!$

Посчитаем такие последовательности, где содержится $a_i = X$, $a_{i+1} = y$ и $a_i = y$, $a_{i+1} = X$, но $a_{i-1} \neq z$, $a_{i+2} \neq z$.

Упорядочим, что X идет раньше y, а потом умножим на 2!.

1) $X = a_0$ и $y = a_{i+1}$: $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \underbrace{97 \cdot \dots \cdot 1}_{\text{98-1, т.к. 2 не может быть}} = 97! \cdot 97$

2) $X = a_{99}$ и $y = a_{100}$: $\dots \underbrace{97}_{(98-1),\ \text{т.к. 2 не может быть}} \underbrace{97 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}}_{} = 97! \cdot 97$

3) $X \neq a_0$ и $y \neq a_{100}$ и $X = a_i$ и $X = a_{i+1}$: $\underbrace{97 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot 96 \cdot 96 \dots 1}_{\text{x 96}} = 96! \cdot 97_x^2$

↑ такая последовательность 97.

$$S_{xy} = (97 \cdot 97! + 97 \cdot 97! + 97^2 \cdot 96 \cdot 96!) \cdot 2!$$

Также считаются S_{yz} и S_{xz} $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{xy} = S_{yz} = S_{xz} = (97 \cdot 97! + 97 \cdot 97! + 97^2 \cdot 96 \cdot 96!) \cdot 2$$

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-249

Посчитаем кол-во последовательностей, где $a_i = x$ $a_{i+1} = y$ $a_{i+2} = z$ (упорядоченно, в шестистановке домножили на 3!). ← наши номера. 98

$$\underline{97} \quad \underset{x}{\overset{1}{*}} \quad \underset{y}{\underline{1}} \quad \underset{z}{\underline{1}} \quad \underline{96} \quad \underline{95} \ldots \underline{1} = 97! \cdot 3! - 97! \cdot 6 \cdot 98$$

Посчитаем количество последовательностей, которые нам подходят:

$S_1 = S_{xy} + S_{yz} + S_{xz} + S_{xyz} =$

$= (2 \cdot 97 \cdot 97! + 97^2 \cdot 96 \cdot 96!) \cdot 6 + 97! \cdot 6 \cdot 98 =$

$= 97! (12 \cdot 97 + 97 \cdot 96 \cdot 6 + 6 \cdot 98)$

$S_0 = 97! \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100$

Наименьшее количество последовательностей:

$k_{наим} = S_0 - S_1 + 1 = 97! (98 \cdot 99 \cdot 100 - (12 \cdot 97 + 97 \cdot 96 \cdot 6 + 6 \cdot 98)) + 1$

$k_{наим} = 97! (970.200 - 57.624) + 1$

$k_{наим} = 97! (912.576) + 1$

Ответ: $97! (912.576) + 1$

№2

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \quad | \cdot 2 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 7A + 4B \le 18 \end{cases} \downarrow +$$

$$\begin{cases} 6A + 10B \le 22 \\ 11A + 7B \le 28 \end{cases} \downarrow +$$

$17A + 17B \le 50$

$A + B \le \frac{50}{17}$ – оценка Ургала

Дополнительный бланк №2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-249

№2 (продолжение)

Докажем, что равенство выполнимо

$A+B=\frac{50}{17}$

$B=\frac{50}{17}-A.$

$\begin{cases} 3A+5B\le 11 \ (1) \\ 4A+3B\le 10 \ (2) \\ 7A+4B\le 18 \ (3) \end{cases}$

Подставим B в (1):

$3A+\frac{250}{17}-5A\le 11$

$2A\ge\frac{250}{17}+11$

$A\ge\frac{250-11\cdot 17}{34}=\frac{63}{34}$

Подставим B в (2):

$4A+\frac{150}{17}-3A\le 10$

$A\le\frac{10\cdot 17-150}{17}=\frac{20}{17}$

Ответ: $a+b=\frac{50}{17}$. – ответ неверный

25

№7

$f(x)=x^4+6x^2+x$, $g(x)=kx+a$ – прямая

$g'(x)=k$, и т.к. прямая касается в двух точках, то производные в этих точках равны k.

$f'(x)=4x^3+2\cdot 6x+1$

Пусть m, n – абсциссы точек касания.

$f'(m)=f'(n)=k.$

$4m^3+2\cdot 6m+1=4n^3+2\cdot 6n+1$

$4(m^3-n^3)+12(m-n)=0$

$4(m-n)(m^2+mn+n^2)+12(m-n)=0.$

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-249

№7 (продолжение)

$4(m-n)(m^2+mn+n^2)+2b(m-n)=0$

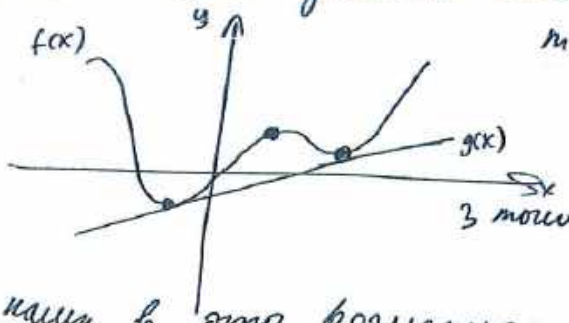
$(m-n)(4m^2+4mn+4n^2+2b)=0$

Т.к. $m \neq n$ (разные точки):

$4m^2+4mn+4n^2=-2b$

$2m^2+2mn+2n^2=-b$

Заметим, что $f'(x)=0$ должно иметь 3 корня, т.к. у нее должно быть 3 точки экстремума.



Посмотрим, при каких b это возможно:

$f'(x) = 12x^2+2b=0$.

$x^2 = \frac{-2b}{12}$ $\quad x=\pm\sqrt{-\frac{b}{6}}$; $\quad b \leq 0$.

$2m^2+2mn+2n^2+b=0$.

Решим отн-о m:

$D = 4n^2-4(2n^2+b) = 4n^2-8n^2-4b = -4n^2-4b = -4(n^2+b)$.

$D \geq 0 \Rightarrow -8n^2-b \geq 0$ $\quad b \leq n^2$ $\quad b \leq 0$.

$b \neq 0$

0

1 б нет

№8 нет

М11-273

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-273

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Колесников	10	Гуркенкова	10	10
2	Лозунец	10	Зайцевская	10	10
3	Марков	12	Макаров	12	12
4	Керсанова	0	Овсянкова	0	0
5	Борисова	4	Кремер	4	4
6	Керсанова	0	Овсянкова	0	0
7	Постовалова	0	Литвинец	0	0
8	Шамков	0		0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-273

Задание 1.

Пусть кол-во очников = m

кол-во дист. = l

Посчитаем тех, кто входит в обе группы:

$0{,}5m = 0{,}6l$

$\Downarrow$

$l = \frac{5}{6}m$

+10

$\frac{5}{6}m \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{6}m$ - те, кто занимается только дист. (40% от всех дист.)

$\frac{3}{6}m$ - те, кто занимается только очно, также $\frac{3}{6}m$ - те, кто занимл. и очно, и дистанционно

$\frac{3}{6}m + \frac{3}{6}m + \frac{2}{6}m = \frac{8}{6}m$ - студентов всего

~~$\frac{8}{6}m : \frac{3}{6}m = \frac{8 \cdot 6}{}$~~

$\frac{3}{6}m : \frac{8}{6}m = \frac{3 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{3}{8}$ студентов учатся только очно (нашли долю очников среди всех)

(0,375)

Ответ: $\frac{3}{8}$

Задание 3.

Мы получим такую сумму:

$$\frac{g^1}{g^1(g^{49}+1)} + \frac{g^2}{g^2(g^{48}+1)} + \frac{g^3}{g^3(g^{47}+1)} + \dots + \frac{g^{49}}{g^{49}(g^1+1)} + \frac{g^{50}}{g^{50}(g^0+1)} + \frac{g^{51}}{g^{51}(g^{-1}+1)} + \dots + \frac{g^{99}}{g^{99}(g^{-49}+1)} =$$

$$= \frac{1}{g^{49}+1} + \frac{1}{g^{48}+1} + \dots + \frac{1}{g^1+1} + \frac{1}{g^0+1} + \frac{1}{g^{-1}+1} + \frac{1}{g^{-2}+1} + \dots + \frac{1}{g^{-49}+1}$$

Удалим

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-273

Рассмотрим сумму $\frac{1}{9^n+1}+\frac{1}{9^{-n}+1}=\frac{9^{-n}+1+9^n+1}{(9^n+1)(9^{-n}+1)}=\frac{9^{-n}+1+9^n+1}{9^0+9^n+9^{-n}+1}=$

$=\frac{9^n+9^{-n}+2}{9^n+9^{-n}+2}=1$

Таких пар в нашей сумме будет 49 + есть дробь, где $n=0$ (непарная). Рассмотрим её отдельно. $\frac{1}{9^0+1}=\frac{1}{2}$

Значит, наша сумма $=49+\frac{1}{2}=49,5$ +

Ответ: 49,5.

Задание 5.

$x+1\neq 0 \quad x\neq -1$

$3x-5\neq 0 \quad x\neq \frac{5}{3}$

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}(x)$

$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{1-\frac{(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)}}{\frac{(5x+3)}{(3x-5}+\frac{(x-1)}{(x+1)}}=\frac{-2x^2-2}{3x^2-2x-5}:\frac{8x^2+8}{3x^2-2x+5}=$

$=-\frac{2x^2+2}{8x^2+8}=-\frac{1}{4}$

неверная формула

$\operatorname{ctg}(x)=-\frac{1}{4}$

$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}\in(-\pi;\pi) \Rightarrow$ их сумма $\in(-2\pi;2\pi)$

$\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\in(-\pi;\pi)$

Ответ:

$x=-\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}; \quad x=\pi-\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

$x=2\pi-\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}; \quad x=-\pi+\operatorname{arcctg}\frac{1}{4}$

4 балла

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-273

Задание 2.

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \quad (1) \\ 3A+4B \geq 11 \quad (2) \\ 5A+3B \geq 11 \quad (3) \end{cases}$$

Домножим первую строку на 4 и 5 A + 4B на 2

12 A + 16 B ≥

Домножим (2) на 4 и (3) на 2

$$\begin{cases} 12A+16B \geq 44 \\ 10A+6B \geq 22 \end{cases} \Rightarrow 22A+22B \geq 66$$

$$A+B \geq 3$$

Пусть $A=1$; $B=2$ 105

Проверим систему:

$$\begin{cases} 1+5\cdot 2 = 11 \geq 9 \text{ - верно} \\ 3\cdot 1+4\cdot 2 = 3+8 = 11 \geq 11 \text{ - верно} \\ 5\cdot 1+3\cdot 2 = 5+6 = 11 \geq 11 \text{ - верно} \end{cases}$$

Мин. оценка получена, система соблюдается.

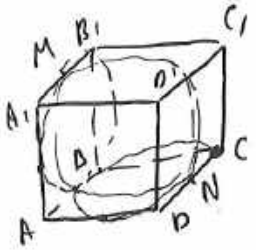
Ответ: 3.

Бланк ответа

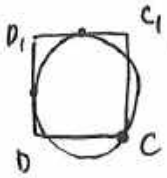
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-273

Задание 4.



Посмотрим на куб со стороны DD, C, C



Окр-ть проходит через C и касается D1C1 (проекция A1B1) и D1D (проек. A1A)

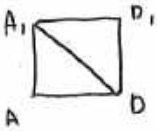
Это возм. только при делении точками касания сторон D1C1 и DD1 пополам (в силу симметрии куба и сферы)

Тогда сфера касается также сторон D1C1; D1D куба

Аналогично сфера касается DC и AB (аналогичная картинка при рас-ии со стороны A1B1C1D1) (в середине)

Отметим середину A1B1 = M и сер. CD = N

MN - диаметр сферы



$A_1D = MN = \sqrt{2}$ $\quad r = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Задание 7.

$ax^4 + x^2 + x = kx + b$

$ax^4 + x^2 + (1-k)x - b = 0$

должно иметь два решения

При $a = 0$:

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-273

~~Задание 6.~~

$x^2 + (1-k)x - b = 0$

$D = (1-k)^2 - 4b = k^2 + 1 - 2k - 4b$

~~$x = \frac{(1-k) \pm \sqrt{k^2+1-2k-4b}}{2}$~~

$k^2 + 1 - 2k - 4b > 0$ (чтобы было 2 решения)

$(1-k)^2 - 4b > 0$

$4b < (1-k)^2$

$b < \left(\frac{1-k}{2}\right)^2$

Подойдут любые коэф. k и $b < \left(\frac{1-k}{2}\right)^2$ для сост. данной прямой при $a = 0$.

005

М11 – 626

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-686

(1) Найти: $\frac{y}{x} - ?$

у - не знают французский
х - не знают английский, тогда
0,04х - не знают английский, но знают французский
0,2у - не знают французский, но знают английский
составим таблицу:

говорит по англ. \ говорит по Ф	+	−
+		0,2у
−	0,04х	0,8у ± 0,96х

отсюда видим, что 0,96х не знает ни французский, ни английский и 0,8у не знает ни Ф, ни А: $0,8y = 0,96x$

$80y = 96x$

$\frac{y}{x} = \frac{96}{80} = \frac{12}{10} = 1,2$ + (10б)

Ответ: в 1,2 раза

(6) Решение:

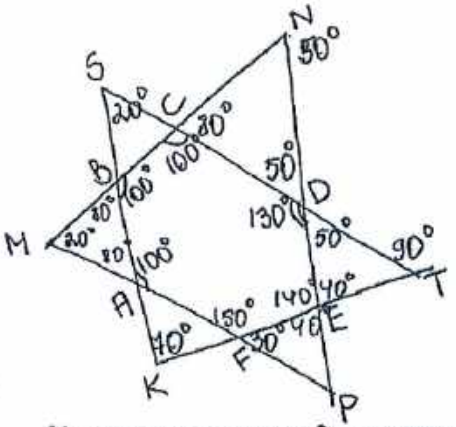
1) $\angle CBA + \angle MBA = 180^\circ \Rightarrow \angle MBA = 80^\circ$ (по св-ву смежных углов), аналогично $\angle BAM = 80^\circ$

$\Rightarrow \angle AMB = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ (по сумме углов △)

2) $\angle EDT + \angle EDC = 180^\circ$ (по св-ву смежн. ∠); $\angle EDT = 50^\circ$

$\angle FED + \angle DET = 180^\circ$; $\angle DET = 40^\circ$

$\angle DTE = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$



3) аналогично, используя св-во смежных углов $\angle AKF = 30^\circ$; $\angle KAF = 80^\circ$, тогда в △AKF: $\angle K = 70^\circ$

~~4) проверка: в △~~

4) в △ SBC: $\angle S = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$
($\angle SBC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$)

проверка: в △ SKT: $20^\circ + 90^\circ + 70^\circ = 180^\circ$ ($\angle SCB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$)
(сумма углов $= 180^\circ \Rightarrow$ △ существует, все правильно)

5) $\angle NCD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
$\angle CDN = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ (по св-ву смежн. углов) $\Rightarrow$ △CND: $\angle N = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$

6) $\angle FEP = 40^\circ$
$\angle EFP = 30^\circ$ (по св-ву смежн. ∠) $\Rightarrow$ △FEP: $\angle P = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$

7) проверка: в △ MNP: $50^\circ + 110^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ △ существует

Ответ: $(50^\circ; 20^\circ; 110^\circ)$ и $(20^\circ; 90^\circ; 40^\circ)$ (+) см. далее →

30

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-626

② $\begin{cases} 3a+5b \le 11 \quad (1) \\ 4a+3b \le 10 \quad (2) \\ 7a+4b \le 18 \quad (3) \end{cases}$

(1)+(2): $7a+8b \le 21$ (3) $7a+4b \le 18$

$4b \le 3$

$b \le 3/4$

нет полной оценки

$A+B \le \frac{3p}{11}$

(3)−(1): $4a-b \le 7$ +

(3)−(2): $3a+b \le 8$

$7a \le 15$

$a \le 2\frac{1}{7}$

$a+b \le 2\frac{1}{7}+\frac{3}{4}=\frac{81}{24}=\frac{27}{8}$

05

Ответ: $\frac{27}{8}$ ответ неверный

⑤ $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x \mid tg(\,)$

ограничение:

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} < \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} < \frac{\pi}{2}$

$-\pi < \operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} < \pi$

$\Rightarrow x \in (-\pi;\pi)$

003?

$tg\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=tgx$

$\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}}=tgx$

$\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}=tgx$

$\frac{6x^2-2x-3x+1+x^2+5x+6}{3x^2-x+6x-2-(2x^2+6x-x-3)}=tgx$

$\frac{4x^2+4}{3x^2-x+6x-2-2x^2-5x+3}=tgx$

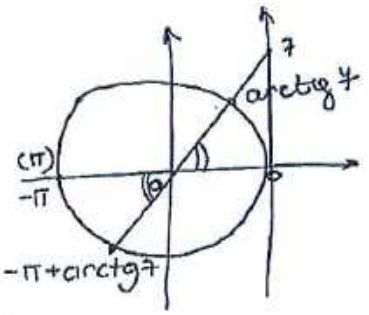
$\frac{4(x^2+1)}{x^2+1}=tgx$

$tgx=4$

$x=\operatorname{arctg}(4)+\pi k,\ k\in Z$, с условием ограничения

$x=\operatorname{arctg}(4)$

$x=-\pi+\operatorname{arctg}(7)$



Ответ: $\operatorname{arctg}(4)$, $-\pi+\operatorname{arctg}(7)$

③ $p(n)=\frac{(-3)^n}{3^n+3^{17}}$

$n=1: \frac{-3}{3+3^{17}}=p(1)$; $p(1)=\frac{-3}{3(1+3^{16})}=\frac{-1}{1+3^{16}}$

$n=33: p(33)=\frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}}=\frac{-3^{33}}{3^{17}(3^{16}+1)}=\frac{-3^{16}}{3^{16}+1}$

$p(1)+p(33)=-\left(\frac{1}{1+3^{16}}+\frac{3^{16}}{3^{16}+1}\right)=-\left(\frac{1+3^{16}}{1+3^{16}}\right)=-1$

$n=2: p(2)=\frac{9}{9+3^{17}}=\frac{9}{9(1+3^{15})}=\frac{1}{1+3^{15}}$

$n=32: p(32)=\frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}}=\frac{3^{32}}{3^{17}(3^{15}+1)}=\frac{3^{15}}{3^{15}+1}$

$p(2)+p(32)=\frac{1+3^{15}}{3^{15}+1}=1$, заметим закономерность, что крайние числовые суммы с нечетным n

см. далее

М 11-626

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Апальков	10	Гурьянова	10	10
2	Гоздева	0	Валова	0	0
3	Иванова	12	Ушакова	12	12
4	Дубинский	0	Молодцов	0	0
5	Валова	11	Чернов	11	11
6	Алехова	3	Бурзин	3	3
7	Беканов	0	Лимарчук	0	0
8	Пелишев	0	Щучков	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11626

дают ③ продолжение в сумме -1, а с четными n, 1.

Следовательно:
$$\left.\begin{array}{l} p(1)+p(33)=-1 \\ p(2)+p(32)=1 \\ p(3)+p(31)=-1 \\ \dots \\ p(16)+p(18)=1 \end{array}\right\}$$ складывая их попарно получается 0

$$p(17)=\frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}}=\frac{-3^{17}}{2\cdot 3^{17}}=-\frac{1}{2}$$

Значит: $S=f(p(1)+p(2)+p(3)+\dots+p(33)=p(17)=-\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

⑦ $f(x)=x^4+bx^2+x$ касат. в 2 точках

$b-?$

$f'(x)=4x^3+2bx+1$

$f'(x_0)=4x_0^3+2bx_0+1=k$ - коэфф. наклона касат., тогда

$4x_0^3+2bx_0+1=k$ - должно иметь 2 решения относительно x_0

$g(x_0)=4x_0^3+2bx_0$ и $p(x_0)=k-1$ - const

$g'(x_0)=12x_0^2+2b$

$g'(x_0)=0$

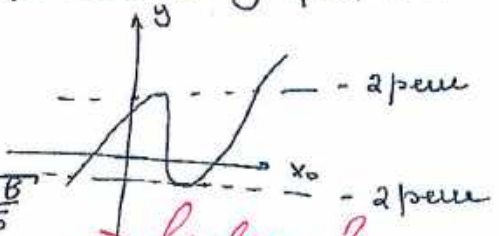
$12x_0^2=-2b$

$x_0^2=\frac{-b}{6}$

$x_0=\pm\sqrt{\frac{-b}{6}}$

x_0	$-\sqrt{\frac{-b}{6}}$		$\sqrt{\frac{-b}{6}}$	
$g'(x_0)$	+	−	+	
$g(x_0)$	↗	max	↘	min

схематич. эскиз графика:

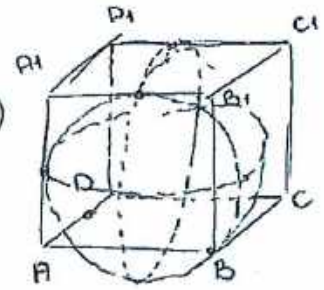


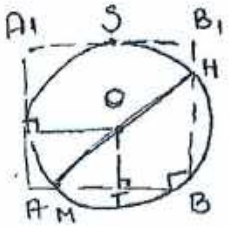
$k-1=g\left(-\sqrt{\frac{-b}{6}}\right)=4\cdot\left(\frac{-b}{6}\right)^{\frac{1}{2}}+2b\cdot\sqrt{\frac{-b}{6}}$

⇒ выводы?

Об.

⑧





Решение:

1) $\angle MBH=90°$, вписан. $\Rightarrow$ MH - диаметр

2) $\triangle AHB\sim\triangle A_1OT$ (по I призн.)

$\frac{MB}{MT}=\frac{MH}{AO}=\frac{2}{1}$; $MB=2MT$

$B_1S^2=B_1H\cdot B_1B$ (по т. о кас и сек.)

$\frac{1}{4}=B_1H\cdot 1$

$B_1H=\frac{1}{4}\Rightarrow HB=\frac{3}{4}$, аналог.

$MB=\frac{3}{4}$

3) $MH=\frac{3}{4}\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$R=\frac{1}{2}MH=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

нет системы уравнений

не указано вид возможные сферы.

Об.

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

см. далее

Дополнительный бланк №

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-626

(8) $x \neq y \neq z$ $\{..., x, y, ...\}$ $\{..., y, z, ...\}$

$\{a_1, a_2, ..., a_{100}\}$

Вероятность встретить 2 числа:

$p_1 = \frac{1}{99} \cdot 6 = \frac{6}{99}$

3 числа: $p_2 = \frac{6}{97}$

$p_1 + p_2 = \frac{6 \cdot 97 + 6 \cdot 99}{99 \cdot 97} = \frac{6 \cdot 196}{99 \cdot 97} = \frac{2 \cdot 196}{33 \cdot 97} = \frac{392}{33 \cdot 97}$

Комбинаций, чтобы встретить 2 элемента множества $\{x; y; z\}$ $n_1 = 3 \cdot 2 = 6$, чтобы 3 элемента: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, включая повторов. n_1

Всего: $6 + 3 = 9$ вар.

Количество возможных комбинаций последовательности 100!

кол-во способов выбрать 3 числа $100 \cdot 99 \cdot 98$

(-) об чем речь

М11-366

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-866

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Колесова А.С.	10	Гурьянова И.Э.	10	10
2	Зайцева	10	Гоздева	10	10
3	Кремер	12	Гнеш	12	12
4	Овсянова	0	Иванова	0	0
5	Урозов	4	Сергеев	4	4
6	Гузун	0	Кашков	0	0
7	Костова-лова	0	Лина-нина	0	0
8	Пленкин	0	Шашков	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М 11-866

(заполняется организатором)

$\sqrt{2}$

лист 1

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \\ 4A + 3B \le 10 \\ 4A + 4B \le 18 \end{cases} \qquad S = A + B \Rightarrow A = S - B$$

$$\begin{cases} 3(S-B) + 5B - 11 \le 0 \\ 4(S-B) + 3B - 10 \le 0 \\ 4(S-B) + 4B - 18 \le 0 \end{cases}$$

Построим графики кат. неравенства $S \circ B$

$3S - 3B + 5B - 11 \le 0$

$3S + 2B - 11 \le 0$

$S = \frac{11 - 2B}{3}$ (1)

B	1	0
S	3	$\frac{11}{3}$

$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

$4S - 4B + 3B - 10 \le 0$

$4S - B - 10 \le 0$

$4S = 10 + B$

$S = \frac{10 + B}{4}$ (2)

B	0	2	6
S	2,5	3	4

$4S - 4B + 4B - 18 \le 0$

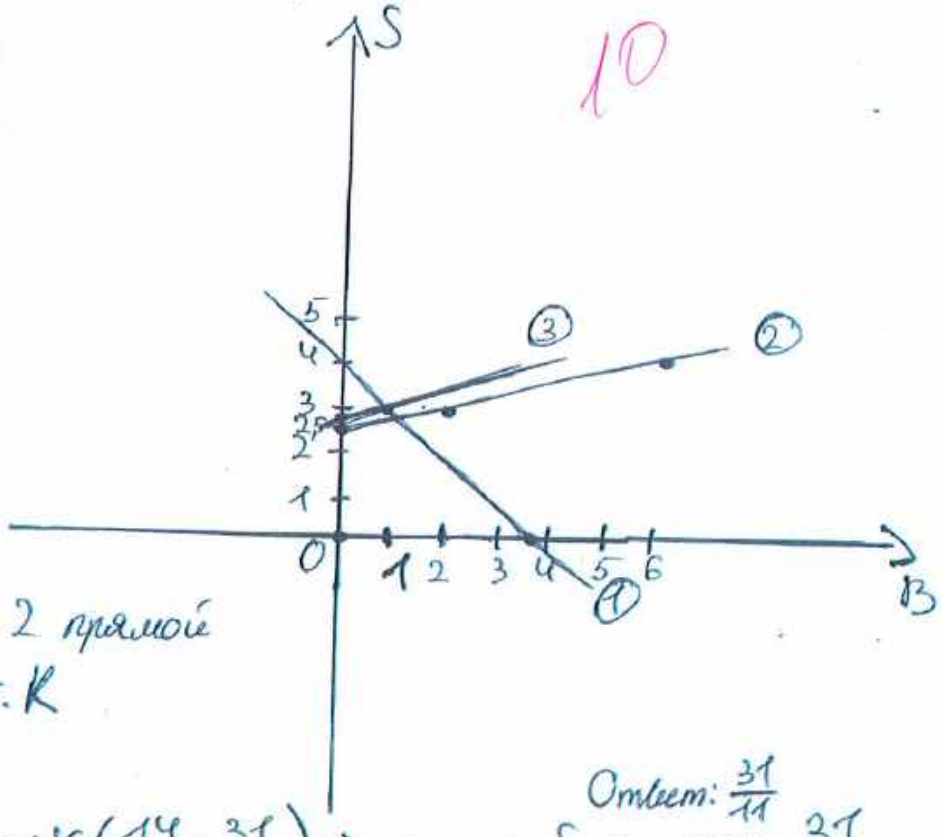
$4S - 3B - 18 \le 0$

$4S = 3B + 18$

$S = \frac{3B + 18}{4}$ (3)

B	0	1	2
S	$\frac{18}{4}$	3	$\frac{24}{4}$

$\frac{18}{4} = 2\frac{4}{4}$



10

Т. К – пересечение (1) и (2) прямой

Найдём координаты т. К

$\frac{11 - 2B}{3} = \frac{10 + B}{4}$

$30 + 3B = 44 - 8B$

$B = \frac{14}{11} \Rightarrow S = \frac{31}{11} \Rightarrow K\left(\frac{14}{11}; \frac{31}{11}\right) \Rightarrow$ самое больш. знач. $\frac{31}{11}$

Ответ: $\frac{31}{11}$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-866

(заполняется организатором)

№6

лист 2

Сумма углов любого n-угольника считается по формуле $S = 180°(n-2)$, значит в нашем шестиугольнике должно быть $S = 180°(6-2) = 720°$, но $100°\cdot 4 + 140° + 150° = 690°$, такого в шестиугольнике не может быть. Но, если бы углы были правильные, то решение:

$\angle MAF$ и $\angle BAP$ – вертик. $\Rightarrow \angle MAF = 80°$, аналогично $\angle AFM = 30°$

$\angle M = 180 - (80+30) = 40°$ Ошибка в вычислениях и в ходе лин от

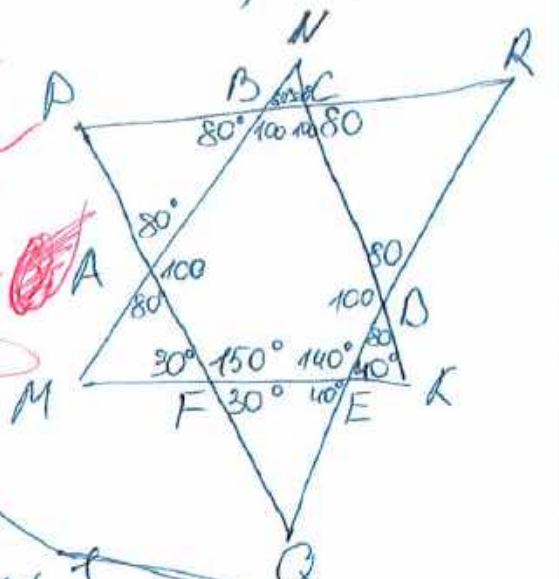
аналогично

$\angle N = 180 - (80+80) = 20°$

$\angle K = 180 - (80+40) = 60°$

аналогично

$\angle P = 20°$; $\angle R = 20°$; $\angle Q = 110°$



№5 $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = X$

$\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right) = \operatorname{tg} X$ $\quad x \neq \frac{1}{3}$, $x \neq -2$

$$\frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}} = \operatorname{tg} X$$

$$\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+2)(x+3)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)} = \operatorname{tg} x$$

$$\frac{6x^2-5x+1+x^2+5x+6}{3x^2+5x-2-2x^2-6+x+3} = \operatorname{tg} x$$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: N11-866

(заполняется организатором)

лист 3

$$\frac{4x^2+4}{x^2+1} = tgx$$

$tgx = 4$

$x = arctg\,4 + \pi k, \; k \in Z$

№1

не говорят по англ. – 4% – франц.

не говорят по франц – 20% англ.

$100n$ – не говор по англ $\Rightarrow 4n$ – говор. по франц.

$100k$ – не говор по франц. $\Rightarrow 20k$ – говор по англ.

$100n + 100k - 4n - 20k = 96n + 80k$ – всего

$80n$ – не говор по англ $= S$

$96k$ – не говор по франц. $= S_1$

$\frac{S_1}{S} = \frac{96k}{80n} = \frac{6}{5} \cdot \frac{k}{n} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = 1,2$

Ответ: $\frac{6}{5}$ или 1,2 (+10)

№3

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$$

$$p(1) = \frac{-3}{3+3^{17}} = \frac{-3}{3(1+3^{16})} = \frac{-1}{1+3^{16}}$$

$$p(2) = \frac{3^2}{3^2(1+3^{15})} = \frac{1}{1+3^{15}}$$

$$p(3) = \frac{-1}{1+3^{14}}$$

...

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: N11-366

(заполняется организатором)

лист 4

$p(33) = \frac{-1}{1+3^{-15}}$

Заметим, что $\frac{1}{1+3^n} + \frac{1}{1+3^{-n}} = \frac{1}{1+3^n} + \frac{3^n}{1+3^n} = 1$,

тогда получим $-1 \cdot 8 + 1 \cdot 8 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ т.е. 8 пар дают в сумме -1 и 8 пар дают в сумме 1, остаётся лишь $p(17) = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ (12)

$\sqrt{4}$

Об

уравн. касательной

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

$y = f'(x_0) \cdot x + (y_0 - f'(x_0) x_0)$

по условию $f'(x_1) = f'(x_2)$

$-f'(x_1) \cdot x_1 + f(x_1) = -f'(x_2) \cdot x_2 + f(x_2)$

$\begin{cases} 4x_1^3 + 2bx_1 + 1 = 4x_2^3 + 2bx_2 + 1 \\ -4x_1^4 - 2bx_1^2 - x_1 + x_1^4 + bx_1^2 + x_1 = -4x_2^4 - 2bx_2^2 - x_2 + x_2^4 + bx_2^2 + x_2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x_1^3 + 2bx_1 = 4x_2^3 + 2bx_2 \\ -3x_1^4 - bx_1^2 = -3x_2^4 - bx_2^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + b = 0 \quad | \cdot -1 \\ 3x_1^2 + 3x_2^2 + b = 0 \quad + \end{cases}$

$x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 0$

$x_1 = x_2$ – это противоречит условию $\Rightarrow$ таких b не существует.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-866
(заполняется организатором)

№6

лист 5

Дополнение:

Если $\angle D = 130°$, то:

$\angle M = 40°$

$\angle N = 20°$

$\angle K = 180° - (40° + 50°) = 90°$

$\angle P = 20°$

$\angle R = 180° - (80° + 50°) = 50°$

$\angle Q = 110°$

[illegible]

№8 ик

М11-880

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-880

№3

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n+3^{77}} = (-1)^n\left(1 - \frac{3^{77}}{3^n+3^{77}}\right)$

Пусть $S = p(1)+p(2)+\dots p(33)$

$S = -1+\frac{3^{77}}{3+3^{77}} + 1 - \frac{3^{77}}{3^2+3^{77}} + \dots - 1 + \frac{3^{77}}{3^{33}+3^{77}} =$

$= -1 + 3^{77}\left(\frac{1}{3+3^{77}} - \frac{1}{3^2+3^{77}} + \frac{1}{3^3+3^{77}} + \dots + \frac{1}{3^{33}+3^{77}}\right) = -1+3^{77}\left(\left(\frac{1}{3+3^{77}} + \frac{1}{3^3+3^{77}}\right) - \left(\frac{1}{3^2+3^{77}} + \frac{1}{3^4+3^{77}}\right) + \dots + \frac{1}{3^{33}+3^{77}}\right) = -1+3^{77}\left(\frac{1}{2\cdot 3^{77}} + \frac{1}{3^{77}} - \frac{1}{3^{77}} + \frac{1}{3^{77}} - \frac{1}{3^{77}} + \dots\right) = -1+\frac{1}{2} = -0{,}5$

~~Ответ: $p(1)+p(2)+\dots+p(33) = -0{,}5$~~

кол-во чисел нечетное $\Rightarrow$ одна -1 останется, затем группируем числа при $n \geq 77$: $\left(\frac{1}{3^n+3^{77}} + \frac{1}{3^{77}+3^{3n}}\right) = \frac{1}{3^n(1+3^{77-n})} + \frac{1}{3^{77}(1+3^{77-n})} = \frac{3^n+3^{77-n}}{3^{77+n}(1+3^{77-n})} = \frac{1}{3^{77}}$

Т.К. кол-во пар четное и половина из равна $-\frac{1}{3^{77}}$, то все они уничтожатся и останется только $\frac{1}{2\cdot 3^{77}}$ которую не хватит парой

Ответ: $p(1)+p(2)+\dots+p(33) = -0{,}5$ +

№8

рассмотрим пару x и y

Если x и y стоят не 100 членом, то у нас есть $97!\cdot 96$ расстановок $\Rightarrow$ нужно взять как минимум $2\cdot 97!\cdot 96 > 25$

если x или y стоят в 1 или 100 членом, то у нас есть $4\cdot 97!\cdot 97\cdot 96$ перестановок $\Rightarrow S = 2\cdot 97!\cdot 96 + 4\cdot 97!\cdot 97\cdot 96$

в остальных случаях (x и y не являются крайними) у нас есть $97!\cdot 94\cdot 97\cdot 96$ вариантов

Ответ: $1 + 97!\cdot 94\cdot 97\cdot 96 + 2\cdot 97!\cdot 96 + 4\cdot 97!\cdot 97\cdot 96$

решайте не та задача −0б

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) M11-880

№5

023

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}=x$

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\operatorname{tg}x$

$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}+\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)=\frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)+\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1}\right)}{1-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}\right)\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)\right)}=\frac{\frac{2x-1}{x+2}+\frac{x+3}{3x-1}}{1-\frac{2x-1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{3x-1}}=$

$=\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}=\frac{7x^2+7}{x^2+1}=7$

$\Rightarrow \operatorname{tg}x=7$

$x\in[-\pi;\pi]$ т.к. $E(\operatorname{arctg})=\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\operatorname{arctg}7\\x=-\pi+\operatorname{arctg}7\end{array}\right.$

Ответ: $x_1=\operatorname{arctg}7$ $x_2=\operatorname{arctg}7-\pi$

№1

Пусть x – это кол-во людей, которые знают англ. яз., но не знают франц. яз.

y – это кол-во людей, знающих франц. яз., но незнающ. англ. яз.

K – это кол-во людей, которые не знают англ. яз. и франц. яз.

тогда $x+K$ – это кол-во людей не знающ. франц. яз.

а $y+K$ – это кол-во людей не знающ. англ. яз.

составим ур-ния

$\left\{\begin{array}{l}(y+K)\cdot 0{,}04=y\\(x+K)\cdot 0{,}2=x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}0{,}96y=0{,}04K\\0{,}8x=0{,}2K\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}y=\frac{4K}{96}=\frac{K}{24}\\x=\frac{K}{4}\end{array}\right.$

$\Rightarrow\frac{x+K}{y+K}=\frac{\frac{5}{4}K}{\frac{25}{24}K}=\frac{30K}{25K}=\frac{6}{5}=1{,}2$ +10б

Ответ: кол-во людей не знающ. франц. в 1,2 раза больше людей не знающ. англ.

М11-880

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

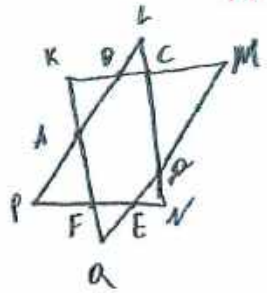
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Васильева	10	Гуреенкова	10	10
2	Гоздева	0	Зайцева	0	0
3	Иванова	12	Маркова	12	12
4	Дубинский	0	Иванова	0	0
5	Куприков	11	Волкова	11	11
6	Алехова	3	Степкин	3	3
7	Коннов	0	Сенатин	0	0
8	Клемешев	0	Шашков	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-880

№6



№7

Дано: ΔQKA, ΔPLN, $KA \cap AL = B$, $KA \cap LB = C$, $KQ \cap LP = A$, $AQ \cap LN = D$, $AQ \cap AN = E$, $KQ \cap PN = F$; $\angle FAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = 100°$; $\angle DEF = 110°$, $\angle EFA = 150°$

Найти: $\angle L, \angle M, \angle K, \angle N, \angle Q, \angle P$

$\angle P = 130°$

Решение: рассмотрим ΔKAB $\angle KAB = 180° - \angle BAF$ по т. о смежных углах $\Rightarrow \angle KAB = 80°$, $\angle KBA = 180° - \angle ABC = 80°$ по т. о смеж. углах $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AKB = 180° - \angle KAB - \angle KBC = 20°$ т.к. сумма углов в тр. равна 180°.

рассмотрим ΔLBC

$\left.\begin{array}{l}\angle LBC = 180° - \angle ABC = 80° \\ \angle LCB = 180° - \angle BCD = 80°\end{array}\right\}$ по т. о смеж. углах.

$\Rightarrow \angle L = 180° - \angle LBC - \angle LCB = 20°$

рассмотрим ΔCMD

$\left.\begin{array}{l}\angle MCD = 180° - \angle BCD = 80° \\ \angle CDM = 180° - \angle CDE = 80°\end{array}\right\}$ по т. о смеж. углах $\Rightarrow \angle M = 50°$

рассмотрим ΔDNE

$\left.\begin{array}{l}\angle NDE = 180° - \angle CDE = 80° \\ \angle DEN = 180° - \angle DEF = 40°\end{array}\right\}$ по т. о смеж. углах $\Rightarrow \angle N = 90°$

рассмотрим ΔEQF

$\left.\begin{array}{l}\angle QEF = 180° - \angle DEF = 110° \\ \angle QFE = 180° - \angle AFE = 30°\end{array}\right\}$ по т. о смеж. углах $\Rightarrow \angle Q = 110°$

рассмотрим ΔPAF

$\left.\begin{array}{l}\angle PAF = 180° - \angle BAF = 80° \\ \angle PFA = 180° - \angle EFA = 30°\end{array}\right\}$ по т. о смеж. углах $\Rightarrow \angle P = 70°$

Ответ: $\angle L = 20°$ $\angle N = 90°$ $\angle P = 70°$ $\angle M = 50°$, $\angle Q = 110°$, $\angle K = 20°$

−3

№2

Пусть $A + B = x$, тогда

$$\begin{cases} 3x + 2B \le 17 \\ 3x + A \le 10 \\ 4x + 3A \le 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 3A \le 30 \\ 4x + 3A \le 18 \end{cases} \Rightarrow 5x \le 12 \Rightarrow x \le 2{,}4$$

~~Значит~~ $\Rightarrow$ наибольшее значение $A+B$ это 2,4; проверим при $A = 0{,}5$ и $B = 1{,}9$

$$\begin{cases} 1{,}5 + 9{,}5 = 11 \le 11 \\ 2 + 5{,}7 = 7{,}7 \le 10 \\ 3{,}5 + 7{,}6 = 11{,}1 \le 18 \end{cases} \Rightarrow$$ есть значения при которых эта сумма достигается

Ответ: наиб. знач. выражения это 2,4 ответ неверный

не обосновано, что $A + B \le \frac{31}{11}$ 0б

№4 – верно.

№7 нет

М11-420

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

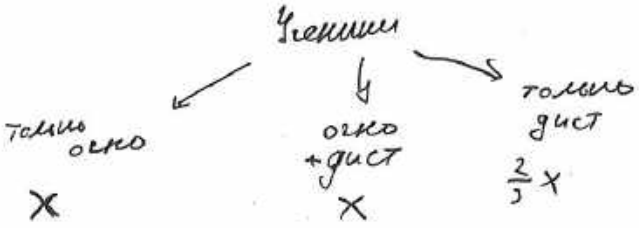
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420

(заполняется организатором)

№1

Пусть ~~в Вузе учится 100 человек, причём~~ x - учится только очно.



Кол-во студ учащихся только очно = кол-ву уч. у кого очно+дист. =)

очно+дист = x

кол-во уч. на дист+очной = 0,6 от всех

на дист → 0,4x, а только на дист 0,4 от всех дист =)

только дист: $\frac{x \cdot 0{,}4}{0{,}6} = \frac{2}{3}x$

Всего в вузе учится $x + x + \frac{2}{3}x = \frac{8}{3}x$ учеников.

Тогда x составляет: $\frac{x \cdot 3}{8x} = \frac{3}{8}$ часть от всех учеников

Ответ: $\frac{3}{8}$ (+) 10

№2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 & (1) \\ 3A + 4B \geq 11 & (2) \\ 5A + 3B \geq 11 & (3) \end{cases}$$

1) $(1+3)$: $A + 5B + 5A + 3B \geq 20 \Rightarrow 6A + 8B \geq 20$

2) $(1+3)-2$: $6A + 8B - 3A - 4B \geq 20 - 11 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3A + 4B \geq 9$

3) $((1+3)-2)-1$: $3A + 4B - A - 5B \geq 9 - 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2A - B \geq 0 \Rightarrow 2A \geq B$

4) $(2-3)$: $3A + 4B - 5A - 3B \geq 0 \Rightarrow B - 2A \geq 0 \Rightarrow B \geq 2A$ $\Big| \Rightarrow B = 2A$

Проверим + подставим:

$$\begin{cases} A + 10A \geq 9 \Rightarrow A \geq \frac{9}{11} \\ 3A + 8A \geq 11 \Rightarrow A \geq 1 \\ 5A + 6A \geq 11 \Rightarrow A \geq 1 \end{cases} \Big| \Rightarrow A \geq 1 \Rightarrow B \geq 2 \Rightarrow A + B \geq 3$$

тогда $A + B$ min $= 3$

$(A+B)_{min} = 3$

10 б.

Ответ: 3

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420

(заполняется организатором)

N3

при $n \in N;\ n \leq 50$: $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}} = \frac{1}{(1+9^{50-n})}$

Пусть надо найти сумму и она равна S.

при $n \in N;\ n > 50$: $p(n) = \frac{S_n}{9^n + 9^{50}} = \frac{9^{n-50}}{(9^{n-50}+1)}$

* рассмотрим сумму $p = p(n) + p(100-n)$ (обе слаг. входят в общ. сумму)

$+\ n \in N;\ n < 50$

$p = \frac{1}{(1+9^{50-n})} + \frac{9^{50-n}}{(9^{50-n}+1)} = \frac{9^{50+n}+1}{(9^{50-n}+1)} = 1$

представим S как сумму n и 100-n, т.е. 99 = 100-1 ... :

$S = \underbrace{(p(1) + p(100-1))} + \underbrace{(p(2) + p(100-2))} + \ldots + (p(49) + p(100-49)) + p(50)$

используя * :

$S = 1 \cdot 49 + p(50) = 49 + \frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}} = 49 + \frac{9^{50} \cdot 1}{9^{50}+2} = 49 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

?

Ответ: 49,5

М 11 – 420

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

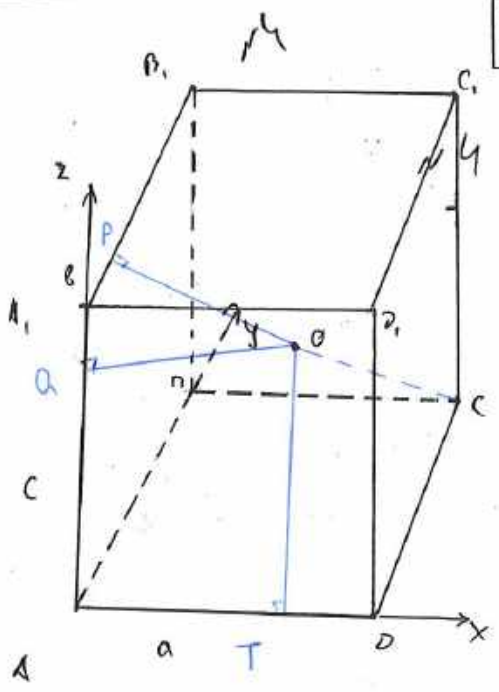
№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалиев Р.Ш.	10	Жиляева Т.Т	10	10
2	Магомедов Р.М.	10	Савина С.В.	10	10
3	Маркова	12	Жакаев	12	12
4	Курсанова	0	Алексеев	0	0
5	Сунгатин	1	Угодов	1	1
6	Грузнев	3	Осечкова	3	3
7	Кошкова	0	Степанов	0	0
8		0	Шамшев	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420

(заполняется организатором)



Ур-ние сферы:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, где

O-центр сферы $O(a;b;c)$

Точки $C; P; Q; T$ – лежат т. на сфере и их коорд должн удовл ур-нию сферы.

$C(1;1;0)$ $Q(0;0;c)$

$T(a;0;0)$ $P(0;b;0)$

Вспомн ур-ние:

$$\begin{cases} (1-a)^2+(1-b)^2+0=R^2 \\ (a-0)^2+(0-b)^2+(0-c)^2=R^2 \\ (0-a)^2+(0-b)^2+(c-c)^2=R^2 \\ (0-a)^2+(b-b)^2+(0-c)^2=R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1-a)^2+(1-b)^2=R^2 \\ b^2+c^2=R^2 \\ a^2+b^2=R^2 \\ a^2+c^2=R^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{①}\ a^2+1-2a+b^2+1-2b=R^2 \\ \Rightarrow \\ c^2=R^2-b^2 \\ c^2=R^2-a^2 \end{array} \Rightarrow$$

$\Rightarrow R^2-b^2=R^2-a^2 \Rightarrow b^2=a^2 \Rightarrow |b|=|a| \xrightarrow{б(1)}: 2a^2+2-4|a|=R^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ув(2): $2a^2=R^2 \Rightarrow R=\sqrt{2}|a|$

$\Rightarrow 2a^2+2-4|a|=2a^2 \Rightarrow 4|a|=2 \Rightarrow |a|=\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

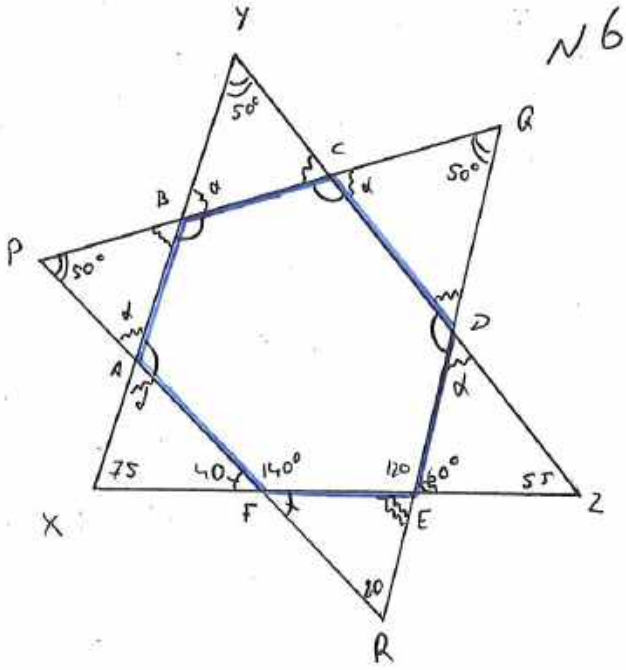
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420

(заполняется организатором)

N 6



Дано: ABCDEF - шестиугольник

$\triangle PQR \cap \triangle XYZ = ABCDEF$;

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115$; $\angle E = 120$; $\angle F = 140°$

Найти: $\angle X$; $\angle Y$; $\angle Z$; $\angle P$; $\angle Q$; $\angle R$

Решение.

1. Пусть $\angle XAF = \angle \alpha$ и $\angle$

2. $\alpha = 180° - \angle A$ - как смежные при AA XY

$\alpha = 180 - 115 = 65° = \angle PAB$ - как накрестлеж.

3. Т.к. Углы $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$, то $\angle XAF = \angle PAB = \angle PBA = \angle YBC = \angle YCB = \angle QCD = \angle QDC = \angle ZDE = \alpha = 65°$ - аналогично пункту 2. при так как $\angle BA$ смежными и накрестлеж. соответственно при прямых XY; YZ; PQ; QR

4. Рассмотрим $\triangle APB$: $\angle APB = 180 - 2\alpha = 180 - 2 \cdot 65 = 50°$ (по Σ углов $\triangle$)

Аналогично Рассмотрим $\triangle BYC \sim \triangle CQD$ (подобны по 3 углам)

$\angle BYC = 180 - 2\alpha = \angle CQD = 50°$

5. $\angle XFA = 180 - \angle F = 180 - 140 = 40°$ (как смежные) $\Rightarrow \angle XFA = 40° = \angle RFE$ (накрестлеж.)

$\angle ZED = 180 - \angle E = 180 - 120 = 60°$ (как смежные) $\Rightarrow \angle ZED = \angle FER = 60°$ (накрестлеж.)

6. Расм $\triangle XAF$: $\angle AXF = 180 - \alpha - 40 = 180 - 40 - 65 = 75°$ (по Σ углов $\triangle$)

Расм $\triangle FER$: $\angle FRE = 180 - 40° - 60° = 80°$ ($120 - \angle RFE - \angle REF$) (по Σ углов $\triangle$)

Расм $\triangle DZE$: $\angle EZD = 180 - \angle ZED - \angle EDZ = 180 - 60 - 65 = 55°$ (по Σ углов $\triangle$)

Найдем все углы.

Найдем 1 вариант

3 ✓

Ответ: $\triangle XYZ$: $\angle X = 75°$; $\angle Y = 50°$; $\angle Z = 55°$

$\triangle PQR$: $\angle P = 50°$; $\angle Q = 50°$; $\angle R = 80°$

стр N 4

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420

(заполняется организатором)

№8

База: если X сост из 3эл, то за 1 шаг можно точно опред.
если X сост из 4 эл, то за 2 шага можно точно опред.

⇒ пусть $i_{max} = n \to S = n-2$ шага

Верность для n, докажем для n+1.

Тут-то верим для n, докажем для n+1.

Мы умеем опред за n-2 шагов в мн-ве из n.

определим расположение n эл в мн-ве из n+1 ⇒

n-2 шага. При этом по прим что нам эл n+1

будет два вар-та для его расположения, а его нужно

будет определить ещё за один действие. ⇒ $n+2+1 = (n+1)-2$

ЧТД ⇒ для нашего случая за $n = 100-2 = 98$

шагов можно опред

однозначно положение чисел в посл.

№7.

$a = 0$ $f(x) \Rightarrow x^2 + x$ – парабола с вершиной $x_в = -\frac{1}{2}$ $y_в = -\frac{1}{4}$

касательная – это производная ф-ции в точке.

$f'(x) = 2x + 1$ – в одной точке касается парабол.

т.к. график ф-ции параболы $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}]$ – убывает

$x \in [-\frac{1}{2}; +\infty)$ – возрастает

⇒ общая точка 1.

$a \neq 0$ $f(x) = ax^4 + x^2 + x$ – график ф-ции – парабола, ветви вверх $x_в = 0$; $y_в = 0$ ⇒ $x \in (-\infty; 0]$ – убывает

$x \in [0; +\infty)$ – возраст

$f'(x) = a \cdot 4x^3 + 2x + 1$ – по условию касательная должна являться прямой, вида $ax + b \to 4a = 0 \to a = 0$, $a \neq 0$ уже рассмотрен

⇒ $a \in \{0\}$

стр №5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-420
(заполняется организатором)

№5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=x$$

$\operatorname{arcctg}0+\frac{-8}{5}$ $\operatorname{arcctg}(-4)=\frac{-3}{5}$

$\frac{2}{5}$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}+\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}\right)=\operatorname{ctg}x$$

$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}$ +

$\Rightarrow \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=1-$

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5}=\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{5x+3}{3x-5}$$

$$\operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1}=\beta \Rightarrow \beta=\frac{x-1}{x+1}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{5x+3}{3x-5}$$

$$\operatorname{ctg}\beta=\frac{x-1}{x+1}$$

$$\frac{5x+3}{3x-5}+\frac{x-1}{x+1}=x \Rightarrow \frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)-(x+1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)}=0$$

$x\neq\frac{5}{3}$

$x\neq -1$ +

$$5x^2+3x+5x+3+3x^2-5x-3x+5-3x^2+5x+3x+5=0$$

$$5x^2+8x+3=0$$

$$D=64-4\cdot 3\cdot 5=4$$

$$x_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{4}}{10}=\frac{-8\pm 2}{10} \Rightarrow x_1=\frac{-10}{10}=-1$$ – не удовл. ОДЗ

$$x_2=\frac{-6}{10}=\frac{-3}{5}$$

Ответ: $x=\frac{-3}{5}$

стр №6

М 11-382

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-382

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ипальнова	10	Гурьянова	10	10
2	Зотикова	6	Гоздева	6	6
3	Александрович	8	Маркова	8	8
4	Аксенова	0	Баканов	0	0
5	Угаров	7	Баканов	7	7
6	Киреенова	0	Гоздева	0	0
7	Киреенова	0	Гоздева	0	0
8	Шашков	5	Пеньков	5	0 5
ИТОГО					36

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М.11-382

1) Пусть n – человек говорят по-английски и m – человек не говорят по-французски.

Тогда

0,04n – говорят по-французски, но не говорят по-английски

0,96n – говорят или по-английски, или по-французски.

0,2m – говорят по-английски, но не говорят по-французски

0,8m – не говорят ни по-английски, ни по-французски

$0.96n = 0.8m$, т.к. это одно и то же категория людей, поэтому

$n = \frac{0.8m}{0.96} = 1.2m$.

Ответ: в 1,2 раза. + (10б)

3) $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{16}}$

$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n(1+3^{16-n})}$

при $n=1$ $p(1) = \frac{-3}{3(1+3^{16})} = -\frac{1}{1+3^{16}}$

при $n=2$ $p(2) = \frac{9}{9(1+3^{14})} = \frac{1}{1+3^{14}}$

...

при $n=32$ $p(32) = \frac{3^{32}}{3^{32}(1+3^{-16})} = \frac{1}{1+3^{-16}}$

при $n=33$ $p(33) = \frac{(-3)^{33}}{3^{33}(1+3^{-16})} = -\frac{1}{1+3^{-16}}$

$p(1)+p(33) = \frac{-1}{1+3^{16}} - \frac{1}{1+3^{-16}} =$

$= \frac{-1-3^{16}-1-3^{16}}{(1+3^{16})(1+3^{-16})} = \frac{-2-3^{-16}-3^{16}}{2+3^{16}+3^{-16}} =$

$= -1$

$p(2)+p(32) = \frac{1}{1+3^{15}} + \frac{1}{1+3^{-15}} = \frac{1+3^{-15}+1+3^{15}}{(1+3^{15})(1+3^{-15})} =$

$= \frac{2+3^{15}+3^{-15}}{2+3^{15}+3^{-15}} = 1.$

не показано при любом n

Если мы пробовали суммировать $p(n)+p(34-n)$, то при четном будет сумма будет равна 1, а нечетном $-1 = 0$ они будут взаимоуничтожаться, и сумма

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М-11-382

3) Вычислим значение $p(n)$ при $n=17$:

$$p(17) = \frac{-3^{14}}{3^{14}(1+3^0)} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Ответ: $-0,5$ ±

5) $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

Пусть $\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} = \alpha$;

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha = \frac{2x-1}{x+2} \\ \alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Пусть $\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = \beta$;

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\beta = \frac{x+2}{3x-1} \\ \beta \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$\Rightarrow x = \alpha + \beta$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} = \frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} + \frac{\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}}{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} - \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2}) + \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1})}{1 - \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2})\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1})} = \frac{\frac{2x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x-1}}{1 - \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} =$$

$$= \frac{\frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}}{\frac{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}{(x+2)(3x-1)}} = \frac{(2x-1)(3x-1)+(x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)-(2x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{6x^2-2x-3x+1+x^2+2x+3x+6}{3x^2-x+6x-2-2x^2-6x+x+3} = \frac{7x^2+7}{x^2+1} = \frac{7(x^2+1)}{x^2+1} = 7.$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = 7 \\ x \neq \pm 1 \\ \alpha+\beta \neq \pm\frac{\pi}{2} \\ (\alpha+\beta) \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \end{cases} \begin{cases} \alpha+\beta = \operatorname{arctg} 7 \\ x \neq \pm 1 \\ (\alpha+\beta) \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7 \\ x \neq \pm 1 \\ \operatorname{arctg} 7 \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} 7$ 1, x_2 – ?

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11-382

8) Пусть одно из чисел в последовательности равно X, т.е. $X+7=Z$. Тогда между ними есть разница, обозначим d, как способов мы меньшую из разниц между X, Y, Z. Тогда:

$X+d=Y$ либо $X+d=Z$.

Будем перебирать последовательности, в которых разница между ними будет постоянно обозначаемое за m. Тогда в каждой последовательности, в которой $m=d$; т.е. два подряд числа относятся к множеству $\{X; Y; Z\}$. Для рассмотрения худшего случая будем считать $X=1$;

В худшем случае $d=\left[\frac{100-1}{2}\right]=\left[\frac{99}{2}\right]=49 \Rightarrow X=1;\ Y=50;\ Z=100$

Значит, наименьшее число последовательностей, которые нужно взять, чтобы среди них наверняка нашлась такая, в которой два или три подряд идущих числа принадлежат множеству $\{X; Y; Z\}$, равно 99.

Ответ: 99

58 Найдена идея с разностями. Не реализована

2) Рассмотрим 4 случая:

1) Случай:

$$\begin{cases} 3A+5B=11 \\ 4A+3B=10 \\ 7A+4B=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{11-5B}{3} \\ 44-20B+9B=30 \\ 77-35B+12B=54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{11-5B}{3} \\ B=\frac{14}{11} \\ B=1 \end{cases}$$ - противоречие

2) Случай

$$\begin{cases} 3A+5B=11 \\ 4A+3B=10 \\ 7A+4B\leq 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{11-5B}{3} \\ 44-20B+9B=30 \\ 7A+4B\leq 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{77}{11} \\ B=\frac{14}{11} \\ 119+56\leq 198 \end{cases} \quad \begin{cases} A=\frac{14}{11} \\ B=\frac{14}{11} \\ 154\leq 198 \end{cases}$$

36

3) Случай:

$$\begin{cases} 3A+5B=11 \\ 4A+3B\leq 10 \\ 7A+4B=18 \end{cases} \quad \begin{cases} A=\frac{11-5B}{3} \\ 4A+3B\leq 10 \\ 44-20B+9B=30 \end{cases} \quad \begin{cases} A=2 \\ 8+3\leq 10 \\ B=1. \end{cases}$$ противоречие.

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М 11 - 382

2) Способ 1

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ 4A+3B=10 \\ 7A+4B \ge 18 \end{cases} \quad \begin{cases} 3A+5B \le 11 \\ B=\frac{10-4A}{3} \\ 21A+40-16A \ge 54 \end{cases} \quad \begin{cases} 26-6 \le 15 \\ B=-\frac{6}{15} \\ A=\frac{14}{5} \end{cases}$$

Наиб. значение $A+B=\frac{14}{11}+\frac{17}{11}=\frac{31}{11}=2\frac{9}{11}$

Ответ: $2\frac{9}{11}$

М11-859

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-858

Задание 1.

1) Пусть X - всего студентов, занимающихся очно $\Rightarrow$ 0,5X - занимаются ещё и дист-но.

0,5X - только очно

Пусть y - всего студ-в, заним. дист-но $\Rightarrow$ 0,6y - занимаются ещё и очно

0,4y - только дистанционно.

$$\Rightarrow \begin{cases} X = 0,5X + 0,6y \\ y = 0,4y + 0,5X \end{cases} \Rightarrow 0,5X = 0,6y$$

$$5X = 6y$$

$$y = \frac{5}{6}X$$

2) Всего студентов в ВУЗе: занимш. только очно + только дист + и очно, и дист

$$= 0,5X + 0,4y + 0,5X = X + 0,4y = X + \frac{2}{5} \cdot \frac{5X}{6_3} = \frac{3X}{3} + \frac{X}{3} = \frac{4X}{3}$$

3) Найдём, какую часть составляют студ-ты, занш. только очно:

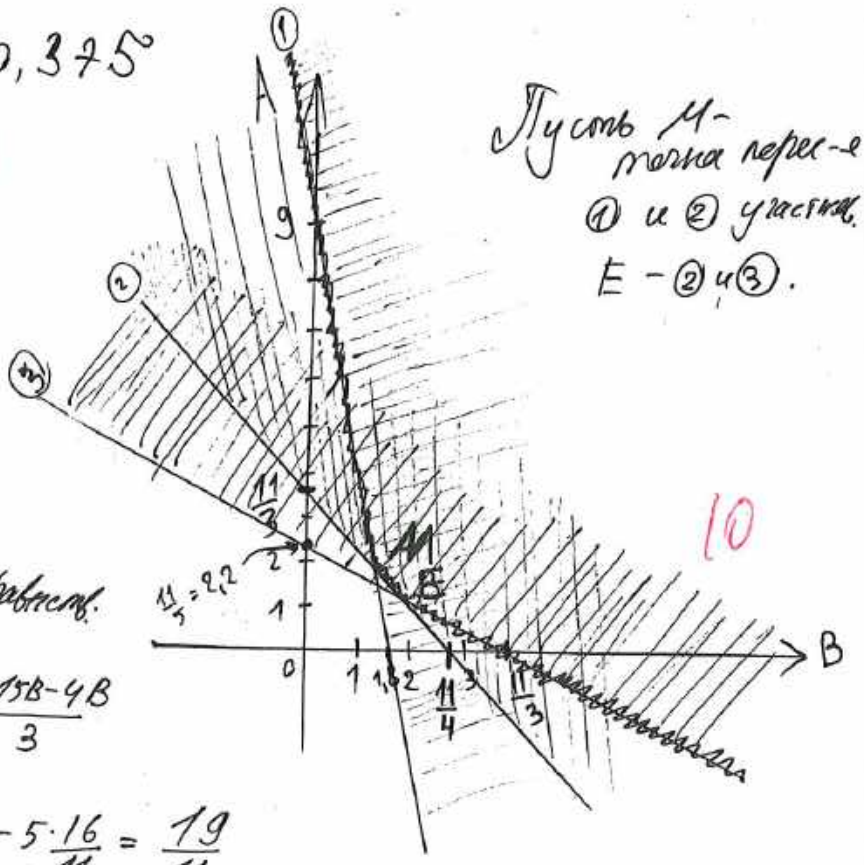
$$\frac{0,5X}{\frac{4X}{3}} = \frac{X}{2} \cdot \frac{3}{4X} = \frac{3}{8} = 0,375$$

+10

Ответ: $\frac{3}{8}$.

Задание 2.

1) $$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \geq 9 - 5B \\ A \geq \frac{11}{3} - \frac{4B}{3} \\ A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5} \end{cases}$$



Пусть M - точка пересечения ① и ② участка.

E - ② и ③.

10

2) Найдём точки пересечения неравенств.

точка M: $9 - 5B = \frac{11}{3} - \frac{4B}{3} \Rightarrow \frac{27-11}{3} = \frac{15B-4B}{3}$

$$\Rightarrow \frac{16}{3} = \frac{11B}{3} \Rightarrow 11B = 16$$

$$B = \frac{16}{11} \Rightarrow A = 9 - 5 \cdot \frac{16}{11} = \frac{19}{11}$$

$\Rightarrow$ сумма $A+B = \frac{16}{11} + \frac{19}{11} = \frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$

точка E: $\frac{11}{3} - \frac{4B}{3} = \frac{11}{5} - \frac{3B}{5} \Rightarrow \frac{55-33}{15} = \frac{20B-9B}{15}$

$$B = 2 \Rightarrow A = \frac{11}{5} - \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

сумма $A+B = 3$

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-858

3) Минимальное значение $A+B$ точно не достигается на 0-ом участке (возможно на его границе со вторым), т.к. A быстрее $\uparrow$ по B, чем на другом участке.

4) Заметим, что в точке M (точке 1 и 2) сумма $A+B = 3\frac{2}{11}$ и в точке E сумма $A+B=3$, т.е. сумма стала меньше $\Rightarrow$ чтобы достичь ещё меньшую сумму, предположим, нужно ещё $\uparrow B$ и соот-но $\downarrow A$. $\Rightarrow$ мы окажемся на (3)-ем участке. $\Rightarrow$ $A \geq \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$, но т.к. нужна min сумма $\Rightarrow A = \frac{11}{5} - \frac{3B}{5}$

$\Rightarrow A+B = \frac{11}{5} - \frac{3B}{5} + B \to min \Rightarrow \frac{11}{5} + \frac{2B}{5} \to min$

Но ф-е $\uparrow_n B \Rightarrow$ выгодно брать наименьшее возможное $B \Rightarrow$ с учетом ограничений $B_{min} = 2$ (на данном участке) $\Rightarrow$ минимальная сумма $A+B = \frac{11}{5} + \frac{2\cdot 2}{5} = \frac{15}{5} = 3$

Ответ: 3.

Задание 5.

$arcctg\frac{5x+3}{3x-5} + arcctg\frac{x-1}{x+1} = x$ $\Rightarrow$ возьмём ctg от каждой из частей.

$\Rightarrow \frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1} = ctg\,x \Rightarrow \frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)} = \frac{5x^2+5x+3x+3+3x^2-}{(3x-5)(x+1)}$

$\frac{-5x-3x+8}{(3x-5)(x+1)} \Rightarrow \frac{8x^2+8}{(3x-5)(x+1)} = ctg\,x$; т.к. $ctg\,x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = 8x^2+8$ Но $\cos x \in [-1;1]$

$-1 \leq 8x^2+8 \leq 1 \Rightarrow 8x^2+7 \leq 0$ – это неверно ни при каком $x \Rightarrow$ у данного уравнения нет решений.

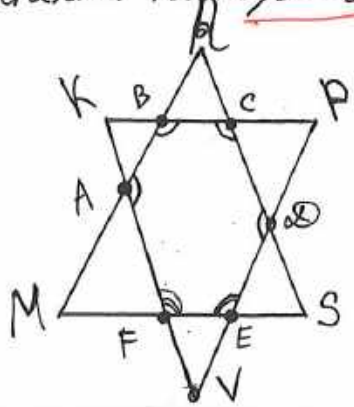
Ответ: нет решений.

Задание 6.

1) $ABCDFF$ – искомый шестиугольник.

Пусть ~~MRS~~ KPV – 1-ый треугольник,

MRS – второй.



2) Найдём $\angle KAB$: $180° - \angle BAF = 180° - 115° = 65°$ (как смежные); Аналогично $\angle KBA$
$\Rightarrow KBA = KAB = 65° \Rightarrow$ Рассмотрим ΔKAB: сумма углов $= 180°$
$\Rightarrow \angle AKB = 180 - 65 \cdot 2 = 50°$
Аналогично, для ΔCPD: $\angle CPD = 50°$.

3) Рассмотрим ΔFVE: $\angle EFV = 180° - \angle EFV = 180° - 140° = 40°$ (как смежные углы)
(как смежные) $\angle FEV = 180° - \angle DEF = 180° - 120° = 60°$
$\Rightarrow \angle FVE = 180° - \angle EFV - \angle FEV = 180 - 40 - 60 = 80°$ (т.к. сумма углов в $\Delta = 180°$)
(Заметим, что в ΔKPV сумма углов равна $180°$: $\angle VKP = \angle KPV = 50°$ и $\angle KVP = 80°$) +

4) Найдём углы в треугольнике MRS.

1.) Рассмотри ΔBRC: $\angle RBC + \angle ABC = 180°$ (как смежные) $\Rightarrow \angle RBC = 180° - 115° = 65°$
Аналогично, $\angle RCB = 65° \Rightarrow \angle BRC = 180 - 65 \cdot 2 = 50°$

2.) Рассмотри ΔDES: $\angle CDE + \angle EDS = 180°$ (как смежные)
$\Rightarrow \angle EDS = 65°$; Аналогично, $\angle SED = 180° - 120° = 60°$
$\Rightarrow$ т.к. сумма углов в $\Delta DES = 180° \Rightarrow \angle DSE = 180° - 65° - 60° = 55°$

3.) Рассмотри ΔAMF: $\angle MAF + \angle BAF = 180°$ (как смежные)
$\Rightarrow \angle MAF = 65°$; Аналогично $\angle MFA = 40°$
$\Rightarrow \angle AMF = 180° - 65° - 40° = 75°$.
$\Rightarrow$ В ΔMRS: $\angle MRS = 50°$; $\angle RSM = 55°$; $\angle RMS = 75°$. + 35

Задание 7.

1) Пусть $a > 0 \Rightarrow$ для графика функции не будет существовать прямой, пересекающей его в 2х точках, т.к.



Аналогично, если $a = 0 \Rightarrow f(x) = x^2 + x$ – это также парабола, ветви вверх $\Rightarrow$ не существует касательной, удовлетворяющей заданным условиям.

М11-859

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Тимофеева Т.Г	10	Калинина К.Ш.	10	10
2	Воздева	10	Магомедов Р.М.	10	10
3	Борисов	8	Кулешов	8	8
4	Балашов	0	Магомедов Р.М.	0	0
5	Уразов	0	Сулим	0	0
6	Окунева	3	Гузун	3	3
7	Конюхов	5	Сбитнев	5	5
8	Шамков	0	Калинин	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа

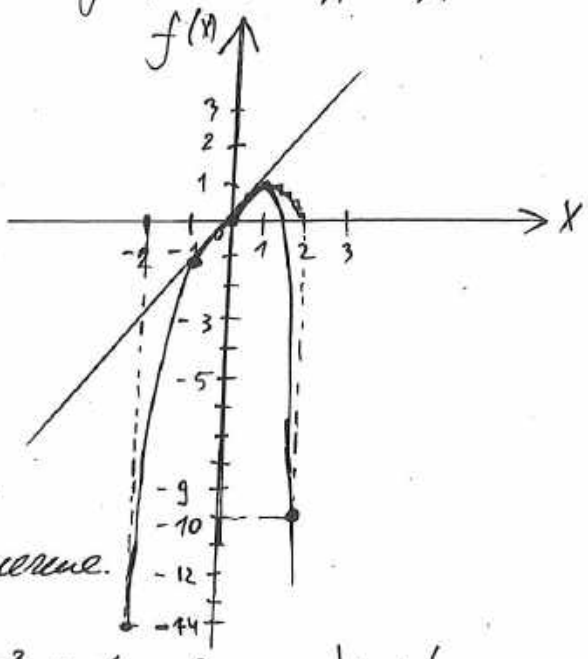
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-858

2) Из рассуждений п.1: $a < 0 \Rightarrow$ Пусть $a = -1 \Rightarrow f(x) = -x^4 + x^2 + x$

$\Rightarrow f(x=0) = 0$; $f(x=1) = 1$; $f(x=2) = -10$

$f(-1) = -1$; $f(-2) = -14$.



3) Пусть уравнение касательной: $y = cx + b$

4) Найдем точки пересечения касательной и прямой: $f'_x(x) = -4x^3 + 2x + 1$

т.к. в точке пересечения производные равны $\Rightarrow$

$y'_x = c$ (пр-я касательная) $\Rightarrow c = -4x^3 + 2x + 1$

5) А также совпадают значения в точках пересечения.

т.е. $f(x) = y \Rightarrow -x^4 + x^2 + x = cx + b \Rightarrow -x^4 + x^2 + x = (-4x^3 + 2x + 1)x + b$

$\Rightarrow -x^4 + x^2 + x = -4x^4 + 2x^2 + x + b$

$3x^4 - x^2 - b = 0$

Пусть $x^2 = t, \Rightarrow 3t^2 - t - b = 0$

$t \geq 0$ $D = 1 + 12b$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1 - \sqrt{1+12b}}{6}$; $t_2 = \frac{1 + \sqrt{1+12b}}{6} \Rightarrow x_1 = \pm\sqrt{\frac{1 - \sqrt{1+12b}}{6}}$; $x_2 = \pm\sqrt{\frac{1 + \sqrt{1+12b}}{6}}$

$\Rightarrow$ 4 корня но т.к. нужно 2 $\Rightarrow 1 - \sqrt{1+12b} = 1 + \sqrt{1+12b} \Rightarrow b = -\frac{1}{12}$

$\Rightarrow$ действительно, 2 корня при $a < 0$ и $\sqrt{1+12b} \geq 0 \Rightarrow 1 + 12b \geq 0$

$b = -\frac{1}{12}$ $12b = -1$ $\left(b = -\frac{1}{12}\right)$

$\Rightarrow$ 6) Запишем в общем виде: $f(x) = ax^4 + x^2 + x$

$\Rightarrow f'(x) = y'_x \Rightarrow \begin{cases} 4ax^3 + 2x + 1 = c \\ ax^4 + x^2 + x = cx + b \end{cases}$

$f(x) = y(x)$

$\Rightarrow ax^4 + x^2 + x = (4ax^3 + 2x + 1)x + b$

$\Rightarrow ax^4 + x^2 + x = 4ax^4 + 2x^2 + x + b$

$\Rightarrow 3ax^4 + x^2 + b = 0 \Rightarrow$ Пусть $x^2 = t$

$\Rightarrow 3at^2 + t + b = 0 \Rightarrow D = 1 - 12ab \Rightarrow t_1 = \frac{-1 - \sqrt{1-12ab}}{6a}$; $t_2 = \frac{-1 + \sqrt{1-12ab}}{6a}$

$\Rightarrow$ Возвращаемся к замене: $x_1 = \pm\sqrt{\frac{-1 - \sqrt{1-12ab}}{6a}}$; $x_2 = \pm\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1-12ab}}{6a}}$

$\Rightarrow$ Чтобы из 4х корней было только (2) $\Rightarrow -1 - \sqrt{1-12ab} = -1 + \sqrt{1-12ab}$

$\Rightarrow 2\sqrt{1-12ab} = 0 \Rightarrow 1 - 12ab = 0 \Rightarrow 1 = 12ab \Rightarrow b = \frac{1}{12a}$ при $a < 0$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-855

стр. 5.

$C = 4aX^3 + 2X + 1$ (из равенства производных в точке касания).

$\Rightarrow$ уравнение прямой, касающ. $f(x)$ в 2х точках: $y = cX + b \Rightarrow$

$\Rightarrow y = (4aX^3 + 2X + 1)X + \frac{1}{12a} = 4aX^4 + 2X^2 + X + \frac{1}{12a}$ при $a < 0$.

5

Задание 4.

1) Для $n = 1$: $\frac{g^n}{g^n + g^{50}} = \frac{g^1}{g^1 + g^{50}} = \frac{g^1}{g^1(1 + g^{49})} = \frac{1}{1 + g^{49}}$ $\Rightarrow$ Аналогично для любых $n \in [1; 50]$.

2) При $n \in [51; 99]$: например, $\frac{g^{51}}{g^{51} + g^{50}} = \frac{g^{51}}{g^{51}(1 + g^{-1})}$ и так далее;

3) Запишем сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$: не доказано

$$\frac{1}{1+g^{49}} + \frac{1}{1+g^{48}} + \frac{1}{1+g^{47}} + \ldots + \frac{1}{1+g^{-1}} + \frac{1}{1+g^{-2}} + \ldots + \frac{1}{1+g^{-49}}$$

$p(n) + p(100-n) = 1$

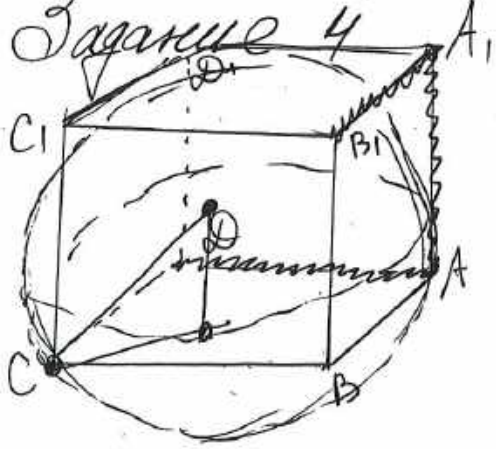
4) Заметим, что числа n и $(n+98)$ в сумме дают единицу $\Rightarrow$ т.к. таких пар равно 49 и „по середине" остается значение выражения $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+g^0}$ (которое „осталось без пары")

8 баллов

$\Rightarrow$ Сумма $p(1) + p(2) + \ldots + p(99) = 1 \cdot 49 + \frac{1}{2} = 49{,}5$

Ответ: 49,5.

Задание 4



по т. Пифагора: $R^2 = 1^2 + (0{,}5)^2 = 1{,}25$

$\Rightarrow R = \sqrt{1{,}25} = \sqrt{\frac{5}{4}}$

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Нет решения

Об.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника:
(заполняется организатором)



М11-064

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

М11-0 64

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Кашалакова	10	Гурьянова	10	10
2	Поздеева	2	Зайченко	2	2
3	Маркова	12	Крамер	12	12
4	Киреенова	0	Овсянова	0	0
5	Борисова	6	Крамер	6	6
6	Олехова	3	Грузина	3	3
7	Конова	3	Степанян	3	3
8		0	Шошкова	0	0
ИТОГО					36

Бланк ответа № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-004
(заполняется организатором)

№2

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9 \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases} \quad | \cdot ab > 0$$

№8 нет

$$+ \begin{cases} ab \cdot A + 5ab B \geq 9ab \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases}$$

просуммируем все строчки

Мы хотим: $ab + 3 + 4 + 5 = 5ab + 4 + 3$ (коэфф-ты перед A и B сравнились)

$1 = 4ab$

$ab = \frac{1}{4}$

У этого уравнения беск. много решений, но нам достаточно найти хотя бы одно положительное.

Положим $a = b = \frac{1}{2}$.

Подставим a, b:

$$+ \begin{cases} \frac{1}{4}A + \frac{5}{4}B \geq \frac{9}{4} \\ 3A + 4B \geq 11 \\ 5A + 3B \geq 11 \end{cases} \quad (\Rightarrow$$

$8\frac{1}{4}A + 7\frac{5}{4}B \geq 22 + \frac{9}{4}$

$4 \cdot \frac{33}{4} + \frac{33}{4}B \geq \frac{97}{4} \quad | \cdot \frac{4}{33}$

$\boxed{A + B \geq \frac{97}{33}} \Rightarrow (A+B)_{min} = \frac{97}{33}$

Нет доказательства того, что $A + B \geq 3$

25

Ответ: $\frac{97}{33}$ – ответ неверный

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-054
(заполняется организатором)

№7

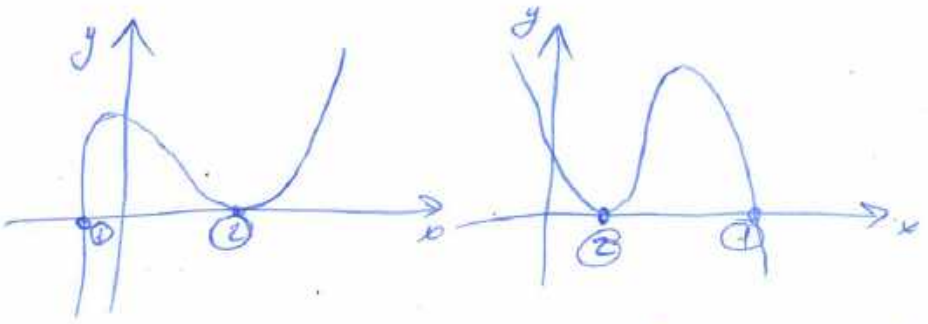
$f(x) = ax^4 + x^2 + x = x(ax^3 + x^2 + 1)$ Пусть наша прямая-касат. имеет график $y = kx + b$, $y' = k$

Так как производная - это как раз угол наклона касательной, а точках, в которой угол наклона кас-ой ф-ии равен k, и вы - это точка касания.

Мы хотим, чтобы у производной с прямой $y = k$ было 2 касания.

$f'_x = 4ax^3 + 2x + 1 = k$

$g(x) = 4ax^3 + 2x + 1 - k = 0$ хотим 2 корня (это вырожденный случай, обычно корней или 3, или 1)

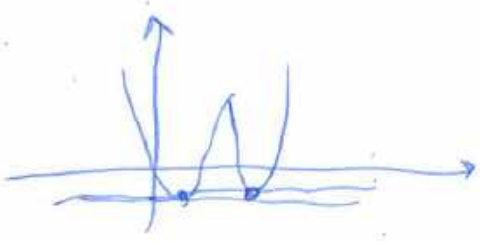


Тогда нам надо, чтобы функция имела ровно 1 экстремума. Это значит, что у производной 2 нуля.

$g'_x = 12ax^2 + 2 = 0$

$x^2 = -\frac{2}{12a} = -\frac{1}{6a} \geq 0 \Rightarrow a < 0$ ✓

Причем $x \neq 0$ никогда $\Rightarrow$ таких прямых нет.
Исключение, когда $tg\ y = k$ не определен, т.е. $y = k$ - это касательная



Тогда 2 из экстремумов $f(x)$ это экстремумы к точке $y = k$.

3

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М17-064

(заполняется организатором)

№3

$$P(n) = \frac{g^n}{g^n + g^{50}}$$

Пусть $S = P(1) + P(2) + \ldots + P(99) = \underset{n=1}{\frac{g^1}{g^1+g^{50}}} + \underset{n=2}{\frac{g^2}{g^2+g^{50}}} + \underset{n=3}{\frac{g^3}{g^3+g^{50}}} + \ldots +$

$$+ \underset{n=50}{\frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}}} + \underset{n=51}{\frac{g^{51}}{g^{51}+g^{50}}} + \underset{n=52}{\frac{g^{52}}{g^{52}+g^{50}}} + \ldots + \underset{n=98}{\frac{g^{98}}{g^{98}+g^{50}}} + \underset{n=99}{\frac{g^{99}}{g^{99}+g^{50}}} =$$

$$= \frac{1}{1+g^{49}} + \frac{1}{1+g^{48}} + \frac{1}{g^{47}+1} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{g}{1+g^1} + \frac{g^2}{1+g^2} + \ldots + \frac{g^{48}}{g^{48}+1} + \frac{g^{49}}{g^{49}+1} =$$

(сократили лишние g-ки)

Заметим, что дроби суммируются и сгруппировались в 1: первая с последней, 2-я с 98-й и т. д. Т. е. более формально

$$P(k) + P(100-k) = 1$$

Не умаляя общности положим $k < 50$ (если $k > 50$, то $100-k$ будет < 50, тогда возьмем число $100-k$ за k)

$$\frac{g^k}{g^k+g^{50}} + \frac{g^{100-k}}{g^{100-k}+g^{50}} = \frac{1}{1+g^{50-k}} + \frac{g^{50}\cdot(g^{50-k})}{g^{50}(g^{50-k})+g^{50}} =$$

$$\left(\frac{g^k}{g^k(g^{50-k})}\right)$$

$$= \frac{1}{1+g^{50-k}} + \frac{g^{50}(g^{50-k})}{(g^{50-k}+1)g^{50}} = \frac{1}{1+g^{50-k}} + \frac{g^{50-k}}{g^{50-k}+1} = 1$$

~~Тогда, суммируя $P(1)$ и $P(99)$, мы получим 1,~~

~~[illegible]~~

$$S = \underset{n=1}{\left(P(1) + P(99)\right)} + \underset{n=2}{\left(P(2) + P(98)\right)} + \underset{n=3}{\left(P(3) + P(97)\right)} + \ldots + \underset{n=49}{\left(P(49) + P(51)\right)} +$$

$+ P(50) =$ (скобок всего 49 шт.) $49 \cdot 1 + P(50) = 49 + \frac{1}{2} = \frac{99}{2}$

$$P(50) = \frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}} = \frac{g^{50}}{2 \cdot g^{50}} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{99}{2} = S$

Бланк ответа №3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-004
(заполняется организатором)

(прод. см на странице 4)

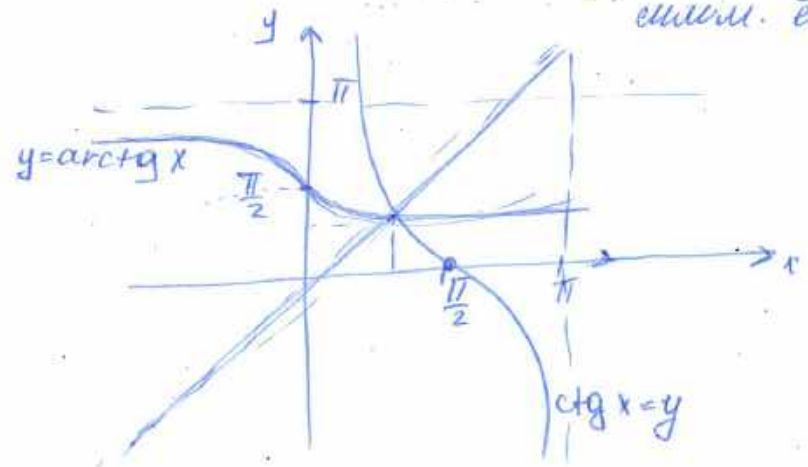
№5

ОДЗ

$x \neq \frac{5}{3}$

$x \neq -1$

график котангенса, arcctg - обратная ф-я ⇒ симм. ему отн. $y = x$



Итак, $0 < \operatorname{arcctg}(a) < \pi$.

$\Downarrow$

$0 < x < 2\pi$

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

сумма монот. ↓ функций — возрастающая ф-я

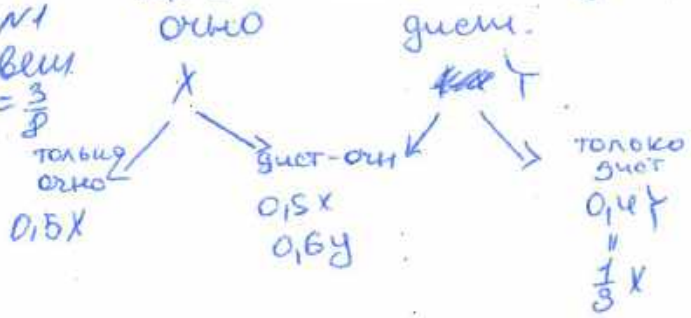
При равенстве монотонно невозрастающей функции и возрастающей функции пересечение графиков монотонно

будет только одно.

продолжение на след стр. снизу

Бланк ответа 3 задачи 5 на стр. снизу

Пусть x - доля тех, кто занимается очно, а y - долетех, кто дист. Отметим условие на схеме



Так как 0,5x и 0,6y - это одна и та же доля (люди все те же), то $0{,}5x = 0{,}6y \Rightarrow y = \frac{5}{6}x$

Тогда только дист. - это $0{,}4y = \frac{1}{3}x$

Вспомним, что $0{,}5x + 0{,}6x + \frac{1}{3}x = 1$, т.к. это доли. $\frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

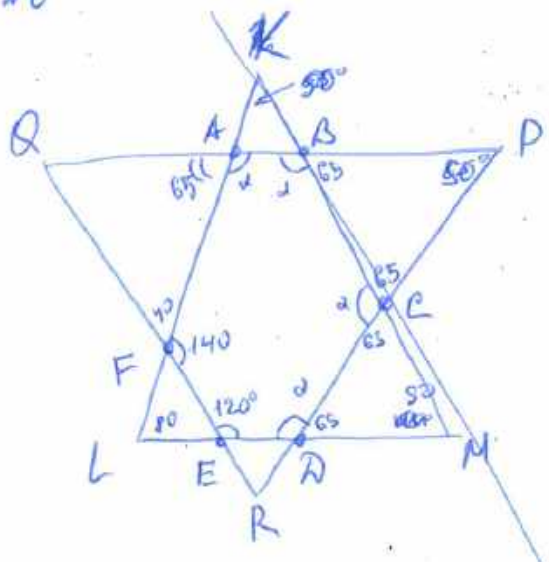
Тогда только очно: $p = 0{,}5x = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. + ход.

Бланк ответа 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-004
(заполняется организатором)

№6



$\angle \alpha = 115°$ Обозначим исходные треуг. за KLM и PQP.

$\angle KAB = \angle KBA = 180 - 115 = 65° \Rightarrow \angle K = 180 - 130 = 50$

Аналог. $\angle PBC = \angle PCB = \angle MCD = \angle MDC = 65°$

$\angle P = \angle M =$

$\angle EFL = 40$, $\angle FEL = 60 \Rightarrow \angle L =$

$\angle K + \angle M + \angle L = 180$

$40 + 60 + \angle L + \angle M + \angle K = 130 + 40 > 180 \Rightarrow$

~~такого варианта невозможен. расположения $\triangle KQP$~~

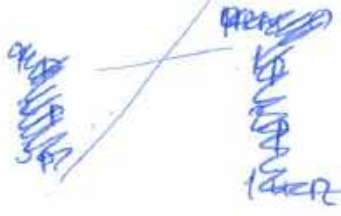
~~Возможен ли такой вариант? Сумма углового ... четырёхугольника~~



~~Рассмотрим когда ... с непересекающимися продолжениями~~

~~Каждое ребро ... может пересечься всего с ... ребрами другого одновременно. Может с 1, а может не с 0 вообще~~

Σ углов 4-го участка. $\Rightarrow$ он выпукл., больше выпуклых нет $\Rightarrow$ такой конфигурации ~~не~~



№5 (продолжение)

$$ctg(\alpha+\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha} \quad \left| : \sin\alpha\sin\beta \right. =$$

$$= \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta - 1}{ctg\beta + ctg\alpha}$$

Берем ctg от обеих частей уравнения, получаем:

$$ctg\left(arcctg\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right) + arcctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = ctgx$$

$$ctg\left(arcctg\left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\right) = \frac{5x+3}{3x-5}$$

$$ctg\left(arcctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) = \frac{x-1}{x+1}$$

~~Надо исследовать частный~~

Дополнительный бланк № 2 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-004
(заполняется организатором)

№5 (продолжение)

$$ctg\,x = \frac{\frac{(5x+3)(x-1)}{(3x-5)(x+1)} - 1}{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}} = \frac{(5x+3)(x-1) - (3x-5)(x+1)}{(5x+3)(x+1) + (x-1)(3x-5)} =$$

$$= \frac{5x^2+3x-5x-3-3x^2+5x-3x+5}{5x^2+5x+3x+3+3x^2-5x-3x+5} = \frac{2x^2+2}{8x^2+8} = \frac{2(x^2+1)}{8(x^2+1)} =$$

$x^2 \neq -1$ никогда

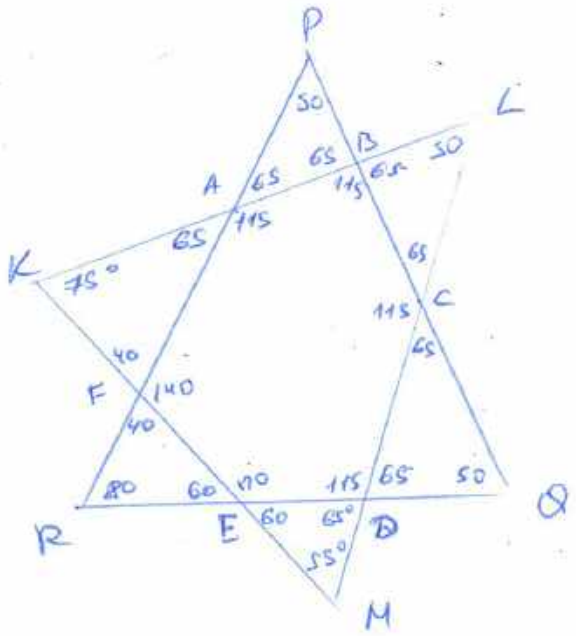
$$= \frac{1}{4}$$

Итого: $ctg\,x = \frac{1}{4}$

$x = arcctg\,\frac{1}{4}$ Ответ

6 баллов поверим оценим решение

№6



Σ углов этой шестиуг. 720 ⇒ он выпуклый, больше выпуклых шестиуг. такой конструкции не ∃.

Обозначим исходные △ за KLM и PQR.

$\angle PAB = \angle PBA = \angle LBC = \angle LCB =$
$= \angle QCD = \angle QDC =$ 180 − 65 = 65°

Тогда $\angle P, \angle L, \angle Q = 180 - 65 \cdot 2 = 180 - 130 = 50$

$\angle DEM = 60 = 180 - 120 \Rightarrow \angle DME =$
$= 180 - 125 = 55°$

$\angle FER =$ = 60 = 180 − 120

$\angle EFR = 180 - 140 = 40° \Rightarrow \angle R = 180 - 100 =$
$\angle KEF = 65°$, $\angle AKF = 180 - 105 = 75° = 80°$

Σ углов в △ KLM, △PQR = 180°, Все правильно

ответ: △PQR: 80°, 50°, 80°
△KLM: 75°, 55°, 50°: 3б

М11725

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«МИССИЯ ВЫПОЛНИМА.
ТВОЕ ПРИЗВАНИЕ – ФИНАНСИСТ!»
ПО ПРЕДМЕТУ **МАТЕМАТИКА** 2023-2024 уч. года

ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс **Вариант 1**

Задание 1 (10 баллов)

В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

Задание 2 (10 баллов)

Каким наименьшим может быть значение выражения $A + B$, если A и B – числа, удовлетворяющие следующей системе неравенств

$$\begin{cases} A + 5B \geq 9; \\ 3A + 4B \geq 11; \\ 5A + 3B \geq 11. \end{cases}$$

Задание 3 (12 баллов)

Для каждого натурального числа n положим $p(n) = \frac{9^n}{9^n+9^{50}}$.
Вычислите сумму $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(99)$.

Задание 4 (12 баллов)

Длина ребра куба $ABCDA'B'C'D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD, AA' и $A'B'$.

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11725

(заполняется организатором)

№ 1.

I) Пусть a человек - занимаются только очно,

b человек - занимается только дистанционно,

c человек и очно, и дистанционно.

Тогда общее число учащихся равно $a+b-c$

II) По условию задачи, c человек составляет 50% от a, то есть $c = 0{,}5 \cdot a$;

c - составляет 60% от b $\Rightarrow c = 0{,}6b$

$a = 2c$, $b = \frac{5}{3} \cdot c$, Тогда доля человек занимающихся только очно по отношению ко всем равно:

$$\frac{a-c}{a+b-c} = \frac{2c-c}{2c+\frac{5}{3}c-c} = \frac{c}{\frac{8}{3}c} = \frac{3}{8} = 0{,}375 \Rightarrow 37{,}5\%$$

Ответ: 37,5 % - часть студентов, занимающихся только очно.

7/10

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11725

(заполняется организатором)

№ 2. Рисуем на координат. плоскости OAB множество заданно неравенствами (1); (2); (3).

1) Рассмотрим $\begin{cases} A+5B \geq 9 & (1) \\ 3A+4B \geq 11 & (2) \\ 5A+3B \geq 11 & (3) \end{cases}$

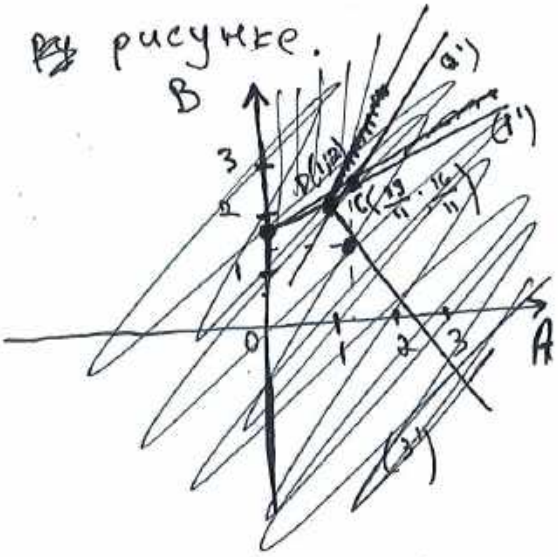
(1): $B \geq -\frac{A}{5} + \frac{9}{5}$ – полуплоскость, лежащая выше прямой $B = -\frac{A}{5} + \frac{9}{5}$ (1'), при $A=0$: $B = \frac{9}{5}$; $A=1$: $B = \frac{8}{5}$

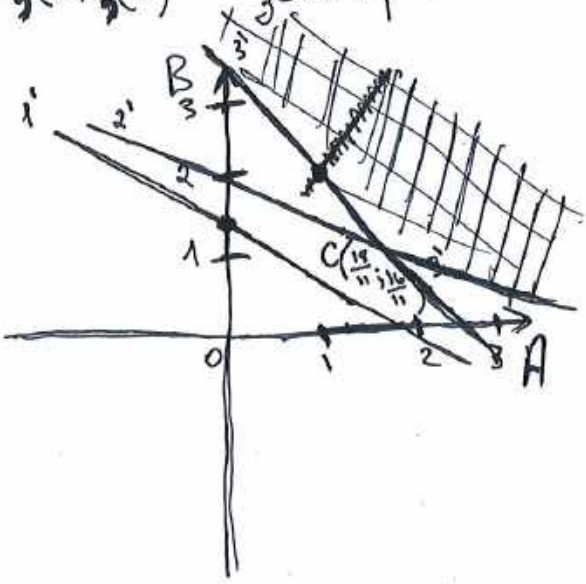
(2): $B \geq -\frac{3}{4} \cdot A + \frac{11}{4}$ – полуплоскость выше $B = -\frac{3}{4}A + \frac{11}{4}$ (2')

$A=0$: $B = \frac{11}{4}$; $A=1$: $B=2$

(3): $B \geq -\frac{5}{3} \cdot A + \frac{11}{3}$ – полуплоскость выше прямой $B = -\frac{5}{3}A + \frac{11}{3}$ (3') при $A=0$: $B = \frac{11}{3}$; $A=1$: $B=2$

Область, являющаяся пересечением (1), (2), (3) заштрихована на рисунке.





Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11726

(заполняется организатором)

№ 3.

$$p(1)+p(2)+\ldots+p(99)=\frac{9}{9+9^{50}}+\frac{9^2}{9^2+9^{50}}+\ldots+\frac{9^{49}}{9^{48}+9^{50}}+\frac{9^{50}}{9^{50}+9^{50}}+$$

$$+\frac{9^{51}}{9^{51}+9^{50}}+\ldots+\frac{9^{98}}{9^{98}+9^{50}}+\frac{9^{99}}{9^{99}+9^{50}}=$$ сокращаем в каждой дроби числит. и знаменатель на соответствующую степень 9 $=\frac{1}{1+9^{49}}+$

$$+\frac{1}{1+9^{48}}+\ldots+\frac{1}{1+9}+\frac{1}{1+1}+\frac{9}{9+1}+\ldots+\frac{9^{48}}{9^{48}+1}+\frac{9^{49}}{9^{49}+1}=$$ сгруппируем первое слагаемое с последним, второе с предпоследним и т.д. $=\left(\frac{1}{1+9^{49}}+\frac{9^{49}}{1+9^{49}}\right)+\left(\frac{1}{1+9^{48}}+\frac{9^{48}}{1+9^{48}}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{1+9}+\frac{9}{1+9}\right)+$

$+\frac{1}{2}=$ в каждой из 49 сгруппированных пар в сумме получится $1=1+1+\ldots+1+\frac{1}{2}=49{,}5$

Ответ: 49,5

9, ответ ~~не~~ верный

не доказано, что

$$p(n)+p(100-n)=1$$

$\forall n$

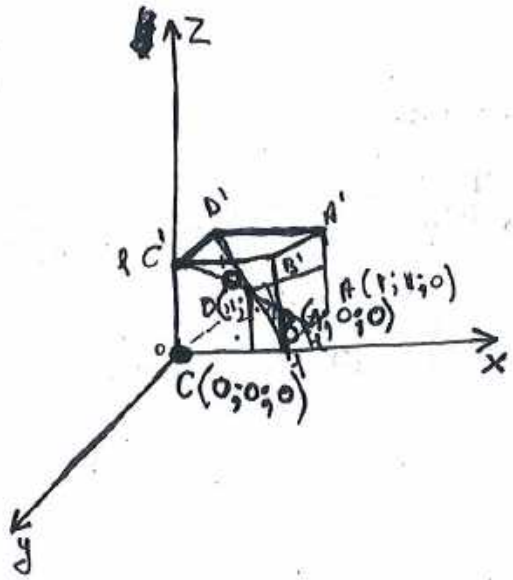
Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: M17425

(заполняется организатором)

№ 4.



A (1;1;0)
B (1;0;0)
C (0;0;0)
D (1;1;0)
A' (
B' (
C' (
D' (

05.

от прямых AD, AA' лежат в плоскости угла, образованного этими прямыми, т.е. плоскости $AB C'D'$ аналогично все точки равноудалённые от AA', и $A'B'$ лежат в $A'BCD'$ две плоскости пересекаются по прямой BD', значит центр искомой сферы лежит на прямой BD'!

Введём прямоугольную систему координат C – начало, ось CX вдоль $\overline{CB}$, CY вдоль $\overline{CD}$, CZ вдоль $\overline{CC'}$, тогда

$C = (0;0;0)$; $B(1;0;0)$, $D'(0;1;1)$, $A(1;1;0)$, $A'(1;1;1)$

? центр сферы лежит на прямой BD', т.е координаты O равны $B + t \cdot \overline{BD'} =$

$= (1;0;0) + t \cdot (0-1; 1-0; 1-0) = (1-t; t; t)$ $t \in R$

тогда длина $|OC| = \sqrt{(1-t)^2 + t^2 + t^2}$ (A) система уравнений не составлена!

Пусть перпендикуляр из O на прямую AA' попадает в точку H, т.к. $OH \perp$ прямой AA' при этом прямая AA' // оси CZ

М11 725

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Бакаева	10	Гуреенкова	10	10
2	Магомедов Р.М.	2	Савина С.В.	2	2
3	Борисова	8	Кремер	8	8
4	Дубинина	0	Иванова	0	0
5	Кремер	8	Борисова	8	8
6	Окнова	0	Кенина	0	0
7	Конов	0	Степанян	0	0
8	Шамков	0	Пименцев	0	0
ИТОГО					28

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11725

(заполняется организатором)

№ 5.

ОДЗ: $x \neq \frac{5}{3}$, $x \neq -1$

т.к. для любого t $arcctg\, t \in (0; \pi)$ то левая часть ур-я при любых значениях x принимает значения от 0 до $2\pi \Rightarrow x \in (0; 2\pi)$

Возьмём от левой и правой части ур-я ctg и применем формулу:

$$ctg(\alpha+\beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta - 1}{ctg\alpha + ctg\beta}$$

где $\alpha = arcctg \frac{5x+3}{3x-5}$, $\beta = arcctg \frac{x-1}{x+1}$

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5} \cdot \frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + \frac{5x+3}{3x-5}} = ctg\, x$$

$$\frac{2x^2+2}{8x^2+8} = ctg\, x$$

$$ctg\, x = \frac{1}{4}$$

$$x = arcctg \frac{1}{4} + \pi k, k \in Z$$

т.к. $x \in (0; 2\pi)$

остаётся $x_1 = arcctg \frac{1}{4}$, $x_2 = arcctg \frac{1}{4} + \pi$

но $x_2 - 1 > 0$, значит $\frac{x_2 - 1}{x_2 + 1} > 0$,

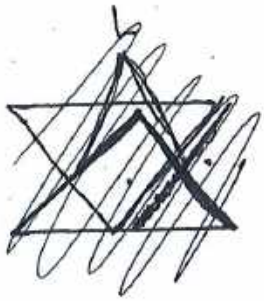
Дополнительный бланк № 2

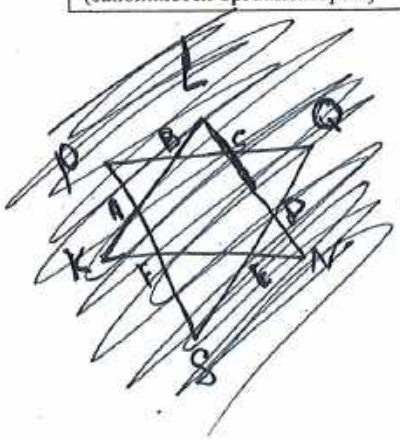
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11725

(заполняется организатором)

№ 6.





в $\triangle LBC$ $\angle L$

$\angle Q$

$\angle N = 55$ $D = 65$ $E = 65$

$\angle E = 60$ $\angle S = 80$ $F = 40$

в $\triangle FKA$ $\angle F = 40$ $\angle K = 75$ $\angle A = 65^\circ$

Пусть дальше $\triangle LBC$ и $\triangle PQS$, где $\angle LBC = 65^\circ$

$\angle LCB = 65^\circ$

$\angle PLC = 50^\circ$

$\triangle CQD$: $\angle QCD = \angle QDC = 65^\circ$,

$\angle CQD = 50^\circ$

Об.

$\triangle DNE$: $\angle NDE = 65^\circ$

$\angle NED = 60^\circ$

$\angle DNE = 55^\circ$

и 7 нет

М11 659

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 1

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 659

№1

Обозначим количество студентов, обучающихся очно через x, а количество студентов, обучающихся дистанционно, через y. Тогда по условию задачи $0{,}5x$ студентов обучаются и очно, и дистанционно, кроме того, $0{,}6y$ обучаются очно и дистанционно. Таким образом $0{,}5x = 0{,}6y$, т.е. $5x = 6y$, следовательно $x = \frac{6y}{5}$

Найдем, какую часть составляют студенты, которые занимаются только очно, от всех студентов, обучающихся только очно – $0{,}5x$,

~~тогда~~ ~~$\frac{0{,}5x}{\frac{6y}{5}+y}$~~ ~~$= \frac{\frac{3y}{5}}{\frac{11y}{5}} = \frac{3}{11}$~~

общее кол-во студентов: $\underbrace{0{,}5x}_{\text{только очно}} + \underbrace{0{,}5x}_{\text{и очно и дистанц}} + \underbrace{0{,}4y}_{\text{только дистанц}} = x + 0{,}4y = \frac{6y}{5} + \frac{2y}{5} = \frac{8y}{5}$

Тогда: $\frac{0{,}5x}{\frac{8y}{5}} = \frac{\frac{6y}{5}}{\frac{8y}{5}} = \frac{6y}{10} : \frac{8y}{5} = \frac{6y \cdot 5}{10 \cdot 8y} = \frac{3}{8}$

Ответ: $\frac{3}{8}$ +10

№5

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

Т.к. $\operatorname{arctg}\alpha + \operatorname{arcctg}\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{arcctg}\alpha = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\alpha$, тогда:

$$\operatorname{arcctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5} - \operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1} = x$$

$$\operatorname{arctg}\frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arctg}\frac{x-1}{x+1} = \pi - x$$

Возьмем тангенс от обеих частей, после получения тех или иных значений сделаем проверку подстановкой:

$$\frac{\frac{5x+3}{3x-5} + \frac{x-1}{x+1}}{1 - \left(\frac{5x+3}{3x-5}\right)\left(\frac{x-1}{x+1}\right)} = -x$$

tg

М 11-659

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Камалов	10	Ананьева М.Г.	10	10
2	Магомедов Р.М.	6	Сабина О.В.	6	6
3	Маркова	12	Максеев	17	12
4	Лисин	0	Киреанова	1	1
5	Балашов	0	Борисова	0	0
6	Окорок	3	Коптев	3	3
7	Коненов	0	Семенян	0	0
8	Киреанова	0		0	0
ИТОГО					32

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 659

№5 – продолжение.

$$\frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(x+1)(3x-5)} : \frac{(3x-5)(x+1)-(5x+3)(x-1)}{(x+1)(3x-5)} = -x$$

$$\frac{(5x+3)(x+1)+(x-1)(3x-5)}{(3x-5)(x+1)-(5x+3)(x-1)} = -x$$

$$\frac{5x^2+8x+3+3x^2-8x+5}{3x^2-2x-5-(5x^2-2x-3)} = -x$$

$$\frac{8(x^2+1)}{-2(x^2+1)} = -x$$

$$x = 4$$

решено верно 0 баллов

Проверка: $\operatorname{arcctg}\frac{5\cdot4+3}{3\cdot4-5} + \operatorname{arcctg}\frac{4-1}{4+1} = 4$

$\operatorname{arcctg}\frac{23}{7} + \operatorname{arcctg}\frac{3}{5} = 4$

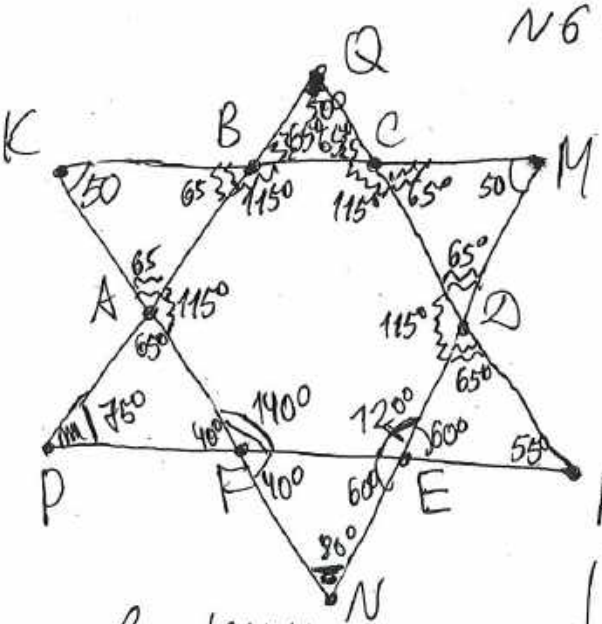
$4 = 4$.

$x = 4$ – подходит, т.к. $\operatorname{arcctg}\alpha + \operatorname{arcctg}\beta = x$, где $0 < x < 2\pi$

Ответ: {4} –

№6

Ответ: 50°, 50°, 80°; 50°, 55°, 75°



Углы в △KMN: 50°, 50°, 80°

Аналогично найдем углы в △PQR: 50°, 55°, 75°

1) Назовем треугольники, которые по усл. задачи пересекаются по ABCDEF через △KMN и △PQR

$\angle KBA = 180° - \angle B = 65°$

$\angle KAB = 180° - \angle A = 65°$ (по св-ву смежных углов)

$\angle AKB = 180° - \angle KBA - \angle KAB = 50°$ (по сумме углов в △)

2) $\angle EFN = 180° - \angle F = 40°$

$\angle FEN = 180° - \angle E = 60°$ (по св-ву смежных углов)

$\angle ENF = 180° - \angle EFN - \angle FEN = 80°$ (по сумме углов △)

3) $\angle MCD = 180° - \angle C = 65°$

$\angle CDM = 180° - \angle D = 65°$ (по равным св-ву смежных углов)

$\angle CMD = 180° - \angle MCD - \angle CDM = 50°$

35

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 659

№2

Ответ: min значение S равно 3

$$\begin{cases} A+5B \geq 9 \\ 3A+4B \geq 11 \\ 5A+3B \geq 11 \end{cases}$$

Пусть $A+B=S$, выразим $A=S-B$, тогда имеем:

$$\begin{cases} S-B+5B \geq 9 \\ 3(S-B)+4B \geq 11 \\ 5(S-B)+3B \geq 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S+4B \geq 9 \\ 3S+B \geq 11 \\ 5S-2B \geq 11 \end{cases}$$

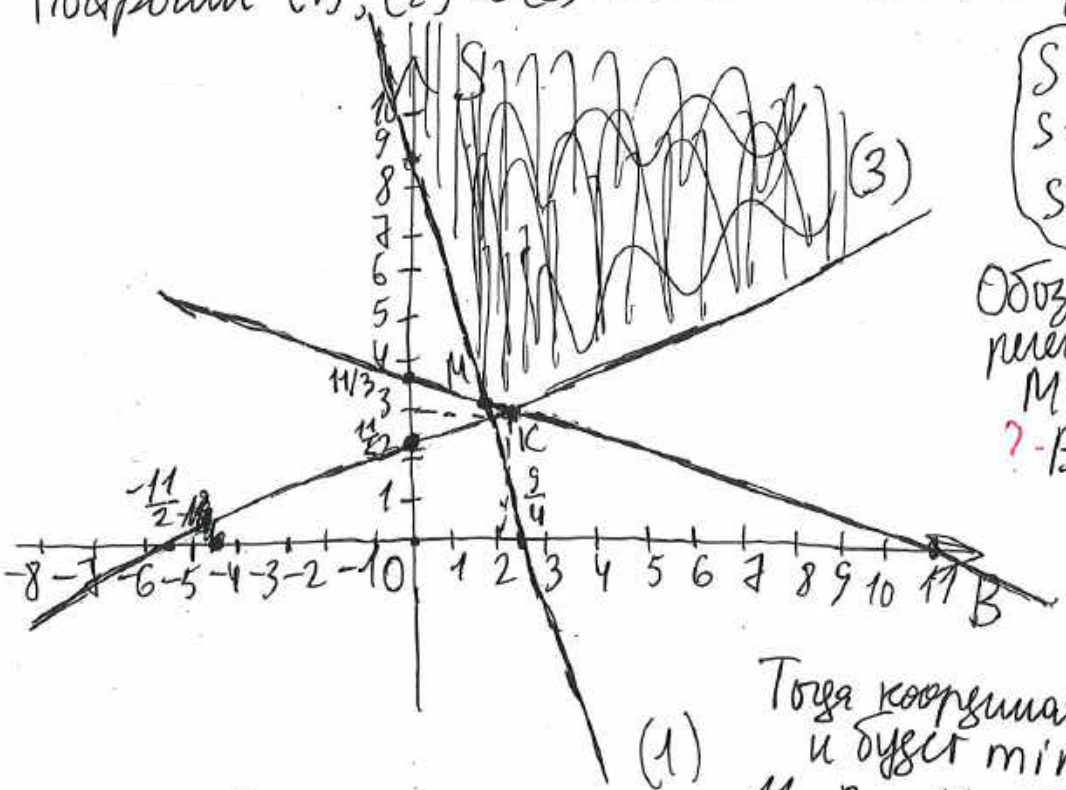
$$\begin{cases} S \geq 9-4B \ (1) \\ S \geq \frac{11}{3}-\frac{B}{3} \ (2) \\ S \geq \frac{11}{5}+\frac{2B}{5} \ (3) \end{cases}$$

Построим (1), (2) и (3) на плоскости B, где ось абсцисс – B, ось ординат – S

$S=9-4B$ (1)

$S=\frac{11}{3}-\frac{B}{3}$ (2)

$S=\frac{11}{5}+\frac{2B}{5}$ (3)



Обозначим K – точку пересечения (2) и (3)

M – точка пер-я (1) и (2)

? – Видно, что точка K по оси y расположена ниже точки M.

Тогда $y(K)=$

Тогда координата K по оси ординат и будет min значением S

$$\frac{11}{3}-\frac{B}{3}=\frac{11}{5}+\frac{2B}{5} \quad | \cdot 15.$$

$$55-5B=33+6B$$

$$22=11B \Rightarrow B=2.$$

$$S_{min}=\frac{11}{3}-\frac{2}{3}=3$$

Значит

Ответ: min значение A+B равно 3.

6 б не доказано!

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 659

№3

$$p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}$$

$$p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(99)-?$$

Посмотрим на значения $p(n)$ и $p(100-n)$ и посчитаем их сумму (для $n<50$)

$$p(n)=\frac{g^n}{g^n+g^{50}}=\frac{g^n}{g^n(1+g^{50-n})}=\frac{1}{1+g^{50-n}}$$

$$p(100-n)=\frac{g^{100-n}}{g^{100-n}+g^{50}}=\frac{g^{100-n}}{g^{50}(1+g^{50-n})}=\frac{g^{50-n}}{1+g^{50-n}}$$

Заметим, что $p(n)+p(100-n)=\frac{g^{50-n}}{1+g^{50-n}}+\frac{1}{1+g^{50-n}}=1$

Вся сумма $p(1)+p(2)+p(3)+\ldots+p(99)$ разбивается на пары $p(n)$ и $p(100-n)$, сумма равна 1, остаётся только $p(50)$:

$$\underbrace{p(1)+p(99)}_{1}+\underbrace{p(2)+p(98)}_{1}+\ldots+\underbrace{p(49)+p(51)}_{1}+p(50)$$

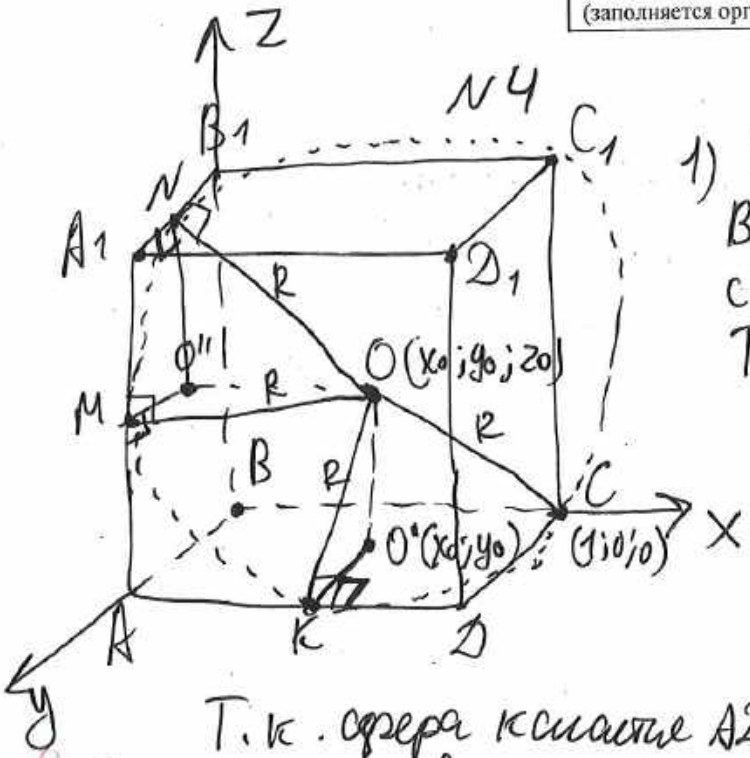
Т.к. всего пар $p(n)+p(100-n)$ равно 49, то искомая сумма $p(50)+49\cdot 1=49+\frac{g^{50}}{g^{50}+g^{50}}=49+\frac{1}{2}=49{,}5$

Ответ: 49,5

Бланк ответа

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11 659



1) Обозначим O – центр сферы, её радиус через R
Введем систему координат с центром в точке B(0;0;0)
Тогда координаты точек т.к. ребро куба 1:

A(0;1;0)
C(1;0;0)
D(1;1;0)
A_1(0;1;1)
B_1(0;0;1)

По ТТП:
$O'K \perp AD$
$O''M \perp AA'$
$O''N \perp A'B'$

Т.к. сфера касается AD, AA', A'B', то из точки O радиусы проведенные к этим прямым будут $\perp$ этим прямым. Спроецируем т. O на плоскость (ABB1) (O'') и плоскость (ABC) (O')

Расстояние от точки O' до AD: равно $(1-y_0)$
Расстояние от точки O'' до AA_1 равно $(1-z_0)$
до $A'B'$ равно $(1-y_0)$
обозначили точки касания сферы с гранями K, M, N

Тогда $OK = \sqrt{(1-y_0)^2+z_0^2}$ (1)

$OM = \sqrt{(1-y_0)^2+x_0^2}$ (2)

$ON = \sqrt{(1-z_0)^2+x_0^2}$ (3)

$OC = \sqrt{(x_0-1)^2+y_0^2+z_0^2}$ (4)

Все эти четыре величины равны R.

(1)=(2): $(1-y_0)^2+z_0^2 = (1-y_0)^2+x_0^2$

$x_0^2 = z_0^2 \Rightarrow \boxed{x_0 = z_0}$

(2)=(3): $(1-y_0)^2 = (1-z_0)^2$

$\boxed{y_0 = z_0}$

$x_0 = y_0$
$y_0 = z_0$ $\Rightarrow x_0 = z_0 = y_0$ (по св-ву транзитивности)

(1)=(4):

$(1-x_0)^2+x_0^2 = (x_0-1)^2+y_0^2+x_0^2$

$\boxed{x_0 = 0}$.

Тогда

$R_{сферы} = OC = \sqrt{(0-1)^2+0^2+0^2} = 1$

Радиус сферы равен 1

Ответ: R = 1

М11-080

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается

м11 - 080

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Александров	10	Гурьянова	10	10
2	Волкова	0	Гоздева	0	0
3	Марков	12	Александрович	12	12
4	Аленкова	0	Баканов	0	0
5	Волкова	0	Уткин	0	0
6	Берзин	0	Осекова	0	0
7	Хомяков	0	Ситочкин	0	0
8	Шашков	0	Аглиуллов	0	0
ИТОГО					22

Бланк ответа /

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-080

14 нет

№1.

x – кол-во человек не говорящих по-франц.

y – кол-во человек не говорящих по-англ.

$0{,}96y$ – кол-во человек не говор. ни по-франц., ни по-англ.

$0{,}8x$ – то же самое $\Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}96y = 0{,}8x \quad 96y = 80x \quad \frac{x}{y} = \frac{96}{80} = \frac{6}{5} = 1{,}2$

Ответ: 1,2. + 6о

№3.

$$p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}} = \frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}}$$

Т.к. макс. n в сумме $= 33$, то могу их разделить на 3 группы:

1-ая группа, где $n < 17$, 2-ая где $n > 17$ и 3-я, где $n = 17$.

1) Буду сравнивать числа из 1 и 2-ой групп попарно. Т.к. $n \leq 33$, представлю сумму зеркальных чисел как

$$\frac{(-1)^n}{1 + 3^{17-n}} + \frac{(-1)^n}{1 + 3^{n-17}} = (-1)^n \left(\frac{1}{1 + 3^{17-n}} + \frac{1}{1 + 3^{n-17}} \right) =$$

($1 + 3^{n-17}$ и $1 + 3^{17-n}$)

Дополнительный бланк № 2
Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»
Код участника: (заполняется организатором) ИИ1-080

$= (-1)^n \left(\frac{1+3^{n-17}+1+3^{17-n}}{1+3^{17-n}+3^{n-17}+1} \right) = (-1)^n \Rightarrow$

$\Rightarrow p(1) + p(2) + .. + p(33) = p(17)$

(сумма $p(1)+p(33) = -1$, $p(2)+p(32) = 1$ ...
... $p(16)+p(18) = 1$, т.к. 16 - чётное, то
сумма $= 0$)

2) $p(17) = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

№6.

По формуле $180(n-2)$ — сумма углов 6-тиуг. $= 180 \cdot 4 = 720$, однако по условию $\sum_{уг.} = 100 \cdot 4 + 140 + 150 = 400 + 290 = 690 \neq 720 \Rightarrow$ такого 6-тиуг. не суш. (—) (об)

№8.

Всего возможных послед. $\{a_1, \dots, a_{100}\}$ 100!, найду кол-во послед., в которых ~~не одно~~ никакие из чисел кол-ва $\{X; Y; Z\}$ не идут подряд:

$100! - 98! \cdot 2 \cdot 50 \cdot 3 \cdot 99 - 97! \cdot 98 \cdot 3! \cdot 2$

кол-во послед., где 2 числа из кол-ва идут подряд

кол-во послед., где 3 числа из кол-ва идут подряд

Дополнительный бланк № 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 1111-080

кол-во комб., где хотя бы 2 числа иност. идут подряд

$100! - 98! \cdot 6 \cdot 99 + 97! \cdot 98 \cdot 3! = 99! \cdot 94 + 98! \cdot 6 =$

кол-во комб-с 3-я числами из иност-ва подряд, которые мы вычли дважды

$= 98! \cdot (99 \cdot 94 + 6) = 98! \cdot 9312$ — то есть

~~Ответ: $98! \cdot 9312$~~

выписав все эти последов., следующая наверняка будет им. несколько подряд идущих чисел из полед. => нужно выписать

Решение другой задачи (08)

$98! \cdot 9312 + 1$

Ответ: $98! \cdot 9312 + 1$

№2.

$$\begin{cases} 3A + 5B \le 11 \quad (1) \\ 4A + 3B \le 10 \quad (2) \\ 7A + 4B \le 18 \quad (3) \end{cases}$$

Буду умножать 1-е на a выраж. ~~на~~ 2-ое на b, 3-е на c, тогда

$$\begin{cases} 3a + 4b + 7c = 5a + 4b + 7c + 3b + 4c \\ \dfrac{11a + 10b + 18c}{3a + 4b + 7c} \to \max \end{cases}$$

$2a = b + 3c$

1) Докажу, что $\dfrac{11a+10b+18c}{3a+4b+7c} < 3$

$11a + 10b + 18c < 9a + 12b + 21c$

$2a < 2b + 3c$, с другой стороны

$b + 3c < 2b + 3c$ (т.к. $b + 3c = 2a$)

$b > 0$ — нер-во выполнимо всегда

Дополнительный бланк № 4

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-080

2) ~~$\frac{11a+10b+18c}{3a+4b+7c} \geq \frac{9a+12b+21c}{3a+4b+7c} \geq \frac{2b+3a-2a}{3a+4b+7c} \geq 3 \geq \frac{2b+3a-2a}{3a+4b+7c}$~~

2) $\frac{11a+10b+18c}{3a+4b+7c} = \frac{6a+8b+14c+5a+2b+4c}{3a+4b+7c} =$

$= 2 + \frac{5a+2b+4c}{3a+4b+7c} = 2 + \frac{5a+2b+4c}{5a+3b+4c} = 3 - \frac{b}{5a+3b+4c}$

$\frac{b}{5a+3b+4c} \to \min$ ~~$\frac{2a+3c}{10a+15c}$~~

Таким образом, наиб. целое знач. $A+B=2$, дробная часть монот. возр.

~~Ответ: 2.~~

Один из примеров $A+B$ при $a=2$ $b=1$ $c=1$:

$\begin{cases} 6A+10B \leq 22 \\ 4A+3B \leq 10 \\ 7A+4B \leq 18 \end{cases}$ $17A+17B \leq 50$ $A+B \leq \frac{50}{17} = 2\frac{16}{17}$

Ответ: 2

~~$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = \pi$~~

~~Умова $\operatorname{arctg}\pi$ вычислить~~

Дополнительный бланк № 5

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-080

№5.

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \quad x \in (-\pi; \pi)$

x не может быть с аргументом π, т.к. тогда вычисление arctg будет неточным, $\Rightarrow$ единств. возмож. знач. ~~Будет~~ $x=0$ (получ. 2-ух выраж. с разным знаком),

~~$\Rightarrow \left|\frac{2x-1}{x+2}\right| = \left|\frac{x+3}{3x-1}\right|$~~

но при $x=0$ $\frac{2x-1}{x+2} = -\frac{1}{2}$, $\frac{x+3}{3x-1} = \frac{3}{-1}$

$\left|\frac{2x-1}{x+2}\right| \neq \left|\frac{x+3}{3x-1}\right| \Rightarrow$ такое невозможно, корней нет

Ответ: нет корней.

№7 нет.

А11-710

Код участника
(заполняется организатором)

Олимпиадная работа

заключительного этапа

«Всероссийская олимпиада школьников "Миссия выполнима. Твоё призвание - финансист!" 2023-2024 г.»

«(Математика 11 класс)»

Вариант № 2 (два)

«27 января 2024 г.»

Никакие другие записи на титульном листе делать не разрешается



Бланк ответа 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: М11-710
(заполняется организатором)

№ 3

$P(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$ Найти: $P(1) + P(2) + P(n) + \ldots + P(33) = ?$

1) Рассмотрим первые несколько членов:

$P(1) = \frac{-3}{3+3^{17}} = -\frac{1}{1+3^{16}}$

$P(2) = \frac{3^2}{3^2+3^{17}} = \frac{1}{1+3^{15}}$

. . .

$P(17) = \frac{-3^{17}}{3^{17}+3^{17}} = -\frac{1}{2}$

. . .

$P(32) = \frac{3^{32}}{3^{32}+3^{17}} = \frac{3^{15}}{3^{15}+1}$

$P(33) = \frac{-3^{33}}{3^{33}+3^{17}} = -\frac{3^{16}}{3^{16}+1}$

2) Заметим, что $P(2k+1) + P(33-2k)$, где $2k+1 < 17$

$P(2k+1) = \frac{-3^{2k+1}}{3^{2k+1}+3^{17}} = -\frac{1}{1+3^{16-2k}}$ $k \in \mathbb{Z}$, $k \geq 0$

$P(33-2k) = \frac{-3^{33-2k}}{3^{33-2k}+3^{17}} = \frac{-3^{16-2k}}{3^{16-2k}+1}$

$\Downarrow$

$P(2k+1) + P(33-2k) = -1.$

3) Заметим, что $P(2k) + P(34-2k)$, где $2k \leq 16$, $k \in \mathbb{N}$

$P(2k) = \frac{3^{2k}}{3^{2k}+3^{17}} = \frac{1}{1+3^{17-2k}}$

$P(34-2k) = \frac{3^{34-2k}}{3^{34-2k}+3^{17}} = \frac{3^{17-2k}}{3^{17-2k}+1}$

$\Downarrow$

$P(2k) + P(34-2k) = 1.$

1) Тогда $P(1) + P(2) + \ldots + P(n) + \ldots + P(33) - P(17) = 0$

$P(1) + P(2) + \ldots + P(33) = -\frac{1}{2}$

Ответ: $-\frac{1}{2}$.

М11-710

Код участника

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твое призвание – финансист!» 2023/2024 уч.г.

Бланк проверки работы

Математика 11 класс

№ задания	ФИО эксперта	Балл	ФИО эксперта	Балл	Итоговый балл
1	Ананьева	10	Гурьянов	10	10
2	Савина	0	Магомедов	0	0
3	Марова	12	Александрович	12	12
4	Магомедов	0	Дубинец	0	0
5	Волкова	0	Кузнецов	0	0
6	Олехова	0	Степанян	0	0
7	Кенчев	0	Липчиц	0	0
8	Шамков	0	Фомичев	0	0
ИТОГО					22

Бланк ответа 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) 411-710

N1

(Примем за условие, что люди не могут говорить на двух языках одновременно)

Пусть всего людей 100%.

x% – не говорят на анн, тогда (100-x)% говорят.

0,04x% – говорят на французском, по условию.

(100 – 0,04x)% – не говорят на французском.

0,2(100 – 0,04x)% – говорят на анн., согласно условию

$0,2(100-0,04x) = 100-x \mid \cdot 10$

$200 - 0,08x = 1000 - 10x \mid \cdot 100$

$20000 - 8x = 100000 - 1000x$

$992x = 80000$

$x = \frac{80000}{992}$ Найдем (100 – 0,04x) не говор. на франц.

$$100 - \frac{4 \cdot 80000}{100 \cdot 992} = 100 - \frac{4 \cdot 800}{992}$$

Искомая величина $\left(100 - \frac{4 \cdot 800}{992}\right) \cdot \frac{992}{80000} =$

$$= \frac{992}{800} - \frac{4 \cdot 800}{80000} = \frac{992}{800} - \frac{4 \cdot 8}{800} = \frac{960}{800} = \frac{96}{80} = \frac{12}{10} = 1,2$$

Ответ: в 1,2 раза. +10

Бланк ответа 3

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) А11-710

№2

$$\begin{cases} 3A+5B \le 11 & (1) \\ 4A+3B \le 10 & (2) \\ 7A+4B \le 18 & (3) \end{cases}$$

(1)+(2) $7A+8B \le 21$

$7(A+B)+B \le 21$

(I) $A+B \le \frac{21-B}{7}$

(1)+(3) $10A+9B \le 29$

$7(A+B)+3A+2B \le 29$

(II) $A+B \le \frac{29-3A-2B}{7}$

(I)+(II) $2(A+B) \le \frac{21-B+29-3A-2B}{7}$

$14(A+B) \le 50-3(A+B)$

$17(A+B) \le 50$

$A+B \le \frac{50}{17}$

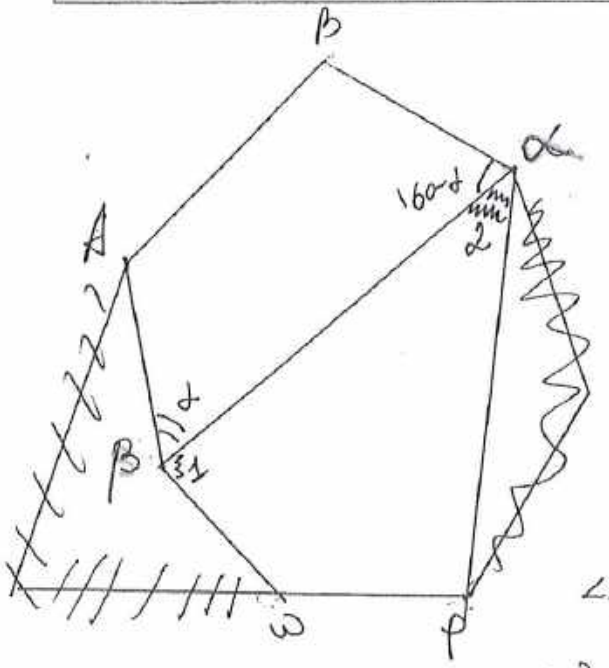
Ответ: $\frac{50}{17}$ — неверный ответ

№4 – нет.

Дополнительный бланк № 1

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-710



№6.

Дано: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 100°$, $\angle E = 140°$, $\angle F = 150°$.

Так как всего углов 6, как минимум два соседних угла равные

$\angle A + \angle B + \alpha + \beta = 360° \Rightarrow \alpha + \beta = 160°$.

$\omega + \rho \le 290°$ $\angle 1 + \angle 2 \le 20°$ (сумма смежных)

$\angle 1 + \angle 2 + \omega + \rho < 360°$

Противоречие, в связи с этим решить задачу не представляется возможным.

−05

№6

$\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{x+2} + \operatorname{arctg}\frac{x+3}{3x-1} = x$ $3x-1 \neq 0$, $x \neq \frac{1}{3}$

$\operatorname{arctg}\left(2 - \frac{5}{x+2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3} + \frac{3\frac{1}{3}}{3x-1}\right) = x$

$2 \le x+2 \le 2\pi+2$

$\frac{5}{2\pi+2} \le \frac{5}{x+2} \le 2{,}5$

$-\frac{5}{2\pi+2} \ge -\frac{5}{x+2} \ge -2{,}5$

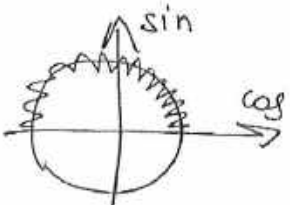
$\frac{4\pi-1}{2\pi+2} \ge 2 - \frac{5}{x+2} \ge -0{,}5$

$-0{,}5 \ge \operatorname{arctg}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) \ge \operatorname{arctg}\left(\frac{4\pi-1}{2\pi+2}\right)$

$-1 \le 3x-1 \le 6\pi-1$

$-3\frac{1}{3} \le \frac{3\frac{1}{3}}{3x-1}$

$\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3} + \frac{3\frac{1}{3}}{6\pi-1}\right) \le \operatorname{arctg}\left(\frac{3\frac{1}{3}}{3x-1}+\frac{1}{3}\right) \le \operatorname{arctg}(-3\frac{1}{3})$



$\operatorname{arctg} \in [0; \pi]$.

$x \in [0; 2\pi]$.

$\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3} + \frac{3\frac{1}{3}}{6\pi-1}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{4\pi-1}{2\pi+2}\right) > \frac{\pi}{4}$

$x > \frac{\pi}{4}$

Дополнительный бланк № 2

Всероссийская олимпиада школьников «Миссия выполнима. Твоё призвание – финансист!»

Код участника: (заполняется организатором) М11-710

№ 8

Найдем сколько всего существует вариантов последовательностей, $99 - 100!$

Теперь найдём кол-во подходящих последовательностей.

Сначала отдельно рассмотрим случай, когда 3 члена идут подряд

$6 \cdot 98! \cdot 98 = 6 \cdot 98! \leftarrow$ 1 формула

кол-во возможного порядка XYZ → ZYX и т.д.

кол-во послед.

кол-во места на которые можно поставить последовательность.

Теперь рассмотрим случай, когда только два члена прогрессии множества встречаются подряд

$6 \cdot 98! \cdot 99 = 6 \cdot 99!$ 2 формула

кол-во возможных послед. XY, XZ и т.д.

кол-во возможных

кол-во возможных мест.

Обратим внимание, что член множества не вобранный нами, то есть мы рассматривали XY, но среди остальных членов последовательности есть Z, поэтому при учёте вариантов встречи 2, мы подсчитываем и вариант встречи 3 членов подряд. Поэтому в формуле 1 + нет нужды.

Чтобы на доске гарантированно присутствовала последовательность, удовлетворяющая условию, должны быть записаны все последовательности, не удовлетворяющие условию + ещё одна. $100! - 6 \cdot 99! + 1$.

Решена другая задача (0б)

Ответ: $100! - 6 \cdot 99! + 1$ последовательность.

№ 7 нет